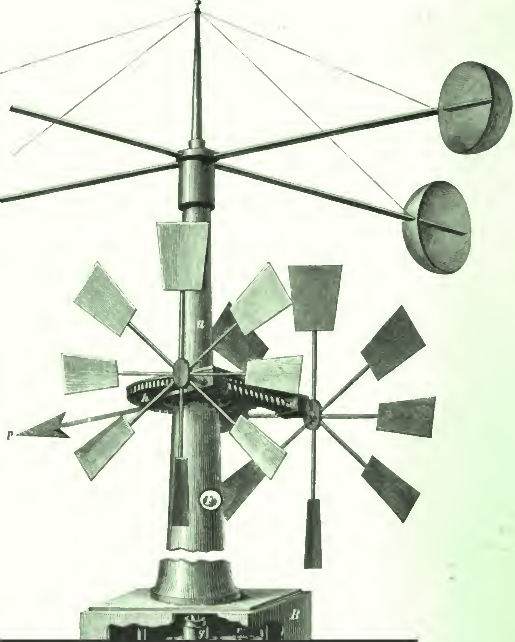


Repertorium für Experimental-Physik, für ...

Ph Carl

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

D^R. PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

SECHZEHNTER BAND.

MIT EINEM ATLAS VON XIII TAFELN.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1880.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

1880, Feb. 20 — Nov. 19.
Haven fund.

Inhalt.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR. PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

SECHZEHNTER BAND.

Inhalt des 1. Heftes

(mit Tafel I).

MÜNCHEN, 1880.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Zeitschrift
für
Angewandte Elektricitätslehre

mit besonderer Berücksichtigung
der Telegraphie, des elektrischen Beleuchtungswesens,
der Galvanoplastik und verwandter Zweige.

Herausgegeben von

Dr. Ph. Carl,
Professor der Physik an der königl. Kriegs-Akademie in München,
Herausgeber des „Repertorium für Experimental-Physik“.

Druck und Verlag von R. Oldenbourg in München.

I. Band. **1879.** **Nr. 12.**

Abonnements.
Erscheint monatlich wenigstens einmal. — 12 Nummern bilden einen Band. — Preis pro Band 20 Mark.
Das Abonnement kann stattfinden: bei der *Verlagshandlung R. Oldenbourg* selbst, München, Glückstrasse 11, sowie bei allen Buchhandlungen und Postämtern Deutschlands und des Auslandes.

Inserate.
Die ganze Octavseite 24 Mark, jede achtel Octavseite oder deren Bruchtheil 3 Mark. Bei Wiederholungen die Hälfte.
Inserate für 12 Nummern werden mit 10 Mark, solche für 6 Nummern mit 12 Mark für die Seite berechnet.
Beilagen bei vorheriger Einsendung eines Probe-Exemplars nach Uebereinkunft.

Inhalt.

P. P.

Mit dieser Nummer schliesst der erste Band vorstehender Zeitschrift. Derselbe umfasst 412 Seiten Text mit 83 eingedruckten Holzschnitten und 30 lithographirten Tafeln. Alle grösseren Buchhandlungen sind in der Lage den completen Band zur Ansicht vorzulegen, und nehmen ebendieselben sowie alle Postanstalten

Abonnements-Auftrag

für den **jetzt beginnenden Jahrgang 1880** entgegen. Der Preis beträgt Mk. 20. jährlich und erfolgt bei etw. directer Bestellung von der Verlagshandlung directe frankirte Zusendung.

München,
Glückstrasse Nr. 11.

Hochachtungsvoll
R. Oldenbourg,
Verlagsbuchhandlung.

Beitrag zur Theorie der Heliostate.

Von

Johann Endlweber,

k. k. Aich-Inspector für Oberösterreich und Salzburg.

I.

Bei den optischen Versuchen von grösserer Dauer, die man mit Sonnenlicht anstellte, ergab sich bald als sehr bedeutender Uebelstand die fortwährende Richtungsänderung des Strahlenbündels, welches durch eine Oeffnung in das verdunkelte Arbeitszimmer eintrat. Man suchte nun diese Störung der Arbeiten zu heben, indem man einen beweglichen Spiegel aufstellte, welcher das Licht fortwährend nach der gewünschten Richtung reflectiren sollte — die Grundbedingung des Heliostaten war gefunden. So einfach das Princip dieser Apparate ist, eben so schwer lässt sich im Allgemeinen, ohne Zuhilfenahme der Rechnung, über die Bewegung der Spiegelnormale etwas Bestimmtes aussagen; dies ist nur bei den einfacheren Heliostaten — z. B. bei jenen von Fahrenheit und August — möglich.

Eine allgemeine Lösung des Problems, die Lage der Normale in irgend einem Augenblicke, bei einem beliebigen Heliostaten durch die Rechnung festzustellen, scheint noch nicht veröffentlicht zu sein; das Folgende soll daher einen Versuch bilden, diese theoretisch interessante Aufgabe zu behandeln.

Zu diesem Zwecke denken wir uns eine Lichtquelle, deren Projection an das Himmelsgewölbe während der Bewegungsdauer ihre Poldistanz nicht ändert. Diese Annahme trifft auch noch bei der Sonne zu, wenn die Versuche nicht mehrere Stunden währen, und selbst dann ist die Wirkung der geänderten Poldistanz eine sehr geringe. Die jeweilige Richtung der einfallenden Strahlen wird durch die Angabe bestimmt, welche Rectascension α und Poldistanz a jenem Orte an der feststehend gedachten Himmelskugel zukommt, an welchem sich die Sonne oder die Lichtquelle überhaupt projicirt, wenn das

Auge sammt dem Heliostaten sich im Mittelpunkte der Kugel befindet. Der Punkt am Himmelsgewölbe, nach welchem die vom Spiegel reflectirten Strahlen gerichtet sein sollen, habe die Rectascension β und die Poldistanz b. Die Normale des Spiegels muss den Winkel halbiren, welchen der einfallende und der reflectirte Strahl im Mittelpunkte der Kugel bilden. Dieser Winkel wird durch den Bogen des grössten Kreises gemessen, welcher zwischen den Projectionen der Sonne und des zu erhellenden Punktes am Himmelsgewölbe liegt; daraus ergibt sich, dass die Verlängerung der Normale die Mitte des erwähnten Kreisbogens treffen muss. Es handelt sich also bloss darum, die Coordinaten dieses Halbirungspunktes als Functionen der bekannten Poldistanzen a und b beider Projectionen und des mit der Zeit sich ändernden Rectascensionsunterschiedes $\alpha - \beta$ derselben festzustellen; hierbei ist zu bedenken, dass es genügt, die Rectascensionsdifferenz zwischen dem gesuchten und e i n e m der gegebenen Punkte durch eine Formel anzugeben. Die zu lösende Aufgabe ist jetzt auf folgendes Problem der sphärischen Trigonometrie zurückgeführt: In einem sphärischen Dreiecke werden zwei Seiten a und b nebst dem eingeschlossenen Winkel $C = \alpha - \beta$ gegeben; man zieht durch die Spitze C eine Transversale, welche die Gegenseite c halbirt. Wie gross ist die Länge dieser Transversalen innerhalb des Dreieckes und welchen Winkel bildet sie mit einer der gegebenen Dreieckseiten?

Es sei nun (Fig. 1) der in der Papierebene liegende grösste Kugelkreis der erste Meridian, von welchem aus die Rectascensionen gezählt werden; ferner sei A die Projection der Lichtquelle und B jene des Punktes, nach welchem die Strahlen reflectirt werden sollen. Der Punkt C stellt den Pol des Aequators vor und soll zugleich der Ausdruck für die Rectascensionsdifferenz $\alpha - \beta$ zwischen A und B sein. Die Rectascension von A wächst mit der Zeit, welche seit dem Durchgange der Sonne durch den ersten Meridian verflossen ist. Der Punkt N, in welchem die verlängerte Normale die Himmelskugel trifft, steht von A und von B gleich weit ab, wie bereits

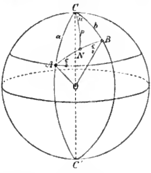


Fig. 1.

oben gezeigt wurde. Es ist nun der Bogen $CN = p$ und der Winkel $BCN = u$ zu bestimmen, um die Lage von N angeben zu können.

In dem sphärischen Dreiecke ACN gilt folgende Proportion:

$$\frac{\sin(C-u)}{\sin\frac{c}{2}} = \frac{\sin ANC}{\sin u} \tag{1}$$

und im Dreieck BNC ergibt sich:

$$\frac{\sin u}{\sin\frac{c}{2}} = \frac{\sin BNC}{\sin b}. \tag{2}$$

Aus der Zeichnung ersieht man, dass

$$BNC = \pi - ANC, \text{ also } \sin BNC = \sin ANC$$

ist. Verbindet man die Ausdrücke (1) und (2) durch Division, so bleibt

$$\frac{\sin(C-u)}{\sin u} = \frac{\sin b}{\sin a}, \tag{3}$$

aus welcher Gleichung sich u als Function der bekannten Grössen a, b und C berechnen lässt. Es wird

$$\operatorname{tg} u = \frac{\sin a \sin C}{\sin a \cos C + \sin b}. \tag{1}$$

Um einen Ausdruck für p zu finden, welcher nur die gegebenen Werthe a, b und C enthält, kann folgender Weg eingeschlagen werden. Aus dem sphärischen Dreiecke ANC folgt, nach einer Formel der sphärischen Trigonometrie:

$$\cot a \sin p = \cos p \cos(C-u) + \sin(C-u)\cot ANC \tag{4}$$

und aus dem Dreiecke BCN ergibt sich nach derselben Formel:

$$\cot b \sin p = \cos p \cos u + \sin u \cot BNC.$$

Da, wie oben gezeigt wurde, $BNC = \pi - ANC$ ist, so wird $\cot BNC = -\cot ANC$ und die letztentwickelte Beziehung lautet:

$$\cot b \sin p = \cos p \cos u - \sin u \cot ANC. \tag{5}$$

Eliminirt man aus den Relationen (4) und (5) den unbekannten Winkel ANC, so entsteht die folgende Gleichung:

$$\frac{\cot a \sin p - \cos p \cos(C-u)}{\cot b \sin p - \cos p \cos u} = -\frac{\sin(C-u)}{\sin u}. \tag{6}$$

Statt des hier erscheinenden Quotienten $\frac{\sin(C-u)}{\sin u}$ kann der Werth aus Gleichung (3) gesetzt werden; nach entsprechender Reduction nimmt Gleichung (6) folgende Gestalt an:

$$(\cos a + \cos b)\,\mathrm{tg}\, p = \sin a \cos(C-u) + \sin b \cos u.$$

Aus der Summe rechts vom Gleichheitszeichen werde sin a als Factor abgeschieden und statt des Quotienten $\frac{\sin b}{\sin a}$ der Werth aus Gleichung (3) substituirt. Das Ergebniss ist:

$$(\cos a + \cos b)\,\mathrm{tg}\, p = \frac{\sin a}{\sin u}\Big[\sin u \cdot \cos(C-u) + \cos u \sin(C-u)\Big].$$

Der eingeklammerte Ausdruck reducirt sich auf sin C und es wird

$$\mathrm{tg}\, p \cdot \sin u = \frac{\sin a \sin C}{\cos a + \cos b}. \tag{7}$$

Aus Gleichung (I) folgt:

$$\sin u = \frac{\sin a \sin C}{\sqrt{\sin^2 a + \sin^2 b + 2 \sin a \sin b \cdot \cos C}} \tag{8}$$

und mit Hilfe dieses Ausdruckes erhält man aus Gleichung (7) den Werth für tg p:

$$\mathrm{tg}\, p = \frac{\sqrt{\sin^2 a + \sin^2 b + 2 \sin a \cdot \sin b \cdot \cos C}}{\cos a + \cos b}. \tag{II}$$

Von dem Doppelzeichen, welches bei tg p erscheinen sollte, wird bloss das positive Vorzeichen beibehalten. Es existirt nämlich, wie leicht einzusehen, für eine gegebene Lage der beiden Punkte A und B stets nur eine Lage der Normale, welche den Bedingungen genügt, also auch nur ein Werth von p und einer von u. Hierdurch erscheint aber bloss gerechtfertigt, dass nur ein Zeichen gelten könne. Der Einwand, es könne eben so gut das negative wie das positive Vorzeichen beibehalten werden, lässt sich, wie folgt, beseitigen. Sind die beiden Bögen a und b kleiner als $\frac{\pi}{2}$, so ist es auch p, wie leicht einzusehen; tg p muss dann positiv sein. Nun ist aber sowohl cos a als auch cos b unter der gemachten Voraussetzung positiv; das Radical darf also nicht mit dem negativen Vorzeichen versehen werden, weil sonst tg $p < 0$, also $p > \frac{\pi}{2}$ würde, was einem früheren Schlusse widerspricht.

Zu demselben Resultate gelangt man unter der Voraussetzung, a und b seien grösser als $\frac{\pi}{2}$; es ist wohl unnöthig, dies ausführlich zu zeigen.

Die Grösse des Rectascensionsunterschiedes kann, wie oben angedeutet wurde, für jeden Moment berechnet werden; man ist also durch die Gleichungen (I) und (II) in den Stand gesetzt, die Lage der Normale in einem beliebigen Augenblicke durch Rechnung angeben zu können.

Um die Gleichung jener Kurve zu finden, welche der Endpunkt der Normale auf der Himmelskugel beschreibt, ist bloss erforderlich, eine Relation zwischen p und u aufzustellen, in welcher die Veränderliche C nicht vorkommt. Zu diesem Zwecke bildet man den Werth von $\operatorname{tg} p \cdot \cos u$, aus welchem, in Verbindung mit Gleichung (7), die Grösse C einfach eliminirt werden kann. Aus Gleichung (I) ergibt sich:

$$\cos u = \frac{\sin a \cos C + \sin b}{\sqrt{\sin^2 a + \sin^2 b + 2 \sin a \sin b \cos C}} \qquad (9$$

und somit wird

$$\operatorname{tg} p \cdot \cos u = \frac{\sin a \cdot \cos C + \sin b}{\cos a + \cos b}. \qquad (10$$

Die Gleichungen (7) und (10) können auch in folgender Weise geschrieben werden:

$$(\cos a + \cos b) \operatorname{tg} p \sin u = \sin a \sin C \qquad (7$$

$$(\cos a + \cos b) \operatorname{tg} p \cos u - \sin b = \sin a \cos C. \qquad (10$$

Quadrirt man beide Ausdrücke und verbindet sie hierauf durch Addition, so wird C eliminirt und es bleibt:

$$(\cos a + \cos b)^2 \operatorname{tg}^2 p - 2 \sin b (\cos a + \cos b) \operatorname{tg} p \cos u = \sin^2 a - \sin^2 b$$

die gesuchte Gleichung der Kurve, welche die verlängerte Normale am Himmel beschreibt.

Statt der Differenz $\sin^2 a - \sin^2 b$ kann auch gesetzt werden:

$$\cos^2 b - \cos^2 a = (\cos b + \cos a)(\cos b - \cos a).$$

Dividirt man nach Substitution dieses Ausdruckes in der obigen Gleichung sämmtliche Glieder derselben durch $\cos a + \cos b$, so lautet sie:

$$(\cos a + \cos b) \operatorname{tg}^2 p - 2 \sin b \operatorname{tg} p \cos u = \cos b - \cos a. \qquad (III$$

Es dürfte wohl von einigem Interesse sein, zu zeigen, wie die Gleichung (10) auch direct mit der Benützung der sphärischen Dreiecke ACN, BCN und ABC abgeleitet werden kann.

Im Dreiecke ACN ist

$$\cos a = \cos\frac{c}{2}\cos p + \sin\frac{c}{2}\sin p \cos ANC. \qquad (11$$

Im Dreiecke BCN gilt, mit Berücksichtigung von $BNC = \pi - ANC$, die Beziehung:

$$\cos b = \cos\frac{c}{2}\cos p - \sin\frac{c}{2}\sin p \cos ANC. \qquad (12$$

Verbindet man die Ausdrücke (11) und (12) durch Addition, so wird

$$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{c}{2}\cos p$$

oder in anderer Form:

$$2\cos\frac{c}{2} = \frac{\cos a + \cos b}{\cos p}. \qquad (13$$

Aus dieser Gleichung muss nun die nicht direct bekannte Dreieckseite c eliminirt werden. Dies gelingt, wenn man bedenkt, dass aus dem Dreiecke BCN sich die Relation ableiten lässt:

$$\cos\frac{c}{2} = \cos b\cos p + \sin b\sin p\cos u. \qquad (14$$

Die Ausdrücke (13) und (14) durch Multiplication verbunden liefern:

$$2\cos^2\frac{c}{2} = (\cos a + \cos b)\cos b + \sin b\,(\cos a + \cos b)\,\mathrm{tg}\,p\cos u.$$

Subtrahirt man beiderseits die Einheit, berücksichtigt, dass

$$2\cos^2\frac{c}{2} - 1 = \cos c$$

ist, bringt man ferner alle Glieder, welche u und p nicht enthalten, auf die eine Seite der Gleichung und dividirt diese in allen Theilen durch $\sin b$, so wird

$$(\cos a + \cos b)\,\mathrm{tg}\,p\cos u = \frac{\cos c - \cos a\cos b}{\sin b} + \sin b.$$

In dem grossen Dreiecke ABC ist

$$\cos c = \cos a\cos b + \sin a\sin b\cos C.$$

Mit Berücksichtigung dieser Relation verwandelt sich die obige Gleichung in folgende:

$$\mathrm{tg}\,p\cos u = \frac{\sin a\cos C + \sin b}{\cos a + \cos b}. \qquad (10$$

welcher Ausdruck mit Gleichung (10) identisch ist.

Nach dieser Abschweifung soll nun die durch Gleichung (III) dargestellte Kurve einer näheren Betrachtung unterzogen werden. Die Gleichungen (I) und (II) und die aus beiden sich ergebende Gleichung (III) enthalten alles, was sich über die Bewegung der Normale sagen lässt. Zuvörderst ist klar, dass die betrachtete krumme Linie allseitig geschlossen sein muss. Dies ergibt sich bereits aus der angenommenen Bewegung der Sonne in einem bestimmten gegebenen Parallelkreise und lässt sich auch aus Gleichung (III) ableiten. Sobald nämlich u, successive alle Werthe durchlaufend, um 2π zugenommen hat, aber auch nur dann, erhält $\operatorname{tg} p$ wieder dieselbe Grösse — vorausgesetzt, dass weder a noch b inzwischen eine Aenderung erlitten haben. Die Normale trifft also neuerdings den Punkt, nach welchem sie zielte, als u seinen Anfangswerth hatte, und setzt ihre Bewegung in derselben Kurve fort, in welcher sie das erste Mal erfolgte. Eben so leuchtet ein, dass die Kurve keine Schleife, Spitze etc. bilden könne.

Nun soll nachgewiesen werden, dass die durch Gleichuug (III) bestimmte Kurve im Allgemeinen nicht eben sein kann. Eine Kugel und eine Ebene geben als Schnittlinie jederzeit einen Kreis und ein solcher, aus einem beliebigen Punkte des Raumes auf irgend eine Ebene projicirt, erzeugt als Projection jedenfalls einen Kegelschnitt, also eine Kurve zweiten Grades. Wäre also die zu untersuchende Kurve plan, so müsste die Gleichung ihrer Projection, in Orthogonalcoordinaten ausgedrückt, vom zweiten Grade sein. Um die bisher benützten Polarcoordinaten in rechtwinklige umzuwandeln, legt man das neue Achsensystem am besten so, dass der Ursprung desselben in den Kugelmittelpunkt fällt, die xy-Ebene den Aequator und die xz-Ebene den Meridian $u = 0$ enthält. Dann ist, wenn x, y, z die Orthogonalcoordinaten eines Kurvenpunktes bezeichnen und der Kugelhalbmesser der Einheit gleichgesetzt wird, nach den bekannten Formeln

$$x = \sin p \cos u$$
$$y = \sin p \sin u$$
$$z = \cos p.$$

Daraus erhält man unmittelbar:

$$\operatorname{tg} u = \frac{y}{x}$$

also

$$\cos u = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

und mit Hilfe dieses Ausdruckes findet man:

$$\operatorname{tg} p = \frac{1}{z} \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Setzt man die so erhaltenen Werthe von $\cos u$ und $\operatorname{tg} p$ nach Gleichung (III), so wird

$$(\cos a + \cos b) \frac{x^2 + y^2}{z^2} - 2 \sin b \frac{x}{z} = \cos b - \cos a. \qquad (15$$

Diese Relation in Verbindung mit

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

der Gleichung der Kugel bestimmt die Projection der betrachteten Kurve auf die Ebene der xy, wenn aus beiden Ausdrücken die Ordinate z eliminirt wird. Nach einer kurzen Reduction zeigt sich bereits, dass die Gleichung jedenfalls von höherem als dem zweiten Grade hinsichtlich der Veränderlichen ist, dass also die Kurve im Allgemeinen nicht eben sein kann. Es ist natürlich nicht ausgeschlossen, dass für gewisse besondere Werthe von a und b dennoch ein Kreis den Bedingungen der Aufgabe genügt und dass sodann die Projection der Kurve ein Kegelschnitt ist. Diese Specialfälle sollen später von einem anderen Gesichtspunkte erörtert werden.

Die Grösse u bezeichnet bekanntlich den Winkel zwischen den Meridianen des Ortes, nach welchem die Normale zielt, und desjenigen Punktes, nach welchem das Licht vom Spiegel reflectirt werden soll. Vertauscht man u mit $-u$, so wird in Gleichung (III) gar nichts geändert, weil $\cos u = -\cos u$ ist. Daraus geht hervor, dass die Kurve, welche die verlängerte Normale auf der Kugelfläche beschreibt, symmetrisch in Beziehung auf den Meridian des zu beleuchtenden Punktes liegt. Diese Eigenschaft lässt sich übrigens auch ohne Rechnung angehen.

Die betrachtete krumme Linie schneidet im Allgemeinen den Aequator nicht; hat sie aber einen einzigen Punkt mit demselben gemein, so fällt sie vollständig mit ihm zusammen. Diese Eigenschaft lässt sich auf folgende Art beweisen. Dividirt man Gleichung (III) in allen Theilen durch $\operatorname{tg}^2 p$, so erhält man:

$$\cos a + \cos b - 2 \sin b \frac{\cos u}{\operatorname{tg} p} = \frac{\cos b - \cos a}{\operatorname{tg}^2 p}.$$

Wird hierin $p = \frac{\pi}{2}$ gesetzt, so ergibt sich die Bedingung:

$$\cos a + \cos b = 0.$$

welche im Allgemeinen nicht erfüllt ist. Gilt aber diese Beziehung, d.h. ist $a + b = \pi$, so wird $p = \frac{\pi}{2}$, welche Werthe auch u annehmen möge. Für diesen Fall bewegt sich die Normale in der Ebene des Aequators. Die hier entwickelte Eigenschaft findet sich, wie später gezeigt werden soll, bei dem nach August benannten Heliostaten verwerthet.

Die Normale befindet sich stets auf einer und derselben Seite des Aequators; hierbei können nun, wie leicht einzusehen ist, zwei Fälle eintreten. Entweder umkreist die betrachtete Kurve den Himmelspol C, oder sie umschliesst ihn nicht; es frägt sich nun, wann findet das Eine und wann das Andere statt?

In einer quadratischen Gleichung mit reellen Coëfficienten, welche die Form besitzt:

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0,$$

haben, wie bekannt, die beiden Wurzeln gleiche Vorzeichen, wenn der Quotient $\frac{\gamma}{\alpha}$ oder, was dasselbe ist, das Product $\alpha\gamma$ positiv ist; die beiden Wurzeln haben verschiedene Wurzeln, wenn $\alpha\gamma < 0$. Ob die beiden gleich bezeichneten Werthe das positive und negative Vorzeichen besitzen, ergibt sich durch die Betrachtung des Bruches $\frac{\beta}{\alpha}$ oder des Productes $\alpha\beta$. Ist dasselbe positiv, so sind die beiden Wurzeln negativ bezeichnet, und umgekehrt.

Die Gleichung (III) liefert für jeden Werth von u zwei Werthe von p, also die Poldistanzen zweier Punkte der Kurve, welche auf demselben Meridian liegen. Sind nun beide Wurzelwerthe stets gleich bezeichnet, so kann die krumme Linie den Pol nicht umschliessen, wie leicht einzusehen ist. Ein verschiedenes Zeichen der beiden Wurzeln für $\operatorname{tg} p$ bedingt, dass der Pol C oder jener C' im Innern des von der Kurve umschlossenen Theiles der Kugelfläche liegt. So lange $\cos^2 a > \cos^2 b$, liefert Gleichung (III) zwei gleich bezeichnete Werthe von $\operatorname{tg} p$. Dieselben sind positiv, die Krumme befindet sich auf derselben Seite des Aequators, auf welcher der Pol C liegt, wenn $-\frac{\sin b \cos u}{\cos a + \cos b}$ negativ ausfällt. Da der Bogen b stets kleiner als π ist, der Werth von u bei einem Heliostaten als zwischen $+\frac{\pi}{2}$ und $-\frac{\pi}{2}$ liegend angenommen werden kann, ohne der Allgemeinheit der

Formeln Abbruch zu thun, so muss in diesem Falle $\cos a + \cos b > 0$ werden. Die Verlängerung der Normale trifft die Himmelskugel auf der dem Pole C' entsprechenden Halbkugel, wenn $\cos a + \cos b < 0$ wird, wobei selbstverständlich die Bedingung $\cos^2 a > \cos^2 b$ bestehen bleibt. Der zweite Fall, dass nämlich die Kurve sich rings um den Pol erstrecke, erledigt sich in ganz ähnlicher Weise; es muss nämlich die Ungleichheit bestehen: $\cos^2 a < \cos^2 b$. Ob die krumme Linie dem Pole C oder C' näher liege, wird auf dieselbe Art wie oben durch Betrachtung der Summe $\cos a + \cos b$ gezeigt.

Noch soll hier eines Umstandes Erwähnung gethan werden, welcher sich auf den Fall bezieht, in welchem die Kurve zwischen dem Punkt C' und dem Aequator liegt, gleichviel ob sie den Pol umgibt oder nicht. Es kann nämlich der Fall eintreten, dass manche Werthe von $\operatorname{tg} p$ so beschaffen sind, dass die entsprechenden Bögen kleiner als $\frac{\pi}{2}$ sind, während es auch Werthe von $\operatorname{tg} p$ gibt, für welche die zugehörigen Bögen grösser als $\frac{\pi}{2}$ genommen werden müssen. Unter diesen Umständen hat man den gefundenen Werth, der kleiner als $\frac{\pi}{2}$ ist, um π zu vergrössern, wodurch aber das Vorzeichen von $\operatorname{tg} p$ nicht geändert wird. Die Rechtfertigung dieses Vorganges liegt in der bereits früher entwickelten Eigenschaft der Kurve, nie den Aequator zu schneiden.

Man kann jetzt die Frage stellen: Welchen Winkel φ bildet die durch Gleichung (III) gegebene Linie in irgend einem Punkte, dessen Coordinaten u und p sind, mit dem Meridian desselben Ortes? Diese Aufgabe kann auf eine ähnliche Art gelöst werden, wie jene über die Bestimmung des Winkels, welchen die tangirende Gerade irgend eines Punktes einer ebenen Kurve mit der Abscissenachse einschliesst. Der unendlich nahe Punkt (Fig. 2) hat die Coordinaten $u + du$ und $p + dp$; als Neigungswinkel φ soll jener Winkel gewählt werden, für welchen, mit

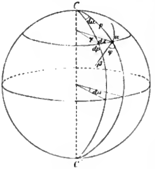


Fig. 2.

wachsendem u und p, auch $\cot\varphi$ positiv wird. Aus Fig. 2 ersieht man, dass in dem unendlich kleinen Dreiecke $\alpha\beta\gamma$, welches als eben betrachtet werden kann, die Gleichung besteht:

$$\cot\varphi = \frac{dp}{ds}, \tag{16}$$

wobei ds der Bogen $\alpha\gamma$ des Parallelkreises von der Poldistanz p ist, welcher einem Centriwinkel du entspricht. Der Halbmesser ϱ dieses Parallelkreises ist, vorausgesetzt, der Kugelradius betrage die Einheit:

$$\varrho = \sin p.$$

Der Bogen ds hat somit die Länge

$$ds = \varrho \cdot du = \sin p \cdot du,$$

und dies nach Gleichuug (16) gesetzt liefert:

$$\cot\varphi = \frac{1}{\sin p} \cdot \frac{dp}{du} \tag{17}$$

als allgemeinen Ausdruck für den Neigungswinkel einer krummen Linie, den dieselbe in irgend einem Punkte mit dem Meridian desselben bildet.

Aus Gleichung (III) geht durch Differentiation hervor, wenn u als unabhängig veränderliche Grösse betrachtet wird:

$$\frac{dp}{du} = \frac{\sin b \sin u \sin p \cos p}{(\cos u + \cos b)\,\mathrm{tg}\, p - \sin b \cos u}, \tag{18}$$

und dies in Gleichung (17) substituirt ergibt:

$$\cot\varphi = \frac{\sin b \sin u \cos p}{(\cos a + \cos b)\,\mathrm{tg}\, p - \sin b \cos u}. \tag{IV}$$

Mit dieser Formel lassen sich leicht die Coordinaten jener Punkte ermitteln, in welchen die Kurve einen Meridian senkrecht durchschneidet. Diese Orte sind zugleich diejenigen Kurvenpunkte, welchen die grösste oder die kleinste Poldistanz zukommt. Für die Bestimmung derselben hätte man zu setzen:

$$\frac{dp}{du} = 0.$$

Dann wird aber nach Gleichung (17) auch $\cot\varphi$ der Nulle gleich; es fallen also die Punkte grösster und kleinster Poldistanz mit jenen zusammen, in welchen die krumme Linie einen Meridian senkrecht

trifft, da über dies der zweite Factor von $\cot\varphi$, nämlich $\frac{1}{\sin p}$, im Allgemeinen nie verschwinden kann. Damit $\cot\varphi = 0$ werde, muss entweder der Zähler in Gleichung (IV) Null oder der Nenner unendlich gross werden. Das Erstere geschieht, wenn entweder $\sin u = 0$ oder $\cos p = 0$; das Letztere ist der Fall, wenn $\operatorname{tg} p$ einen unendlich grossen Werth annimmt. Diese Bedingung ist übrigens bereits in $\cos p = 0$ enthalten, braucht daher nicht weiter berücksichtigt zu werden. Die Gleichung $\cos p = 0$ ergibt $p = \frac{\pi}{2}$. Für diesen Werth fällt aber, wie früher nachgewiesen wurde, die krumme Linie in ihrer ganzen Ausdehnung mit dem Aequator zusammen, wenn ausserdem noch $\cos a + \cos b = 0$ stattfindet. Die Bedingung des senkrechten Durchschneidens ist dann für a l l e Meridiane erfüllt.

Die Relation $\sin u = 0$ gibt $u = 0$ oder $u = \pi$, also in beiden oder überhaupt in allen Lösungen den Meridian desjenigen Punktes, nach welchem der Strahl vom Spiegel reflectirt werden soll. Setzt man in Gleichung (III) für u die Nulle, so erscheint der Doppelwerth

$$\operatorname{tg} p = \frac{\sin b \pm \sin a}{\cos a + \cos b} = \operatorname{tg} \frac{b \pm a}{2}. \tag{19}$$

Es wäre sehr irrig, hieraus ohne weiters folgern zu wollen, es sei $p = \frac{b \pm a}{2}$; denn dadurch würde der Umstand, dass die krumme Linie, welche von der Normale am Himmelsgewölbe beschrieben wird, den Aequator niemals treffen darf, gar nicht berücksichtigt. Nimmt man nämlich an, b und a seien derart beschaffen, dass $\frac{b + a}{2} > \frac{\pi}{2}$ ausfällt, so darf kein Werth von p kleiner oder auch nur gleich der Grösse $\frac{\pi}{2}$ sein, wie aus der angeführten Eigenschaft unzweifelhaft hervorgeht. Die Werthe, welche a und b annehmen können, sind stets positiv und kleiner als π; die Grösse $\frac{b - a}{2}$ wird daher kleiner als $\frac{\pi}{2}$ sein müssen, was aber unter der gemachten Voraussetzung unzulässig ist. In diesem Falle muss der Bogen $\frac{b - a}{2}$ um den Werth π vermehrt werden, welche Vergrösserung aber das Vorzeichen von $\operatorname{tg} p$ nicht ändert. Sind dagegen b und a kleiner als $\frac{\pi}{2}$, so gilt die Gleichung:

$$p = \frac{b \pm a}{2}$$

ohne jede Einschränkung.

Die Gleichung (19) gestattet auch Schlüsse über die Lage der Kurve bezüglich der Pole, welche selbstverständlich mit den bereits aus Gleichung (III) gezogenen vollkommen übereinstimmen. Die Discussion soll hier in Kürze gezeigt werden, weil sie die Ergebnisse in einer von der früheren etwas abweichenden Form liefert. Zuerst werde angenommen, a und b hätten derartige Werthe, dass $\frac{b+a}{2} < \frac{\pi}{2}$ sei; dann muss, wenn $b - a < 0$ oder $b < a$ wird, die Kurve den Pol umschliessen. Die Punkte grösster und kleinster Poldistanz liegen dann auf verschiedenen Seiten des Poles, natürlich im selben Meridian, und die Kurve erstreckt sich um den Punkt C. Ist $b - a > 0$, also $b > a$, so befindet sich, wie leicht einzusehen, der Pol C ausserhalb des von der krummen Linie umschlossenen Theiles der Kugelfläche. Besitzen dagegen b und a Werthe von solcher Beschaffenheit, dass $\frac{b+a}{2} > \frac{\pi}{2}$ wird, so muss für $\frac{b-a}{2}$, wie oben gezeigt wurde, $\pi + \frac{b-a}{2}$ gesetzt werden. Die Summe $\frac{b+a}{2}$ kann die Grösse π nie überschreiten. Damit nun die Kurve den Pol C', also auch C umschliesse, ist nothwendig, dass der Ausdruck $\pi + \frac{b-a}{2} > \pi$ werde. Dann liegt der entsprechende Punkt, mit jenem von der Poldistanz $\frac{b+a}{2}$ verglichen, auf verschiedenen Seiten des Poles. Die geforderte Bedingung findet statt, wenn $b > a$ ist, d. h. wenn die Lichtquelle dem Pole C näher steht, als der zu erhellende Punkt. Wird $b < a$, so muss naturgemäss $b - a < 0$ sein, oder, was dasselbe ist, $\pi + \frac{b-a}{2}$ wird kleiner als π. Unter dieser Annahme fallen die beiden Orte auf dieselbe Seite, vom Pole aus gesehen, und sowohl C als auch C' liegen ausserhalb der krummen Linie.

Man wird sehr leicht bemerken, dass die Bedingung zur Entstehung einer circumpolaren Kurve verschieden ist, je nachdem $\frac{b+a}{2} \gtrless \frac{\pi}{2}$ ausfällt. Werden aber die Poldistanzen im Falle $\frac{b+a}{2} > \frac{\pi}{2}$ von C' ausgezählt, so tritt sofort die Uebereinstimmung zu Tage.

Mit Hilfe der Gleichung (IV) können auch jene Punkte ermittelt werden, in welchen die krumme Linie einen Meridian tangirt, für welche also $\varphi = 0$ und $\cot \varphi = \infty$ wird. Eine solche Berührung ist selbstverständlich nur dann möglich, wenn die Kurve den Pol nicht umgibt. Die analytische Bedingung ist, weil der Zähler in Gleichung (IV) nicht unendlich gross werden kann, dass der Nenner verschwinde, also

$$(\cos a + \cos b) \operatorname{tg} p - \sin b \cdot \cos u = 0. \qquad (20$$

Aus dieser Gleichung in Verbindung mit

$$(\cos a + \cos b) \operatorname{tg}^2 p - 2 \sin b \operatorname{tg} p \cos u = \cos b - \cos a \qquad (III$$

sind die beiden Coordinaten der Berührungspunkte zu bestimmen. Es werden im Allgemeinen stets zwei derselben existiren, welche in Beziehung auf den Meridian $u = 0$ symmetrisch angeordnet sind. Setzt man den Werth von $\sin b \cos u$ aus Gleichung (20) nach Gleichung, (III), so erhält man:

$$\operatorname{tg} p = \pm \sqrt{\frac{\cos a - \cos b}{\cos a + \cos b}}. \qquad (21$$

Das hier erscheinende doppelte Vorzeichen weist scheinbar auf zwei Punkte von verschiedener Poldistanz hin, während wegen der Symmetrie der Kurve bloss ein einziger Werth zulässig ist. Man kann aber das Doppelzeichen durch eine ähnliche Discussion, wie sie bezüglich der Gleichung (II) angewendet wurde, auf das positive Vorzeichen reduciren; hierbei ist es sehr zu empfehlen, den Nenner in Gleichung (21) rational zu machen.

Es liesse sich allerdings untersuchen, wann Gleichung (21) reelle Werthe für p liefert; dies wäre aber nur eine Wiederholung der bereits oben mit Hilfe der Gleichung (III) durchgeführten Discussion, welche sich auf das Vorzeichen der Wurzeln bezog und daraus Schlüsse über die Lage der Kurve gegen den Pol ableitete.

Die Gleichung (21) gestattet die Transformation

$$\operatorname{tg} p = \sqrt{\operatorname{tg} \frac{b + a}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{b - a}{2}}.$$

Aus Gleichung (19) ist der Werth der grössten und kleinsten Poldistanz bekannt, und man kann durch Vergleichung folgenden Satz aufstellen: Die goniometrische Tangente der Poldistanz jener Punkte, in welchen die Kurve und ein Meridian sich berühren, ist die mittlere geometrische Proportionale zwischen den goniometrischen Tangenten

der Bögen, um welche die Punkte grösster und kleinster Poldistanz vom Pole abstehen.

Die Grösse von u, für welche $q = 0$ wird, bestimmt sich aus der Gleichung

$$(\cos a + \cos b)\operatorname{tg} p - \sin b \cos u = 0, \qquad (20$$

wenn man darin den eben gefundenen Werth $\operatorname{tg} p$ substituirt:

$$\cos u = \frac{1}{\sin b}\sqrt{\cos^2 a - \cos^2 b}. \qquad (22$$

Man erhält so zwei Werthe von u, nämlich $+u$ und $-u$, welchen aber ein und derselbe Werth von p zukommt.

Für $a = b$ wird nach den Formeln (21) und (22) $p = 0$ und $u = \frac{\pi}{2}$; die krumme Linie tangirt dann im Polpunkte einen Meridian, welcher senkrecht auf dem des lichtempfangenden Punktes steht.

Es soll nun gezeigt werden, dass die gleichen Poldistanzen jener Punkte einer circumpolaren Kurve, für welche u den Werth $\frac{\pi}{2}$ annimmt, in einfachen Beziehungen zu einigen der bereits entwickelten Sätze stehen. Wird in Gleichung (III) die Substitution $u = \frac{\pi}{2}$ vorgenommen und sodann $\operatorname{tg} p$ berechnet, so ergibt sich:

$$\operatorname{tg} p = \pm \sqrt{\frac{\cos b - \cos a}{\cos b + \cos a}}. \qquad (23$$

In diesem Falle hat das doppelte Vorzeichen seine Berechtigung, indem die Poldistanzen der beiden Punkte nach gerade entgegengesetzten Richtungen gezählt werden. Das Doppelzeichen könnte übrigens auch umgangen werden, wenn man annimmt, der eine Werth von p entspreche dem Werthe $u = \frac{\pi}{2}$, der andere aber $u = \frac{3\pi}{2}$. Durch diese Annahme wird an der Richtigkeit der Formel nichts geändert.

Die Gleichung (23) stimmt bis auf das Vorzeichen der Differenz $\cos b - \cos a$ mit Formel (21) überein. Hieraus kann man eine merkwürdige Folgerung ziehen. Ist zuerst $\cos^2 b > \cos^2 a$, nähern sich aber die Werthe a und b beständig, so nimmt die Poldistanz im Meridian $u = \frac{\pi}{2}$ eben so continuirlich ab und wird 0 für $a = b$.

Sobald $\cos^2 b < \cos^2 a$ wird, erhält p in Gleichung (23) complexe Werthe; in diesem Falle trifft, wie bereits gezeigt wurde, die Kurve den Meridian $u = \frac{\pi}{2}$ nicht mehr. Die Formel (21) liefert dann ein reelles Resultat und aus dem Schnittpunkte zwischen der Kurve und dem Meridian ist ein Berührungspunkt geworden. Sobald Gleichung (23) keine reellen Werthe mehr liefert, ist natürlich auch der Werth von u, welcher dem Berührungspunkte zukommt, von $\frac{\pi}{2}$ verschieden und variabel mit a und b.

Die Relation (23) gestattet eine Transformation in die Form

$$\operatorname{tg} p = \pm \sqrt{\operatorname{tg}\frac{a+b}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{a-b}{2}},$$

welche, wie auch eine frühere Gleichung, zur numerischen Berechnung bequemer ist, wenn diese überhaupt je nothwendig sein sollte.

Aus Gleichung (II) lassen sich auf sehr einfache Weise jene Verhältnisse bestimmen, unter welchen p eine constante, von dem veränderlichen Winkel C unabhängige Grösse wird. Dann muss entweder der Factor von C in Gleichung (II) verschwinden, oder es muss der Nenner gleich Null, der Bruch also unendlich gross werden; ein dritter Fall ist nicht möglich. Die erste Annahme liefert

$$\sin a \sin b = 0,$$

also entweder $a = 0$ oder $b = 0$. Die Relation $a = 0$ ist unthunlich, weil dann der Lichtpunkt mit dem Pole zusammenfällt, sich also gar nicht bewegt und der Heliostat überflüssig wird; ausserdem ist zu erwägen, dass der Lichtquelle unmöglich ein bestimmter Ort angewiesen werden kann. Die Gleichung $b = 0$ erfordert, dass der vom Spiegel reflectirte Strahl nach dem Pole gerichtet sei. Dies erzielt bekanntlich der von Fahrenheit construirte Heliostat. Ausser den Lösungen $a = 0$ und $b = 0$ sind aber auch noch folgende möglich: $a = \pi$ und $b = \pi$. Diese liefern bei der Discussion genau die gleichen Resultate wie die ersteren.

Es ist wohl unnöthig, mit Hilfe der Gleichung (I) und (II) zu zeigen, dass für $b = 0$ oder $b = \pi$ die Normale sich stets in der Meridianebene des Lichtpunktes befindet und dass ihr Endpunkt einen Parallelkreis am Himmel beschreibt, dessen Abstand vom Pole C entweder $\frac{a}{2}$ oder $\frac{\pi + a}{2}$ beträgt, je nachdem $b = 0$ oder $b = \pi$ ist.

Die zweite Möglichkeit, p von C unabhängig zu machen, besteht, wie oben erwähnt, darin, den Nenner in Gleichung (II) der Nulle gleich zu setzen; dann ist $p = \frac{\pi}{2}$ für jeden Werth von C und also auch von u und die mit dem Aequator identische Kurve schneidet alle Meridiane unter rechten Winkeln, wie auch schon aus früheren Betrachtungen hervorgeht. Aus der Bedingung

$$\cos a + \cos b = 0$$

folgt $b = \pi - a$ oder

$$b - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - a,$$

d. h. der zu erhellende Punkt muss sich eben so weit südlich vom Aequator befinden, als der leuchtende nördlich von demselben liegt, und umgekehrt. Die Verwirklichung dieses Satzes ist der Heliostat von August.

II.

Die im vorigen Abschnitte angestellten Betrachtungen setzen voraus, dass die Poldistanz der Sonne während der Versuchsdauer constant bleibe und dass sich die Spiegelnormale genau den entwickelten Gesetzen gemäss bewege. Diese Bedingungen werden in der Praxis nie vollkommen erfüllt sein; daraus resultirt nun die Aufgabe, mit Hilfe der entwickelten Formeln den Einfluss der verschiedenen Fehler auf die Coordinaten des erhellten Punktes zu bestimmen. Je grösser derselbe ist, desto ungünstiger sind die Umstände für die Wirksamkeit des Heliostaten, welcher ja vor allem andern die Erzielung eines Stralenbündels von constanter Richtung bezweckt. Zur Bestimmung des Einflusses der verschiedenen Fehler in der Bewegung auf die Lage des erhellten Punktes können die Gleichungen (7) und (10) verwendet werden. Bedenkt man, dass $C = \alpha - \beta$ ist, wo α und β die Rectascensionen des leuchtenden und des zu beleuchtenden Punktes sind, so lauten die oben citirten Relationen:

$$f(p, u, \alpha, a, b, \beta) = (\cos a + \cos b) \operatorname{tg} p \sin u - \sin a \sin(\alpha - \beta) = 0. \quad (7$$

$$F(p, u, \alpha, a, b, \beta) = (\cos a + \cos b) \operatorname{tg} p \cos u - \sin a \cos(\alpha - \beta) - \sin b = 0. \quad (10$$

Die Grössen p, u und α sind an und für sich während der Bewegung Veränderungen unterworfen, welche durch dp, du und $d\alpha$ bezeichnet werden sollen. Die nicht in den Bewegungsgesetzen enthaltenen Aenderungen von p, u, α, a, b und β sollen, zum Unterschiede

von dem gesetzmässigen Zuwachs einzelner Grössen durch δp, δu, δa, $\delta \alpha$, δb und $\delta \beta$ ausgedrückt werden. Unter der Annahme solcher Fehler verursachenden Aenderungen geht die Gleichung

$$f(p, u, a, \alpha, b, \beta) = 0$$

über in die folgende:

$$f[p+dp+\delta p,\ u+du+\delta u,\ a+da+\delta a,\ \alpha+\delta \alpha,\ b+\delta b,\ \beta+\delta\beta]=0.$$

welche nach dem **Taylor**'schen Lehrsatze entwickelt, gibt:

$$\left.\begin{aligned} 0 = f(p, u, a, \alpha, b, \beta) + \left(\frac{df}{dp}\right)[dp + \delta p] + \left(\frac{df}{du}\right)[du + \delta u] + \\ + \left(\frac{df}{da}\right)[da + \delta a] + \left(\frac{df}{d\alpha}\right)\delta \alpha + \\ + \left(\frac{df}{db}\right)\delta b + \left(\frac{df}{d\beta}\right)\delta\beta + \cdots \end{aligned}\right\} \quad (24$$

Der Ausdruck muss Null sein, weil die Funktion f durch die geänderten Werte ebenfalls erfüllt sein muss, indem der Stral, welcher von dem Punkte mit den Coordinaten $\alpha + \delta \alpha$, $a + da + \delta a$ ausgeht, unter allen Umständen nach einem Orte reflektirt wird, dessen Coordinaten $b + \delta b$ und $\beta + \delta \beta$ sind, wenn die Verlängerung der Normale einen Punkt mit den Coordinaten $p + dp + \delta p$ und $u + du + \delta u$ trifft.

Nimmt man an, es seien nur p, u und a variabel, wie dies auch in den Betrachtungen des vorigen Abschnittes vorausgesetzt wurde, so besteht zwischen den gesetzmässigen Aenderungen dieser Grössen die bekannte Beziehung:

$$\left(\frac{df}{dp}\right)dp + \left(\frac{df}{du}\right)du + \left(\frac{df}{da}\right)da = 0. \quad (25$$

Die Gleichung (24) enthält Theile, welche sich auf die regelmässige, und solche, welche sich auf die störende Bewegung beziehen. Die nach den früher entwickelten Gesetzen platzgreifende Verrückung der Normale infolge der Fortbewegung der Sonne im Parallelkreise beeinflusst die Lage des beleuchteten Punktes gar nicht, da dies als nothwendige Eigenschaft des Heliostaten von vornherein berücksichtigt wurde. Die Relation (25) ist erfüllt, wenn unter dp, du und da die in demselben kurzen Zeitabschnitte vor sich gehenden Aenderungen von p, u und a verstanden werden, welche keine Verschiebung von B (Fig. 1) zur Folge haben. Da Gleichung (24) unter der allgemeinen

Annahme regelmäfsiger und beliebiger störender Bewegungen, welche gleichzeitig wirken, abgeleitet wurde, so müssen die Ausdrücke (24) und (25) zugleich bestehen. Da Gleichung (25) vollständig in Gleichung (24) erscheint, daher sehr leicht eliminirt werden kann, und da überdies

$$f(p, u, \alpha, a, b, \beta) = 0$$

ist, so geht Gleichung (24) über in die folgende:

$$\left(\frac{df}{dp}\right)\delta p + \left(\frac{df}{du}\right)\delta u + \left(\frac{df}{d\alpha}\right)\delta\alpha + \left(\frac{df}{da}\right)\delta a + \left(\frac{df}{db}\right)\delta b + \left(\frac{df}{d\beta}\right)\delta\beta = 0. \quad (26$$

In derselben Weise kann man aus

$$F(p, u, \alpha, a, b, \beta) = 0$$

eine Beziehung von gleichem Bau wie Gleichung (26) herleiten, in welcher bloss F an die Stelle von f getreten ist; sie lautet:

$$\left.\begin{array}{c}\left(\frac{dF}{dp}\right)\delta p + \left(\frac{dF}{du}\right)\delta u + \left(\frac{dF}{d\alpha}\right)\delta\alpha + \left(\frac{dF}{da}\right)\delta a + \left(\frac{dF}{db}\right)\delta b + \\ + \left(\frac{dF}{d\beta}\right)\delta\beta = 0.\end{array}\right\} \quad (27$$

Diese zwei Differentialgleichungen reichen vollkommen hin, um δb und $\delta\beta$, die Grössen der Coordinatenveränderungen des erhellten Punktes zu bestimmen. Man findet durch Auflösung derselben nach δb und $\delta\beta$, wenn nach δp, δu, $\delta\alpha$ und δa geordnet und der gemeinschaftliche Nenner

$$\left(\frac{df}{db}\right)\left(\frac{dF}{d\beta}\right) - \left(\frac{dF}{db}\right)\left(\frac{df}{d\beta}\right) = N$$

gesetzt wird:

$$\left.\begin{array}{l}\delta b = \frac{\left(\frac{df}{d\beta}\right)\left(\frac{dF}{dp}\right) - \left(\frac{dF}{d\beta}\right)\left(\frac{df}{dp}\right)}{N} \cdot \delta p + \\ + \frac{\left(\frac{df}{d\beta}\right)\left(\frac{dF}{du}\right) - \left(\frac{dF}{d\beta}\right)\left(\frac{df}{du}\right)}{N} \cdot \delta u + \\ + \frac{\left(\frac{df}{d\beta}\right)\left(\frac{dF}{d\alpha}\right) - \left(\frac{dF}{d\beta}\right)\left(\frac{df}{d\alpha}\right)}{N} \cdot \delta\alpha + \\ + \frac{\left(\frac{df}{d\beta}\right)\left(\frac{dF}{da}\right) - \left(\frac{dF}{d\beta}\right)\left(\frac{df}{da}\right)}{N} \cdot \delta a.\end{array}\right\} \quad (28$$

$$\left.\begin{aligned}\delta\beta = & \frac{\left(\frac{dF}{db}\right)\left(\frac{df}{dp}\right)-\left(\frac{df}{db}\right)\left(\frac{dF}{dp}\right)}{N}\cdot\delta p + \\ + & \frac{\left(\frac{dF}{db}\right)\left(\frac{df}{du}\right)-\left(\frac{df}{db}\right)\left(\frac{dF}{du}\right)}{N}\cdot\delta u + \\ + & \frac{\left(\frac{dF}{db}\right)\left(\frac{df}{d\alpha}\right)-\left(\frac{df}{db}\right)\left(\frac{dF}{d\alpha}\right)}{N}\cdot\delta\alpha + \\ + & \frac{\left(\frac{dF}{db}\right)\left(\frac{df}{da}\right)-\left(\frac{df}{db}\right)\left(\frac{dF}{da}\right)}{N}\,\delta a.\end{aligned}\right\} \qquad (29$$

Die in diesen Ausdrücken vorkommenden partiellen Differentialquotienten werden aus den Gleichungen (7) und (10) berechnet; die Werthe derselben sind, wie sich leicht nachweisen lässt:

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{df}{dp}\right) &= \quad (\cos a + \cos b)\frac{\sin u}{\cos^2 p} \\ \left(\frac{df}{du}\right) &= \quad (\cos a + \cos b)\,\mathrm{tg}\, p\cos u \\ \left(\frac{df}{d\alpha}\right) &= -\sin a\cos(\alpha-\beta) \\ \left(\frac{df}{da}\right) &= -[\sin a\,\mathrm{tg}\, p\sin u + \cos a\sin(\alpha-\beta)] \\ \left(\frac{df}{db}\right) &= -\sin b\,\mathrm{tg}\, p\sin u \\ \left(\frac{df}{d\beta}\right) &= \quad \sin a\cos(\alpha-\beta).\end{aligned}\right\} \qquad (30$$

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{dF}{dp}\right) &= \quad (\cos a + \cos b)\frac{\cos u}{\cos^2 p} \\ \left(\frac{dF}{du}\right) &= -(\cos a + \cos b)\,\mathrm{tg}\, p\sin u \\ \left(\frac{dF}{d\alpha}\right) &= \quad \sin a\sin(\alpha-\beta) \\ \left(\frac{dF}{da}\right) &= -[\sin a\,\mathrm{tg}\, p\cos u + \cos a\cos(\alpha-\beta)] \\ \left(\frac{dF}{b}\right) &= -(\sin b\,\mathrm{tg}\, p\cos u + \cos b) \\ \left(\frac{dF}{d\beta}\right) &= -\sin a\sin(\alpha-\beta).\end{aligned}\right\} \qquad (31$$

Man erhält zuvörderst als allgemeinen Nenner der Coëfficienten in den Gleichungen (28) und (29):

$$N = \frac{\sin a}{\cos a + \cos b}\left[\sin a \sin b + (1 + \cos a \cos b)\cos(\alpha - \beta)\right].$$

Die Coëfficienten der Gleichung (28) werden unter Zugrundelegung obiger Werthe und unter Rücksichtnahme auf die Ausdrücke (7) und (10) für $\operatorname{tg} p \sin u$ und $\operatorname{tg} p \cos u$:

$$\left.\begin{aligned} \delta b = \left(\frac{\cos a + \cos b}{\cos p}\right)^2 \frac{\cos(\alpha - \beta - u)}{\sin a \sin b + (1 + \cos a \cos b)\cos(\alpha - \beta)}\,\delta p + \\ + \frac{\sin b(\cos a + \cos b)\sin(\alpha - \beta)}{\sin a \sin b + (1 + \cos a \cos b)\cos(\alpha - \beta)}\cdot\delta u - \\ - \frac{1 + \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos(\alpha - \beta)}{\sin a \sin b + (1 + \cos a \cos b)\cos(\alpha - \beta)}\,\delta a. \end{aligned}\right\} \quad (V$$

Merkwürdigerweise verschwindet der Coëfficient von $\delta\alpha$ vollständig, indem die Proportion besteht:

$$\left.\frac{\left(\frac{dF}{d\beta}\right)}{\left(\frac{df}{d\beta}\right)} = \frac{\left(\frac{dF}{d\alpha}\right)}{\left(\frac{df}{d\alpha}\right)}\right\} \quad (32$$

wie sich leicht durch Substitution der entsprechenden Werthe nachweisen lässt. Man kann also den Schluss ziehen: Eine im Vergleich mit dem Heliostaten unrichtige Rectascensionsbewegung der Lichtquelle oder umgekehrt, ein Fehler im Mechanismus des Heliostaten, welcher bloss eine scheinbare Verschiebung der Lichtquelle im Parallelkreise von der Poldistanz a bewirkt, hat keinen Einfluss auf die Poldistanz des erhellten Punktes.

Der Ausdruck für $\delta\beta$ (siehe Gleichung 29) lautet, wenn ebenfalls die Werthe von $\operatorname{tg} p \sin u$ und $\operatorname{tg} p \cos u$ aus den Gleichungen (7) und (10) an den entsprechenden Stellen substituirt werden:

$$\left.\begin{aligned} \delta\beta = -\left(\frac{\cos a + \cos b}{\cos p}\right)^2 \cdot \frac{\cos b \sin u}{\sin a[\sin a \sin b + (1 + \cos a \cos b)\cos(\alpha - \beta)]}\,\delta p - \\ - \frac{\sin b(1 + \cos a \cos b + \sin^2 a) + \sin a(1 + \cos a \cos b + \sin^2 b)\cos(\alpha - \beta)}{\sin a[\sin a \sin b + (1 + \cos a \cos b)\cos(\alpha - \beta)]}\,\delta u + \\ + \delta\alpha \\ + \frac{(\cos a + \cos b)\sin(\alpha - \beta)}{\sin a[\sin a \sin b + (1 + \cos a \cos b)\cos(\alpha - \beta)]}\,\delta a. \end{aligned}\right\} \quad (33$$

Der Coëfficient von $\delta\alpha$, welcher früher Null war (siehe Gleichung V), ist in dieser Formel die Einheit. Daraus ergibt sich folgender Satz: Eine unregelmässige Bewegung der Lichtquelle in Rectascension oder, was dasselbe ist, ein Fehler im Mechanismus des Heliostaten, welcher eine scheinbare Verrückung des Lichtpunktes im Parallelkreise von der Poldistanz a bewirkt, übertragt sich in derselben Grösse auf die Poldistanz des erleuchteten Punktes.

Bezüglich des richtigen Vorzeichens von $\delta\beta$ ist Folgendes zu berücksichtigen: Der Winkel β kommt stets nur subtractiv und zwar in der Differenz $\alpha - \beta$ vor. Geht also β in $\beta + \delta\beta$ über, so muss statt $-\beta$ gesetzt werden $-(\beta + \delta\beta)$. Hiebei ist zu bedenken, dass $\delta\beta$ ebenfalls in entgegengesetzter Richtung zu α gezählt werden muss, wie dies auch von β in der Differenz $\alpha - \beta$ gilt; denn es ist: $-(\beta + \delta\beta) - (-\beta) = -\delta\beta$, d. h. der nur negativ auftretende Winkel β wird verkleinert, also dessen absoluter Werth vergrössert, wenn $\delta\beta > 0$ ausfällt. Die Grösse $\delta\beta$ wird also in jener Richtung als positiv gezählt, welche der positiven Richtung von α oder der angenommenen positiven Richtung überhaupt entgegengesetzt ist. Um nun eine Uebereinstimmung zu erzielen, ist $\delta\beta$ in $-\delta\beta$ zu verwandeln, also die rechte Seite in Gleichung (33) mit der negativen Einheit zu multipliciren. Man erhält:

$$\left.\begin{aligned}\delta\beta = &\left(\frac{\cos a + \cos b}{\cos p}\right)^2 \cdot \frac{\cos b \sin u}{\sin a[\sin a \sin b + (1 + \cos a \cos b)\cos(\alpha - \beta)]}\delta p + \\ &+ \frac{\sin b(1 + \cos a \cos b + \sin^2 a) + \sin a(1 + \cos a \cos b + \sin^2 b)\cos(\alpha - \beta)}{\sin a[\sin a \sin b + (1 + \cos a \cos b)\cos(\alpha - \beta)]}\delta u \\ &- \delta\alpha \\ &- \frac{(\cos a + \cos b)\sin(\alpha - \beta)}{\sin a[\sin a \sin b + (1 + \cos a \cos b)\cos(\alpha - \beta)]}\delta a.\end{aligned}\right\} \text{(VI}$$

Mit Hilfe dieser Formel und jener (V) für δb ist man in der Lage, den Einfluss eines jeden, bei einem Heliostaten überhaupt möglichen Fehlers, auf die Lage des beleuchteten Punktes zu berechnen. Die Construktion des Apparates ist hiebei ganz gleichgiltig; es ist bloss nothwendig, die Werthe von δp, δu, $\delta\alpha$, δa zu kennen, und ausserdem müssen die sphärischen Coordinaten der Lichtquelle und des zu erhellenden Punktes gegeben sein.

Um die Totalverschiebung des letzteren kennen zu lernen, ist zu berücksichtigen, dass die Gleichungen (V) und (VI) die Verrückungen

desselben in zwei auf einander senkrechten Richtungen bestimmen, von welchen die eine mit der Meridianebene des zu erleuchtenden Punktes zusammenfällt. Man hat also bloss das nahezu ebene Dreieck $B\,B'\,B''$ (Fig. 3) aufzulösen, bzw. die Hypothenuse $B\,B'' = \delta\sigma$ zu berechnen. Da, wie aus Fig. 3 hervorgeht, $B\,B' = \delta b$ und $B'\,B'' = \sin b \cdot \delta\beta$ ist, so wird:

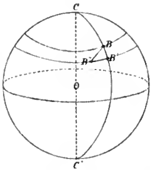


Fig 3.

$$(\delta\sigma)^2 = (\delta b)^2 + \sin^2 b\,(\delta\beta)^2. \qquad (34$$

Mit Hilfe dieser Formel, wenn die Werthe von δb und $\delta\beta$ substituirt werden, könnte die Bahn des Punktes B in ähnlicher Weise untersucht werden, wie es im ersten Theile bezüglich des Weges der Normale geschehen ist. Doch würde eine derartige Discussion hier zu weit führen. Das Gleiche gilt von einer genaueren Untersuchung der Formeln (V) und (VI) bezüglich jener Werthe von $\alpha - \beta$, für welche die Coëfficienten von δp, δu und δa den grössten oder den kleinsten Wert annehmen, für welche somit der Einfluss eines Fehlers in p, u oder a auf die Lage des erhellten Punktes am bedeutendsten wird oder verschwindet.

Ausser den bereits erwähnten zwei Sätzen bezüglich einer unrichtigen Rectascensionsbewegung der Lichtquelle lassen sich keine Gesetze von gleicher Einfachheit finden, welche zugleich für alle Heliostaten gelten. Uebersichtlich werden die Fehlergleichungen nur für die beiden einfachsten Heliostaten, nämlich für die nach Fahrenheit und nach August benannten Apparate, welche in Folgendem eingehender betrachtet werden sollen.

a) Der Heliostat nach Fahrenheit.

Als charakteristische Eigenschaft dieses Instrumentes wurde im ersten Theile gefunden, dass der reflektirte Stral nach dem Himmelspole, welcher dort mit dem Instrumentpole identificirt wurde, gerichtet sei. Die Normale bewegt sich, abgesehen von den zu bestimmenden Störungen, allezeit im Meridian des Lichtpunktes, d. h. es ist $u = \alpha - \beta$ und der Endpunkt derselben hat die Poldistanz $\frac{a}{2}$, wenn die der

Sonne a ist. Setzt man in den Ausdrücken (V) und (VI) die Grösse $b = 0$, $u = a - \beta$, $p = \frac{a}{2}$, so verwandeln sich dieselben in folgende:

$$\delta b = 2 \sec (a - \beta)\, \delta p - \sec (a - \beta)\, \delta a \tag{35}$$

$$\delta \beta = \frac{2 \operatorname{tg} (a - \beta)}{\sin a}\, \delta p + \delta u - \delta a - \frac{\operatorname{tg} (a - \beta)}{\sin a}\, \delta a. \tag{36}$$

Der Pol hat im allgemeinen eine ganz beliebige Rectascension, da in ihm alle Meridiane zusammentreffen. Man kann also für β einen solchen Werth setzen, der die Formeln möglichst einfach gestaltet und zugleich eine nahe Beziehung mit der Rectascension der Lichtquelle besitzt; ein solcher ist $\beta = a$. Unter dieser Annahme wird die Coordinaten-Aenderung des erhellten Punktes immer auf jenen Meridian bezogen, in welchem sich eben die Sonne befindet. Die beiden Gleichungen (35) und (36) verwandeln sich, wenn $\beta = a$ gesetzt wird, in folgende:

$$\delta b = 2 \delta p - \delta a \tag{VII}$$

$$\delta \beta = \delta u - \delta a, \tag{VIII}$$

welche wohl an Einfachheit nichts zu wünschen übrig lassen.

Bei Betrachtung der Fehlergleichungen und Berücksichtigung der bekannten Eigenschaft des Fahrenheit'schen Heliostaten drängt sich unwillkürlich die Frage auf: Welchen Sinn hat denn eine Verschiebung des erhellten Punktes, also des Poles, in Rectascension, da doch der Pol jede beliebige Rectascension haben kann? Die Gleichungen (VII) und (VIII) zeigen, dass nur homologe Coordinaten sich beeinflussen, d. h. Fehler in der Poldistanz der Lichtquelle oder des ideellen Endpunktes der Normale bewirken bloss eine Verschiebung des erhellten Punktes im Meridian der Sonne. Etwas ähnliches gilt von den Fehlern in Rectascension. Diese bewirken, der Formel nach, keine Aenderung in der Poldistanz des erhellten Punktes, also auch, wie sogleich gezeigt werden soll, keine Vergrösserung oder Verkleinerung der Distanz zwischen der Sonne und dem erhellten Orte. Weicht nämlich die

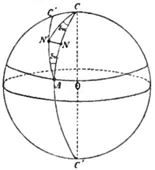


Fig. 4.

Normale um δu aus dem Meridian der Sonne ab. so kann man, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, den Bogen NN' (Fig. 4), welcher einem Parallelkreise angehört, als Bogen eines grössten Kreises betrachten und dann gibt das Dreieck ANN' die Gleichung:

$$\cos NN' = \cos AN \cdot \cos AN' + \sin AN \cdot \sin AN' \cos NAN'. \quad (37$$

Der Winkel NAN' ist, wie leicht einzusehen, an Grösse gleich mit $NCN' = \delta u$, weil N die Distanz AC halbirt; sowohl NN' als auch NAN' sind also unendlich kleine Grössen erster Ordnung. Mit Berücksichtigung dieses Umstandes wird Gleichung (37):

$$1 = \cos AN \cdot \cos AN' + \sin AN \sin AN', \quad (38$$

woraus unmittelbar folgt:

$$AN = AN'$$

also auch

$$2AN = 2AN' \text{ oder}$$
$$AC = AC'. \quad (39$$

Würde die Lichtquelle um $\delta\alpha$ voreilen oder zurückbleiben, so ist die anzustellende Untersuchung ganz analog der eben durchgeführten, und auch das Ergebniss wird dasselhe sein.

Aus Gleichung (39) folgt: Der durch unrichtige Bewegung entweder der Sonne oder der Normale geänderte Ort des erleuchteten Punktes muss in einem Parallelkreise liegen, dessen Pol die Lichtquelle ist und welcher durch den wirklichen Himmelspol geht. Jeder Punkt dieses Kreises steht von der Sonne um den Bogen a ab. Es ist klar, dass derselbe stets den Meridian der Lichtquelle unter rechtem Winkel durchschneidet, wodurch der frühere Satz, dass δb und $\delta\beta$ in auf einander senkrechten Richtungen gemessen werden, auch für diesen Spezialfall seine Bestätigung findet. Da der erwähnte Parallelkreis, mit der Lichtquelle als Pol, im Polpunkte jenen Meridian tangiren muss, welcher senkrecht auf dem der Sonne steht; da ferner die Verschiebungen des erhellten Punktes stets nur sehr klein vorausgesetzt werden, so lässt sich das eben gewonnene Resultat noch in folgender Weise ausdrücken: Fehler in der Rectascension der Sonne oder des Punktes am Himmelsgewölbe, wo dasselbe von der verlängerten Normale getroffen wird, bewirken beim Fahrenheit'schen Heliostaten eine Aenderung der Poldistanz des lichtempfangenden Punktes in einem Meridian, welcher senkrecht auf dem Meridian der Sonne steht.

b) Der Heliostat nach August.

Als hervorragendstes Merkmal dieses Heliostaten wurde im ersten Theile die Gleichung gefunden:

$$\cos a + \cos b = 0,$$

mit deren Hilfe gezeigt wurde, dass die Normale sich im Aequator bewege, also $p = \frac{\pi}{2}$ sei und dass ausserdem die Beziehung $u = \frac{\alpha - \beta}{2}$ bestehe.

Die Coëfficienten von δp in den Gleichungen (V) und (VI) enthalten beide den Factor:

$$\left(\frac{\cos a + \cos b}{\cos p}\right)^2,$$

welcher im vorliegenden Falle die Form $\frac{0}{0}$ annimmt. Multiplicirt und dividirt man diesen Ausdruck mit $\sin^2 p$, so erhält man:

$$\frac{(\cos a + \cos b)^2 \operatorname{tg}^2 p}{\sin^2 p}.$$

Die Grösse $(\cos a + \cos b) \operatorname{tg} p$ lässt sich aus Gleichung (7) berechnen; man findet:

$$(\cos a + \cos b) \operatorname{tg} p = \frac{\sin a \sin (\alpha - \beta)}{\sin u};$$

also ist

$$\left(\frac{\cos a + \cos b}{\cos p}\right)^2 = \frac{\sin^2 a \cdot \sin^2 (\alpha - \beta)}{\sin^2 p \cdot \sin^2 u}. \qquad (40$$

Substituirt man diesen Werth in den Gleichungen (V) und (VI), berücksichtigt man ferner, dass $p = \frac{\pi}{2}$ und $u = \frac{\alpha - \beta}{2}$ ist, so findet man als Fehlergleichungen für den August'schen Heliostaten:

$$\delta b = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \delta p - \delta a. \qquad (IX$$

$$\delta \beta = -2 \cot a \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \delta p + 2 \delta u - \delta \alpha. \qquad (X$$

Diese Formeln zeigen: Die Poldistanz des erleuchteten Punktes bleibt constant, wenn sich auch die Rectascension der Lichtquelle um $\delta \alpha$ oder die des ideellen Endpunktes der Normale um δu ändert, wobei natürlich $\delta \alpha$ und δu irreguläre Verschiebungen bezeichnen.

Eine Variation der Poldistanz a der Sonne überträgt sich in gleicher Grösse, aber in entgegengesetztem Sinne auf die Poldistanz des erhellten Ortes. Die Rectascension des letzteren ist dagegen von der Genauigkeit, mit welcher die Normale sich genau im Aequator bewegt, abhängig, wenn anders nicht die Sonne selbst sich ebenfalls im Aequator befindet, wo dann $\cot a = 0$ wird und das ganze Glied verschwindet.

Der Winkel $\alpha - \beta$ kann nie grösser als π angenommen werden, da für gewöhnlich nur echte sphärische Dreiecke betrachtet werden. Erreicht $\frac{\alpha - \beta}{2}$ den Werth $\frac{\pi}{2}$, so wird der Lichtstral den Spiegel streifen, ohne eine Reflexion zu erleiden, wenn die Lage des letzteren die theoretisch richtige ist. Wächst $\frac{\alpha - \beta}{2}$ über $\frac{\pi}{2}$, so würde der Spiegel an seiner Rückseite von den Stralen getroffen. Um die Lichtstralen wieder auf die reflektirende Fläche zu leiten, dreht man den Spiegel um π; dann hat die Normale die Rectascension $\frac{3\pi}{2}$ oder $-\frac{\pi}{2}$ und wird sich gegen den zu erhellenden Punkt bewegen. In den aufgestellten Formeln kann dies auch dadurch berücksichtigt werden, dass man $-(\alpha - \beta)$ für $\alpha - \beta$ setzt.

Zur Behandlung der Lehre von den sphärischen Spiegeln und Linsen.[1])

Von

K. L. Bauer

in Karlsruhe.

Die in den Compendien der Physik übliche Darstellung der Lehre von den sphärischen Spiegeln und Linsen lässt sich erheblich verbessern, wofern man nur gewisse elementare Kenntnisse aus der Arithmetik und Geometrie voraussetzen darf.

1) Den Begriff der stetigen harmonischen Proportion und die Regeln, nach welchen man das harmonische, sowie das reciproke harmonische Mittel zweier Zahlen berechnet:

$$(a-r):(r-b)=a:b;$$

$$r=\frac{2ab}{a+b};\quad \frac{1}{r}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right);\quad \frac{1}{\frac{1}{2}r}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}.$$

2) Den Begriff der inneren und der äusseren Theilung einer Strecke, sowie des Theilverhältnisses in beiden Fällen. Aenderung des Theilverhältnisses bei Bewegung des inneren oder äusseren Theilpunktes.

3) Die Definition der harmonischen Theilung einer Strecke und die verschiedenen Lagen der Theilpunkte. Ferner die Sätze:

4) Wenn Strecke AB durch die Punkte C und D harmonisch getheilt ist, so ist stets gleichzeitig Strecke CD durch A und B harmonisch getheilt. — Doppelpaar harmonischer Punkte.

5) Von den zu beiden Seiten eines Endpunktes einer harmonisch getheilten Strecke befindlichen Theilpunkten liegt der innere Theilpunkt dem genannten Endpunkt stets näher als der äussere, mit Ausnahme

1) Nach einem Vortrag, gehalten in der Sekt. f. math. und naturw. Unterr. auf der 52. Naturforscherversammlung zu Baden.

des einzigen Falles, wo die Theilpunkte beide in dem Endpunkt selbst zusammenfallen.

6) Liegen die Punkte C, B, D einerseits A, und bilden A, B und C, D ein harmonisches Doppelpaar, so ist Strecke AB das harmonische Mittel der Strecken AC und AD.

7) Die Hälfte einer harmonisch getheilten Strecke ist die mittlere geometrische Proportionale zu den Abständen ihres Halbirungspunktes von den Theilpunkten; das Produkt dieser Abstände ist gleich dem positiven Quadrate der Hälfte der harmonisch getheilten Strecke. Die Theilpunkte liegen folglich stets einerseits der Mitte der getheilten Strecke, wenn nicht einer der Theilpunkte in der Mitte selbst, der andere im Unendlichen liegt.

8) Halbirt man in einem Dreieck einen inneren und einen der anliegenden äusseren Winkel, so wird die Gegenseite von den winkelhalbirenden Stralen harmonisch getheilt.

Diese Sätze bilden das Fundament, auf welches sich die nachfolgende Darstellung gründet[1]).

§ 1. Der sphärische Concavspiegel.

In Fig. 1 bedeutet C den Krümmungsmittelpunkt, D die Mitte eines Hohlspiegels; A sei ein leuchtender Punkt der Hauptachse. Der Centralstral AD wird in sich selbst reflektirt; ein beliebiger zweiter Stral AX wird nach einem Punkte B der Achse zurückgeworfen; die Tangente in X treffe die Achse in einem Punkte E. Jetzt ist im $\triangle AXB$ der innere Winkel bei X und dessen Nebenwinkel durch das Einfallsloth XC und die Tangente XE halbirt; die

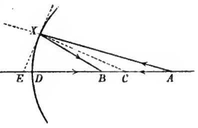


Fig. 1.

Punkte A, B und C, E bilden folglich ein harmonisches Doppelpaar, so dass mit aller Genauigkeit die Proportion besteht:

$$AC : CB = AE : BE.$$

1) Ueber die Art meiner Behandlung jener Sätze vgl. den 3. Theil der von mir umgearbeiteten J. H. T. Müller'schen Geometrie; Halle 1877, Buchhandlung des Waisenhauses.

Anstatt, wie es in der Regel geschieht, die Betrachtung sofort ganz unmotivirt auf die Centralstralen zu beschränken und durch Vertauschung des Punktes E mit D die exakte Proportion in eine für die Centralstralen näherungsweise richtige zu verwandeln, wollen wir vielmehr in aller Schärfe prüfen, welche Verschiebung Punkt B erfährt, wenn der Winkel des Strales AX mit der Achse sich ändert. Weil AB das harmonische Mittel zu AC und AE ist, so folgt:

$$AB = \frac{2AC \cdot AE}{AC + AE} = \frac{2AC}{\frac{AC}{AE} + 1}.$$

Da wir uns den leuchtenden Punkt A als fest und somit die Strecke AC als constant denken, so leuchtet ein, dass AB nur bei solchen Stralen einerlei Werth hat, für welche AE konstant ist, d. h. bei Stralen, welche mit AD gleiche Winkel bilden und daher auf einem Kegelmantel liegen, dessen Achse mit der optischen Hauptachse AD zusammenfällt. Nur in einem Falle ist Strecke AB unabhängig von AE, nämlich wenn AC und demnach auch $AB = 0$ ist, d. h. wenn der leuchtende Punkt im Krümungsmittelpunkt des Spiegels liegt. Abgesehen von diesem Specialfalle, kann man weiter folgern: Vergrössert sich der Winkel des Strales AX mit der Achse, so wird AE grösser und, weil AC als constant betrachtet wird, $\frac{AC}{AE}$ kleiner; der Divisor $\frac{AC}{AE} + 1$ des oben für AB aufgestellten Quotienten wird daher ebenfalls kleiner, während der Dividend seinen Werth behält; AB wird mithin grösser. Das heisst: **Der reflektirte Stral trifft die Achse um so ferner vom leuchtenden Punkt, je weiter die Einfallsstelle X von der Mitte des Spiegels absteht.** Als Grenzfälle ergeben sich die folgenden:

1) Weil der kleinste Werth von $AE = AD$ ist, so findet man das Minimum von

$$AB = \frac{2AC}{\frac{AC}{AD} + 1};$$

Dieser Ausdruck gilt für die Centralstralen, d. h. für diejenigen, welche den Spiegel in unendlicher Nähe bei dessen Mitte D treffen; der Vereinigungspunkt B der reflektirten Stralen liegt dann möglichst nahe bei A; die Punkte A, B und C, D bilden ein harmonisches Doppelpaar.

2) Denkt man sich den Spiegel zur Halbkugel erweitert, so ist der grösste Werth von $AE = \infty$, daher

das Maximum von $AB = 2AC$.

Der Krümmungsmittelpunkt C halbirt jetzt die Strecke AB, und man kann drei Fälle unterscheiden: Ist AC kleiner als der Krümmungsradius, so trifft der reflektirte Stral die Achse zwischen C und D; ist AC gleich jenem Radius, so fährt der reflektirte Stral nach D selbst und von hier nach einer weiteren Reflexion wieder nach A zurück; ist aber AC grösser als der Krümmungsradius, so liegt B hinter dem Spiegel und der Stral erreicht die Achse erst nach einer zweimaligen Reflexion in einem Punkte B_1; vgl. Fig. 2.

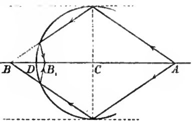


Fig. 2.

Um für eine gegebene Lage des leuchtenden Punktes A eine Einfallsstelle X zu ermitteln, von welcher der Stral nach der Mitte D des Spiegels reflektirt wird, braucht man nur, weil jetzt B in D fällt, zu den Punkten A, D und C den vierten harmonischen E zu zu konstruiren und aus dem letzteren eine Berührende an den Spiegel zu ziehen.

Liegt A in unendlicher Ferne, so laufen die einfallenden Stralen der Achse parallel; jeder der Parallelstralen fährt nach einem Punkte B der Achse zurück, welcher die betreffende Strecke CE halbirt und sich folglich, bei einer Verschiebung des einfallenden Strales, in gleichem Sinne wie E fortbewegt. Hat die Einfallsstelle X einen Abstand $= 60^0$ von der Spiegelmitte D erlangt, so fährt der zurückgeworfene Stral nach diesem letzteren Punkt; vgl. Fig. 3.

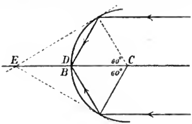


Fig. 3.

Nach dieser allgemeinen Orientierung wenden wir uns zur genaueren Betrachtung des oben zuerst erwähnten Grenzfalles. Beschränkt man

sich, wie es dieser Fall verlangt, auf Centralstralen, so kann man die Punkte D, C und A, B (Fig. 1) als ein harmonisches Doppelpaar betrachten; und weil diese Thatsache, wie sich unten zeigen wird, auch beim Convexspiegel stattfindet, so gelangen wir zu dem allgemeinen und darum richtigen Satze:

Bei jedem sphärischen Spiegel wird der Krümmungsradius DC durch ein in der Hauptachse liegendes optisches Centrum A und dessen Centralstralenbild B harmonisch geteilt.

Das Theorem gewinnt noch dadurch an Bedeutung, dass man dasselbe, wie wir unten zeigen werden, ohne Schwierigkeit auch den sphärischen Linsen anpassen kann.

Es erscheint zweckmässig, die in Betracht kommenden Distanzen: die Gegenstandsweite, die Bildweite und den Krümmungsradius, sämtlich vom nämlichen festen Punkte D aus zu zählen, so dass

$$DA = a, \quad DB = b, \quad DC = r = 2f$$
$$AD = -a, \quad BD = -b, \quad CD = -r = -2f.$$

Die Thatsache, dass die Strecken DA, DC, DB stetig harmonisch proportionirt sind, lässt sich alsdann durch die Gleichung ausdrücken:

$$\frac{1}{DA} + \frac{1}{DB} = \frac{1}{\frac{1}{2}DC}, \text{ oder}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

wobei $f = \frac{1}{2} r$.

Um eine erschöpfende Discussion der verschiedenen gegenseitigen Lagen der conjugirten Punkte A, B zu geben, hat man A die ganze unendliche Hauptachse vor und hinter dem Spiegel durchwandern zu lassen, anstatt, wie es zu geschehen pflegt, den Beschluss mit dem Falle zu machen, wo A in die Spiegelmitte D rückt. Welche Fälle hierbei besonders hervorzuheben sind, versteht sich ganz von selbst, nachdem erkannt wurde, dass die Punkte A, B den Krümmungsradius DC harmonisch theilen; auch erfolgt, bei gegebener Lage von A, die Orientirung bezüglich der ungefähren Lage des Bildes B am schnellsten und sichersten ohne Rücksicht auf irgend welche Formel, nämlich einzig durch den Gedanken, dass die Punkte D, C und A, B ein harmonisches Doppelpaar bilden. Es ist nur zweckmässig, sich zunächst auf eine näherungsweise Lagenbestimmung

zu beschränken, wie sie jener Gedanke in jedem gegebenen Falle unwillkürlich sofort vollführt; auf welche Weise aber der Ort des Centralstralenbildes mit Genauigkeit und zugleich möglichster Einfachheit berechnet oder construirt wird, soll erst weiter unten gezeigt werden. Die hervorzuhebenden Fälle sind offenbar die folgenden:

$$a = +\infty;\ b = f \tag{1}$$
$$+\infty > a > 2f;\ f < b < 2f \tag{2}$$
$$a = 2f;\ b = 2f \tag{3}$$
$$2f > a > f;\ 2f < b < \infty \tag{4}$$
$$a = f;\ b = \pm\infty \tag{5}$$
$$f > a > 0;\ -\infty < b < 0 \tag{6}$$
$$a = \pm 0;\ b = \mp 0 \tag{7}$$
$$-0 > a > -\infty;\ +0 < b < +f \tag{8}$$
$$a = -\infty;\ b = +f. \tag{9}$$

Der Fall (1), in welchem die einfallenden Stralen der Hauptachse parallel laufen, gibt Anlass zur Definition des Brennpunktes und der Brennweite: Unter dem Brennpunkt (Focus) F versteht man das dem unendlich fernen Punkt der Achse entsprechende Centralstralenbild; unter der Brennweite (Focaldistanz) $DF = f$ die der Gegenstandsweite ∞ entsprechende Bildweite.

Im Falle (6) ist die Bildweite negativ, das Bild selbst virtuell. Der Hohlspiegel zeigt jetzt eine Verwandtschaft mit dem Planspiegel, die um so stärker hervortritt, je mehr A gegen D vorrückt; doch bleibt selbst bei ganz kleinen Entfernungen DA das Bild stets weiter hinter dem Hohlspiegel, als sich das Object vor demselben befindet, und hiermit hängt die durch den Concavspiegel bewirkte Vergrösserung eines ausgedehnten Objectes zusammen; vgl. den 5. der in der Einleitung zusammengestellten Sätze.

Im Falle (8) convergiren die einfallenden Stralen nach einem hinter dem Spiegel liegenden Punkte A; dieser kann als ein virtueller leuchtender Punkt bezeichnet werden; die Gegenstandsweite DA ist jetzt negativ. Ueberhaupt ist bezüglich eines Spiegels das Object A reell als Divergenzpunkt (vor dem Spiegel), virtuell als Convergenzpunkt (hinter dem Spiegel); das Bild B hingegen reell als Convergenzpunkt (vor dem Spiegel), virtuell als Divergenzpunkt (hinter dem Spiegel). Einem reellen Punkte A oder B (vor dem Spiegel) entspricht ein positiver Abstand von D, einem virtuellen Punkte (hinter dem Spiegel) ein negativer Abstand von D.

Der Fall (9) fällt mit (1) zusammen; doch ist die Auslegung in beiden Fällen eine verschiedene. In (1) stellt man sich vor, die der Hauptachse parallel einfallenden Strahlen divergirten aus dem unendlich fernen Punkt der Achse vor dem Spiegel; man betrachtet das Object als reell und die Gegenstandsweite als positiv, $= +\infty$. In (9) denkt man sich, die einfallenden Parallelstralen convergirten nach dem unendlich fernen Punkt der Achse hinter dem Spiegel; man betrachtet das Object als virtuell und die Gegenstandsweite als negativ; $= -\infty$. Selbstverständlich wird die Lage des Bildes durch die Art der Auffassung nicht beeinträchtigt, und Fall (9) ist daher mit (1) identisch.

Ferner stellen sich die Fälle (1) und (5), ferner (2) und (4), sowie (6) und (8) nur als Vertauschung von A mit B dar; von den Fällen (3) und (7) entspricht aber jeder nur sich selbst.

Bei der Darstellung der verschiedenen Fälle durch Zeichnungen empfiehlt es sich sehr, das harmonische Doppelpaar D, C und A, B

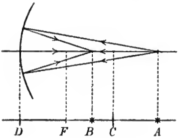


Fig. 4.

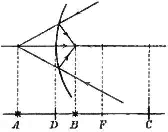


Fig. 5.

in einer der Achse parallel gezogenen Geraden recht auffällig hervortreten zu lassen, um stets wieder darauf hinzuweisen, dass man zu einem gegebenen A sofort die ungefähre Lage des conjugirten Punktes B mit Sicherheit bezeichnen kann. Vgl. Fig. 4 und 5, wodurch die Fälle (2) und (8) veranschaulicht sind.

§ 2. Der sphärische Convexspiegel.

Auch hier ist, wie man leicht erkennt, im $\triangle AXB$ (Fig. 6) der äussere und innere Winkel bei X durch das Einfallsloth XC und die Tangente XE halbirt, so dass wiederum die Punkte A, B und

E, C ein harmonisches Doppelpaar bilden. Es gilt, wie in Fig. 1, die Relation:

$$AB = \frac{2AC \cdot AE}{AC + AE} = \frac{2AC}{\frac{AC}{AE} + 1}.$$

Entfernt sich X von D, so verkleinert sich die Strecke AE, folglich auch AB, während im gleichen Falle beim Hohlspiegel die beiden Strecken sich vergrösserten. B e i m C o n v e x s p i e g e l t r i f f t d e r r e f l e k t i r t e S t r a l d i e A c h s e i n u m s o g e r i n g e r e r E n t f e r n u n g v o m l e u c h t e n d e n P u n k t e , j e w e i t e r d i e E i n f a l l s s t e l l e X v o n d e r M i t t e D d e s S p i e g e l s a b s t e h t. Als Grenzfälle ergeben sich die folgenden:

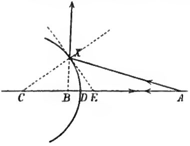


Fig. 6.

1) Weil der grösste Werth von $AE = AD$ ist, so findet man

das Maximum von $$AB = \frac{2AC}{\frac{AC}{AD} + 1};$$

dieser Ausdruck gilt für Stralen, welche den Convexspiegel in unendlich geringer Distanz von D treffen; der Vereinigungspunkt B der reflektirten Stralen liegt dann dem leuchtenden Punkte A möglichst fern; die Punkte A, B und D, C bilden ein harmonisches Doppelpaar.

2) Denkt man sich den Spiegel genügend ausgedehnt, so ist der kleinste Werth von $AE = 0$, daher

das Minimum von $AB = 0$;

der einfallende Stral tangirt jetzt den Spiegel und geht in gleicher Richtung weiter (streifender Einfall und streifende Reflexion).

Bezüglich der Aufgabe, für eine gegebene Lage von A den Punkt X zu construiren, bei welchem $AB = AD$ wird, vgl. § 1.

Die für den ersten Grenzfall, d. h. für Centralstralen gültige Formel lässt sich folgendermassen umgestalten:

$$AB = \frac{2AC \cdot AD}{AC + AD} = \frac{2(AD + DC) \cdot AD}{2AD + DC} = \frac{(AD + DC) \cdot AD}{AD + \frac{1}{2}DC};$$

wird jetzt beiderseits AD subtrahirt, so erhält man:

$$DB = \frac{\frac{1}{2}DC \cdot AD}{AD + \frac{1}{2}DC} = \frac{\frac{1}{2}DC \cdot DA}{DA - \frac{1}{2}DC};$$

$$\frac{1}{DB} = \frac{1}{\frac{1}{2}DC} - \frac{1}{DA}; \text{ und hieraus}$$

$$\frac{1}{DA} + \frac{1}{DB} = \frac{1}{\frac{1}{2}DC}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Versteht man also unter f den algebraischen Werth der Focaldistanz, $f = \frac{1}{2}DC$, eben so wie a und b stets die algebraischen Werthe der Gegenstands- und Bildweite bedeuten, so gilt für den Convexspiegel genau dieselbe Formel wie für den Concavspiegel. Da aber beim erhabenen Spiegel die Strecke DC, als hinter demselben liegend, negativ ist, so kann man $f = -\varphi$ setzen, und durch Einführung der absoluten Brennweite φ erhält die Formel die übliche Gestalt:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{\varphi}.$$

In gar manchem physikalischen Lehrbuch kann man lesen: Die Wirkung des Convexspiegels ist weit einfacher als die des Concavspiegels, indem er stets virtuelle, aufrechte, verkleinerte Bilder hinter der Spiegelfläche liefert; — und ähnlich klingt es bei Besprechung der Concavlinse. Solche Bemerkungen sind indessen nur geeignet, den Studierenden zu schwerem Irrthum zu verleiten. Hat man doch bei der Discussion des Convexspiegels in Wahrheit genau eben so viele Fälle zu unterscheiden wie beim Concavspiegel. Da indessen beim erhabenen Spiegel der durch Object und Bild harmonisch getheilte Krümmungsradius DC hinter dem Spiegel liegt, so ereignet sich die Mehrzahl der Fälle erst dann, wenn der leuchtende Punkt den hinter dem Spiegel liegenden Theil der Achse durchwandert, d. h. wenn er

virtuell ist, wenn er den Convergenzpunkt der einfallenden Stralen bedeutet. Die zu unterscheidenden Fälle sind offenbar die folgenden:

$$a = +\infty;\ b = -\varphi \qquad (1$$
$$\infty > a > 0;\ -\varphi < b < 0 \qquad (2$$
$$a = \pm 0;\ b = \mp 0 \qquad (3$$
$$0 > a > -\varphi;\ 0 < b < +\infty \qquad (4$$
$$a = -\varphi;\ b = \pm\infty \qquad (5$$
$$-\varphi > a > -2\varphi;\ -\infty < b < -2\varphi \qquad (6$$
$$a = -2\varphi;\ b = -2\varphi \qquad (7$$
$$-2\varphi > a > -\infty;\ -2\varphi < b < -\varphi \qquad (8$$
$$a = -\infty;\ b = -\varphi. \qquad (9$$

Zweckmässig ist es, alle diese Fälle durch passende Zeichnungen zu veranschaulichen.

§ 3. Die sphärischen Linsen.

Bei Vernachlässigung der Linsendicke und für Centralstralen leitet man in den Lehrbüchern der Physik auf mehr oder minder zweckmässige Weise die mit der Spiegelformel äusserlich genau übereinstimmende Linsenformel ab:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

Hiermit ist nach (1) der Einleitung bewiesen, dass die doppelte Brennweite $2f$ das harmonische Mittel der Gegenstandsweite a und der Bildweite b bedeutet. Verglichen mit den Spiegeln, findet jedoch der Unterschied statt, dass, wenn die obige Formel zu Recht bestehen soll, die Bildweite b als positiv zu nehmen ist, wenn dieselbe hinter der Linse liegt, und als negativ vor der Linse[1]). Bedenkt man nun, dass es sich in dieser Beziehung bei den Spiegeln gerade umgekehrt verhält, so erkennt man leicht, durch welche Abänderungen das in § 1 ausgesprochene allgemeine Spiegelgesetz in ein für die sphärischen Linsen gültiges übergeht. An die Stelle des Krümmungsradius der Spiegel lässt man die doppelte Brennweite treten (Function der Grössen n, r_1, r_2), sowie ferner an die Stelle des Bildes den gleich

1) Mit anderen Worten: In der obigen Formel bedeutet b nicht die wahre Bildweite DB, sondern den entgegengesetzten Werth BD. Die exacte Linsenformel heisst: $\frac{1}{DA} - \frac{1}{DB} = \frac{1}{DF}$, oder $\frac{1}{DA} + \frac{1}{BD} = \frac{1}{DF}$, wobei F vor oder hinter der Linse liegt, je nachdem dieselbe eine Convex- oder Concavlinse ist.

weit von der Linse entfernten, aber auf der entgegengesetzten Seite derselben liegenden Punkt; nennen wir den letzteren das Gegenbild des leuchtenden Punktes, so erhält das Gesetz die Form:

Bei jeder sphärischen Linse wird die doppelte Brennweite DC durch ein in der Achse liegendes optisches Centrum A und dessen Gegenbild B' harmonisch getheilt.

Es ist indessen noch besonders zu betonen, dass die doppelte Brennweite bei einer Convexlinse vor derselben abzutragen ist, d. h. nach der Seite hin, von woher die Stralen einfallen, eben so wie beim Concavspiegel; bei einer Concavlinse aber hinter derselben, eben so wie beim Convexspiegel.

Dies vorausgesetzt, reicht das obige Gesetz völlig hin, um sich bei einer beliebigen Lage des leuchtenden Punktes über dessen Convex- oder Concavlinsenbild rasch und sicher zu orientiren: Man bestimmt zu den Endpunkten der nach der obigen Vorschrift abgetragenen doppelten Brennweite DC und zu dem gegebenen leuchtenden Punkte A den 4. harmonischen Punkt B' (das Gegenbild) und überträgt diesen in gleiche Entfernung auf die entgegengesetzte Seite der Linse, so hat man das gewünschte Bild B.

Die erschöpfende Discussion der verschiedenen Lagen stimmt genau mit der bei den Spiegeln ausgeführten überein, und zwar hat man bei der Convexlinse dieselben Fälle aufzuzählen wie beim Concavspiegel, bei der Concavlinse die nämlichen wie beim Convexspiegel. Indessen wollen wir es nicht unterlassen, an zwei Beispielen die vorzügliche Brauchbarkeit der oben angegebenen Regel noch insbesondere darzulegen.

1) Die Lupe. — Aus einem Achsenpunkte A innerhalb der Brennweite divergire ein Stralenbüschel gegen eine Convexlinse (Fig. 7); man sucht das durch die Centralstralen erzeugte Bild B.

Lösung. Weil es sich um eine Convexlinse handelt, so wird die doppelte Brennweite $DC = 2\,DF$ vor der Linse abgetragen (zur Seite der ersten brechenden Fläche). Da nun der leuchtende Punkt A, welcher die doppelte Brennweite DC innerlich theilt, links der Mitte F von DC angenommen ist, so liegt auch der conjugirte äussere Theilpunkt B' links von F, und zwar so, dass $DB' > AD$; vgl. 7) und 5) der Einleitung. Diese einfache Ueberlegung genügt, um ohne irgend welche Rechnung oder Construction sofort die Lage des Punktes

B' ungefähr richtig anzugeben. Bestimmt man noch nach dem Augenmass einen Punkt B, welcher der Bedingung $DB = - DB'$ entspricht,

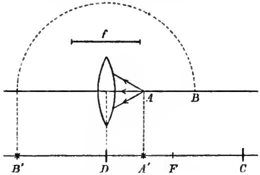


Fig. 7.

so ist die Lage des Bildes für eine blosse Orientirung hinlänglich genau gefunden[1]). Aus der auf diese Weise ermittelten Lage des Bildes B schliesst man, dass die Wirkung der Convexlinse im vorliegenden Falle darin besteht, das divergirend einfallende Stralenbüschel in ein schwächer divergent austretendes zu verwandeln mit dem Divergenzpunkt B. Während das Centrum A der einfallenden Stralen reell und die Gegenstandsweite a positiv ist, stellt sich das Centrum B der austretenden Stralen als virtuell, die Bildweite b als negativ heraus. Das Bild B hat einen grösseren Abstand von der Linse als das Object A und rückt in um so beträchtlichere Entfernung, je mehr sich A dem Focus F nähert. (Einstellung auf die Weite des deutlichen Sehens; Vergrösserung.)

2) Das Ocular des Galilei'schen Fernrohrs. — Ein auf eine Concavlinse fallendes Stralenbündel (Fig. 8) convergire nach einem Achsenpunkte A hinter der Linse und ausserhalb der Brennweite; man sucht das Centrum B der austretenden Centralstralen.

Lösung. Weil es sich um eine Concavlinse handelt, so wird die doppelte Brennweite hinter der Linse abgetragen (zur Seite der zweiten brechenden Fläche); $DC = 2\,DF = 2f = -2\varphi$. Die jetzt zu ziehenden Schlüsse stimmen genau mit denjenigen der vorigen Aufgabe überein. Aus der sich hieraus ergebenden Lage von B folgert

1) Von der genauen Berechnung und Construction handelt der folgende Paragraph.

man, dass im vorliegenden Falle die Wirkung der Concavlinse darin besteht, das convergent einfallende Stralenbüschel in ein schwächer

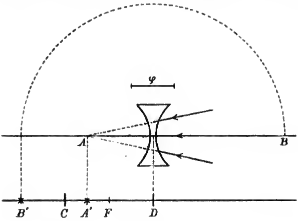


Fig. 8.

divergent austretendes zu verwandeln. Die conjugirten Stralencentren A und B sind beide virtuell, die zugehörigen Abstände a und b nach der üblichen Auffassungsweise beide negativ ($a = DA$, $b = BD$). Das Bild B hat, wie in der vorigen Aufgabe, einen grösseren Abstand von der Linse als das Object A und rückt um so weiter fort, je mehr sich A dem Focus F nähert. (Einstellung auf die Weite des deutlichen Sehens; Vergrösserung.)

§ 4. Genaue Bestimmung der Bildlage durch Rechnung und Construction.

Berechnung. Die Gleichungen

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \text{ woraus } b = \frac{af}{a-f} = \frac{f}{1-\frac{f}{a}}, \text{ und} \qquad (1$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{\varphi}, \text{ woraus } b = -\frac{a\varphi}{a+\varphi} = -\frac{\varphi}{1+\frac{\varphi}{a}} \qquad (2$$

kann man zweckmässig durch Systeme aus je zwei Gleichungen ersetzen, indem man sowohl a als b als Vielfache der Brennweite darstellt:

$$a = kf; \quad b = \frac{k}{k-1} f. \qquad (1$$

$$a = k\varphi; \quad b = -\frac{k}{k+1}\varphi; \tag{2}$$

Zu ähnlichen Systemen gelangt man durch die Annahme:

$$a = \frac{1}{k}f, \quad = -\frac{1}{k}f, \quad = -kf, \quad = \frac{p}{q}f, \quad = -\frac{p}{q}f, \text{ und}$$

$$a = \frac{1}{k}\varphi, = -\frac{1}{k}\varphi, = -k\varphi, = \frac{p}{q}\varphi, = -\frac{p}{q}\varphi.$$

Ganz besonders hervorzuheben aber sind die einfachen Formeln:

$$FA \cdot FB = +f^2 \quad \text{für alle sphärischen Spiegel;} \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned} FA \cdot FB' &= +f^2 \\ FA \cdot F'B &= -f^2 \end{aligned}\right\} \text{für alle sphärischen Linsen;} \tag{2}$$

vgl. 7) der Einleitung. Hierbei bedeutet F' den Punkt der Achse, welcher eben so weit von der Linse absteht wie der Focus F, aber auf der entgegengesetzten Seite derselben liegt, so dass $F'B = = FB'$; bei einer Convexlinse liegt demnach F' hinter derselben, bei einer Concavlinse vor ihr.

Construction. Beschreibe um F (Fig. 9 dient zur Veranschaulichung für den Concavspiegel, Fig. 10 für den Convexspiegel)

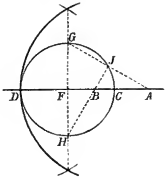


Fig. 9.

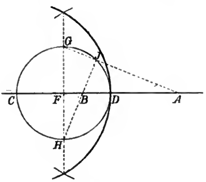


Fig. 10.

einen Hilfskreis mit dem Radius $DF = FC = f$ und ziehe den Durchmesser GH DC, so sind die Vorbereitungen getroffen, um zu einem beliebigen Punkte A der Achse sofort das Centralstralenbild B genau zu construiren. Ziehe Gerade AG, welche den Hilfskreis, ausser in G, in einem Punkte I trifft; sodann Gerade IH, welche die Achse DC im verlangten Punkte B schneidet.

Beweis. Verbindet man I mit C und D, so ist im $\triangle\, CID$ der innere Winkel bei I durch IH halbirt (Peripheriewinkel auf gleichen Bogen); ferner ist $IA \perp IH$, weil $\sphericalangle\, GIH = 90^{\circ}$; folglich ist nach 8) der Einleitung die doppelte Brennweite DC durch A und B harmonisch getheilt.

Punkt A ist als ein reeller Divergenzpunkt zu betrachten, so lange er vor den Spiegeln liegt, wie es die Figuren darstellen; sobald A hinter die Spiegel rückt, wird dieser Punkt ein virtueller Convergenzpunkt, ohne dass darum die Hilfskreise ihre Brauchbarkeit verlieren.

Die Constructionen gelten auch dann, wenn Punkt D in Fig. 9 die Mitte einer Convexlinse, in Fig. 10 die Mitte einer Concavlinse bedeutet, und wenn die Stralen von rechts einfallen, wobei indessen das Stralencentrum A rechts oder links von der Linse liegen kann. Nur ist alsdann in den Figuren B' an die Stelle von B zu setzen; B selbst liegt in gleicher Entfernung von der Linse wie B', aber auf der entgegengesetzten Seite derselben.

Sollte einmal der Schnittpunkt I des Hilfskreises und der Secante AG nicht hinlänglich scharf zu erkennen sein, so lässt sich diese Unsicherheit dadurch beseitigen, dass man nach dem üblichen Vorfahren aus H das Perpendikel auf AG fällt.

Die beschriebene Construction ist vorzüglich geeignet, um der Reihe nach alle möglichen Lagen der conjugirten Punkte A, B, bzw. A, B' zu überschauen. Man kann beispielsweise den Punkt I den vollständigen Hilfskreis im Sinne der Uhrzeigerdrehung von G aus durchwandern lassen und die hierdurch bedingten Bewegungen der genannten conjugirten Punkte verfolgen.

Ueber eine Verallgemeinerung der obigen Constructionsmethode vgl. das zum Schluss der Einleitung citirte Lehrbuch der Geometrie S. 403 Fig. 203.

Ueber die elementare Berechnung des Verhältnisses der beiden specifischen Wärmen der Gase, in Hinsicht auf die Versuche von Clément und Désormes.[1])

Von

K. L. Bauer

in Karlsruhe.

Werden p Gewichtseinheiten eines Gases unter constantem Drucke um τ Grade erwärmt, und wird hierauf, ohne weitere Wärmezufuhr, das Volum auf das ursprüngliche comprimirt, so erfolgt eine Temperaturerhöhung um τ' Grade. Hieraus folgt, dass die nämliche Wärmemenge, welche bei constantem Druck eine Erwärmung um τ Grade hervorruft, bei constantem Volum eine Erwärmung um $\tau + \tau'$ Grade bewirkt:

$$p \cdot \tau \cdot c = p \cdot (\tau + \tau') \cdot c_1, \text{ woraus}$$

$$k = \frac{c}{c_1} = 1 + \frac{\tau'}{\tau};$$

das Verhältniss der specifischen Wärme bei constantem Drucke zu derjenigen bei constantem Volum übersteigt die Einheit um das Verhältniss der bei einer Compression stattfindenden Erwärmung zu derjenigen Temperaturerhöhung, welche bei constantem Druck eine eben so grosse Ausdehnung bewirkt.

Um den für k gefundenen Ausdruck so zu transformiren, dass er als eine Function gewisser Druckänderungen erscheint, wie es der Clément'sche Versuch erheischt, denken wir uns ein bestimmtes Gasquantum in folgendem Anfangszustande:

Druck	Volumen	Absolute Temperatur	
$b - \beta$	$v - \varphi$	$T - \tau.$	(1

1) Nach einem Vortrag, gehalten in der Section f. math. u. naturw. Unterr. auf der 52. Naturforscherversammlung zu Baden.

Die kleinen Grössen β, φ, τ seien so gewählt, dass, wenn das fragliche Gas unter constantem Drucke um τ Grade erwärmt wird, eine Ausdehnung um den Betrag φ stattfindet:

$$b-\beta \qquad v \qquad T; \tag{2}$$

und dass, wenn jetzt ohne weitere Wärmezufuhr eine Compression auf das ursprüngliche Volum vorgenommen wird und in Folge dessen die Temperatur um einen Betrag τ' steigt, zugleich der Druck um β wächst:

$$b \qquad v-\varphi \qquad T+\tau'. \tag{3}$$

Sinkt bei constantem Volum die Temperatur wieder auf T, so nehme der Druck um β' ab:

$$b-\beta' \qquad v-\varphi \qquad T. \tag{4}$$

Für irgend zwei dieser Zustände verhalten sich nach dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetze die absoluten Temperaturen wie die Producte aus Druck und Volumen; daher führt die Vergleichung der Zustände (3) und (4), sowie (1) und (4), auf folgende von den Grössen v und φ freie Gleichungen:

$$\frac{T+\tau'}{T}=\frac{b}{b-\beta'}, \quad \frac{T-\tau}{T}=\frac{b-\beta}{b-\beta'},$$

welche sich mit Hilfe eines bekannten Satzes aus der Lehre von den Proportionen[1]) leicht umformen lassen in:

$$\frac{\tau'}{T}=\frac{\beta'}{b-\beta'}, \quad \frac{\tau}{T}=\frac{\beta-\beta'}{b-\beta'}.$$

Verbindet man dieselben jetzt durch Division, so werden die Grössen T und b gleichzeitig eliminirt, und man erhält:

$$\frac{\tau'}{\tau}=\frac{\beta'}{\beta-\beta'}.$$

Der oben für das Verhältniss der zwei specifischen Wärmen aufgestellte Ausdruck verwandelt sich daher in den folgenden:

$$k=1+\frac{\beta'}{\beta-\beta'}=\frac{\beta}{\beta-\beta'}.$$

Die Beobachtung und Messung der kleinen Druckänderungen β, β' ist der Gegenstand des Clément'schen Versuchs.

Mit der vorstehenden Ableitung bitte ich die seither in den Compendien der Physik üblichen vergleichen zu wollen; insbesondere auch das Verfahren des Herrn Mousson in dessen Lehrbuch der Physik, 2. Aufl. § 486 u. 487.

1) Satz von der correspondirenden Aggregation; vgl. das im vorigen Aufsatze angeführte Lehrbuch der Geometrie § 122 auf S. 352.

Experimentaluntersuchungen über magnetische Coërcitivkraft.

Von

Dr. Külp

in Darmstadt.

Erste Abhandlung.

Ueber den remanenten Magnetismus des weichen Eisens und den Einfluss von Erschütterungen auf denselben.

1. Im Anschluss an meine im Laufe der Jahre 1868 bis 1875 in den Annalen von Poggendorff veröffentlichten Arbeiten über den Magnetismus von Stahl und Eisen, habe ich es unternommen, in einer Reihe von Experimentaluntersuchungen die magnetische Coërcitivkraft von hartem und weichem Eisen, sowie von hartem und weichem Stahle, eingehend zu prüfen. Ich werde diese Untersuchungen in einer Reihe von Abhandlungen hier niederlegen und beginne in Folgendem mit der Mittheilung und Discussion derjenigen Beobachtungen, die ich an cylindrischen Eisenstäben verschiedener Dimensionen und insbesondere weicher Qualität erhalten habe.

Ich richtete mein Augenmerk bei meinen Untersuchungen vorzüglich auf den remanenten Magnetismus, welcher nach vorausgegangener, in dem homogenen Felde einer langen Drahtspirale vorgenommenen Induction zurückbleibt und dessen Studium wohl am ersten dazu geeignet ist, das so unklare und widerspruchsvolle Wesen der magnetischen Coërcitivkraft klar zu stellen. Insbesondere waren es oft wiederholte Magnetisirungen und nachherige Erschütterungen, mit welchen ich diesen Zweck zu erreichen hoffte; diese letzteren wurden daher in erster Linie bei meinen sämmtlichen Versuchsreihen durchgeführt und ihr Einfluss auf den remanenten Magnetismus meiner Stäbe geprüft.

2. Ueber die Ausführung meiner Versuche ist Folgendes vorauszuschicken: Die von mir gebrauchten Eisen- und Stahlstäbe waren von den wechselndsten Dimensionen, ihre Dicken variirten zwischen 1 und 4, ihre Längen zwischen 50 und 160, wo ich Millimeter gebe, wie ich es überhaupt in meinen sämmtlichen Mittheilungen thue; die jeweiligen Constanten der gebrauchten Stäbe theile ich bei den einzelnen Versuchsreihen mit.

Die Magnetisirung dieser Stäbe geschah je nach Bedürfniss in zwei Magnetisirungsspiralen aus übersponnenem Kupferdrahte, deren Längen 218 resp. 190, deren innerster Durchmesser 19 resp. 11,5, deren äusserer Durchmesser 25 resp. 41 betrug; die erste (Spirale I genannt) hatte nur eine Windungslage von 200 Windungen, die zweite (Spirale II genannt) hatte acht Windungslagen à 129 Windungen. Durch diese Spiralen konnte nach Erforderniss der Strom von 1 bis 4 Bunsen'schen Elementen eventuellenfalls mehr oder weniger geschwächt geleitet werden. Aus den Dimensionen der Spiralen und den Dimensionen der Stäbe folgt, dass die Magnetisirung der letzteren in ersteren fast genau im homogenen magnetischen Felde vor sich ging (vgl. Weber, elektrodynamische Maassbestimmungen S. 547).

Bei dem eigentlichen Vorgange der Magnetisirung wurden die Stäbe auf einem etwas ausgehöhlten Holzstück genau in die Achse der horizontal gelegten Spirale gleich weit von den Enden entfernt eingelegt. Dann wurde der Strom geschlossen, der Stab wurde etwas hin und her gezogen (vgl. Wiedemann, Galvanismus Bd. 2 S. 308), dann wieder wie vorher in die Mitte gelegt und dabei nach 3 der inducirte Magnetismus bestimmt. Hierauf wurde durch einen raschen Druck auf den Griff eines eingeschalteten Stromschlüssels der Strom unterbrochen und der im Stabe zurückgebliebene Magnetismus beobachtet. Endlich wurde der Stab herausgenommen und entweder, wie es bei später mitzutheilenden Versuchsreihen geschah, erst eine Zeit lang an einem ruhigen Orte in der Ostwestlage aufbewahrt, oder, wie es bei meinen unten folgenden Versuchsreihen stattfand, sofort erschüttert, darnach wieder der remanente Magnetismus nach 3 bestimmt, hierauf wie vorher in durchaus demselben Sinne erneut magnetisirt, wieder erschüttert u. s. w. Die Erschütterungen geschahen, indem ich den betreffenden Stab sechsmal aus einer Höhe von 1,5 ᵐ frei auf den Erdboden herabfallen liess.

3. Was die Bestimmung der magnetisirenden Kräfte und der magnetischen Momente meiner Stäbe anlangt, so ist zu erwähnen, dass ich für die erstere eine gute Weber'sche Tangentenbussole, für die letzteren eine Wiedemann'sche Spiegelbussole mit Fernrohr und Scalenablesung anwendete. Die Ablesungen an der Tangentenbussole, die natürlicherweise mit einem Gyrotropen zur Beobachtung der Ausschläge nach zwei Seiten verbunden war, geschah in der gewöhnlichen Weise; die Stromstärken wurden hiernach aus der bekannten Tangentenformel berechnet und unter Benutzung der gegebenen Dimensionen der Spiralen nach der von Weber für die magnetische Scheidungskraft gegebenen Formel (s. Weber a. a. O.) die magnetisirende Kraft meiner Spiralen berechnet. Als Maasseinheit ist hierbei stets die Horizontalcomponente H des Erdmagnetismus festgehalten.

Nun wurden diese Inductionsspiralen in Entfernungen, die zwischen 120 und 250 wechselten, in die Nähe einer gehörig aufgestellten Wiedemann'schen Bussole gebracht, und zwar in gleicher Höhe mit dem magnetisirten Stahlringe der Bussole, horizontal und in der Ostwestlage; mittels einer zweiten kleineren Spirale, welche von der anderen Seite der Bussole her genährt ward, wurde die ablenkende Wirkung der Spirale auf die Bussole stetig und vollständig compensirt. Wurde darauf nach der in 2 beschriebenen Weise der zu magnetisirende Stab eingelegt und einer Induction unterworfen, so waren die mit dem Fernrohr beobachteten Ausschläge der Bussole in Theilen der Scale ein Maass für das inducirte resp. remanente magnetische Moment des Stabes. Diese wurden nach der Formel berechnet:

$$M = \frac{[R^2 - \lambda^2]^2}{2\,R} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot H,$$

wo R die Entfernung der Mitte des Stabes von der Mitte der Bussole, λ die Entfernung des Stabpoles von der Mitte des Stabes (sie wurde durchweg $^9/_{10}$ der halben Länge des Stabes gleich gesetzt), α den aus der Scalenablenkung berechneten Ausschlagwinkel der Bussole und H die Horizontalkraft der magnetischen Erdkraft bezeichnet. Ich habe indessen, da die remanenten Magnetismen häufig in den Spiegelentfernungen zu geringe Ausschläge an der Spiegelbussole ergaben, dieselben immer noch einmal dadurch geprüft, dass ich die Stäbe in nähere Entfernungen von der Bussole legte und wiederum dabei die Scalenausschläge beobachtete.

4. Nach diesen nothwendigen allgemeinen Bemerkungen schreite ich zur Besprechung meiner Resultate mit cylinderischen Eisenstäben. Ich führe sechs derselben vor, nämlich:

Stab *A*, Länge = 160, Dicke = 1, Gewicht = 980 mg.
Stab *B*, Länge = 100, Dicke = 1, Gewicht = 900 mg.
Stab *C*, Länge = 50, Dicke = 1,5, Gewicht = 1050 mg.
Stab *D*, Länge = 50, Dicke = 4, Gewicht = 5000 mg.
Stab *E*, Länge = 160, Dicke = 2,5, Gewicht = 5910 mg.
Stab *F*, Länge = 160, Dicke = 2,5, Gewicht = 2960 mg.

E und *F* war einfach käuflicher weiter von mir nicht behandelter weicher Eisendraht, die vier ersten Stäbe aber *A* bis *D*, ebenfalls aus käuflichem Eisendrahte hergestellt, waren vor der Induction durch Ausglühen präparirt worden; mit Lehm umhüllt wurden sie im Kohlenfeuer mehrere Stunden geglüht und darauf bis zur völligen Erkaltung ungefähr einen halben Tag liegen gelassen. In dieser Weise konnte ich sicher sein bei *A* bis *D* gehörige Weichheit der Eisenmasse annehmen zu können. Die Anstellung der Versuche geschah nach 2 und 3, ihre Resultate sind folgende:

5. Die absoluten Werthe der remanenten Momente meiner Stäbe vor und nach der Erschütterung zeigen höchst auffallende Erscheinungen, die von dem Verhalten der gleichzeitig beobachteten inducirten Momente sehr verschieden sind. Ich gebe auf der folgenden Seite eine Tabelle über Stab *A*. In der ersten Spalte sind die unter Anwendung von Spirale I benutzten magnetisirenden Kräfte, in *H* ausgedrückt, verzeichnet, in Spalte 2 die bei der ersten Magnetisirung mit dieser Kraft erhaltenen inducirten Momente, in Spalte 3 die nach Unterbrechung des Stromes noch remanenten Momente und in Spalte 4 die nach oben beschriebener Erschütterung noch zurückgebliebenen Momente, in Spalte 5 bis 7 folgen die bei der sofort nach der Erschütterung wiederholten Magnetisirung erhaltenen Werthe für inducirten, sowie remanenten Magnetismus vor und nach der Erschütterung. Die magnetischen Momente sind mit 10^4 dividirt. Bei der Mittheilung der Tabellwerthe von links nach rechts und Zeile um Zeile von oben nach unten ist also hiernach genau die Aufeinanderfolge meiner Versuche innegehalten.

Tabelle.

Magnetisirende Kräfte	Erste Erschütterung: Die inducirten Magnetismen	Erste Erschütterung: Die remanenten Magnetismen vor der Erschütterung	Erste Erschütterung: Die remanenten Magnetismen nach der Erschütterung	Zweite Erschütterung: Die inducirten Magnetismen	Zweite Erschütterung: Die remanenten Magnetismen vor der Erschütterung	Zweite Erschütterung: Die remanenten Magnetismen nach der Erschütterung
17	16	5	3	14	6	3
35	56	18	— 2	55	23	2
54	88	33	5	77	28	2
73	108	23	3	108	29	7
93	138	37	6	138	36	7
113	159	24	7	155	32	6

6. Aus dieser Tabelle ergibt sich sofort, dass die inducirten und die remanenten Magnetismen in ihrem Verhalten durchaus nicht übereinstimmen. Bei der wiederholten Magnetisirung zeigen sich die inducirten Momente hin und wieder gleich, die bezüglichen remanenten Momente zeigen aber diese Gleichheit nicht, auch weichen erstere zum Theil in irgend einem Sinne von einander ab, die letzteren aber durchaus nicht regelmässig in demselben Sinne. Ich habe diese Thatsache an vielen Eisenstäben erkannt und spreche daher den Satz aus:

Bei der Erscheinung des remanenten Magnetismus erlangen innere Kräfte Bedeutung, welche bei der Erscheinung des inducirten Magnetismus entweder zurücktreten oder einen anderen Einfluss ausüben.

Diesen Satz können wir noch durch Thatsachen stützen, welche von der grössten Wichtigkeit sind. In der zweiten Horizontalreihe und der Verticalspalte 4 unserer obigen Tabelle ist der nach der Erschütterung noch remanente Magnetismus mit einem negativen Werthe angeführt. Diese Erscheinung der Umkehrung des vor der Erschütterung positiven remanenten Magnetismus zeigt sich bei vielen Stäben und tritt bei wiederholten Magnetisirungen und Erschütterungen desselben Stabes hin und wieder auf, ohne dass aber ein bestimmtes Gesetz hierfür, eine bestimmte Abhängigkeit von inducirtem und remanentem Magnetismus von mir entdeckt werden konnte. Bei Stab *B* trat die Erscheinung bei 18 Magnetisirungen mit verschiedenen Stromstärken achtmal auf. Diese Beobachtungen fasse ich als bedeutungsvolle Bestätigung meines obigen Satzes auf.

7. Ueber die absoluten Werthe der remanenten Magnetismen meiner Stäbe konnte ich ein weiteres klares Gesetz nicht erkennen, es sei denn die schon bekannte Thatsache, dass der remanente Magnetismus verhältnissmässig um so geringer wird, je weniger gestreckt die betreffenden Stäbe sind, dagegen sind die relativen Werthe derselben vor und nach der Erschütterung von besonderem Interesse. Dies zeigt sich, wenn wir (unter Auslassung der etwa vorhandenen negativen Werthe) die Verluste berechnen, welche die Stäbe durch ihre jeweiligen Erschütterungen an dem vorher vorhandenen remanenten Momente erlitten haben. Ich drücke diese Verluste in Procenten des letzteren aus und gebe folgende Beobachtungen:

a) Stab *A* ergab mit Spirale I bei dreimal wiederholter Magnetisirung und Erschütterung bei der ersten Induction mit der magnetisirenden Kraft 17, also da, wo der Stab von seinem Sättigungspunkte noch sehr weit entfernt war, nach einander die Verluste:

37, 44 und 60.

Bei der magnetisirenden Kraft 93, wo der Stab indessen schon vorher mit geringeren magnetisirenden Kräften behandelt worden war, stellten sich die Verluste bei dreimaliger Wiederholung auf:

83, 79 und 91.

b) Stab *E* zeigte unter Anwendung der Spirale II bei geringer magnetisirender Kraft und erster Induction bei sechsmaliger Wiederholung die Verluste:

57, 64, 64, 67, 64 und 60;

bei mittlerer magnetisirender Kraft die Verluste:

76, 71, 69, 75, 79 und 73,

und bei sehr starker magnetisirender Kraft, wo der Stab ein verhältnismässig bedeutendes magnetisches Moment inducirt und remanent erhielt, die Verluste:

83, 84, 77, 70, 76 und 75.

c) Stab *F* ergab unter gleichen Umständen wie zuletzt sub b) die Verluste:

93, 90, 88, 86, 86 und 84.

8. Aus Beobachtung a) in 7 folgt, dass bei sehr geringer magnetisirender Kraft wiederholte Magnetisirungen und Erschütterungen eine Vermehrung des Erschütterungsverlustes zur Folge haben. Diese Erscheinung stimmt mit der magnetischen Molekulardrehungstheorie überein; denn wenn der Magnetismus in einer Drehung von Molekular-

magneten besteht und der remanente Magnetismus dadurch entsteht, dass die aus ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage durch die Induction herausgedrehten Moleküle in Folge der Wirkung innerer Kräfte, Molekülreibung etc., nur zum Theil wieder in dieselbe zurückfallen, eine Erschütternng daher die Moleküle jener Gleichgewichtslage nähern oder einen Verlust an remanentem Magnetismus verursachen muss, so ist klar, dass bei wiederholten Magnetisirungen und Erschütterungen die Moleküle beweglicher, die Erschütterungsverluste grösser sein müssen.

Indessen zeigen die übrigen in 7 mitgetheilten Beobachtungsreihen, dass bei stärkeren magnetisirenden Kräften, wo die Quantitäten der Magnetismen bereits grösser, der eben besprochene Umstand nicht statthat; scheint es doch vielmehr geradezu, als ob bei stärkerer Induction die Verluste bei mehrmaliger Wiederholung der Magnetisirung und Erschütterung entschieden abnähmen.

Ich folgere hieraus: Wenn innere Körperkräfte, Molekularreibung etc., was nach den zur Zeit vorhandenen Untersuchungen nicht wohl zu bezweifeln ist, eine Rolle bei der Magnetisirung von Eisenstäben spielen, so beeinflussen sie zwar die Quantitäten an magnetischen Momenten bei geringeren magnetisirenden Kräften, bei grösseren magnetisirenden Kräften aber tritt ihr Einfluss entweder ganz zurück oder erfolgt in anderem Sinne.

(Ich werde hierauf in meinen folgenden Abhandlungen noch zurückkommen.)

9. Ein Einfluss grösserer oder geringerer magnetisirender Kräfte auf den Erschütterungsverlust zeigt sich auch schon ohne weiteres. Die Beobachtungen in 7 sub a) und b) ergeben sofort, dass der Erschütterungsverlust um so grösser ist, je stärker die vorher angewandten magnetisirenden Kräfte waren, oder vielleicht besser gesagt je mehr Magnetismus verhältnissmässig der betreffende Stab vorher inducirt und remanent erhielt.

Indessen hat noch ein weiterer Factor einen Einfluss auf den mehr erwähnten Erschütterungsverlust, nämlich die Gestalt der Stäbe, die ja überhaupt bei allen magnetischen Untersuchungen eine so wesentliche Rolle spielt.

Vergleichen wir in 7 pos. b) und c), wo b) mit einem längeren, c) mit einem kürzeren Stabe erhalten wurde, so zeigt sich der Erschütterungsverlust bei dem letzteren grösser. So habe ich ferner gefunden, dass in der Reihe der Stäbe *A* bis *D* die Erschütterungsverluste immer bedeutender ausfielen, bei *B* variirten sie bei grösseren magnetisirenden Kräften zwischen 92 und 100, bei *C* waren sie zumeist 100 und bei *D* fand ich nur hin und wieder bei grösseren magnetisirenden Kräften die in 6 erwähnten negativen Werthe.

Es folgt hieraus, dass der Verlust, welchen ein Eisenstab an remanentem Magnetismus durch Erschütterung verliert, um so grösser ausfällt, je weniger gestreckt der betreffende Stab ist, oder der Magnetismus wird mit um so grösserer Kraft zurückgehalten, je gestreckter die magnetisirten Stäbe sind.

Kleinere Mittheilungen.

Falsche blaue Fluorescenz des Glases.

Von

Eduard Hagenbach.

Als ich vor zwei Jahren bei Gelegenheit einer Versammlung deutscher Naturforscher in München die berühmte Werkstätte des Herrn S. Merz besuchte, fiel mir in einem Schrank ein Glasstück auf, das im durchfallenden Lichte gelb war und im auffallenden einen schönen blauen Schimmer zeigte. Das Verhalten war ganz ähnlich dem des Uranglases, nur dass die blaue Farbe an die Stelle der grünen trat. Ich vermuthete, dass es sich hier um ein stark fluorescirendes Glas handle. Herr Merz hatte die Gefälligkeit, einige Stücke aus diesem Glase zu schleifen und mir zu schenken. Die Untersuchung derselben ergab, dass es sich hier nicht um Fluorescenz, sondern um die bekannte Farbe trüber Medien handelt. Entwirft man nämlich auf einem Schirm ein reines Spectrum und führt dann das Glasstück durch dasselbe, so sieht man, dass diese blaue innere Dispersion in der Mitte zwischen *E* und *F* beginnt, in der Mitte zwischen *F* und *G* den höchsten Grad erreicht und dann von da bis an das Ende des Spectrums reicht. Von der Stelle an, wo die innere Dispersion stark auftritt, gibt sich die derselben entsprechende Absorption durch einen deutlichen Schatten zu erkennen. Betrachtet man dieses im Spectrum erhaltene dispergirte Licht durch ein zweites Prisma, so sieht man sehr deutlich, dass das auffallende und das vom Glas zerstreute Licht genau gleiche Brechbarkeit haben, so dass es sich also hier nicht um eigentliche Fluorescenz handelt. Wenn man ferner das Merz'sche Glas vor die Spalte des Spectralapparates bringt und seitlich Licht auffallen lässt, so erhält man ein Spectrum, in welchem die brechbareren Stellen verhältnissmässig sehr stark vertreten sind; aber es ist nur das Sonnenspectrum mit seinen charakte-

ristischen Linien und kein Fluorescenzspectrum, wie es z. B. Uranglas oder Flussspath bei ähnlicher Betrachtung zeigen. Es sei noch bemerkt, dass auch das Merz'sche Glas wie alle Gläser die gewöhnliche Glasfluorescenz zeigt; man kann das Spectrum dieser Fluorescenz sehr gut bestimmen und mit dem des ordinären Glases vergleichen, wenn man Sonnenlicht, das durch eine Lösung von Kupferoxydammoniak gegangen ist, zur Erregung benützt. Diese Glasfluorescenz, welche, wie schon bemerkt, das Merz'sche Glas wie alle anderen Gläser zeigt, hat nichts zu thun mit der ihm besonders eigenthümlichen blauen Dispersion. Herr Merz hat mir mitgetheilt, dass einst ganz zufällig bei einer Schmelzung das sämmtliche Glas diesen blauen Schimmer erhalten habe und dass derselbe in Folge einer zweiten Umschmelzung wieder verschwunden sei. Vielleicht dass die Ausscheidung ganz feiner Kryställchen bei der ersten Schmelzung und die Wiederauflösung derselben bei der Umschmelzung die Erklärung abgeben kann.

Das Merz'sche Glas ist in seinem Verhalten vollkommen gleich mit den Scheiben, welche Stokes[1]) seinerzeit bei seinen Untersuchungen über Fluorescenz als Complementärabsorbens angewandt hat, mit dem einzigen Unterschiede, dass das Stokes'sche Glas den blauen Schein nur oberflächlich auf der einen Seite hatte, d. h. es war nicht die ganze Scheibe, sondern nur eine oberflächliche Schicht derselben in die eigenthümliche blau schimmernde Form umgewandelt; Stokes nimmt an durch zu starkes Erhitzen und nennt deshalb solche Scheiben over-burnt. Stokes bemerkt schon, dass der blaue Schein zwar zu einem guten Theil das Ansehen einer Lösung von schwefelsaurem Chinin besitze, aber nichts mit Fluorescenz zu thun habe. Da wir in unserer physikalischen Anstalt solche gelbe Gläser mit blauem Schein besitzen, die in London bei dem gleichen Optiker, von dem Stokes die Gläser hatte, gekauft worden sind, so konnte ich mich selbst von der Identität des Merz'schen und des Stokes-schen Glases überzeugen. Von den beiden von mir untersuchten Stokes'schen Gläsern hat das eine wie das Merz'sche im durchfallenden Lichte nur die gelbe Farbe des trüben Mediums, die complementär ist zu dem blauen Schimmer, während das andere ausserdem mit Silber gelb gefärbt ist.

1) Stokes, Pogg. Ann. Bd. 96 S. 530.

Ueber die gegenwärtige Form des Geppert'schen Ingenieur-Instrumentes.

Von

F. Miller,

Universitäts-Mechaniker in Innsbruck.

(Mit Tafel I.)

Im 10. Bande dieses Repertorium (S. 294) findet sich die Beschreibung eines von Oberingenieur Geppert construirten Instrumentes, welches sich besonders dadurch auszeichnet, dass das Fernrohr mit Hilfe einer senkrechten Mikrometerschraube in verticaler Ebene bewegt und somit direct die Tangente der Höhenwinkel gemessen wird, was in Bezug auf Distanz- und Höhenmessen sowie beim indirecten Nivelliren in so weit von grossem Vortheil ist, als hierdurch alle Correctionen und Reductionen wegfallen. Besagtes Instrument hat seit dieser Zeit eine wesentliche Verbesserung erfahren, es kommen bei demselben jetzt statt einer senkrechten Schraube deren zwei in Verwendung, nämlich die Mikrometerschraube *n* (Taf. I) und die sehr steile, doppelt geschnittene Schraube *k*, die bei Aufnahme von Horizontalwinkeln gebraucht wird, um das Fernrohr rasch höher und tiefer stellen zu können Beim Gebrauch der einen oder anderen der beiden Schrauben muss der verschiebbare Backen *p* oder *p'* so weit herabgeschraubt werden, dass er der Bewegung des Fernrohrs nicht hindernd im Wege steht. Bei Tracirungen kann die Schneide des Backens *p* als Contact benützt werden.

Während bei den früheren Instrumenten die Mikrometerschraube ziemlich frei lag und einer Beschädigung leicht ausgesetzt war, sind bei der jetzigen Construction die beiden Schrauben besser geschützt, da sie an den beiden Führungsschienen *t* und *t'* ziemlich knapp anliegen. Zur grösseren Stabilität wurden die Bügel *o* und die Schiene *t* durch eine Querstange *s* fest verbunden. Wird der Horizontalkreis als Regeltransporteur verwendet, so ist eine zweite beigegebene Knopfschraube zu gebrauchen, die in der Mitte konisch ausgedreht und unten ein Hornplättchen trägt, in das ein kleiner Kreis eingestochen ist, um den Horizontalkreis ausser durch seine vier Marken noch auf diese Weise über einen gegebenen Punkt einstellen zu können.

Durch die getroffene Constructionsänderung wurden die Dimensionen des äusserst compendiösen Instrumentes kaum merklich geändert.

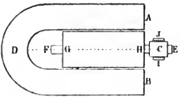
Auf die Libelle ist ferner ein unter dem Winkel von 45° gegen diese geneigter Spiegel zu stecken, um während des Visirens durch das Fernrohr den Stand der Libellenblase controliren zu können.

Magnetelektrische Maschine.

Von

M. Marcel Deprez.

Prüft man die bei allen magnetelektrischen Maschinen, bei welchen permanente Magnete zur Anwendung kommen, allgemein adoptirte Anordnung, so fällt auf, dass thatsächlich bloss das Inductionsvermögen der Polarenden ausgenützt wird, wahrscheinlich weil man annahm, dass die Gegenwart von magnetischen Massen oder beweglichen Schliessungskreisen, die vor den Polen aufgestellt sind, die disponible inducirende Wirkung der übrigen Theile des Magneten beträchtlich vermindert. Da mir ganz einfache Versuche die Unrichtigkeit dieser Anschauungsweise dargethan haben, so construirte ich eine magnetelektrische Maschine, deren Bestandtheile in folgender Weise angeordnet sind. *ADB* ist ein permanenter Hufeisenmagnet, zwischen dessen Schenkeln sich ein Siemens'scher Inductor *FGHE* befindet, der um die Achse *FE* beweglich und mit einem einfachen Commutator bei *C* versehen ist, an welchem die beiden Bürsten *I* und *J* sich reiben und so den Strom nach aussen fortleiten. Die Länge des Siemens'schen Inductors ist fast genau so gross als die geraden Theile der Schenkel des Magneten, so dass die ganze inducirende Kraft dieser Schenkel verwerthet werden kann. Der Inductor wird um seine Achse *FE* entweder durch ein Getriebe oder durch eine Rolle mit kleinem Durchmesser in rasche Rotation versetzt.



Es ist leicht ersichtlich, dass diese Anordnung alle Bedingungen erfüllt, um das Maximum der Leistung zu erhalten. Das erste ausgeführte Modell hatte die folgenden Dimensionen:

die Länge des Hufeisenmagneten, gemessen von den Polflächen bis zum Scheitel des gekrümmten Theiles . . .	145^{mm}
innerer Abstand der Schenkel	33

Dicke des Magnetmagazins	25 mm
Gewicht des Magneten	1,70 kg
Durchmesser des Siemens'schen Inductors	32 mm
Länge des Eisenkernes	60
Gewicht des ganzen Apparats	2,85 kg

Die elektromotorische Kraft, die je nach der Geschwindigkeit veränderlich ist, beträgt bei normaler Geschwindigkeit etwas mehr als 5 Volts.

Mit dieser kleinen Maschine kann man alle Wirkungen wie mit 3 Bunsen'schen Elementen erhalten. Sie ist umkehrbar und bildet einen vorzüglichen Motor für Laboratoriumszwecke. Sie ist ausserdem mit einem Regulator für die Rotationsgeschwindigkeit versehen, wie ich ihn im Bulletin des séances de la Société de Physique (Sitzung vom 16. August 1878) beschrieben habe und der eine absolut constante Geschwindigkeit sichert. Folgende sind die Resultate, wie sie dieser Motor mit einer aus 8 Elementen bestehenden Bunsen'schen Batterie bei veränderter Anzahl der Elemente ergeben hat.

Anzahl der Elemente	In der Secunde entwickelte Arbeit in Kilogramm-Meter
1	0,04
2	0,20
3	0,45
4	0,75
5	1,10
8	1,80

Dieser kleine Motor entwickelt also eine Arbeit höher als 1 kg für die Secunde mit einer Batterie von 5 Bunsen-Elementen. Ich konnte nie ein besseres Resultat mit einer Gramme'schen Maschine mit einem kräftigen permanenten Magneten erhalten, dessen Gewicht mindestens 30 kg betrug. (D'Almeida. Journal de physique.)

Ueber das Radiometer.

Von

Dr. J. Puluj.

(Aus den Wiener Sitzungsberichten vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Zur Erklärung der Bewegungserscheinungen in den Radiometern sind bekanntlich mehrere Theorien aufgestellt worden. Während nach der Ansicht, welche die kinetische Gastheorie zu ihrem Ausgangs-

punkte wählt[1]), die Ursache der Bewegung in der Rückwirkung der zurückprallenden Gasmoleküle an der stärker erwärmten Flügelseite zu suchen ist, soll jene Bewegung nach der Evaporationstheorie[2]) durch Verdampfen condensirter Gase, nach der Emissionstheorie[3]) durch Aussenden von Körpertheilchen an der bestrahlten Flügelseite und nach einer anderen Ansicht durch Luftströmungen[4]) entstehen, welche von der wärmeren zur kälteren Seite der Flügel gerichtet sind und durch Reibung an den Rändern die Flügel mitnehmen.

Wenn auch Herr Prof. Fr. Zöllner gegen eine Voraussetzung, von der die Erklärungsweise der kinetischen Gastheorie ausgeht, mit Recht den Einwand erhoben und durch Rechnung nachgewiesen hat, dass die von den Herren Tait, Dewar und Finkener gemachte Annahme über das Verhältniss der mittleren Weglänge der Gasmoleküle zu den Dimensionen des Gefässes in Wirklichkeit nicht stattfindet, dass die mittlere Weglänge bei der grössten erreichbaren Verdünnung im Verhältniss zu den Dimensionen der Kugel des Radiometers nicht, wie angenommen wird, sehr gross, sondern im Gegentheil sehr klein ist, so scheint mir jene Erklärungsweise dennoch die einzig richtige zu sein, da kein zwingender Grund für die Nothwendigkeit jener Annahme vorliegt und die radiometrischen Bewegungen auch ohne Zuhilfenahme derselben erklärt werden können.

Dagegen lässt sich gegen die Evaporations- und Emissionstheorie Folgendes einwenden. Das Drehungsmoment, welches durch die Flamme auf das Radiometer ausgeübt wird, wächst, wie Versuche des Herrn Prof. Finkener[5]) gelehrt haben, unter übrigens gleichen Umständen zunächst mit der Verdünnung der Gase, erreicht bei einem gewissen Drucke das Maximum und nimmt bei weiterer Verdünnung wieder ab. Diese Abnahme des Drehungsmomentes beträgt wenigstens 95% des Maximum desselben, und es spricht, wie Herr Finkener meint, keine beobachtete Thatsache gegen die Annahme, dass bei fortgesetzter Verdünnung eine beliebige Verkleinerung der Bewegung zu erreichen sei.

1) Tait und Dewar, Nature 1875 July 15.

2) Osborne Reynolds, Pr. Royal Society 1874 June 18; Govi, Comptes rendus 1876 Juillet 3.

3) Fr. Zöllner, Pogg. Ann. Bd. 160.

4) Neesen, Pogg. Ann. Bd. 156; Finkener, Pogg. Ann. Bd. 158; O. E. Meyer, die kinetische Theorie der Gase S. 154.

5) Pogg. Ann. Bd. 158 S. 579, Juli 1876.

Herr Crookes gibt an[1]), dass das Maximum des radiometrischen Effectes für Luft bei einem Drucke von 0,03 mm und einer mittleren Weglänge von 2,5 mm stattfindet. Wird aber der Druck noch weiter erniedrigt (angeblich bis auf 0,000076 mm), so sinkt der radiometrische Effect der Strahlung sehr schnell bis auf 1/10 seines Maximalwerthes.

Wäre die Verdampfung oder Emission von Körpertheilchen an der bestrahlten Flügelseite die einzige, oder wenigstens die hauptsächliche Ursache der radiometrischen Bewegungen, so müssten dieselben bei fortgesetzter Verdünnung nicht abnehmen, sondern im Gegentheil zunehmen, da sowohl Verdampfung als Emission von Körpertheilchen erfahrungsgemäss desto lebhafter sein müsste, je kleiner der Druck im gasverdünntem Raume wäre. Es kann aber andererseits an der Voraussetzung, dass alle Körper unabhängig vom Aggregatzustande schon bei gewöhnlicher Temperatur verdampfen, nicht gezweifelt werden; es muss daher zugegeben werden, dass auch aus der Emission von Körpertheilchen eine Reactionskraft resultiren wird; um aber die erwähnte Abnahme der radiometrischen Bewegungen zu erklären, muss ferner angenommen werden, dass die aus der Emission resultirenden Reactionskräfte im Vergleich zu den Kräften, welche aus dem Zurückprallen der Moleküle der schon vorhandenen gasigen Materie resultiren, entweder verschwindend oder sehr klein sein müssen, so dass die Bewegungserscheinungen entweder ausschliesslich oder hauptsächlich durch letztere Kräfte bedingt werden.

Beim vollen Atmosphärendrucke ist die durch Bestrahlung geweckte Reactionskraft der zurückprallenden Moleküle zu klein, um den Reibungswiderstand an der Spitze und den Luftwiderstand, welcher bei der Bewegung den Flügeln entgegenwirkt, zu überwinden. Bei hinreichender Verdünnung wird die Reactionskraft grösser als jene Widerstände und es beginnt die Bewegung. Wenn die Reactionskraft, analog wie die innere Reibung, mit dem Druck nur sehr langsam abnimmt, so erreicht die Geschwindigkeit der Bewegung bei steter Abnahme des Druckes, also auch des Luftwiderstandes, einmal das Maximum und nimmt bei fortgesetzter Verdünnung ab, weil nicht bloss der Luftwiderstand, sondern auch die geweckte Reactionskraft in Folge der geringeren Menge der zurückprallenden Moleküle kleiner wird. In einem absolut luftleeren Raume müsste die Bewegung ganz

1) Comptes rendus 11. Déc. 1876.

aufhören, wenn an den bestrahlten Flügelseiten keine Emission von Körpertheilchen erfolgen würde.

Gegen die Erklärung des Radiometers mittels Luftströmungen, welche auch von Herrn Prof. O. E. Meyer in seine „Kinetische Theorie der Gase“ (Breslau 1877) aufgenommen worden ist, habe ich in der Nachschrift zu einer früheren Mittheilung[1]) über ein Radiometer mit fixem Kreuz und beweglicher würfelförmiger Mantelfläche eingewendet, dass, wenn die Luft von den berussten zu den unberussten Seiten der Flügel strömen würde, in Folge innerer Reibung des Gases der Würfel in der Richtung des Luftstromes, also entgegengesetzt der von mir beobachteten Bewegungsrichtung, sich drehen müsste.

Herr O. E. Meyer machte zu diesem Einwand folgende Bemerkung: „Dass diese Erklärung (mittels Luftströmungen) durch das Experiment des Herrn Puluj widerlegt sein wollte, vermag ich nicht einzusehen, denn Herrn Finkener's Theorie befasst sich nur mit denjenigen Luftströmungen, welche in der Nähe der bestrahlten Flügel eines Radiometers eintreten, und man ist nicht ohne weiteres berechtigt anzunehmen, dass die Luft an den Wänden des von Herrn Puluj hinzugefügten würfelförmigen Kastens in gleicher Richtung strömen muss; vielmehr scheint mir das Gegentheil sehr viel wahrscheinlicher zu sein.“[2])

Herr Prof. O. E. Meyer ist somit nur von der Wahrscheinlichkeit jener Luftströmungen überzeugt; um aber eine Gewissheit von der Möglichkeit oder Unmöglichkeit derselben zu erlangen, musste ein geeigneter Versuch angestellt werden.

Hier will ich noch zu meinem früheren Experimente eine Bemerkung machen. Das Umkehren der Luftströmungen an den Wänden der würfelförmigen Mantelfläche hielt ich aus zweifachem Grunde für unmöglich.

1. In Folge der angenommenen Luftströmungen von der schwarzen zur blanken Seite der Flügel würde sich die Luft an der blanken Seite zusammenstauen, und wenn etwa die Flügel *B* und *D* (Fig. 1) an die Mantelfläche luftdicht anschliessen würden und kein anderer Ausweg ober- und unterhalb des Flügels *C* vorhanden wäre, müsste die Luft an den Wänden, entgegengesetzt dem Luftstrome an den Flügelrändern strömend,

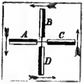


Fig. 1.

1) Sitzungsber. der k. Akad. d. Wissensch. Bd. 76. — Repertorium Bd. 13 S. 424.
2) Carl's Repertorium Bd. 13 S. 622.

sich ausgleichen. Da aber alle vier Flügel von der Mantelfläche mehr weniger gleich weit entfernt sind, so würde jener Ausgleich durch gleichgerichtete Luftströmungen an allen vier Flügeln stattfinden. Es müsste ein einziger in sich selbst zurückkehrender Luftstrom um die fixen Flügel entstehen und nicht vier Luftströme an den äussersten Flügelrändern, wie man aus der Bemerkung des Herrn O. E. Meyer schliessen würde.

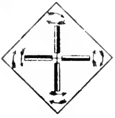


Fig. 2

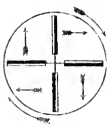


Fig. 3.

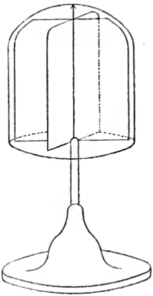


Fig. 4.

2. Bei senkrechter Stellung der Flügel gegen die Wände des Würfels war die Entfernung der äussersten Flügelränder von den letzteren 2—3^{mm}, so dass die angenommenen Luftströmungen mittels innerer Reibung sich bis zur Wandfläche fortpflanzen müssten und die Bewegung auf die letztere übertragen würden. In luftverdünnten Räumen können mässige Bewegungen von Scheiben mittels Luftreibung auf andere Scheiben bis auf Distanzen von 8—10^{mm} übertragen werden, wie die Kundt'schen und Zöllner'schen Radiometer zeigen. Es war mir daher die Entstehung solcher in sich selbst zurückkehrender Kreisströme zwischen den Flügelrändern und den Seitenflächen des Würfels auch noch aus diesem Grunde unwahrscheinlich.

Steht das Kreuz in den Diagonalen des Würfels (Fig. 2), so ist die Entfernung zwischen den Flügelrändern und den Ecken des Würfels grösser, und da wären solche entgegengesetzte Luftströmungen an den Wandungen allerdings noch möglich.

Um daher auch diese Möglichkeit von Luftströmen auszuschliessen, construirte ich ein Radiometer, bestehend aus einem fixen Kreuz von einerseits berussten Glimmerblättchen und einer sehr dünnen cylindrischen Mantelfläche aus Glas. Man erhält dieselbe leicht, indem man eine Glaskugel von genügender Grösse in einen Glascylinder bläst.

Die Zeichnung (Fig. 4) zeigt das Radiometer in natürlicher Grösse. Der Glascylinder war ungefähr 38mm im Durchmesser und 40mm Höhe. Die Flügelränder sind von der Mantelfläche im Mittel um 2mm entfernt. Bei der Flamme eines Schmetterlingbrenners drehte sich der Glascylinder, wie zu erwarten war, in derselben Richtung wie der Würfel, d. h. entgegengesetzt jener Richtung, in welcher sich das Kreuz drehen müsste (Fig. 3).

Mit diesem Versuche glaube ich endgültig nachgewiesen zu haben, dass Luftströmungnn an den Flügelrändern nicht die Ursache der Bewegung der Flügel sein können.

Das hier beschriebene Radiometer liefert H. Rob. Goetze in Leipzig, Albertstrasse 22.

Chlorkalk-Element.

Von

Alfred Niaudet.

(Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre Bd. 1 Nr. 12.)

Das Element hat als positive Elektrode eine Zinkplatte, als negative Elektrode einen Kohlenstab, welcher von Kohlenstücken umhüllt ist.

Das Zink taucht in eine Lösung von Chlornatrium; die Kohle ist von Chlorkalk, der sich in einer Thonzelle befindet, umgeben.

Der Chlorkalk ist bekanntlich eine Mischung von unterchloriger Säure und Kalk; die unterchlorige Säure scheint sehr geeignet zur Depolarisation der negativen Elektrode, da ihre beiden Elemente sich mit dem Wasserstoff verbinden können, wodurch Wasser und Salzsäure gebildet werden. Diese Säure greift das Zink an und erzeugt Chlor-

zink, das sehr löslich und ein sehr guter Leiter ist; sie greift auch den Kalk an und bildet Chlorcalcium, das ebenfalls sehr löslich und ein sehr guter Leiter ist.

Die Wahl der verwendeten Substanzen ist derart, dass die Verbindungen, welche entstehen, löslich sind und zu den besten Leitern gehören. Möglicherweise bilden sich Doppelsalze oder Körper von complicirter Zusammensetzung, wie das bei fast allen Elementen vorkommt; allein wenn dies auch statthat, so sind diese Körper löslich, wovon ich mich nun durch eine dreijährige Untersuchung dieser Elemente überzeugt habe.

Das Zink wird durch den Chlorkalk nicht merklich angegriffen, und es können also diese Elemente ungemein lange ohne Abnützung in Ruhe stehen bleiben; die Einwirkung beginnt erst, wenn der Strom geschlossen ist. Diese Eigenschaft ist bekanntlich für eine grosse Anzahl von Anwendungen von besonderer Bedeutung.

Es erübrigt noch die Anwendung des Chlornatrium zu rechtfertigen. Der Vortheil, dass dasselbe unter allen Salzen das billigste ist, ist nicht der einzige. Es ist der beste Leiter unter den gelösten Salzen und einer der besten Leiter unter allen Flüssigkeiten. Allein noch mehr; ich habe eine grosse Anzahl anderer Chlorüre und anderer Lösungen untersucht, aber alle haben ungenügendere Resultate und geringere elektromotorische Kräfte ergeben als das Seesalz.

Die elektromotorische Kraft des neuen Elementes wurde anfangs grösser als 1,6 Volt. gefunden und blieb immer über 1,5 Volt. nach monatelanger Benützung.

Die durch den Chlorkalk erzeugte Depolarisation hat nicht vollständig und unmittelbar, wie bei den Kupfervitriolelementen, statt. Schliesst man den Strom continuirlich mit einem geringen äusseren Widerstande, so wird die elektromotorische Kraft, wie bei fast allen Elementen, geringer. Allein sie erlangt in ganz kurzer Zeit ihren ursprünglichen Werth wieder, und in dieser Hinsicht übertrifft das neue Element die meisten anderen. Bei einer Versuchsreihe wurde der Schliessungsbogen eines Elementes während 40 Minuten mit einem äusseren Widerstande von 1 Ohm geschlossen. Die elektromotorische Kraft, die am Anfang gleich 139 war, sank auf 113 herab; allein nach 40 Minuten war sie wieder auf 129 und nach 2 Stunden auf 138 gestiegen.

Der innere Widerstand des Elementes ist relativ gering; ich habe grosse Rücksicht darauf genommen, denselben so klein als möglich zu machen. Das Zink ist ganz nahe an der Thonzelle, dabei aber ist eine Berührung durch zwei eingelegte Ringe von Schnüren vermieden.

Der Geruch des Chlorkalkes ist nicht bemerkbar, da der Glasbecher durch einen mit Pech überzogenen Deckel geschlossen ist, welcher nicht nur ein Verschütten des Inhaltes, sondern auch das Verdunsten des Salzes verhindert. Man kann übrigens die einzelnen Elemente sowie ganze Batterien durch verschiedene bekannte sowie durch neue, leicht zu erdenkende Verfahrungsweisen nahezu hermetisch verschliessen.

Magnetische Messungen in Kremsmünster.

Von

J. Liznar.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1879 Nr. 22.)

Die Messungen wurden theils im Freien, theils in einem hölzernen Häuschen im Garten des Stiftes nördlich von der Sternwarte ausgeführt. Es ergaben sich folgende Differenzen der magnetischen Elemente zwischen Kremsmünster und Wien:

Declination Kremsmünster—Wien	= 1°17'8
Horizontalintensität Kremsmünster—Wien . . .	= — 0,0189
Inclination Kremsmünster—Wien	= 0°9'9

Zur Bestimmung der Declination und Horizontalintensität diente ein Reisetheodolit von Lamont (Lamont I), zur Bestimmung der Inclination das Inclinatorium von Dover Nr. 1.

Im Ganzen wurde 2 mal die Declination, 5 mal die Horizontalintensität (einmal mit dem Magnetometer) und 2 mal die Inclination bestimmt. Die durch den Theodoliten und das Magnetometer erhaltenen Werthe stimmen fast vollkommen überein, wenn man die Constanten des ersteren auf die in der Abhandlung auseinandergesetzte Weise corrigirt.

Maxwell †.

Am 5. November 1879 verschied der Professor der Physik an der Universität zu Cambridge James Clerk Maxwell.

Bezugsquellen-Liste.

Wir empfehlen den verehrlichen Instituten zur Verfertigung von physikalischen Apparaten etc. die Einschaltung Ihrer werthen Firma unter dieser Rubrik. Preis pro Zeile und Jahr M. 5. —.

München, Glückstrasse Nr. 11.

Hochachtungsvoll

Die Expedition des Repertorium für Experimental-Physik
R. Oldenbourg.

Bezeichnung der Firma	Fabrikate und Angabe der Specialität
***Albert**, Frankfurt a. M., Mainzerstrasse.	Physikalische Vorlesungsapparate.
***Anstalt**, optische, astro-physikal. Werkstätte. Würzburg (Eugen Hartmann).	Specialität: Optische Gläser, Präcisions-Instrumente für Physik.
Breithaupt, F. W., & Sohn, Cassel.	Astronomische u. geodätische Instrumente.
Cleff, C. & F., Remscheid-Hasten.	Elektrische u. speciell magnet-elektrische Apparate.
Edelmann, M. Th., München.	Physikalische, meteorologische, physiologische, medicin. etc. Instrumente und Apparate für elektrisches Licht.
Ertel, T., & Sohn, München, Louisenstrasse 12.	Astronomische, mathematische u. geodätische Instrumente.
Fein, C. & E., Stuttgart, Kasernenstr. 43b.	Galvanische Batterien, elektrische Apparate.
Hasler, G., Telegr.-Werkstätte, Bern.	Meteorologische Registrir-Instrumente.
Heller, Mechan. Werkstätte, Nürnberg.	Physik. Apparate für Vorlesungszwecke.
Houdek, Dr. & **Hervert**, Prag. Karpfengasse.	Egger'sche elektro-magnetische Motoren.
Jung, R., Heidelberg, Hauptstrasse 15.	Capillarelektrometer und Elektrocapillarkraftmaschine nach Lippmann, Thomson'sches Elektrometer nach Kirchhoff, neue Construction, Wollaston-schen Draht.
***Kappeller**, Heinr., jun., Wien V, Kettenbrückengasse 9.	Barometer, Thermometer, Psychrometer, Aräometer etc.
Kohl, Max, Chemnitz, Poststrasse 21.	Physikalische Instrumente und Apparate neuester Constructionen. Preiscourant neu.
Merz, G. & S., München, Müllerstr 11.	Optische und astronomische Instrumente.
Dr. Meyerstein's Nachfolger (Aug. Becker) in Göttingen.	Astronom. u. physikal. Werkstatte.
***Miller**, F., Universit.-Mechan., Innsbruck.	Physikalische u. mathemat. Instrumente.
Oertling, Aug., Berlin, Oranienburgerstrasse 57 u. 58.	Chemische Waagen, Sextanten, mathematische Instrumente, Kreistheilungen.
Pauly-Stahel, G., Friedrichshafen a. B.	Fabrik elektr. Drähte.
Riefler, Clemens, Maria Rain u. München, Karlsplatz 29.	Fabrik mathemat. Instrumente, Reisszenge.
Schmidt, Franz, & **Haensch**, Berlin S., Stallschreiberstrasse 4.	Spectral-Apparate, Polarisations-Apparate, Mikroskope.
***Schneider**, Emil, in Lichtenhain b. Oberweissbach i. Thüringen.	Thermometer, Barometer und alle physikalischen Glasinstrumente.
***Schuckert**, Sigmund, Nürnberg.	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht Galvanoplastik u. Lehranstalten.
Steinheil, C. A., & Söhne, München, Landwehrstrasse 31.	Optische und astronomische Instrumente.
Stöhrer, E., jun., Leipzig	Apparate für Projection physik. Versuche.
Stollnreuther, C., & Sohn, München	Physikalische Instrumente.
Vogel, C. & J., Berlin, Ritterstrasse.	Ueberspomene Drähte.
Weisser, J. G., Söhne, St. Georgen (bad. Schwarzwald).	Drehbänke für physikal. Laboratorien.
Wesselhöft, Mechaniker, Halle a. d. Saale.	Elektrische und akustische Apparate.

☞ *Bei Correspondenzen, Bestellungen etc. an die hier anzeigenden Firmen bitten wir das Repertorium für Experimentalphysik gefl. als Quelle zu nennen.*

* Ein ausführliches Inserat befindet sich im Inseratentheile.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR. PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

SECHZEHNTER BAND.

Inhalt des 2. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG, 1880.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Bei Correspondenzen, Bestellungen etc. an die hier anzeigenden Firmen bitten wir das Repertorium für Experimental-Physik gefl. als Quelle zu nennen.

Die wahre Theorie der Fresnel'schen Interferenz-Erscheinungen.

Von

H. F. Weber.

(Aus den Berichten der Züricher Naturforsch. Gesellschaft vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

In dem klassischen Versuche, durch welchen Thomas Young die gegenseitige Interferenz zweier Wellensysteme demonstrirte, wurde die Interferenz durch Wellen erzeugt, die erhebliche Diffraction erlitten hatten. Young's Interferenzerscheinung ist eine reine Diffractionserscheinung.

Fresnel sah in diesem Charakter des Young'schen Versuches eine Complication und versuchte die Interferenz auf einfachere Weise, mit Ausschluss der Diffraction herzustellen. Er glaubte dieses Ziel durch seinen Doppelspiegel und durch sein Doppelprisma völlig erreicht zu haben; er sagt ausdrücklich: „les franges produites par un verre prismatique ou par deux miroirs formant un angle très-obtus n'appartiennent pas à la diffraction, puisqu'elles ne sont point formées par des rayons diffractés ou infléchis, mais par deux faisceaux lumineux régulièrement réfléchis ou réfractés" (Mém. sur la diffraction de la lumière p. 446). Von dieser Anschauung aus musste er folgenden Zusammenhang zwischen der Lichtstärke H in irgend einem Orte Q des Interferenzraumes, der Lage dieses Ortes und der Wellenlänge λ gewinnen:

$$H = 4\,H_0 \cdot \cos^2 \frac{\pi}{\lambda}\,(r_2 - r_1) = 4\,H_0 \cdot \cos^2 \frac{2\,\pi\,\delta\,y}{\lambda\,(a + w)},$$

wo r_1 und r_2 die Entfernungen bedeuten, welche der Ort Q von don beiden virtuellen Bildern der die Interferenz erzeugenden Lichtlinie besitzt, wo $2\,\delta$ der gegenseitige Abstand dieser beiden Bilder ist, wo y die seitliche Entfernung des Ortes Q von der durch die gemeinschaftliche Kante des Interferenzapparats und durch die Mitte zwischen den beiden virtuellen Lichtbildern gelegten Ebene bedeutet, wo

$a + w$ die Entfernung des Ortes Q von der durch diese beiden Bilder geführten Ebene angibt und wo endlich H_0 eine gewisse Constante darstellt. Hiernach würden die durch den Doppelspiegel oder das Doppelprisma erzeugten Interferenzerscheinungen folgenden einfachen Gesetzen unterworfen sein:

1) Alle Interferenzfransen, die demselben $a + w$ entsprechen, haben genau gleiche Breite
$$B = \frac{\lambda(a + w)}{2\delta};$$
2) diese Breite wächst für dasselbe δ und λ genau proportional mit der Entfernung $a + w$.
3) Die Helligkeitsminima sind sämmtlich unter einander gleich, und zwar gleich null;
4) die Helligkeitsmaxima haben ebenfalls sämmtlich die gleiche Lichtstärke $4H_0$.
5) Bei Anwendung von weissem Licht zur Herstellung der Interferenz ist die mittlere Zone der centralen Franse stets weiss und auf beiden Seiten von einem gelblichen, weiter nach aussen roth gefärbten Saum umgeben.

Fresnel hat versichert, durch Beobachtung und Messung alle diese Consequenzen seiner Theorie bestätigt gefunden zu haben. Unzählige Male sind seit Fresnel's Tagen die Fresnel'schen Interferenzen als Grunderscheinungen erzeugt worden, und alle Beobachter haben die Uebereinstimmung der Fresnel'schen Theorie mit den Erscheinungen anerkannt.

Diese Uebereinstimmung zwischen der Theorie und der Wirklichkeit besteht aber nicht; eine genauere Betrachtung der Fresnel'schen Interferenzen lässt erkennen, dass keine einzige der soeben genannten Folgerungen der Theorie den Erscheinungen entspricht.

Die Breiten der Interferenzfransen sind für dieselbe Entfernung $a + w$ ganz beträchtlich ungleich. In gewissen Entfernungen $a + w$ ist die centrale Franse schmäler als ihre Nachbarn, letztere breiter als die darauf folgenden Fransen u. s. w.; andere Entfernungen $a + w$ gibt es, in denen das Umgekehrte stattfindet; in bestimmten Entfernungen $a + w$ endlich sind die mittleren Fransen genau gleich breit.

Die Werthe der verschiedenen Helligkeitsminima sind deutlich wahrnehmbar verschieden.

Die Helligkeitsmaxima sind ganz beträchtlich ungleich; die schmäleren Fransen haben schwächere Maxima, die breiteren Fransen stärkere Maxima. Diese Ungleichheit der Lichtstärkemaxima ist so gross, dass sie schon auf den ersten Blick geradezu eindringlich in die Augen fällt.

Die mittlere Zone der centralen Franse zeigt sich bei Beleuchtung des Interferenzapparats mit weissem Licht niemals weiss, sondern immer gefärbt. Die Art der Färbung wechselt mit der Entfernung von der gemeinschaftlichen Kante des Interferenzapparats in der buntesten Weise. Geht man von der Nähe des Interferenzapparats aus, der Richtung der wachsenden w entlang, so gewahrt man folgende Reihenfolge von Färbungen in der mittleren Zone der centralen Franse:

	(Fortsetzung)	(Fortsetzung)
weiss	grüngelb	gelb
gelblichweiss	gelb	orange
gelb	braungelb	lichtroth
braungelb	rothbraun	grünlichgelb
fleischroth	lichtroth	gelblichweiss
blaugrau	lavendelgrau	weisslich
grünlichgrau	grünlichgelb	u. s. w.

Die Erscheinungen stehen also in vollem Widerspruch mit der Fresnel'schen Theorie. Die letztere muss also auf falschen Principien beruhen.

Schon die blosse Betrachtung der Form des von Fresnel gegebenen Helligkeitsausdrucks drängt übrigens zu der Ueberzeugung hin, dass Fresnel's Theorie unrichtig sein muss. Die Erfahrung zeigt, dass die Interferenz, d. h. eine oscillirende Lichtintensität, nur innerhalb eines ganz bestimmt begrenzten Raumes auftritt und dass ausserhalb dieses Raumes constante Helligkeit vorhanden ist. Diese eigenthümliche räumliche Vertheilungsweise der Lichtstärke ist aber in Fresnel's Intensitätsformel nicht enthalten.

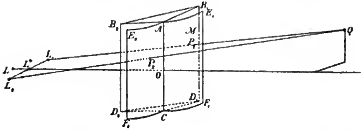
Eine eingehende Reflexion über das Zustandekommen der Fresnel-schen Interferenzerscheinungen deckt den Fehler in Fresnel's Theorie auf. Die von Fresnel ohne jede weitere Begründung gemachte Annahme, dass in seinen Interferenzerscheinungen keine Diffractionswirkungen vorkommen, ist unrichtig. Die Fresnel'schen Interferenzerscheinungen sind eben so reine Diffractionserscheinungen wie die Young'schen; die ersteren werden durch die Combination zweier

innerer Diffractionsfransensysteme hervorgebracht, die letzteren resultiren durch das Zusammenwirken zweier **äusserer** Diffractionsfransensysteme.

In der folgenden Abhandlung entwickle ich, von dem von **Fresnel** mit so viel Scharfsinn und Erfolg in die Diffractionslehre eingeführten **Huyghens**'schen Princip ausgehend, die exacte Theorie der **Fresnel**schen Interferenzerscheinungen. Durch die Zurückführung der von **Fresnel** in die Diffractionstheorie eingeführten „**Fresnel**'schen Integrale" auf zwei mit den **Bessel**'schen Functionen im engsten Zusammenhange stehende transcendente Functionen gewinne ich einen verhältnissmässig sehr einfachen allgemeinen Ausdruck der Lichtintensität, welche in irgend einem Orte des Interferenzgebiets vorhanden ist. In einer näheren Betrachtung dieses allgemeinen Helligkeitsausdrucks wird sodann gezeigt, dass ein vollkommener Einklang besteht zwischen der aus den Principien der Diffraction entwickelten Theorie und den beobachteten Erscheinungen.

1.

Um einen bestimmten Fall zu haben, möge angenommen werden, die zu behandelnde Interferenzerscheinung werde durch das **Fresnel**sche Doppelprisma erzeugt. Die für diesen Fall erhaltenen Resultate lassen sich unmittelbar auf den Fall übertragen, in welchem die Interferenz mit Hilfe des **Fresnel**'schen Doppelspiegels hergestellt wird. Es sei (siehe folgende Figur) L die punktförmige Lichtquelle und



$AB_1B_2CD_1D_2$ das Doppelprisma mit vertical stehenden brechenden Kanten. Die Lichtquelle möge so gelegen sein, dass das von ihr auf die hintere Fläche $B_1B_2D_1D_2$ des Doppelprismas herabgelassene Loth durch die den beiden Prismen gemeinsame Kante AC in O hindurchgeht. Die durch LO gehende horizontale Ebene möge als horizontale Haupt-

ebene, die durch L und die Kante AC gelegte Ebene als verticale Mittelebene bezeichnet werden.

Die von der punktförmigen Lichtquelle L ausgehende sphärische Wellenfläche tritt nach dem Durchgang durch das Doppelprisma in Form zweier gleicher, rechteckig begrenzter sphärischer Wellenflächen ACE_1F_1 und ACE_2F_2 hervor, von denen die erstere ihren Mittelpunkt in L_1, die andere in L_2 haben möge. Die Linie L_1L_2 liegt in der horizontalen Hauptebene; die Abstände der Orte L_1 und L_2 von der Geraden LO sind gleich; die Mitte der Geraden L_1L_2 sei mit L^* bezeichnet, der Abstand $L^*L_1 = L^*L_2$ sei gleich δ gesetzt. Die horizontal laufende Seite der rechteckigen Begrenzung der sphärischen Wellenflächen habe die Länge b; die vertical laufende Seite dieser Begrenzung sei von der Länge h. Die Strecke L^*O sei mit a bezeichnet. Die Längen b und h sind sehr klein gegenüber der Entfernung a.

Die auf den beiden sphärischen Wellenflächen gelegenen Aethertheilchen haben in jedem Zeitmomente übereinstimmende Bewegungszustände. Um den einfachsten Fall der Rechnung zu haben, nehmen wir an, die von diesen Aethertheilchen ausgeführten Oscillationen seien geradlinig und überall gleich gerichtet. Der Ausdruck für die Ausweichung s_1 aus der Gleichgewichtslage eines auf der Wellenfläche ACE_1F_1 gelegenen Aethertheilchens zur Zeit t sei

$$s_1 = A \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Bezeichnen wir mit s_2 die zu derselben Zeit stattfindende Ausweichung aus der Gleichgewichtslage für ein auf der Wellenfläche ACE_2F_2 gelegenes Aethertheilchen, so ist ebenfalls

$$s_2 = A \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Die zu lösende Aufgabe ist: die Lichtintensität zu finden, die durch das Zusammenwirken der von diesen beiden Wellenflächen ausgehenden Oscillationen in irgend einem Orte Q des Raumes hervorgerufen wird.

Zur Lösung dient das Fundamentalprincip der Diffractionstheorie, das Huyghens'sche Princip. Ist M der Ort irgend eines Flächenelements $d\omega$ der beiden Wellenflächen, bezeichnet ϱ die Entfernung dieses Ortes von dem Orte Q, für welchen die Lichtintensität gesucht wird, und bedeutet S die resultirende Ausweichung, welche durch das

Zusammenwirken aller der von den beiden Wellenflächen ausgehenden Oscillationen in Q zur Zeit t erzeugt wird, so ist

$$S = \int \frac{A}{\lambda \varrho} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\varrho}{\lambda}\right) d\omega,$$

wo λ die Wellenlänge der von den Wellenflächen ausgehenden Oscillationen darstellt und wo die Integration über alle Elemente der beiden Wellenflächen auszudehnen ist. Dabei ist die Voraussetzung gemacht, dass der Winkel zwischen der Verbindungslinie ϱ und der in M nach aussen gerichteten Normale der Wellenfläche so klein ist, dass sein Cosinus der Einheit gleich gesetzt werden darf.

Das auszuwerthende Integral kann als die Summe zweier Theile betrachtet werden:

$$S = \int \frac{A}{\lambda \varrho_1} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\varrho_1}{\lambda}\right) d\omega_1 + \int \frac{A}{\lambda \varrho_2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\varrho_2}{\lambda}\right) d\omega_2 =$$
$$= S_1 + S_2;$$

in dem ersten Theile bezieht sich die Integration nur auf die sämmtlichen Elemente der Wellenfläche ACE_1F_1, in dem letzten nur auf die Elemente der Wellenfläche ACE_2F_2. Zur Berechnung dieser beiden Flächenintegrale möge ein rechtwinkliges Coordinatensystem zu Grunde gelegt werden, dessen Anfangspunkt in L^* liegt, dessen z-Achse die Richtung $L^* \rightarrow O$ hat, dessen y-Achse in die Richtung $L^* \rightarrow L_1$ fällt und dessen x-Achse vertical noch oben läuft. Wir beschäftigen uns zunächst mit dem ersten Integrale S_1 und drücken die Grössen ϱ_1 und $d\omega_1$ durch Coordinatenwerthe aus.

Das beliebige Element $d\omega_1$ der Wellenfläche ACE_1F_1 habe die Coordinaten x_1, y_1, z_1; die Coordinaten des Ortes Q seien x, y, z. Es ist dann

$$\varrho_1^2 = x^2 + y^2 + z^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - 2xx_1 - 2yy_1 - 2zz_1.$$

Es gelten daher die Gleichungen:

$$x^2 + (y - \delta)^2 + z^2 = r_1^2$$

und

$$x_1^2 + (y_1 - \delta)^2 + z_1^2 = r^2,$$

wenn r_1 die Länge QL_1 und r den Radius der sphärischen Wellenfläche ACE_1F_1 bezeichnet. Aus diesen beiden Gleichungen lassen sich unter der Voraussetzung, dass die Glieder vierter Ordnung $\left(\frac{x}{r_1}\right)^4, \left(\frac{x_1}{r}\right)^4, \left(\frac{y-\delta}{r_1}\right)^4, \left(\frac{y_1-\delta}{r}\right)^4 \cdots$ gegen eins verschwindend klein sind, folgende Werthe für z und z_1 ableiten:

$$z = r_1 - \frac{x^2}{2r} - \frac{(y-\delta)^2}{2r}$$

$$z_1 = r - \frac{x_1^2}{2r} - \frac{(y_1-\delta)^2}{2r}.$$

Durch Verwendung der vier letzten Gleichungen lässt sich der obige Werth von ϱ_1^2 in folgende Form bringen:

$$\varrho_1^2 = (r_1 - r)^2 + \frac{r_1}{r}\left(x_1 - x\,\frac{r}{r_1}\right)^2 + \frac{r_1}{r}\left(y_1 - \frac{yr + \delta(r_1 - r)}{r_1}\right)^2.$$

Werden die Verhältnisse so gewählt, dass die kleinen Grössen vierter Ordnung $\left[\frac{x_1, x, y_1, y, \delta}{r_1 - r, z, a}\right]^4$ verschwindend klein gegen eins sind, so erhält ϱ_1 den Werth:

$$\varrho_1 = r_1 - r + \frac{z}{2a(z-a)}\left(x_1 - x\,\frac{a}{z}\right)^2 + \frac{z}{2a(z-a)}\left(y_1 - \frac{ya + \delta(z-a)}{z}\right)^2.$$

Ersetzen wir endlich das Flächenelement $d\omega_1$ in erster Annäherung durch seine Projection dx_1, dy_1 auf die xy-Ebene und stellen wir wegen der geringen Variation, welche die Entfernung ϱ_1 von Flächenelement zu Flächenelement erleidet, den Factor $\frac{1}{\varrho_1}$ als angenähert constant, und zwar als gleich $\frac{1}{z-a}$, vor das Integralzeichen, so erhalten wir als sehr angenähert richtigen Werth des ersten Integrales S_1 folgenden Ausdruck:

$$S_1 = \frac{A}{\lambda(z-a)} \int\limits_{x_1=-h_0}^{x_1=h-h_0} \int\limits_{y_1=0}^{y_1=b} \cos\left\{2\pi\left[\frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda} - \frac{r_1}{\lambda} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{z}{2a(z-a)\lambda}\left(x_1 - \frac{xa}{z}\right)^2 - \frac{z}{2a(z-a)\lambda}\left(y_1 - \frac{ya+\delta(z-a)}{z}\right)^2\right]\right\}\cdot dx_1 dy_1,$$

in welchem die Länge h_0 das Kantenstück CO bezeichnet.

In analoger Weise lässt sich der entsprechende Ausdruck für das Integral S_2 gewinnen. Nehmen wir an, die Coordinaten des beliebigen Elements $d\omega_2$ der Wellenfläche ACE_2F_2 sind x_2, y_2, z_2 (die y-Achse soll in diesem Falle die Richtung $L^* \rightarrow L_2$ haben) und machen wir dieselben Voraussetzungen bezüglich der Grössen x_2, y_2, $d\omega_2$ und ϱ_2, die wir soeben in Betreff der Grössen x_1, y_1, $d\omega_1$ und ϱ_1 gemacht haben, so erhalten wir:

$$S_2 = \frac{A}{\lambda(z-a)} \int\limits_{x_2=-h_0}^{x_2=h-h_0} \int\limits_{y_2=0}^{y_2=b} \cos\left\{2\pi\left[\frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda} - \frac{r_2}{\lambda} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{z}{2a(z-a)\lambda}\left(x_2 - \frac{xa}{z}\right)^2 - \frac{z}{2a(z-a)\lambda}\left(y_2 - \frac{-ya+\delta(z-a)}{z}\right)^2\right]\right\} \cdot dx_2 dy_2.$$

Die in diesem Ausdrucke vorkommende Länge r_2 stellt die Strecke $L_2 Q$ vor. Um kürzere Formen für S_1 und S_2 zu erzielen, soll gesetzt werden:

$$z = a + w \qquad x\frac{a}{a+w} = \alpha \qquad \frac{\delta w + ay}{a+w} = \beta_1 \qquad y_1 - \beta_1 = v_1$$

$$\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{a+w}{a\cdot w} = m \qquad x_1 - \alpha = u_1 \qquad x_2 - \alpha = u_2 \qquad \frac{\delta w - ay}{a+w} = \beta_2 \qquad y_2 - \beta_2 = v_2.$$

Nach Einführung dieser neuen Bezeichnung nimmt die Summe der beiden Flächenintegrale folgende Form an:

$$S = \frac{A}{\lambda w} \int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{r}{\lambda}\right) - 2\pi\frac{r_1}{\lambda} - m u_1^2 - m v_1^2\right]\cdot du_1\, dv_1$$

$$+ \frac{A}{\lambda w} \int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{r}{\lambda}\right) - 2\pi\frac{r_2}{\lambda} - m u_2^2 - m v_2^2\right]\cdot du_2\, dv_2$$

oder

$$S = \left[\frac{A}{\lambda w} \int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \cos\left(2\pi\frac{r_1}{\lambda} + m u_1^2 + m v_1^2\right)\cdot du_1\, dv_1 + \right.$$

$$\left. + \frac{A}{\lambda w} \int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \cos\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda} + m u_2^2 + m v_2^2\right)\cdot du_2\, dv_2 \right] \cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{r}{\lambda}\right)$$

$$+ \left[\frac{A}{\lambda w} \int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \sin\left(2\pi\frac{r_1}{\lambda} + m u_1^2 + m v_1^2\right)\cdot du_1\, dv_1 + \right.$$

$$\left. + \frac{A}{\lambda w} \int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \sin\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda} + m u_2^2 + m v_2^2\right)\cdot du_2\, dv_2 \right] \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{r}{\lambda}\right).$$

Hieraus lässt sich sofort die in dem Orte Q auftretende Lichtstärke ableiten. Bringt man den Satz in Anwendung

$$P\cdot\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{r}{\lambda}\right)+Q\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{r}{\lambda}\right)=$$
$$=\sqrt{P^2+Q^2}\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{r}{\lambda}\right)-\operatorname{arc\,tg}\frac{Q}{P}\right]$$

und berücksichtigt, dass die Lichtstärke H in einem Orte gleich zu setzen ist dem Mittelwerthe, welchen die lebendige Kraft der in diesem Orte stattfindenden Aetheroscillation während der Dauer einer Schwingung besitzt, dass also

$$H=\frac{1}{2}\cdot\frac{\mu}{T}\int_0^T\left(\frac{dS}{dt}\right)^2\cdot dt,$$

wo μ die Masse des oscillirenden Aethertheilchens und S die zur Zeit t vorhandene Ausbiegung aus der Gleichgewichtslage bedeutet, so findet man als Ausdruck der in Q unter dem Zusammenwirken der von beiden Wellenflächen ausgehenden Oscillationen auftretenden Lichtintensität H folgende Form:

$$\left.\begin{aligned}H=\mu\frac{\pi^2A^2}{T^2\lambda^2\varkappa^2}&\left|\int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha}\int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1}\cos\left(2\pi\frac{r_1}{\lambda}+mu_1^2+mv_1^2\right)du_1\,dv_1+\right.\\&\left.+\int\limits_{u_2=-h-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha}\int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2}\cos\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda}+mu_2^2+mv_2^2\right)du_2\,dv_2\right|^2\\+\mu\frac{\pi^2A^2}{T^2\lambda^2\varkappa^2}&\left|\int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha}\int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_1=b-\beta_1}\sin\left(2\pi\frac{r_1}{\lambda}+mu_1^2+mv_1^2\right)du_1\,dv_1+\right.\\&\left.+\int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha}\int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2}\sin\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda}+mu_2^2+mv_2^2\right)du_2\,dv_2\right|^2\end{aligned}\right\}\quad(1$$

Die hier auftretenden Doppelintegrale können auf Producte einfacher Integrale zurückgeführt werden:

$$\int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha}\int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1}{\cos\atop\sin}\left(2\pi\frac{r_1}{\lambda}+mu_1^2+mv_1^2\right)du_1\,dv_1=$$
$$=\int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha}{\cos\atop\sin}(mu_1^2)\,du_1\int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1}\cos\left(2\pi\frac{r_1}{\lambda}+mv_1^2\right)du_1\mp$$
$$\mp\int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha}{\sin\atop\cos}(mu_1^2)\,du_1\int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1}\sin\left(2\pi\frac{r_1}{\lambda}+mv_1^2\right)dv_1$$

und

$$\int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha}\int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda}+m u_2^2+m v_2^2\right)du_2\,dv_2=$$

$$=\int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}(m u_2^2)\,du_2\int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2}\cos\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda}+m v_2^2\right)dv_2\mp$$

$$\mp\int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(m u_2^2)\,du_2\int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2}\sin\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda}+m v_2^2\right)dv_2.$$

Somit ist die Bestimmung der in Q resultirenden Helligkeit auf die Auswerthung Fresnel'scher Integrale reducirt. In dem folgenden Abschnitt führe ich die Fresnel'schen Integrale auf die verallgemeinerte Bessel'sche Function und auf eine mit letzterer auf das engste zusammenhängende Function zurück und decke damit die eigentliche Natur dieser Integrale auf.

2.

Die ursprüngliche, von Bessel eingeführte Definition der Bessel-schen Function ist

$$2\pi\, I^h_{(k)}=\int\limits_0^{2\pi}\cos(h\varphi-k\cos\varphi)\,d\varphi,$$

wo der Index h eine ganze Zahl vorstellt. Bessel stellte die Function I durch folgende, nach aufsteigenden Potenzen des Arguments k fortschreitende convergente Reihe dar:

$$I^h_{(k)}=\frac{k^h}{2\cdot 4\ldots 2h}\left(\frac{k^2}{2(2h+2)}+\frac{k^4}{2\cdot 4(2h+2)(2h+4)}-\cdots\right),$$

entwickelte die drei Fundamentaleigenschaften:

$$I^{h+1}_{(k)}=\frac{2h}{k}\left(I^h_{(k)}-I^{h-1}_{(k)}\right)$$

$$\frac{dI^h_{(k)}}{\delta k}=\frac{1}{2}\left(I^{h-1}_{(k)}\;I^{h+1}_{(k)}\right)$$

$$I^{h+1}_{(k)}=\frac{h}{k}\left(I^h_{(k)}-\frac{dI^h_{(k)}}{dk}\right)$$

und zeigte, dass die Function die Differentialgleichung erfüllt:

$$\frac{d^2 I^h_{(k)}}{dk^2} + \frac{1}{k} \cdot \frac{d I^h_{(k)}}{dk} + \left(1 - \frac{h^2}{k^2}\right) I^h_{(k)} = 0.$$

Später hat dann **J a c o b i** einen weiteren allgemeinen Ausdruck der Function I in Form einer semiconvergenten Reihe gegeben, welcher für sehr grosse Werthe des Arguments k die Natur der Trancendente vor Augen legt und zur numerischen Berechnung derselben von ausserordentlicher Brauchbarkeit ist:

$$(-1)^{\frac{h}{2}(h-1)} I^h_{(k)} = \frac{\sin\left(k + (-1)^h \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{\frac{\pi}{2} k}} \left(1 - \frac{(1 - 4h^2)(3^2 - 4h^2)}{\Pi 2 \cdot (8k)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{(1^2 - 4h^2)(3^2 - 4h^2)(5^2 - 4h^2)(7^2 - 4h^2)}{\Pi 4 \cdot (8k)^4} - \cdots \right) -$$

$$- \frac{\cos\left(k + (-1)^h \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{\frac{\pi}{2} k}} \left(\frac{1^2 - 4h^2}{\Pi 1 \cdot (8k)^1} - \frac{(1^2 - 4h^2)(3^2 - 4h^2)(5^2 - 4h^2)}{\Pi 3 \cdot (8k)^3} + \cdots\right)$$

Diese semiconvergenten Reihen haben die Eigenschaft, dass jedes neu hinzukommende Glied das Maximum des Unterschiedes zwischen dem Functionswerthe und der Summe der angewandten Glieder bezeichnet.

Ich verallgemeinere die Definition der **B e s s e l**'schen Function dadurch, dass ich setze

$$I^h_{(k)} = \int_0^\pi \cos(h\varphi - k \sin\varphi)\, d\varphi,$$

wo der Index h eine **g a n z b e l i e b i g e** Zahl sein soll, und führe als verwandte Transcendente die Function

$$E^h_{(k)} = \int_0^\pi \sin(h\varphi - k \sin\varphi)\, d\varphi$$

ein. Die beiden Functionen lassen sich zunächst durch folgende, nach aufsteigenden Potenzen des Arguments fortschreitende convergente Reihen darstellen:

$$I^h_{(k)} = \frac{\sin h\pi}{h}\left(1 + \frac{k^2}{h^2-2^2} + \frac{k^4}{(h^2-2^2)(h^2-4^2)} + \cdots\right) -$$

$$- \sin h\pi\left(\frac{k^1}{h^2-1^2} + \frac{k^3}{(h^2-1^2)(h^2-3^2)} + \frac{k^5}{(h^2-1^2)(h^2-3^2)(h^2-5^2)} + \cdots\right)$$

$$E^h_{(k)} = \frac{1-\cos h\pi}{h}\left(1 + \frac{k^2}{h^2-2^2} + \frac{k^4}{(h^2-2^2)(h^2-4^2)} + \cdots\right) +$$

$$+ (1+\cos h\pi)\left(\frac{k^1}{h^2-1^2} + \frac{k^3}{(h^2-1^2)(h^2-3^2)} + \frac{k^5}{(h^2-1^2)(h^2-3^2)(h^2-5^2)} + \cdots\right)$$

Aus diesen Ausdrucksformen der beiden Functionen lassen sich leicht folgende vier Eigenschaften derselben deduciren:

$$I^{h+1}_{(k)} = \frac{2h}{k} I^h_{(k)} - I^{h-1}_{(k)} - \frac{\sin h\pi}{k} \qquad (2a$$

und

$$E^{h+1}_{(k)} = \frac{2h}{k} E^h_{(k)} - E^{h-1}_{(k)} - \frac{2(1-\cos h\pi)}{k} \qquad (2b$$

$$\frac{d I^h_{(k)}}{dk} = \frac{1}{2}\left(I^{h-1}_{(k)} - I^{h+1}_{(k)}\right) \cdots \quad \text{und} \quad \frac{d E^h_{(k)}}{dk} = \frac{1}{2}\left(E^{h-1}_{(k)} - E^{h+1}_{(k)}\right)$$

$$I^{h+1}_{(k)} = \frac{h}{k} I^h_{(k)} - \frac{d I^h_{(k)}}{dk} - \frac{\sin h\pi}{k} \qquad (3a$$

und

$$E^{h+1}_{(k)} = \frac{h}{k} E^h_{(k)} - \frac{d E^h_{(k)}}{dk} - \frac{1-\cos h\pi}{k} \qquad (3b$$

$$\frac{d^2 I^h_{(k)}}{dk^2} = \frac{1}{k}\cdot\frac{d I^h_{(k)}}{dk} + \left(1 - \frac{h^2}{k^2}\right) I^h_{(k)} - \frac{\sin h\pi}{k} + \frac{h}{k^2}\sin h\pi = 0$$

und $$\frac{d^2 E^h_{(k)}}{dk^2} + \frac{1}{k}\cdot\frac{d E^h_{(k)}}{dk} + \left(1 - \frac{h^2}{k^2}\right) E^h_{(k)} + \frac{1+\cos h\pi}{k} + \frac{h(1-\cos h\pi)}{k^2} = 0.$$

Zwischen den beiden Transcendenten bestehen folgende Zusammenhänge:

$$I^h_{(k)}\cdot \sin h\pi = E^h_{(k)}\cdot\cos h\pi - E^{-h}_{(k)} \qquad (4$$

$$E^h_{(k)}\cdot \sin h\pi = - I^h_{(k)}\cdot\cos h\pi + I^{-h}_{(k)}. \qquad (5$$

Zur Darstellung der beiden Functionen für grosse Argumentwerthe und zur deutlichen Einsicht in die Natur der beiden Transcendenten können folgende semiconvergente Reihen dienen:

$$
\left.
\begin{aligned}
I^h_{(k)} &= -\frac{\sin h\pi}{h}\left(\frac{h^2}{k^2}+\frac{h^2(h^2-2^2)}{k^4}+\frac{h^2(h^2-2^2)(h^2-4^2)}{k^6}+\cdots\right)+\\
&\quad+\sin h\pi\left(\frac{1}{k}+\frac{h^2-1^2}{k^3}+\frac{(h^2-1^2)(h^2-3^2)}{k^5}+\cdots\right)+\\
&\quad+\cos\left(k-(2h+1)\frac{\pi}{4}\right)\left(1-\frac{(4h^2-1^2)(4h^2-3^2)}{\Pi 2\cdot(8k)^2}+\right.\\
&\quad\left.+\frac{(4h^2-1^2)(4h^2-3^2)(4h^2-5^2)(4h^2-7^2)}{\Pi 4\cdot(8k)^4}+\cdots\right)\sqrt{\frac{2\pi}{k}}-\\
&\quad-\sin\left(k-(2h+1)\frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{4h^2-1^2}{\Pi 1\cdot 8k}-\frac{(4h^2-1^2)(4h^2-3^2)(4h^2-5^2)}{\Pi 3\cdot(8k)^3}+\cdots\right)\sqrt{\frac{2\pi}{k}}\\
E^h_{(k)} &= -\frac{(1-\cos h\pi)}{h}\left(\frac{h^2}{k^2}+\frac{h^2(h^2-2^2)}{k^4}+\frac{h^2(h^2-2^2)(h^2-4^2)}{k^6}+\cdots\right)-\\
&\quad-(1+\cos h\pi)\left(\frac{1}{k}+\frac{h^2-1^2}{k^3}+\frac{(h^2-1^2)(h^2-3^2)}{k^5}+\cdots\right)-\\
&\quad-\sin\left(k-(2h+1)\frac{\pi}{4}\right)\left(1-\frac{(4h^2-1^2)(4h^2-3^2)}{\Pi 2\cdot(8k)^2}+\right.\\
&\quad\left.+\frac{(4h^2-1^2)(4h^2-3^2)(4h^2-5^2)(4h^2-7^2)}{\Pi 4\cdot(8k)^4}+\cdots\right)\sqrt{\frac{2\pi}{k}}-\\
&\quad-\cos\left(k-(2h+1)\frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{4h^2-1^2}{\Pi 1\cdot 8k}-\frac{(4h^2-1^2)(4h^2-3^2)(4h^2-5^2)}{\Pi 3\cdot(8k)^3}+\cdots\right)\sqrt{\frac{2\pi}{k}}
\end{aligned}
\right\}\quad(6
$$

Diese Reihen haben die Eigenschaft, dass die Summe aller dem n^{ten} Gliede folgenden Glieder kleiner ist als das n^{te} Glied. Die beiden ersten der vier Reihen stehen übrigens in einem engen Zusammenhang mit den von C. Neumann eingeführten Bessel'schen Functionen zweiter Art. In dem speciellen Fall, dass der Index h der Functionen den Werth $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \cdots$ annimmt, vereinfachen sich die obigen Ausdrücke erheblich, weil dann die dritte und vierte Reihe von selbst abbrechen und nur eine endliche Anzahl von Gliedern enthalten; für den Fall $h = \frac{1}{2}$ z. B. findet sich:

$$
\begin{aligned}
I^{\frac{1}{2}}_{(k)} &= \sqrt{\frac{2\pi}{k}}\sin k + 2\left(\frac{1}{2k}-\frac{1\cdot 3}{(2k)^3}+\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7}{(2k)^5}-\cdots\right)-\\
&\quad-2\left(\frac{1}{(2k)^2}-\frac{1\cdot 3\cdot 5}{(2k)^4}+\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9}{(2k)^6}-\cdots\right)\\
E^{\frac{1}{2}}_{(k)} &= \sqrt{\frac{2\pi}{k}}\cos k - 2\left(\frac{1}{2k}-\frac{1\cdot 3}{(2k)^3}+\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7}{(2k)^5}-\cdots\right)-\\
&\quad-2\left(\frac{1}{(2k)^2}-\frac{1\cdot 3\cdot 5}{(2k)^4}+\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9}{(2k)^6}+\cdots\right).
\end{aligned}
$$

Es soll jetzt gezeigt werden, dass die Fresnel'schen Integrale durch die Functionen $I^{\frac{1}{2}}$ und $E^{\frac{1}{2}}$ ausgedrückt werden können. Setzen wir in den Relationen (3a) nnd (3b) $h = \frac{1}{2}$ und $k = mu^2$, so gehen dieselben über in

$$I^{\frac{3}{2}}_{(mu^2)} = \frac{1}{2mu^2} I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - \frac{1}{2mu} \cdot \frac{d I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}}{du} - \frac{1}{mu^2}$$

$$E^{\frac{3}{2}}_{(mu^2)} = \frac{1}{2mu^2} E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - \frac{1}{2mu} \cdot \frac{d E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}}{du} - \frac{1}{mu^2}.$$

Aus den Beziehungen (2a) und (2b) nebst (4) und (5) lässt sich aber für diesen speciellen Fall $h = \frac{1}{2}$ und $k = mu^2$ ableiten:

$$I^{\frac{3}{2}}_{(mu^2)} = \frac{1}{mu^2} I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - \frac{2}{mu^2}$$

$$E^{\frac{3}{2}}_{(mu^2)} = \frac{1}{mu^2} E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - \frac{2}{mu^2}.$$

Aus diesen 4 Beziehungen ergeben sich die beiden folgenden:

$$I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - 2mu^2 E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + u \frac{d I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}}{du} - 2 = 0$$

$$E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + 2mu^2 I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + u \frac{d E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}}{du} - 2 = 0$$

oder auch

$$\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) + u \frac{d}{du} \left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) + \\ + 2mu^2\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) = 4 \qquad (7$$

$$\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) + u \frac{d}{du} \left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) - \\ - 2mu^2\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) = 0. \qquad (8$$

Multipliciren wir die Gleichung (7) mit $\cos mu^2$, die Gleichung (8) mit $\sin mu^2$ und addiren wir die erhaltenen Producte, so erhalten wir:

$$4 \cos mu^2 = \frac{d}{du}\Big[\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) \cdot u \cdot \cos mu^2 + \\ + \left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) \cdot u \cdot \sin mu^2\Big].$$

Wird dagegen die Gleichung (7) mit $\sin mu^2$, die Gleichung (8) mit $-\cos mu^2$ multiplicirt, so liefert die Addition der entstandenen Producte die Gleichung:

$$4 \sin mu^2 = \frac{d}{du}\Big[\big(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\big) \cdot u \cdot \sin mu^2 - \\ - \big(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\big) \cdot u \cdot \cos mu^2\Big] \cdot$$

Die beiden allgemeinen Fresnel'schen Integrale haben demnach folgende Werthe:

$$\int \cos(mu^2) \cdot du = \frac{1}{4}\big(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\big) \cdot u \cdot \cos mu^2 + \\ + \frac{1}{4}\big(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\big) \cdot u \cdot \sin mu^2 + C$$

$$\int \sin(mu^2) \cdot du = \frac{1}{4}\big(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\big) \cdot u \cdot \sin mu^2 - \\ - \frac{1}{4}\big(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\big) \cdot u \cdot \cos mu^2 + C.$$

Die Constante C hat den Werth Null, sobald die untere Grenze der beiden Integrale null ist.

Führen wir die oben erhaltenen semiconvergenten Reihen für $I^{\frac{1}{2}}$ und $E^{\frac{1}{2}}$ in die soeben erhaltenen Resultate ein, so können wir sofort die Grenzwerthe angeben, welchen die beiden Fresnel'schen Integrale bei wachsendem Argumente zustreben. Es ist

$$\frac{u}{4} I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} = \frac{u}{4}\Big[\sqrt{\frac{2\pi}{mu^2}} \sin mu^2 + 2\Big(\frac{1}{2mu^2} - \frac{1 \cdot 3}{(2mu^2)^3} + \cdots\Big) - \\ - 2\Big(\frac{1}{(2mu^2)^2} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{(2mu^2)^4} + \cdots\Big)\Big]$$

$$\frac{u}{4} E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} = \frac{u}{4}\Big[\sqrt{\frac{2\pi}{mu^2}} \cos mu^2 - 2\Big(\frac{1}{2mu^2} - \frac{1 \cdot 3}{(2mu^2)^3} + \cdots\Big) - \\ - 2\Big(\frac{1}{(2mu^2)^2} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{(2mu^2)^4} + \cdots\Big)\Big].$$

Hieraus ergibt sich:

$$\int_0^u \cos(mu^2)\,du = u\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2mu^2}} + \left(\frac{1}{2mu^2} - \frac{1\cdot 3}{(2mu^2)^3} + \cdots\right)\sin mu^2 - \right.$$
$$\left. - \left(\frac{1}{(2mu^2)^2} - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{(2mu^2)^4} + \cdots\right)\cos mu^2\right]$$

$$\int_0^u \sin(mu^2)\,du = u\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2mu^2}} - \left(\frac{1}{2mu^2} - \frac{1\cdot 3}{2(mu^2)^3} + \cdots\right)\cos mu^2 - \right.$$
$$\left. - \left(\frac{1}{(2mu^2)^2} - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{(2mu^2)^4} + \cdots\right)\sin mu^2\right].$$

Daraus geht hervor: haben die obere Grenze u und die Constante m der Fresnel'schen Integrale so grosse Werthe, dass schon $\frac{2}{\sqrt{2\pi mu^2}}$ verschwindend klein gegenüber eins ist, so ist

$$\int_0^u \cos(mu^2)\,du = \int_0^u \sin(mu^2)\,du = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}.$$

3.

Nach dieser Zurückführung der Fresnel'schen Integrale auf die Functionen $I^{\frac{1}{2}}$ und $E^{\frac{1}{2}}$ gehen wir wieder zu dem früher gefundenen unentwickelten Ausdruck (1) für die Lichtstärke H im Orte Q zurück und ersetzen zunächst die Grösse $\frac{\mu\cdot\pi^2\cdot A^2}{T^2\cdot\lambda^2\cdot w^2}$ durch $\frac{H_0}{\lambda^2\cdot w^2}$, wo H_0 die in beiden Wellenflächen ACE_1F_1 und ACE_2F_2 vorhandene Lichtstärke bezeichnet. Es ist

$$H = H_0\frac{1}{\lambda^2 w^2}\left[\int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha}\int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1}\cos\left(2\pi\frac{r_1}{\lambda} + mu_1^2 + mv_1^2\right)du_1\,dv_1 + \right.$$
$$\left. + \int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha}\int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2}\cos\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda} + mu_2^2 + mv_2^2\right)du_2\,dv_2\right]^2 +$$
$$+ H_0\frac{1}{\lambda^2 w^2}\left[\int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha}\int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1}\sin\left(2\pi\frac{r_1}{\lambda} + mu_1^2 + mv_1^2\right)du_1\,dv_1 + \right.$$
$$\left. + \int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha}\int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2}\sin\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda} + mu_2^2 + mv_2^2\right)du_2\,dv_2\right]^2.$$

Diese Summe zweier Quadrate lässt sich zunächst in ein Product aus zwei Factoren zerlegen, von denen jeder die Summe zweier Quadrate ist und von denen der eine nur die Variable u, der andere nur die Variablen v_1 und v_2 enthält.

$$H = H_0 \frac{1}{\lambda^2 w^2} \left\{ \left[\int\limits_{u_1 = -h_0 - a}^{u_1 = h - h_0 - a} \cos(m u_1^2)\, d u_1 \right]^2 + \left[\int\limits_{u_1 = -h_0 - a}^{u_1 = h - h_0 - a} \sin(m u_1^2)\, d u_1 \right]^2 \right\} \times$$

$$\times \left\{ \left[\int\limits_{v_1 = -\beta_1}^{v_1 = b - \beta_1} \cos\left(2\pi \frac{r_1}{\lambda} + m v_1^2\right) d v_1 + \int\limits_{v_2 = -\beta_2}^{v_2 = b - \beta_2} \cos\left(2\pi \frac{r_2}{\lambda} + m v_2^2\right) d v_2 \right]^2 + \right.$$

$$\left. + \left[\int\limits_{v_1 = -\beta_1}^{v_1 = b - \beta_1} \sin\left(2\pi \frac{r_1}{\lambda} + m v_1^2\right) d v_1 + \int\limits_{v_2 = -\beta_2}^{v_2 = b - \beta_2} \sin\left(2\pi \frac{r_2}{\lambda} + m v_2^2\right) d v_2 \right]^2 \right\}.$$

Der erste eingeklammerte Factor steht in keinem Zusammenhange mit dem durch das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme hervorgerufenen Interferenzphänomen; wir wollen denselben aus diesem Grunde nicht näher betrachten, sondern nur so viel hervorheben, dass der Grenzwerth, welchem derselbe bei wachsenden Grenzen $u_1 = h - (h_0 + a)$ und $u_1 = h_0 + a$ zustrebt, $\frac{\pi}{m}$ ist. Dieser Factor möge daher von jetzt an kurz mit $\frac{\pi}{m} X^2$ bezeichnet werden, wo die Grösse X^2 eine (aus den letzten Formeln des vorigen Abschnittes leicht ableitbare) Function von $m\,(h - h_0 - a)^2$ und $m\,(h_0 + a)^2$ bedeutet, die sich bei wachsenden Werthen dieser Grössen der Einheit nähert.

Der Behandlung des zweiten eingeklammerten Factors möge die beschränkende Voraussetzung zu Grunde gelegt werden, dass die in den oberen Grenzen der Integrale auftretende Grösse b (die Breite der Wellenflächen) so gross sei und dass die in den oberen und unteren Grenzen vorkommenden Strecken β_1 und β_2 (die Entfernungen der Durchstosspunkte P_1 und P_2 von der Kante AC) sich innerhalb solcher Grenzen halten, dass die Grössen

$$\frac{2}{\pi (b - \beta_1) \sqrt{\frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{w}\right)}} \quad \text{und} \quad \frac{2}{\pi (b - \beta_2) \sqrt{\frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{w}\right)}}$$

verschwindend klein gegenüber der Einheit sind. Da der reciproke

Werth der Wellenlänge im Nenner dieser Grössen erscheint, wird diese Voraussetzung schon bei einer mässigen Breite b der die Interferenz erzeugenden Wellenflächen erfüllt sein. (Ist z. B. $b = 20^{mm}$, $\beta_1 = \beta_2 = 2^{mm}$, $\lambda = 0{,}0006^{mm}$ und $a = w = 1000^{mm}$, so ist jede der beiden angegebenen Grössen von der Ordnung 0,01.) Unter dieser Voraussetzung ist dann

$$\int_0^{b-\beta_1} {\cos \atop \sin}(m v_1^2)\, d v_1 = \int_0^{b-\beta_2} {\cos \atop \sin}(m v_2^2)\, d v_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}$$

und die Quadratensumme

$$\left[\int_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \cos\left(2\pi\frac{r_1}{\lambda} + m v_1^2\right) d v_1 + \int_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \cos\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda} + m v_2^2\right) d v_2\right]^2 +$$

$$+\left[\int_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \sin\left(2\pi\frac{r_1}{\lambda} + m v_1^2\right) d v_1 + \int_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \sin\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda} + m v_2^2\right) d v_2\right]^2$$

geht über in

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\cos\frac{2\pi r_1}{\lambda} + A_1\cos\frac{2\pi r_1}{\lambda}\cos m\beta_1^2 + B_1\cos\frac{2\pi r_1}{\lambda}\sin m\beta_1^2 \\ -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\sin\frac{2\pi r_1}{\lambda} - A_1\sin\frac{2\pi r_1}{\lambda}\sin m\beta_1^2 + B_1\sin\frac{2\pi r_1}{\lambda}\cos m\beta_1^2 \\ +\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\cos\frac{2\pi r_2}{\lambda} + A_2\cos\frac{2\pi r_2}{\lambda}\cos m\beta_2^2 + B_2\cos\frac{2\pi r_2}{\lambda}\sin m\beta_2^2 \\ -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\sin\frac{2\pi r_2}{\lambda} - A_2\sin\frac{2\pi r_2}{\lambda}\sin m\beta_2^2 + B_2\sin\frac{2\pi r_2}{\lambda}\cos m\beta_2^2 \end{array}\right]^2 +$$

$$+\left[\begin{array}{l} \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\sin\frac{2\pi r_1}{\lambda} + A_1\sin\frac{2\pi r_1}{\lambda}\cos m\beta_1^2 + B_1\sin\frac{2\pi r_1}{\lambda}\sin m\beta_1^2 \\ +\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\cos\frac{2\pi r_1}{\lambda} + A_1\cos\frac{2\pi r_1}{\lambda}\sin m\beta_1^2 - B_1\cos\frac{2\pi r_1}{\lambda}\cos m\beta_1^2 \\ +\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\sin\frac{2\pi r_2}{\lambda} + A_2\sin\frac{2\pi r_2}{\lambda}\cos m\beta_2^2 + B_2\sin\frac{2\pi r_2}{\lambda}\sin m\beta_2^2 \\ +\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\cos\frac{2\pi r_2}{\lambda} + A_2\cos\frac{2\pi r_2}{\lambda}\sin m\beta_2^2 - B_2\cos\frac{2\pi r_2}{\lambda}\cos m\beta_2^2 \end{array}\right]^2$$

wo Kürze halber

$$A_1 = \frac{\beta_1}{4}\left\{I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right\} \qquad B_1 = \frac{\beta_1}{4}\left\{I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right\}$$

$$A_2 = \frac{\beta_2}{4}\left\{I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right\} \qquad B_2 = \frac{\beta_2}{4}\left\{I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right\}$$

gesetzt worden ist. Der Umstand, dass die Summe $\frac{2\pi r_1}{\lambda} + m\beta_1^2$ gleich der Summe $\frac{2\pi r_2}{\lambda} + m\beta_2^2$ ist, sobald die Grössen $\left(\frac{x}{z}\right)^2$ und $\left(\frac{y}{z}\right)^2$ verschwindend klein gegen die Einheit sind (was in allen Fresnel'schen Interferenzapparaten immer realisirt sein wird, da x und y nur die Längen Null bis einige Millimeter besitzen, z dagegen mehrere Meter lang ist), vereinfacht diese Ausdrücke ganz erheblich. Nach mancherlei Umgestaltungen lässt sich die Summe der beiden zuletzt ausgeschriebenen Quadrate in folgende Form bringen:

$$\begin{aligned}\frac{\pi}{m}\cos^2\frac{\pi}{\lambda}(r_2-r_1) &+ 2\sqrt{\frac{\pi}{m}}(A_1+A_2)\cos\frac{\pi}{\lambda}(r_2-r_1)\sin\left(m\beta_1^2-\frac{\pi}{\lambda}(r_2-r_1)+\frac{\pi}{4}\right)\\ &- 2\sqrt{\frac{\pi}{m}}(B_1+B_2)\cos\frac{\pi}{\lambda}(r_2-r_1)\cos\left(m\beta_1^2-\frac{\pi}{\lambda}(r_2-r_1)+\frac{\pi}{4}\right)\\ &+ (A_1+A_2)^2+(B_1+B_2)^2\end{aligned}$$

oder, da nach einer soeben gemachten Bemerkung

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1) = m\beta_1^2 - m\beta_2^2 \text{ ist,}$$

$$\begin{aligned}\frac{\pi}{m}\cos^2\left(\frac{m\beta_1^2-m\beta_2^2}{2}\right) &+ 2\sqrt{\frac{\pi}{m}}(A_1+A_2)\cos\left(\frac{m\beta_1^2-m\beta_2^2}{2}\right)\sin\left(\frac{m\beta_1^2+m\beta_2^2}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\\ &- 2\sqrt{\frac{\pi}{m}}(B_1+B_2)+\cos\left(\frac{m\beta_1^2-m\beta_2^2}{2}\right)\cos\left(\frac{m\beta_1^2+m\beta_2^2}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\\ &+ (A_1+A_2)^2+(B_1+B_2)^2.\end{aligned}$$

Nach der Einführung der oben angegebenen Werthe für A_1, A_2, B_1 und B_2 verwandelt sich diese Form in die folgende:

$$\begin{aligned}\frac{\pi}{m}\cos^2\left(\frac{m\beta_1^2-m\beta_2^2}{2}\right) &+ 2\sqrt{\frac{2\pi}{m}}\left(\frac{\beta_1}{4}I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\frac{\beta_2}{4}I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\cos\left(\frac{m\beta_1^2-m\beta_2^2}{2}\right)\sin\left(\frac{m\beta_1^2+m\beta_2^2}{2}\right)\\ &+ 2\sqrt{\frac{2\pi}{m}}\left(\frac{\beta_1}{4}E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\frac{\beta_2}{4}E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\cos\left(\frac{m\beta_1^2-m\beta_2^2}{2}\right)\cos\left(\frac{m\beta_1^2+m\beta_2^2}{2}\right)\\ &+ 2\left(\frac{\beta_1}{4}I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\frac{\beta_2}{4}I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)^2 + 2\left(\frac{\beta_1}{4}E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\frac{\beta_2}{4}E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)^2.\end{aligned}$$

Dieses ist aber die Summe zweier Quadrate:

$$\left[\sqrt{\frac{\pi}{m}}\cos\left(\frac{m\beta_1^2-m\beta_2^2}{2}\right)\sin\left(\frac{m\beta_1^2+m\beta_2^2}{2}\right)+\sqrt{2}\left(\frac{\beta_1}{4}I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\frac{\beta_2}{4}I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right]^2+$$
$$+\left[\sqrt{\frac{\pi}{m}}\cos\left(\frac{m\beta_1^2-m\beta_2^2}{2}\right)\cos\left(\frac{m\beta_1^2+m\beta_2^2}{2}\right)+\sqrt{2}\left(\frac{\beta_1}{4}E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\frac{\beta_2}{4}E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right]^2$$

Nachdem an dieser Quadratensumme zwei leicht zu übersehende Umformungen vorgenommen worden sind, resultirt als Ausdruck der Lichtintensität im Orte Q der folgende Werth:

$$H = H_0\frac{1}{\lambda^2 w^2}\cdot\frac{\pi^2}{4m^2}X^2\left\{\left[\sin m\beta_1^2+\sin m\beta_2^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\left(\beta_1 I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\beta_2 I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right]^2 + \left[\cos m\beta_1^2+\cos m\beta_2^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\left(\beta_1 E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\beta_2 E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right]^2\right\} \qquad (9$$

In diesem Ausdruck kann die Grösse $H_0\left(\frac{\pi}{2\lambda w m}\right)^2$ wegen $m=\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{a+w}{a\cdot w}$ durch den einfacheren Werth $H_0\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{a}{a+w}\right)^2$ ersetzt werden.

An diesem Endresultat möge zunächst erläutert werden, in welchem Grade die von Fresnel gegebene Theorie seiner Interferenzapparate fehlerhaft ist. Drücken wir die Functionen $I^{\frac{1}{2}}$ und $E^{\frac{1}{2}}$ durch semiconvergente Reihen aus, so erhalten wir (für positive β_1 und β_2):

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\left(\beta_1 I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\beta_2 I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)=\sin m\beta_1^2+\sin m\beta_2^2+$$
$$+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2m\beta_1^2}}-\frac{1\cdot 3}{\sqrt{2m\beta_1^2}^5}+\cdots\right)-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left[\frac{1}{\sqrt{2m\beta_1^2}^3}-\frac{1\cdot 3\cdot 5}{\sqrt{2m\beta_1^2}^7}+\cdots\right)$$
$$+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2m\beta_2^2}}-\frac{1\cdot 3}{\sqrt{2m\beta_2^2}^5}+\cdots\right)-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left[\frac{1}{\sqrt{2m\beta_2^2}^3}-\frac{1\cdot 3\cdot 5}{\sqrt{2m\beta_2^2}^7}+\cdots\right)$$

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\left(\beta_1 E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\beta_2 E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right]=\cos m\beta_1^2+\cos m\beta_2^2-$$
$$-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2m\beta_1^2}}-\frac{1\cdot 3}{\sqrt{2m\beta_1^2}^5}+\cdots\right]-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left]\frac{1}{\sqrt{2m\beta_1^2}^3}-\frac{1\cdot 3\cdot 5}{\sqrt{2m\beta_1^2}^7}+\cdots\right)$$
$$-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2m\beta_2^2}}-\frac{1\cdot 3}{\sqrt{2m\beta_2^2}^5}+\cdots\right)-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2m\beta_2^2}^3}-\frac{1\cdot 3\cdot 5}{\sqrt{2m\beta_2^2}^7}+\cdots\right)$$

Gesetzt, es wäre sowohl $m_1\beta_1^2$ als auch $m_1\beta_2^2$ so gross, dass schon die Werthe $\frac{1}{\sqrt{2\pi m_1\beta_1^2}}$ und $\frac{1}{\sqrt{2\pi m_1\beta_2^2}}$ verschwindend klein ausfallen, so würde sich der Ausdruck der Lichtintensität in den einfacheren Werth verwandeln:

$$H = H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 \cdot X^2 \cdot 4\cos^2\left(\frac{m_1\beta_1^2 - m_1\beta_2^2}{2}\right)$$
$$= H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 \cdot X^2 \cdot 4\cos^2\left\{\frac{\pi(a+w)}{2\lambda \cdot a \cdot w}\left[\left(\frac{a\delta + wy}{a+w}\right)^2 - \left(\frac{a\delta - wy}{a+w}\right)^2\right]\right\}$$
$$= H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 \cdot X^2 \cdot 4\cos^2\left(\frac{2\pi\delta y}{\lambda(a+w)}\right).$$

Dieser Ausdruck ist aber, von dem für die Interferenzerscheinung unwesentlichen Factor $\left(\frac{a}{a+w} \cdot X\right)^2$ abgesehen, identisch mit dem von Fresnel gegebenen. Die von Fresnel entwickelte Theorie würde also nur dann mit den von ihm aufgestellten Grundsätzen der Diffractionstheorie, d. h. mit dem Huyghens'schen Princip harmoniren, wenn die Grössen $\frac{1}{\sqrt{2\pi m_1\beta_1^2}}$ und $\frac{1}{\sqrt{2\pi m_1\beta_2^2}}$ verschwindend klein wären. Diese Grössen haben aber in allen Fällen ganz erhebliche Werthe. Lassen wir z. B. den Ort Q mitten in dem Interferenzfelde liegen, also $y = 0$ sein, so wird $\beta_1 = \beta_2$ und die Grösse $\frac{1}{\sqrt{2\pi m\beta}}$ wird gleich $\frac{\sqrt{\frac{\lambda}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{\pi\frac{\delta}{a}}$ oder gleich $\frac{\sqrt{\frac{\lambda}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{\pi \operatorname{tg} i}$, wenn der Winkel $L_1 O L_2$ mit $< i$ bezeichnet wird; nehmen wir $a = w = 1000^{mm}$, $\lambda = 0{,}00064$, $< i = 20'$ (Verhältnisse, wie sie wohl meistens bei Fresnel'schen Interferenzapparaten vorkommen werden), so erhält $\frac{\sqrt{\frac{\lambda}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{\pi \operatorname{tg} i}$ den Werth $\frac{1}{12}$. Durch Vergrösserung von a und w lässt sich die Grösse dieses Werthes nur sehr unerheblich herabdrücken; sollte derselbe durch Vergrösserung von a und w z. B. bei demselben i auf 0.01 herabgesetzt werden, so wäre $a = w = 70^m$ zu nehmen. Viel leichter liesse sich dieser Zweck durch Vergrösserung

des Winkels i erreichen; nur würde man mit der Vergrösserung dieses Winkels nicht über eine gewisse Grenze hinausgehen dürfen, wenn die Interferenzfransen in mässiger Entfernung vom Interferenzapparate noch eine genügende Breite behalten sollen.

Wären nun aber auch in dieser Weise für die Orte in unmittelbarer Nähe der xz-Ebene die Grössen $\dfrac{1}{x_1\beta_1\sqrt{\frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}$ und $\dfrac{1}{x_2\beta_2\sqrt{\frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}$ so weit verkleinert worden, dass für diese Orte die Functionen $\sqrt{\frac{m}{2x}}\cdot\beta\cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)}$ und $\sqrt{\frac{m}{2x}}\cdot\beta\cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)}$ gleich den Grössen $\sin(m\beta^2)$ und $\cos(m\beta^2)$ gesetzt werden dürften, so wäre dieses doch nicht mehr gestattet für Orte, die erheblich seitwärts von der xz-Ebene liegen, wie die Zusammenhänge

$$\beta_1 = \frac{\delta w + ya}{w+a} \text{ und } \beta_2 = \frac{\delta w - ya}{w+a}$$

sofort erkennen lassen.

Der erlangte allgemeine Ausdruck für die in Q auftretende Lichtintensität lässt ohne weiteres erkennen, dass für die Orte, für welche y erheblich $> \pm \frac{w}{a}\delta$ ist, d. h. für Orte, die ausserhalb des keilförmigen Raumes liegen, der durch die Ebenen L_1AC und L_2AC aus dem allgemeinen Raume ausgeschnitten wird, die Lichtstärke H einen constanten Werth besitzt. Ist nämlich y bedeutend grösser als $\frac{w}{a}\delta$, so wird $\beta_1 = \frac{ya+\delta w}{a+w}$ so gross, dass $\sqrt{\frac{m}{2x}}\cdot\beta_1\cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} = \sin m\beta_1^2$ und $\sqrt{\frac{m}{2x}}\cdot\beta_1\cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} = \cos m\beta_1^2$ gesetzt werden darf; der Werth $\beta_2 = \frac{-ya+\delta w}{a+w}$ nimmt dagegen einen erheblichen negativen Werth an, so dass $\sqrt{\frac{m}{2x}}\cdot\beta_2\cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}$ angenähert gleich $-\sin m\beta_2^2$ und $\sqrt{\frac{m}{2x}}\cdot\beta_2\cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}$ angenähert gleich $-\cos m\beta_2^2$ ist. Der hieraus resultirende Werth der Lichtstärke ist $H = H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 X^2$. Aus der

Form des allgemeinen Ausdruckes (9) der Lichtintensität kann also sofort ersehen werden, dass die Lichtintensität der Hauptsache nach nur innerhalb der räumlichen Grenzen $y = +\frac{w}{a}\delta$ und $y = -\frac{w}{a}\delta$ eine oscillirende sein kann. Schon aus dem Umstande, dass dieses Factum in Fresnel's Helligkeitsausdruck nicht enthalten ist, kann a priori geschlossen werden, dass die von Fresnel zur Herleitung dieses Ausdruckes angestellten Betrachtungen falsch sein müssen.

Bei der Ableitung des allgemeinen Intensitätsausdruckes (9) sind wir von der Voraussetzung ausgegangen, dass eine punktförmige Lichtquelle L das Doppelprisma oder den Doppelspiegel beleuchtet. Das erlangte Resultat kann jetzt dazu benutzt werden, den allgemeinen Helligkeitsausdruck für den Fall herzuleiten, dass eine durch L gehende und zur Kante AC parallel stehende Lichtlinie das Doppelprisma bestrahlt. Zu diesem Zweck ist der allgemeine Ausdruck (9) einer Integration bezüglich der Richtung der x innerhalb gewisser Grenzen zu unterziehen. Der durch diese Operation hervorgehende Ausdruck der Helligkeit hat dieselbe Form wie der obige; an die Stelle der Function X^2 tritt nur eine andere, etwa X_1^2.

4.

Nachdem der allgemeine Ausdruck der Lichtintensität

$$H = H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 \cdot \frac{1}{4} X_1^2 \cdot \left\{\left[\sin m_{,}\beta_1^2 + \sin m_{,}\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2x}}\left(\beta_1 I^{\frac{1}{2}}_{(m_{,}\beta_1^2)} + \beta_2 I^{\frac{1}{2}}_{(m_{,}\beta_2^2)}\right)\right]^2 \right.$$
$$\left. + \left[\cos m_{,}\beta_1^2 + \cos m_{,}\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2x}}\left(\beta_1 E^{\frac{1}{2}}_{(m_{,}\beta_1^2)} + \beta_2 E^{\frac{1}{2}}_{(m_{,}\beta_2^2)}\right)\right]^2\right\}$$

gefunden worden ist, soll jetzt die Vertheilung der Lichtintensität über die verschiedenen y etwas genauer betrachtet werden. Zu diesem Zwecke sind zunächst der erste und der zweite Differentialquotient von H nach y zu bilden. Diese Differentialquotienten lassen sich unter Anwendung der folgenden Formeln leicht angeben:

Es ist zunächst

$$\frac{d}{dy}(\sin m_{,}\beta_1^2) = +2 m_{,}\beta_1 \frac{a}{a+w} \cos(m_{,}\beta_1^2)$$
$$\frac{d}{dy}(\sin m_{,}\beta_2^2) = -2 m_{,}\beta_2 \frac{a}{a+w} \cos(m_{,}\beta_2^2)$$

$$\frac{d}{dy}(\cos m\beta_1^2) = -2m\beta_1 \frac{a}{a+w} \sin (m\beta_1^2)$$

$$\frac{d}{dy}(\cos m\beta_2^2) = +2m\beta_2 \frac{a}{a+w} \sin (m\beta_2^2);$$

ferner ist

$$\frac{d}{dy}\left(\beta_1 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} + \beta_2 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right) =$$

$$= \frac{a}{a+w}\left(I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} + 2m\beta_1^2 \frac{d I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}}{d\beta_1} - I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)} - 2m\beta_2^2 \frac{d I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}}{d\beta_2}\right).$$

Durch Anwendung der im Abschnitte (2) gegebenen Relation

$$I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)} + 2m\beta^2 \frac{d I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)}}{d\beta} = 2 + 2m\beta^2 \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)}$$

verwandelt sich die rechte Seite der letzten Gleichung in den einfacheren Werth:

$$\frac{a}{a+w}\left(2m\beta_1^2 \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} - 2m\beta_2^2 \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right).$$

Unter Benutzung der ebenfalls früher im Abschnitte (2) gegebenen Beziehung

$$E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)} + 2m\beta^2 \frac{d E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)}}{d\beta} = 2 - 2m\beta^2 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)}$$

lässt sich die der letztgefundenen analoge Relation gewinnen:

$$\frac{d}{dy}\left(\beta_1 \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} + \beta_2 \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right) = \frac{a}{a+w}\left(-2m\beta_1^2 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} + 2m\beta_2^2 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right).$$

Mit Benutzung dieser Formeln findet man als Endresultat:

$$\frac{dH}{dy} = H_0 \left(\frac{a}{a+w}\right)^2 \cdot m(\beta_1 + \beta_2) \cdot X_1^2 \times$$

$$\times\left[\left(\cos m\beta_1^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_1 \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right)\left(\sin m\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_2 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right) -\right.$$

$$\left. - \left(\sin m\beta_1^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_1 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right)\left(\cos m\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_2 \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right].$$

Hieraus lässt sich in ganz analoger Weise folgender Ausdruck für $\frac{d^2 H}{dy^2}$ gewinnen:

$$\frac{d^2 H}{dy^2} = - H_0 \left(\frac{a}{a+w}\right)^4 \cdot 2m^2 (\beta_1+\beta_2)^2 \cdot X_1^2 \times$$
$$\times \left[\left(\sin m\beta_1^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot\beta_1\cdot I^{\frac12}_{(m\beta_1^2)}\right)\left(\sin m\beta_2^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot\beta_2\cdot I^{\frac12}_{(m\beta_2^2)}\right)+\right.$$
$$\left.+\left(\cos m\beta_1^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot\beta_1\cdot E^{\frac12}_{(m\beta_1^2)}\right)\left(\cos m\beta_2^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot\beta_2\cdot E^{\frac12}_{(m\beta_2^2)}\right)\right].$$

Die Lage der Maxima und Minima der Lichtintensität längs der Richtung der y ist also durch die Gleichung bestimmt:

$$\left.\begin{aligned}&\left(\cos m\beta_1^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot\beta_1\cdot E^{\frac12}_{(m\beta_1^2)}\right)\left(\sin m\beta_2^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot\beta_2\cdot I^{\frac12}_{(m\beta_2^2)}\right)=\\ &=\left(\sin m\beta_1^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot\beta_1\cdot I^{\frac12}_{(m\beta_1^2)}\right)\left(\cos m\beta_2^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot\beta_2\cdot E^{\frac12}_{(m\beta_2^2)}\right).\end{aligned}\right\}(10$$

Da der zweite Differentialquotient für die durch diese Gleichung bedingten Werthe von y die Form

$$\frac{d^2 H}{dy^2} = - H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^4\cdot 2m^2\cdot(\beta_1+\beta_2)^2\cdot X_1^2\left[\left(\sin m\beta_1^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot\beta_1\cdot I^{\frac12}_{(m\beta_1^2)}\right)^2+\right.$$
$$\left.+\left(\cos m\beta_1^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot\beta_1\cdot E^{\frac12}_{(m\beta_1^2)}\right)^2\right]\frac{\sin m\beta_2^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot\beta_2\cdot I^{\frac12}_{(m\beta_2^2)}}{\sin m\beta_1^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot\beta_1\cdot I^{\frac12}_{(m\beta_1^2)}}$$

annimmt, so entspricht dem durch die Gleichung (10) bestimmten y ein $\begin{cases}\text{Maximum}\\ \text{Minimum}\end{cases}$ der Lichtintensität, wenn die Grössen

$$\left(\sin m\beta_2^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot\beta_2\cdot I^{\frac12}_{(m\beta_2^2)}\right) \text{ und } \left(\sin m\beta_1^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot\beta_1\cdot I^{\frac12}_{(m\beta_1^2)}\right)$$

für dieses y $\begin{cases}\text{gleiche}\\ \text{ungleiche}\end{cases}$ Vorzeichen haben.

5.

Die nähere Bestimmung der Lage der Maxima und Minima der Lichtintensität aus der allgemeinen Gleichung (10) ist, sobald diese Bestimmung ganz allgemein durchgeführt werden soll, eine äusserst mühsame Aufgabe. Auf diese allgemeine Bestimmung will ich nicht eingehen; ich will mich begnügen, die Lage der Minima und Maxima in der Nähe der verticalen Hauptebene, also für Orte mit verhältnissmässig kleinen y, möglichst genau zu bestimmen, weil dieser specielle Fall der Rechnung keine Schwierigkeiten bietet und dieser Fall zu-

gleich von eminenter praktischer Wichtigkeit ist, da wohl in fast allen Fällen, in denen Fresnel'sche Interferenzfransen zur Verwendung kommen, nur die mittleren Fransen benutzt werden.

Zur Bestimmung der Lage der Maxima und Minima für kleine y drücken wir zunächst in der allgemeinen Bedingungsgleichung

$$\left(\cos m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot{}_1\mathfrak{z}_1\cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2)}\right)\left(\sin m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot{}_1\mathfrak{z}_2\cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2)}\right)-$$
$$-\left(\sin m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot{}_1\mathfrak{z}_1\cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2)}\right)\left(\cos m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot{}_1\mathfrak{z}_2\cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2)}\right)=0$$

die Transcendenten $I^{\frac{1}{2}}$ und $E^{\frac{1}{2}}$ durch ihre semiconvergenten Reihen aus:

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot{}_1\mathfrak{z}_1\cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2)}=\sin m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2+i_1-e_1 \qquad \sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot{}_1\mathfrak{z}_1\cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2)}=\cos m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2-i_1-e_1$$
$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot{}_1\mathfrak{z}_2\cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2)}=\sin m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2+i_2-e_2 \qquad \sqrt{\frac{m}{2\pi}}\cdot{}_1\mathfrak{z}_2\cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2)}=\cos m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2-i_2-e_2$$

wo der Kürze halber

$$i_1=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2}}-\frac{1\cdot3}{\sqrt{2m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2}^{\,5}}+\frac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{\sqrt{2m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2}^{\,9}}-\cdots\right)$$
$$i_2=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}}-\frac{1\cdot3}{\sqrt{2m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}^{\,5}}+\frac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{\sqrt{2m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}^{\,9}}-\cdots\right)$$
$$e_1=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2}^{\,3}}-\frac{1\cdot3\cdot5}{\sqrt{2m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2}^{\,7}}+\cdots\right)$$
$$e_2=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}^{\,3}}-\frac{1\cdot3\cdot5}{\sqrt{2m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}^{\,7}}+\cdots\right)$$

gesetzt ist, und führen sodann die Multiplication aus. Das Resultat kann in die Form gebracht werden:

$$-8\sin\left(\frac{m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2-m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}{2}\right)\cos\left(\frac{m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2-m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}{2}\right)$$
$$+2\sqrt{2}\,(i_2-i_1)\cos\left(\frac{m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2-m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}{2}\right)\sin\left(\frac{m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2+m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$$
$$+2\sqrt{2}\,(i_1+i_2)\sin\left(\frac{m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2-m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}{2}\right)\cos\left(\frac{m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2+m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$$
$$-2\sqrt{2}\,(e_2-e_1)\cos\left(\frac{m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2-m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}{2}\right)\cos\left(\frac{m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2+m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$$
$$+2\sqrt{2}\,(e_1+e_2)\sin\left(\frac{m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2-m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}{2}\right)\sin\left(\frac{m\,{}_1\mathfrak{z}_1^2+m\,{}_1\mathfrak{z}_2^2}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$$
$$-2i_2e_1+2e_2i_1=0.$$

Zur weiteren Behandlung führen wir jetzt die beschränkende Annahme ein: a, w und δ seien so beschaffen und y so klein, dass die Grössen

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi m_1 \beta_1^{2}}^{3}},\ \frac{1}{\sqrt{2\pi m_1 \beta_2^{2}}^{3}} \quad \text{und} \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi m_1 \beta_2^{2}}^{2}} - \frac{1}{\sqrt{2\pi m_1 \beta_1^{2}}^{2}}$$

und mithin auch die Werthe ϵ_1, ϵ_2 und $(\epsilon_2^2 - \epsilon_1^2)$ als verschwindend klein ausser Betracht gelassen werden dürfen. (Ist $a = w = 1000^{mm}$, $\delta = 3^{mm}$, $y = 0{,}5^{mm}$, $\lambda = 0{,}00064^{mm}$, so ist $\frac{1}{\sqrt{2\pi m_1 \beta_1^{2}}^{3}} = 0{,}0003$, $\frac{1}{\sqrt{2\pi m \beta_1^{2}}^{3}} = 0{,}001$ und $\frac{1}{\sqrt{2\pi m_1 \beta_2^{2}}^{2}} - \frac{1}{\sqrt{2\pi m_1 \beta_1^{2}}^{2}} = 0{,}0048$.) Dann kann die letzte Gleichung in die folgende Form gebracht werden:

$$\left[\cos\left(\frac{m_1\beta_1^2 - m_1\beta_2^2}{2}\right) - \frac{1}{4\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{m_1\beta_1^2}} + \frac{1}{\sqrt{m_1\beta_2^2}}\right)\cos\left(\frac{m_1\beta_1^2 + m_1\beta_2^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right] \times$$
$$\times \left[\sin\left(\frac{m_1\beta_1^2 - m_1\beta_2^2}{2}\right) - \frac{1}{4\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{m_1\beta_2^2}} - \frac{1}{\sqrt{m_1\beta_1^2}}\right)\cos\left(\frac{m_1\beta_1^2 + m_1\beta_2^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right] = 0.$$

Die Lagen der Maxima und Minima sind also durch die beiden Gleichungen bestimmt:

$$\cos\frac{2\pi\delta y}{\lambda(a+w)} - \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{u} + \frac{1}{w}\right)}} \cdot \frac{\delta w (a+w)}{\delta^2 w^2 - y^2 a^2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{\delta^2 w^2 + y^2 a^2}{a w (a+w)} + \frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

$$\sin\frac{2\pi\delta y}{\lambda(a+w)} - \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{w}\right)}} \cdot \frac{y a (a+w)}{\delta^2 w^2 - y^2 a^2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{\delta^2 w^2 + y^2 a^2}{a \cdot w (a+w)} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

Für Orte, die in so grosser Nähe der verticalen Mittelebene ($y = 0$) liegen, dass $\left(\frac{y}{\delta} \cdot \frac{a}{w}\right)^2$ verschwindend klein gegenüber der Einheit ist, nehmen diese Gleichungen die einfachere Form an:

$$\cos\frac{2\pi\delta y}{\lambda(a+w)} - \frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{w}\right)}}{2\pi \operatorname{tg}\nu} \cos\left(\frac{\pi \operatorname{tg}^2\nu}{\lambda\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{w}\right)} + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad (11$$

$$\sin\frac{2\pi\delta y}{\lambda(a+w)} - \frac{y\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{w}\right)}}{2\pi \cdot w \cdot \operatorname{tg}^2\omega} \sin\left(\frac{\pi \cdot \operatorname{tg}^2\nu}{\lambda\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{w}\right)} + \frac{\pi}{4}\right) = 0, \quad (12$$

wo 2ω den Winkel bezeichnet, unter welchem die beiden Lichtquellen von der gemeinschaftlichen Kante AC aus gesehen werden.

Eine Vergleichung dieser beiden Bedingungsgleichungen mit dem oben gegebenen Werth des zweiten Differentialquotienten der Helligkeit nach der Richtung der y lässt erkennen, dass die erste der beiden Gleichungen die Lage der Helligkeitsminima, die letzte der beiden Gleichungen die Lage der Helligkeitsmaxima bestimmt.

Die auf einander folgenden Helligkeitsminima haben also ungleiche Abstände; die Interferenzfransen sind mithin ungleich breit. Die Interferenzfransen müssen so lange ungleiche Breite haben, als die Grösse $\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{2\pi\cdot\operatorname{tg}\omega}$ einen noch erheblichen Werth besitzt. In den bis jetzt angewandten Fresnel'schen Interferenzapparaten, bei denen zur Erzielung möglichst breiter Fransen ω sehr klein gewählt wurde und deren Construction nur kleine Entfernungen a und w gestattete, ist der Werth dieser Grösse noch recht beträchtlich, z. B. gleich 0,064 für $a = w = 1000^{mm}$ und für $2\omega = 20'$. In solchen Interferenzapparaten muss die Ungleichheit der Fransenbreiten scharf ausgeprägt hervortreten.

Nähere Aufschlüsse über die Ungleichheit der Fransenbreiten ergibt eine eingehende Betrachtung der Gleichung (11). Ist $\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{\operatorname{tg}^2\omega}{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}+\frac{\pi}{4}=\frac{2n+1}{2}\pi$, dann haben die Fransen in der Nähe der Mittelebene ($y = 0$) genau gleiche Breite und zwar diejenige Breite, die sie nach der Fresnel'schen Theorie überall haben müssten; es mag diese Fransenbreite als ideale Fransenbreite bezeichnet werden. Ist $\cos\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{\operatorname{tg}^2\omega}{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}+\frac{\pi}{4}=\begin{cases}\text{positiv,}\\ \text{negativ,}\end{cases}$ so ist die Breite der mittelsten Franse um eine gewisse Grösse $\begin{cases}\text{kleiner}\\ \text{grösser}\end{cases}$ als die ideale Breite; ihre Nachbarfransen haben eine um eben so viel $\begin{matrix}\text{grössere}\\ \text{kleinere}\end{matrix}$ Breite als die ideale Fransenbreite, so dass das arithmetische Mittel dieser beiden Fransenbreiten gleich der idealen Fransenbreite ist. An diese $\begin{cases}\text{breiteren}\\ \text{schmäleren}\end{cases}$ Nachbarfransen reihen sich in der Richtung

von der Mittelebene fort $\left\{\begin{matrix}\text{schmälere}\\ \text{breitere}\end{matrix}\right.$ Fransen an u. s. w. Für grössere y lässt sich das Gesetz der Variation der Fransenbreite in keine einfache Form bringen.

Von den Abständen der auf einander folgenden Helligkeitsmaxima gelten laut Gleichung (12) ganz analoge Sätze. Es sind aber die Ungleichheiten in den Abständen der auf einander folgenden Helligkeitsmaxima viel kleiner als die Ungleichheiten in den Abständen der auf einander folgenden Helligkeitsminima, da der Quotient der ersten Factoren der zweiten Glieder der Gleichungen (11) und (12) gleich $\frac{y}{\delta} \cdot \frac{a}{w}$ ist. In die verticale Mittelebene ($y = 0$) fällt immer ein Helligkeitsmaximum.

Nachdem die Lage der Maxima und Minima der Helligkeit für die Orte in der Nähe der verticalen Mittelebene bestimmt worden ist, sollen jetzt die Werthe der in ihnen auftretenden Helligkeiten ermittelt werden. Zu diesem Zwecke ersetzen wir in dem allgemeinen Ausdrucke (9) der Lichtintensität die Transcendenten I und E durch ihre semiconvergenten Reihen

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m_i\beta^2)} = \sin m_i\beta^2 + i - e$$

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m_i\beta^2)} = \cos m_i\beta^2 - i - e$$

und führen die Quadrirung der beiden Glieder aus. Wir erhalten nach mehreren Umgestaltungen:

$$H = 4H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 X_1^2 \times$$

$$\times \Bigg[\cos^2\left(\frac{m_1\beta_1^2 - m_2\beta_2^2}{2}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}(i_1 + i_2)\cos\left(\frac{m_1\beta_1^2 - m_2\beta_2^2}{2}\right)\cos\left(\frac{m_1\beta_1^2 + m_2\beta_2^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right) -$$

$$- \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_2)\cos\left(\frac{m_1\beta_1^2 - m_2\beta_2^2}{2}\right)\sin\left(\frac{m_1\beta_1^2 + m_2\beta_2^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right) +$$

$$+ \frac{1}{8}(i_1 + i_2)^2 + \frac{1}{8}(e_1 + e_2)^2\Bigg].$$

Durch die Annahme, dass e_1 und e_2 verschwindend klein sind, dass sich mithin die Functionen i_1 und i_2 auf die ersten Glieder $\frac{1}{\sqrt{2\pi m_1\beta_1^2}}$

und $\frac{1}{\sqrt{2\pi m_1 \vartheta_1^2}}$ ihrer Reihen reduciren, eine Annahme, die wir oben zur Bestimmung der Lage der Maxima und Minima der Helligkeit getroffen haben, gewinnen wir hieraus den einfacheren Werth:

$$H = 4 H_0 \left(\frac{a}{a+w}\right)^2 \cdot X_1^2 \times$$

$$\left\{\cos^2 \frac{2\pi \delta y}{\lambda(a+w)} - \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}} \cdot \frac{2\delta w(a+w)}{\delta^2 w^2 - y^2 a^2} \cdot \cos \frac{2\pi \delta y}{\lambda(a+w)} \times \right.$$

$$\left. \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{\delta^2 w^2 + a^2 y^2}{a w (a+w)} + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{16\pi} \frac{1}{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)} \left(\frac{2\delta w(a+w)}{\delta^2 w^2 - y^2 a^2}\right)^2 \right\}.$$

Da die Lage der Helligkeitsminima durch die Gleichung bestimmt ist:

$$\cos \frac{2\pi \delta y}{\lambda(a+w)} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}} \cdot \frac{\delta w(a+w)}{\delta^2 w^2 - y^2 a^2} \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{\delta^2 w^2 + y^2 a^2}{a w(a+w)} + \frac{\pi}{4}\right)$$

nimmt die Helligkeit in den Minimis folgenden Werth an:

$$H_{\min} = 4 H_0 \left(\frac{a}{a+w}\right)^2 X_1^2 \times$$

$$\times \left(\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{2\pi} \cdot \frac{\operatorname{tg}\omega}{\operatorname{tg}^2\omega - \left(\frac{y}{w}\right)^2}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \frac{\operatorname{tg}^2\omega + \left(\frac{y}{w}\right)^2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{w}} + \frac{\pi}{4}\right).$$

Die minimale Helligkeit in der Nähe der Mittelebene ist also wesentlich abhängig von a, w und ω. Sie wird nur dann gleich null, wenn der Bogen $\frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{\operatorname{tg}^2\omega + \left(\frac{y}{w}\right)^2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{w}} + \frac{\pi}{4} = \pi \cdot n$ ist; für dasselbe a, w und ω nimmt sie mit wachsendem y zu. Da die wesentlich bestimmende Grösse in dem Ausdrucke der minimalen Helligkeit das Quadrat desjenigen Werthes ist, der die kleinen Ungleichheiten der Fransenbreiten bedingt, so wird die minimale Helligkeit in der Nähe der Mittelebene stets so klein bleiben, dass sie der Beobachtung nahezu als Helligkeit null erscheinen wird.

Die Lichtstärke, welche in den durch die Gleichung (12) bestimmten Maximis auftritt, hat den Werth:

$$H_{max} = 4H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 X_1^2 \times$$

$$\times\left[1-2\left(\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{2\pi}\cdot\frac{\operatorname{tg}\omega}{\operatorname{tg}^2\omega-\left(\frac{y}{w}\right)^2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{\operatorname{tg}^2\omega+\left(\frac{y}{w}\right)^2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{w}}+\frac{\pi}{4}\right)+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{2\pi}\cdot\frac{\operatorname{tg}\omega}{\operatorname{tg}^2\omega-\left(\frac{y}{w}\right)^2}\right)^2\right].$$

Auch dieses Resultat macht recht evident, wie weit sich Fresnel's Theorie von dem wahren Sachverhalt entfernt. Nach Fresnel's Theorie ist die maximale Helligkeit constant und zwar gleich demjenigen Werthe, der sich aus dem eben gefundenen Ausdrucke ergibt, wenn an die Stelle des letzten, oscillirenden Factors die Einheit gesetzt wird. In Wahrheit ist diese maximale Helligkeit ganz bedeutenden Schwankungen unterworfen. Für die Orte in unmittelbarer Nähe der verticalen Mittelebene oscillirt sie zwischen dem kleinsten Werthe

$$4H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 X_1^2\left(1-\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{2\pi}\cdot\frac{tg\,\omega}{tg^2\omega-\left(\frac{y}{w}\right)^2}\right)^2$$

und dem grössten Werthe

$$4H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 X_1^2\left(1+\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{2\pi}\cdot\frac{tg\,\omega}{tg^2\omega-\left(\frac{y}{w}\right)^2}\right)^2$$

auf und ab. Die Grösse dieser Schwankung der maximalen Helligkeit im Verhältniss zum Mittelwerthe der maximalen Helligkeit ist angenähert gleich $\frac{2}{\pi}\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{\operatorname{tg}\omega}$; für $a = w = 1000^{mm}$ und $2\omega = 20'$ schwankt demnach der Betrag der maximalen Helligkeit um circa 25% seines Mittelwerthes.

Für die Lage der Maxima und Minima der Lichtintensität und für die Werthe dieser Maxima und Minima ist vor allem die Grösse

des Bogens $\frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{\delta^2 w^2 + y^2 a^2}{a w (a + w)} + \frac{\pi}{4}$ maassgebend. Es lässt sich zeigen, dass die Länge $\frac{\delta^2 w^2 + y^2 a^2}{a w (a + w)}$ eine einfache Bedeutung besitzt. Eine durch den Ort Q parallel zur yz-Ebene gelegte Ebene schneidet die virtuellen linienförmigen Lichtquellen resp. deren Verlängerungen und die Kante AC des Interferenzapparates. Die drei Schnittpunkte sollen der Reihe nach R_1, R_2 und O heissen. Es ist

$$R_1 O = a + \frac{\delta^2}{2a} \qquad OQ = w + \frac{y^2}{2w} \qquad R_1 Q = a + w + \frac{(\delta - y)^2}{2(a + w)}$$

$$R_2 O = a + \frac{\delta^2}{2a} \qquad\qquad R_2 Q = a + w + \frac{(\delta + y)^2}{2(a + w)}.$$

Daraus folgt:

$$R_1 O + OQ - R_1 Q = \Delta_1 = \frac{\delta^2 w^2 + y^2 a^2}{2 a w (a + w)} + \frac{\delta y}{a + w}$$

und

$$R_2 O + OQ - R_2 Q = \Delta_2 = \frac{\delta^2 w^2 + y^2 a^2}{2 a w (a + w)} - \frac{\delta y}{a + w}$$

und

$$\Delta_1 + \Delta_2 = \frac{\delta^2 w^2 + y^2 a^2}{a w (a + w)}$$

Der oben genannte Bogen lässt sich also schreiben:

$$\pi \frac{(\Delta_1 + \Delta_2)}{\lambda} + \frac{\pi}{4}.$$

6.

Zum Schluss sollen noch einige Betrachtungen über die Lichtvertheilung in der verticalen Mittelebene ($y = 0$) angestellt werden. In dem Falle, dass $y = 0$ ist, wird $\beta_1 = \beta_2 = \frac{\delta w}{a + w} = \beta$, und dadurch reducirt sich der allgemeine Ausdruck der Lichtintensität auf

$$H = H_0 \left(\frac{a}{a + w}\right)^2 X_1^2 \times$$

$$\times \left[\left(\sin m_1 \beta^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m_1 \beta^2)} \right)^2 + \left(\cos m_1 \beta^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m_1 \beta^2)} \right)^2 \right]$$

Durch Einführung der Werthe

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)} = \sin m\beta^2 + i - e$$

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)} = \cos m\beta^2 - i - e$$

und durch einige Umformungen lässt sich diese Form in die folgende überführen:

$$H = 4 H_0 \left(\frac{a}{a+w}\right)^2 X_1^2 \times$$
$$\times \left\{ \left[\cos\left(m\beta^2 + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}\, i\right]^2 + \left[\sin\left(m\beta^2 + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}\, e\right]^2 \right\}.$$

In dieser einfachen Formel sind alle die mannigfaltigen Thatsachen ausgedrückt, welche die Beobachtungen an der Mitte der centralen Franse constatiren können. Die Beobachtungen zeigen, dass die Helligkeit der Mitte der centralen Franse bei Anwendung von homogenem Licht ganz beträchtlichen Oscillationen längs der Richtung der w unterworfen ist, deren Amplitude mit wachsendem w langsam abnimmt; dieses steht in genauester Uebereinstimmung mit dem vorstehenden Helligkeitsausdruck. Ferner ist, wie bereits in der Einleitung hervorgehoben worden ist, die Mitte der centralen Franse bei Anwendung von weissem Licht niemals weiss, sondern immer gefärbt, und zwar leuchtet diese Mitte in den verschiedenen Entfernungen w mit ganz verschiedenen Farben. Auch diese Thatsache ist qualitativ in dem vorstehenden Intensitätsausdruck enthalten, denn der Werth von H erscheint als Function der Grössen a, w, δ und der Wellenlänge λ. Dass nun aber auch die bestimmte Farbenfolge in der Mitte der centralen Franse längs der Richtung der w, die in den einleitenden Worten dieser Abhandlung angegeben wurde, in dem gefundenen Werthe von H eingeschlossen ist, lässt sich durch folgende Bemerkung einsehen.

Hätten wir in den drei ersten Abschnitten nicht die Lichtintensität gesucht, welche durch das Zusammenwirken der beiden von den rechteckig begrenzten sphärischen Wellenflächen ACE_1F_1 und ACE_2F_2 ausgehenden Wellensystemen in einem auf der verticalen Mittelebene ($y = 0$) gelegenen Orte Q erzeugt wird, hätten wir uns vielmehr die einfachere Aufgabe gestellt, die Lichtstärke H für denselben Ort Q

zu bestimmen, wenn derselbe nur von dem einen der beiden Wellensysteme bestrahlt wird, so wären wir zu dem Resultat gelangt:

$$H = H_0 \left(\frac{a}{a+w}\right)^2 X_1^2 \times$$
$$\times \left\{\left[\cos\left(m\beta^2 + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}\, i\right]^2 + \left[\sin\left(m\beta^2 + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}\, e\right]^2\right\}.$$

Die Lichtstärke, welche auf einem in der verticalen Mittelebene gelegenen Orte Q durch die Interferenz der beiden Wellensysteme erzeugt wird, ist also gleich dem vierfachen Werthe derjenigen Lichtstärke, die in demselben Orte durch die alleinige Thätigkeit des einen Wellensystems hervorgebracht wird. Die resultirende Färbung der Mitte der centralen Interferenzfranse in irgend einer Entfernung w von dem Interferenzapparat ist mithin genau dieselbe wie die Färbung, die derselbe Ort zeigt, wenn das eine Wellensystem abgeblendet und nur das andere in Wirksamkeit gelassen wird. Dieses theoretische Resultat steht mit den Thatsachen in vollkommenem Einklang.

Auch Billet's Theorie der von ihm eingeführten „Billet'schen Interferenzerscheinungen" enthält den oben besprochenen Fehler der Fresnel'schen Theorie. Auch Billet's Interferenzerscheinungen stehen unter dem Einflusse der Diffraction und sind in ganz analoger Weise theoretisch zu behandeln wie die Fresnel'schen Interferenzerscheinungen. Ich gehe hier nicht näher darauf ein, da die Wiedergabe der Rechnung nichts wesentlich Neues enthalten würde.

In allen Verwendungen, welche die Fresnel'schen und Billet-schen Interferenzfransen in der messenden Physik bisher gefunden haben, ist die fehlerhafte Fresnel'sche Theorie zu Grunde gelegt worden. Es ist zu wünschen, dass die wichtigsten dieser Arbeiten, ich erinnere nur an die scharfsinnig angelegten messenden Versuche über Luftschwingungen von Töpler und Boltzmann, einer Revision unterworfen werden.

Pendelexperimente
zur Erklärung der Consonanz-, Interferenz- und Absorptions-Erscheinungen in der Akustik und Optik.

Von
Dr. C. Isenkrahe.

An dem Tage, wo Herr Prof. Bauer auf der letzten Naturforscherversammlung in Baden-Baden in der Section für math.-physik. Unterricht seinen Vortrag „über die Behandlung sphärischer Spiegel und Linsen“ gehalten, traf es sich bei einer zufälligen Begegnung zwischen dem Herausgeber des „Repertoriums“ und dem Verfasser nachfolgender Abhandlung, dass Letzterer anlässlich jenes Vortrags seine Meinung dahin äusserte, derselbe habe ein Kapitel der Optik, welches an sich schon nicht besonders schwierig sei, noch etwas leichter und mundgerechter gemacht; es gebe indess andere Kapitel, deren Bewältigung den Schülern der Physik grössere Schwierigkeiten zu bieten pflege, z. B. der Abschnitt über die Interferenzerscheinungen, und daher möchte es Manchem vielleicht erwünschter gewesen sein zu erfahren, wie Herr Professor Bauer oder der eine oder andere Fachcollege sich diesen Gegenstand für den Unterricht zurecht gelegt habe.

Auf die Frage, in welcher Weise der Verfasser das denn gethan, erfolgte eine ganz kurze Angabe des Inhalts folgender Zeilen, worauf Herr Professor Carl meinte, diese Methode würde die Leser des „Repertoriums“, denen eine Mittheilung über „Vorlesungsversuche“ immer angenehm sei, ohne Zweifel interessiren. In einem späteren freundschaftlichen Schreiben wiederholte derselbe sein Ersuchen nochmals, und da ist denn das Folgende aufgeschrieben worden, obschon die wissenschaftlichen Bestrebungen des Verfassers augenblicklich einem ganz anderen Gebiete zugewandt sind.

Aus diesen Umständen geht hervor, dass gegenwärtiger Aufsatz keineswegs nur Neues zu bringen prätendirt. Im Gegensatz zu der (inzwischen in dieser Zeitschrift veröffentlichten) Bauer'schen Arbeit aber, welche wesentlich mathematischer Natur ist, soll im Folgenden die durch das mechanische Experiment gewonnene An-

schauung zur Grundlage der Entwickelung genommen werden, entsprechend der für preussische Gymnasien geltenden Vorschrift, wonach die Behandlung der Physik eine vorwiegend experimentelle sein soll.

Ist nun auch nicht alles hier Gebotene neu, so doch vermuthlich manches davon. Hauptsächlich aber wird auf die Methode der Verknüpfung mechanischer, akustischer und optischer Experimente, wie sie hier dargestellt ist, Werth gelegt. Ein in besonderem Maasse auch für die physikalische Pädagogik beherzigenswerther alter Satz lautet:

„Nihil est in intellectu, nisi quod antea fuerit in sensu!"

Hat Jemand an einer Reihe von Pendelkugeln die Natur der Vibrationsbewegungen, das Gesetz der Uebertragung, die Consonanz-, Interferenz- und Absorptionserscheinungen mit seinen leiblichen Augen betrachtet, so ist dadurch seine Phantasie ausreichend befruchtet, um

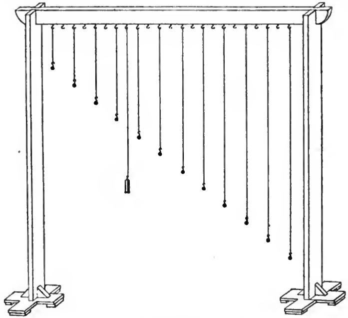


Fig. 1.

sich nun auch schwingende Luftmoleküle oder die Elementartheile des Aethers in ihren Bewegungen vorstellen zu können.

Weiterhin ist das Streben des Verfassers noch speciell darauf gerichtet gewesen, dass alle Experimente in einem grösseren Raume deutlich wahrnehmbar, und ferner, dass die dazu erforderlichen Mittel möglichst geringe seien, so dass sie dem Physiker eines Gymnasiums das Budget nicht in schmerzhafter Weise belasten.

Der ganze Apparat (Fig. 1) ist äusserst einfach; er besteht im Wesentlichen aus zwei hölzernen Ständern von mindestens 2,5 m Höhe, welche oben eine Querlatte tragen, in die kleine Haken zum Aufhängen der Pendel eingeschraubt sind. Der Abstand dieser Haken ist nach der Dimension des ganzen Apparates und nach der Zahl der anzubringenden Pendel zu bemessen; ich habe eine Distanz von 10 cm gewählt. Die Experimente kann man nun in folgender Ordnung der Reihe nach anstellen.

I. Demonstration der Additions- und Subtractionswirkungen periodischer Impulse.

Ein leichter hölzerner Stab *a* (Fig. 2) von 1 bis 1,5 m Länge wird mit Hilfe einer Schlinge *b* an zwei Haken aufgehängt. An seinem

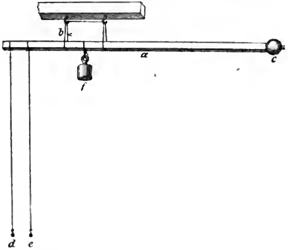


Fig. 2.

rechten Ende trägt er einen schwarzen Knopf *c*, oder eine angeklebte farbige Pappscheibe oder sonst irgend eine im ganzen Auditorium sichtbare Marke. Am entgegengesetzten Ende wird zunächst ein

Pendel *d* aufgehängt. Dieses, wie alle übrigen zur Verwendung kommenden leichteren Pendel, besteht aus einer Bleikugel von etwa 30g Gewicht, welche durchbohrt ist. In diese Höhlung passt ein mit Schraubengewinde versehener Messingdraht, der oben hakenförmig umgebogen ist und an welchem die Kugel zur Ajustirung der Pendellänge hinauf- und hinuntergeschraubt werden kann. Zum Aufhängen bediene ich mich dünner Eisendrähte (sog. Blumendraht), um die lästige Torsion der Fäden zu vermeiden. Theils zum bequemen Aequilibriren der ganzen Vorrichtung, besonders aber um die Stabilität derselben zu erhöhen, hänge ich zwischen den beiden Armen der Schlinge *b* an dem hölzernen Stabe ein ziemlich schweres Gewicht *f* auf.

Setzt man nun das Pendel senkrecht gegen die Richtung der Latte in Schwingungen, so sieht man die Marke *c* in derselben Richtung vorwärts und rückwärts sich bewegen. Die Länge der Schlinge *b* und die Schwere des Gewichtes sind vorsichtig so zu reguliren, dass die Amplitüde der Marke zwar genügend deutlich, aber nicht zu gross wird. Auch der Hebelarm, an welchem das Pendel hängt, darf nicht zu lang sein.

Nun wird neben das erste ein zweites gleich langes Pendel *e* aufgehängt und beide mit gleicher Phase in Bewegung gesetzt. Die Amplitüde der Marke *c* wird deutlich grösser; die Impulse summiren sich. Setzt man aber beide Pendel so in Bewegung, dass die Richtung ihrer Schwingungen eine entgegengesetzte ist, so bleibt die Marke in Ruhe.

Dieser Versuch kann also zur Veranschaulichung des Satzes dienen, dass regelmässig wiederkehrende Schwingungen von gleicher Dauer ihre Wirkungen fortwährend summiren, wenn sie gleiche Phase haben, sich aber aufheben (oder bei ungleicher Energie sich wenigstens schwächen), wenn ihre Phase um eine halbe Oscillation differirt.

Es ist räthlich, die Pendel nicht zu lange schwingen zu lassen, sondern den Versuch, nachdem die zu beweisende Thatsache evident geworden, zu unterbrechen, weil sich nachher in der Regel Interferenzerscheinungen zeigen, welche in der niemals völlig zu vermeidenden Ungleichheit der Pendellängen, in der Ungleichheit der Drehungsmomente etc. ihren Grund haben. Diese Interferenzen, welche später besonders behandelt werden, wirken für den Anfang auf den Zuschauer verwirrend und erfordern lästige Explicationen. Man befolge daher hier

wie auch bei späteren Experimenten die Regel: ist das zu Zeigende deutlich zur Wahrnehmung gekommen, so bringe man die Pendel zur Ruhe und fahre im Vortrage weiter.

An diesem ersten Experiment könnte man nun vielleicht noch zweierlei auszusetzen finden. Steht das ganze Gestell quer gegen die Augenlinie der Zuschauer, so erscheint der von der Marke beschriebene Weg an den meisten Stellen des Auditoriums perspectivisch stark verkürzt. Diesem Uebelstande durch eine Umstellung des ganzen Apparates abhelfen zu wollen dürfte zu unbequem sein; besser ist es, wenn man sich die beiden Haken, woran die Schlinge *b* hängt, in ein kleines Holzstückchen einschraubt und dieses dann quer unter der Latte des Apparates mit einer Holzschraube befestigt. — Zweitens kann es vorkommen, dass die Pendel bei längerem Schwingen aus ihrer Ebene herausgehen und zuletzt gegen einander stossen. Um das zu vermeiden, braucht man nur die beiden Pendel an der entgegengesetzten Seite von der Aufhängestelle der Latte zu befestigen. In diesem Falle kann man überdies noch die Drehungsmomente ziemlich gleich machen, muss aber darauf hinweisen, dass die Impulse sich jetzt dann summiren, wenn die Pendelbewegungen einander entegengesetzt sind, bei gleicher Richtung sich aber gegenseitig vernichten müssen.

II. Demonstration transversaler und longitudinaler Wellen.

Wenn ein oscillirender Körper sich in einem elastischen Medium befindet, so bewirkt er in demselben eine Undulationsbewegung. Die Ursache hiervon liegt wesentlich in dem Umstande, dass die einzelnen Theilchen dieses Mediums nicht gleichzeitig, sondern in fortschreitenden Linien nach und nach ihre Impulse bekommen. Die gleiche Ursache bringt auch bei dem Pendelapparat die gleiche Wirkung hervor, derselbe ist also im Stande, die Natur eines solchen Bewegungszustandes zur Anschauung zu bringen.

Als Repräsentant eines homogenen elastischen Mediums dient eine Reihe von 15 bis 20 gleichlangen (etwa 80 bis 90^{cm}) Pendeln, und um dieselben in regelmässiger Reihenfolge nach und nach in Bewegung zu setzen, bedient man sich eines leichten Brettes, welches entweder mit der Hand dirigirt wird, oder mit Hilfe einiger Rollen am Apparat befestigt ist (Fig. 3). Letzterer Modus ist seiner grossen Bequemlichkeit wegen vorzuziehen.

Zunächst kann man nun das Brett benutzen, um die gleichmässige Länge sämmtlicher Pendel möglichst genau zu controliren; sodann hat man in demselben ein Mittel, um alle Kugeln, wenn sie schwingen und man den Versuch unterbrechen will, zugleich zu arretiren. Hauptsächlich aber dient es dazu, die Pendel auf eine zweckmässige Weise in Bewegung zu setzen.

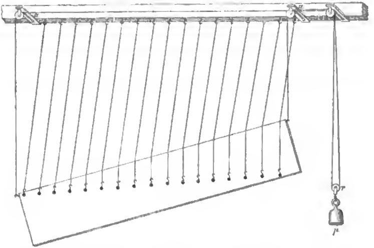


Fig. 3A.

Die beiden Rollen, an denen das Brett hängt, sind unter der Latte des Apparates mit Hilfe eiserner Streifen (a Fig 3A. u. B) festgeschraubt. Letztere besitzen in ihrer Mitte einen Schlitz, der es ermöglicht, das Brett nach Bedürfniss auf die Pendel zu-, oder von denselben wegzuschieben. Bei der Darstellung transversaler Wellen muss dasselbe je nach der gewünschten Amplitüde der Schwingungen von der Gleichgewichtslage der Pendel um etwa 10^{cm} oder mehr entfernt werden. Nun wird dasselbe so schief geschoben, dass die aufgelegten Pendelkugeln (an denen unten der Draht nicht mehr hervorragen darf) auf der einen Seite bis zum oberen, auf der anderen bis zum unteren Rande reichen. Fasst man jetzt die Rolle *r* (Fig. 3A) so an, dass sie sich nicht drehen kann, und hebt mit derselben das Gewicht *p* möglichst gleichmässig in die Höhe, so sinkt das Brett eben so gleichmässig herunter. Dabei verlassen



Fig. 3B.

die einzelnen Pendel in regelmässiger Aufeinanderfolge die obere Brettkante, das eine beginnt seine Oscillation immer einen Moment später als das andere; die Bedingung zur Entstehung einer Wellenbewegung ist also da, und in der That, nachdem die letzte Kugel abgeglitten ist, stellt das Ganze eine sehr anschauliche transversale Welle dar.

Den besten Blick auf diese oscillirende Linie hat man zwar erst dann, wenn das Auge sich etwas unterhalb derselben befindet, aber auch im Auditorium selbst zeigt sich die Kugelcurve deutlich genug, wenn die Pendel hoch hängen und der ganze Apparat etwas schräg gestellt ist. Sollte man aber mit der hierdurch erreichten Deutlichkeit nicht zufrieden sein, so gibt es verschiedene Mittel, dieselbe zu erhöhen. Z. B. kann man eine etwas complicirtere, aber doch immer noch leicht darzustellende Form für die Pendel wählen. Statt der Bleikugeln werden Eisenstäbe aufgehängt und zwar an jedem Ende mit zwei Drähten; es sind also in diesem Falle für jedes Pendel in die obere Latte zwei Haken einzuschrauben. Hierbei dürfte es zweckmässig sein, den vorderen Kopf jedes Stabes noch mit einer weit sichtbaren Marke zu versehen; letztere beschreibt nun bei jeder Oscillation des Pendels eine Bahn, die dem entfernten Zuschauer als eine Bewegung in der Verticalebene erscheint. Hat man hinter dem Apparat eine weisse Wand, oder kann man einen weissen Schirm dort aufstellen, so präsentirt das ganze Phänomen sich dem Publikum besser. Wer Abends experimentirt, kann die Kugeln beibehalten und braucht nur in einiger Entfernung vor denselben ein Licht auf den Boden zu stellen, dann bilden die Schatten auf einer dahinter befindlichen weissen Fläche eine hübsche bewegliche Wellenlinie. Am praktischsten aber dürfte wohl noch folgende Methode sein. Man belegt eine Seite des Pendelbrettes mit dünnem Weissblech; dann hat man einen Zinnspiegel, welcher, schief unter die Pendellinie gehalten, das Bild der transversalen Welle deutlich in den Saal wirft, besonders wenn man die Kugeln mit einer etwas grellen rothen Farbe überzogen hat. Glasspiegel leisten diesen Dienst natürlich besser, allein sie beschweren das Brett etwas zu sehr und beanspruchen eine zu grosse Vorsicht, wenn sie nicht von einer irrenden Bleikugel zerschlagen werden sollen. —

Bei der eben beschriebenen Methode, die Wellenbewegung darzustellen, hat man es nun offenbar auch in der Hand, die Wellen-

länge zu variiren. Dasjenige Pendel nämlich, welches die Brettkante in demselben Augenblicke verlässt, wo das erste Pendel seine zweite Oscillation beginnt, schliesst die Länge der Welle ab. Je rascher man also das Brett heruntersinken lässt, desto länger wird die Welle. Andererseits ist aber auch aus dem Versuche sofort klar, dass die Welle um so kürzer sein muss, je rascher das erste Pendel seine Schwingung beendet hat: woraus sich unmittelbar der Satz ergibt, dass die Wellenlänge einerseits direct proportional ist der Schnelligkeit, mit welcher das betreffende elastische Medium die empfangenen Impulse fortleitet (d. h. je grösser seine Elasticität ist), und dass die Wellenlänge andererseits im umgekehrten Verhältniss zur Oscillationsdauer steht. Man erkennt also durch directe Anschauung des mechanischen Grundes, dass höhere Töne wegen ihrer rascheren Schwingungen eine kürzere Wellenlänge haben als tiefe, und andererseits auch, dass ein longitudinal geriebener Holzstab wegen seiner grösseren Elasticität einen höheren Ton angeben muss als die Luftsäule in einer Orgelpfeife von gleicher Länge.

Bei Gelegenheit des eben erwähnten Experimentes versäume man nicht, auf diejenigen beiden Pendel zu zeigen, welche genau in gleichen Richtungen schwingen, und besonders auch darauf hinzuweisen, dass in der Mitte zwischen beiden sich ein solches befindet, welches jederzeit gerade die entgegensetzte Bewegungsrichtung hat. Nehme ich etwa an, das elfte Pendel schlösse die Welle ab, so schwingt das erste und sechste gerade in entgegengesetzter Richtung. Man arretirt diese und zeigt nun, dass auch das 2. und 7., 3. und 8., 4. und 9., 5. und 10. Pendel, also immer diejenigen, welche um eine halbe Wellenlänge aus einander sind, eine entgegengesetzte Bewegungsrichtung haben. —

Zur Veranschaulichung longitudinaler Wellen benutzt man am bequemsten wieder das oben mehrfach erwähnte Brett. Auf der Vorderseite desselben sind zu diesem Zwecke daumendicke Querstäbe (*a* Fig 4) schief aufgenagelt, und zwar in denselben Abständen, welche auch die einzelnen Pendel von einander haben. Man schiebt zunächst mit Hilfe der vorhin schon angeführten eisernen Streifen die Schnur-Rollen nahe an die Pendellinie heran und legt nun die Kugeln so auf die einzelnen Querstäbe, dass jede sich auf der linken Seite von ihrer Gleichgewichtslage befindet. Gibt man dem Brette wieder wie auch früher eine schiefe Lage und bringt es dann durch Aufheben

seines Gegengewichtes zu einem gleichmässigen Heruntersinken, so verlassen die einzelnen Kugeln nach einander die obere Kante, jede folgende beginnt ihre Oscillation etwas später, und das Ganze gewährt den deutlichen Anblick einer longitudinalen Welle. Die Länge derselben kann man auch hierbei wieder beliebig variiren, die Grenzen deutlich markiren, die entgegengesetzte Bewegungsrichtung der um eine halbe Wellenlänge von einander entfernten Kugeln zeigen u. s. w.

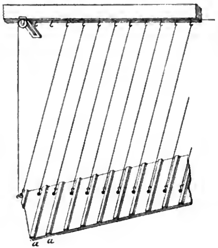


Fig. 4.

Ich verhehle mir hier den naheliegenden Einwurf nicht, die Demonstration der Undulationsbewegungen durch die sogenannten „Wellenmaschinen" sei doch bequemer; ich gebe zu, dass es in der That ein wenig bequemer sein mag, bloss an einer Kurbel zu drehen und so die Püppchen tanzen zu lassen, als alle die Pendel zurecht zu legen, das Brett richtig zu stellen und dann sinken zu lassen etc. Allein lästig und zeitraubend ist das letztere Verfahren doch auch keineswegs, und man hat dabei den nicht gering zu achtenden pädagogischen Vortheil einer intensiveren Ueberzeugung, welcher darin liegt, dass man in den Pendelbewegungen das unmittelbare Walten und Wirken einer Naturkraft vor sich sieht, bei welchem durch die Hand des Experimentators weiter nichts bestimmt wird als der Moment der einzelnen Bewegungs-Anfänge, während bei der Wellenmaschine jeder Knopf durch die Walze fortwährend angetrieben und dirigirt wird. Hierbei kann ganz gewiss in einem naïven Schülerhirn der Gedanke aufsteigen, trotz des gesehenen Experimentes sei das doch immer noch ein höchst dunkler Punkt, dass die Lufttheilchen in einer Schallwelle derartige Bewegungen ohne Walze und ohne Kurbeldreher aus eigenem Vermögen fertig bringen sollten. Die Pendelwelle wird ihm jedenfalls eher als eine Welle aus eigenem Vermögen erscheinen.

Geht man nun fortschreitend dazu über, die unter I und II gewonnenen Resultate zusammenzufassen, fragt man sich also, welchen Effect zwei gleichartige Wellensysteme hervorbringen, wenn sie auf ein und dasselbe Object einwirken, so sieht man sofort, dass die Einzelwirkungen derselben sich nach I dann und dort summiren müssen, wo die Theilchen beider Systeme gerade in gleicher Phase schwingen, dass sie sich aber stets subtrahiren und bei gleicher Intensität annulliren müssen, wo die Phase um eine halbe Oscillation differirt, oder, was nach II dasselbe bedeutet, wo die Lage der Theilchen in Bezug auf das System um eine halbe Wellenlänge verschieden ist.

III. Akustische und optische Consequenzen.

Durch das Resultat des vorigen Abschnittes ist ohne weiteres die mechanische Erklärung einer Reihe von wichtigen akustischen und optischen Phänomenen gegeben, welche hier nur angeführt, aber nicht näher beschrieben werden sollen, sofern die üblichen Lehrbücher das Nöthige schon enthalten.

Spaltet man durch ein TRohr einen Schallstrahl in zwei Theile und verzögert den einen Zweig, indem man ihm einen längeren Weg vorschreibt, um eine halbe Wellenlänge, so heben sich nach Wiedervereinigung beider Theile die Impulse gegenseitig auf und löschen den Ton aus. Der hierzu dienende frühere Nörrenberg'sche Apparat ist bekanntlich durch Quincke sehr bequem umgestaltet worden. Wenn man bei diesem Experiment mehrere Stimmgabeln von verschiedener Höhe benutzt und zeigt, dass bei einem und demselben Ansatzrohr immer nur ein ganz bestimmter Ton gedämpft wird, so hat man das Mittel in der Hand, um auch diejenigen optischen Interferenzen zu erklären, welche in der Farbe dünner Blättchen zur Erscheinung kommen. Dabei findet nämlich auch eine Strahlspaltung statt; ein Theil wird von der Vorderfläche reflectirt, ein anderer Theil dringt ein, legt die Strecke bis zur Hinterfläche zurück und wird dort zurückgeworfen. Je nach der Dicke des Blättchens ist die durch diese Wegverlängerung bewirkte Phasendifferenz grösser oder kleiner, gerade so, wie das sich bei dem akustischen Experiment nach der Länge des Ansatzrohres richtete. — Da nun aber weisses Licht keinen einfachen Ton, sondern eine ganze Scala repräsentirt, so wird augenscheinlich aus dieser Scala nur eine bestimmte Farbe

von ganz bestimmter Wellenlänge gedämpft, und die Mischung der dabei übrig bleibenden Farben ist dasjenige, was sich als Farbe des dünnen Blättchens, der Seifenblase etc. zu erkennen gibt.

Will man ganz gewissenhaft verfahren, so ist hier allerdings noch darauf hinzuweisen, dass die eine der beiden Reflexionen am dichteren, die andere am dünneren Medium stattfindet, und dass schon deswegen die Phasen der reflectirten Wellen um eine halbe Wellenlänge differiren, dass also die Vernichtung dann stattfindet, wenn die Wegverzögerung der zweiten Strahlenhälfte eine ganze Wellenlänge beträgt (oder ein Vielfaches davon), während bei dem akustischen Experiment diese Strecke eine halbe Wellenlänge betragen musste. Dieser kleine Unterschied hindert aber natürlich nicht, das optische Phänomen durch das akustische zu erklären[1]) und beide in letzter Instanz auf die mechanischen Experimente in I und II zu bauen.

Die Vereinigung zweier consonirenden Schallstrahlen, welche nicht aus der Spaltung eines einzigen hervorgegangen sind, bringt bekanntlich ebenfalls Auslöschungen hervor, und zwar besonders in solchen Fällen, wo der Phasengegensatz durch die Schwingungen der Tonquelle selbst direct verursacht wird, wie z. B. bei zwei benachbarten Quadranten einer Chladni'schen Scheibe, über welche ein gegabeltes Rohr gehalten wird, oder bei den beiden Zinken einer Stimmgabel. Im letzteren Falle ist übrigens auch schon die Entfernung beider Quellen von dem Orte, wo die combinirte Wirkung derselben geprüft wird, von wesentlicher Bedeutung. Diese Bedeutung tritt aber besonders hervor bei dem Fresnel'schen Spiegelversuch, bei den Beugungserscheinungen etc. Die Apparate zur Vorführung solcher Phänomene sind bekannt; ich will hier nur noch darauf hinweisen, dass zur Erklärung der Coincidenz gleicher oder entgegengesetzter Phasen, wie sie an verschiedenen Punkten eines Schirmes oder der Netzhaut des Auges stattfindet, einige passend befestigte Schnüre, in die man gleichmässig von einander entfernte Knoten gemacht und abwechselnd roth und schwarz gefärbt hat, oft bessere Dienste leisten als eine Zeichnung auf die Schultafel.

---

1) Beiläufig mag hier erwähnt werden, dass der Quinck'sche Apparat unter Umständen in der That den einfallenden Ton gerade so durch Subtraction färbt wie ein dünnes Blättchen das Licht; bei einer offenen Orgelpfeife z. B. löscht er alle ungeraden Obertöne aus und lässt nur die geraden übrig. Vgl. Wüllner Bd. 1 S. 723.

IV. Wirkung periodischer Impulse auf solche Körper, die selbst einer bestimmten Periode unterworfen sind.

Bisher ist jedes einzelne Pendel durch einen besonderen Antrieb in Thätigkeit gesetzt worden, der Apparat selbst hat den Dienst der Uebertragung einer Oscillationsbewegung von Körper zu Körper noch nicht zu verrichten gehabt, er ist noch nicht als Repräsentant des „Mediums“ aufgetreten; aber auch diese Rolle vermag er recht erfolgreich zu spielen.

Hängt man einziges schweres Pendel auf, das Gewicht einer Schwarzwälder-Uhr etwa, und giht demselben eine (nicht zu schwache) Oscillationsamplitüde, so sieht man, wie der ganze Apparat bei jeder Schwingung ein wenig hin und her schwankt. Ein solches Schwanken des Gestells kann nun aber auch wieder in eine Pendeloscillation zurückübersetzt werden. Man hängt eine Bleikugel auf und bringt in regelmässigen Zeitabschnitten, die nach der Länge des betr. Pendels zu bemessen sind, mit der Hand an einem Seitenständer kleine Schwankungen hervor. Da sieht man bald, dass die Kugel zu schwingen beginnt und dass die Ausschläge derselben allmählich grösser werden. Fängt man plötzlich an, die Impulse nach der entgegengesetzten Seite anzubringen, so werden die Ausschläge kleiner und das Pendel kommt allmählich wieder zur Ruhe.

Was hier die Hand verrichtet hat, kann nun aber in viel bequemerer und regelmässigerer Weise auch das ersterwähnte Pendel thun; dann ist das Gestell nur das periodisch hewegte Medium, welches von einem oscillirenden Körper Impulse empfängt und diese auf einen anderen Körper überträgt, der selbst einer gewissen Periodicität unterworfen ist.

Nachdem dies gezeigt, construirt man sich eine harfenähnliche Scala von Pendeln, indem man ein Dutzend oder mehr Bleikugeln neben einander aufhängt, eine immer tiefer als die andere (Fig. 1 auf Seite 100). Mitten dazwischen wird ein Uhrgewicht angebracht und die Länge dieses schwereren Peudels so abgemessen, dass es mit einem der leichteren genau übereinstimmt.

Setzt man nun das Uhrgewicht in Bewegung, so kommen von der dadurch hervorgebrachten Erschütterung des Gestells sämmtliche Pendel ein wenig aus ihrer Ruhelage und heginnen eine kaum merkliche Oscillation. Diese wird nun bald etwas grösser, bald wieder etwas kleiner, erlangt aber keine hervorragende Bedeutung; nur ein

einziges Pendel zeigt stets wachsende Amplitüden und geräth allmählich in auffallend heftige Schwingungen. Es ist dasjenige, welches mit dem schwereren Pendel isochron sich bewegt.

Der Grund davon ist sehr einfach zu zeigen, und man hat auf diese Weise das sogenannte „Princip der Superposition kleinster Wirkungen" recht augenfällig dargelegt. Treffen die periodisch wiederkehrenden Anregungen einen oscillirenden Körper immer wieder in derselben Phase an, so summiren sich die Wirkungen fortwährend.

Dieses Experiment kann nun ohne weiteres in die Akustik übersetzt werden. Die Aufgabe des „schweren Pendels" wird den Stimmbändern des eigenen Kehlkopfes übertragen; statt des Gestelles benutzt man als „Medium" die Luft, und statt der Scala von Bleikugeln bilden Klaviersaiten das Beobachtungsobject. Es ist bekannt, dass ein Flügel, in welchen man nach aufgehobener Dämpfung einen Ton hineinsingt, nicht allein genau denselben Ton kräftig erklingen lässt, sondern dabei sogar den Vocal charakterisirt. — Ist kein Schulflügel da, so muss ein Monochord, oder ein paar gleichgestimmte Gabeln, oder eine aufgehängte Geige den Dienst verrichten.

Auch die Uebertragung in die Optik ist äusserst einfach. Man lässt Tageslicht oder Magnesiumlicht (auch Gas und Petroleum genügen) auf eine phosphorescirende Substanz wirken; bringt man dieselbe dann ins Dunkle, so sieht man die Moleküle des bestrahlten Körpers sehr deutlich in der einen oder anderen Farbe nachklingen. — Auf die Verwendung des Phosphoroskops bei solchen Objecten, welche nach stattgehabter Insolation ihre consonirenden Schwingungen nur sehr kurze Zeit zu erhalten vermögen, braucht hier wohl nicht näher eingegangen zu werden.

V. Additions- und Subtractionswirkungen oscillirender Körper von ungleicher Periode. Schwebungen, Stösse.

Man hängt an den unter I näher beschriebenen Apparat (Fig. 2 auf Seite 101) zwei Pendel von ungleicher Länge auf, setzt eines derselben in Bewegung und behält das zweite für den Anfang noch in der Hand; die Marke oscillirt dann mit kleiner Amplitüde. Setzt man nun das zweite Pendel ebenfalls in Bewegung und zwar in einem Augenblicke, wo es beim Loslassen mit dem ersten nach gleicher Richtung fliegt, so wird die Amplitüde der Marke augenscheinlich grösser, aber einige

Zeit nachher nimmt dieselbe wieder ab und verschwindet allmählich gänzlich. Dies ist der Fall in dem Moment, wo die Bewegungsrichtungen beider Pendel gerade entgegengesetzt sind. Darauf wächst die Amplitüde der Marke wieder und erreicht ihre grösste Ausdehnung, sobald das raschere Pendel dem langsameren gerade um eine ganze Schwingung zuvorgekommen ist, wo beide also wieder zugleich nach derselben Richtung sich bewegen. Nun beginnt wieder das Abnehmen und die ganze Erscheinung wiederholt sich von neuem.

Die Marke zeigt also regelmässige Maxima und Minima ihrer Amplitüden und der Zeitraum zwischen je zwei gleichartigen Schwingungszuständen ist genau gleich der Zeit, welche der rascher schwingende Motor bedarf, um den langsamer schwingenden gerade um eine ganze Oscillation zu überholen. Ist daher von den beiden benutzten Pendeln eines viel kürzer als das andere, so folgen, wie man durch Versuche leicht nachweisen kann, die Maxima und Minima der Marke schneller auf einander, als wenn der Unterschied der Pendellänge gering ist. Ueberhaupt ergibt sich leicht der Satz, dass die Anzahl der periodischen Maxima und Minima gleich der Differenz der Schwingungszahlen beider Motoren ist.

Bei der Uebertragung dieses Resultates in die Akustik lassen wir zwei Tonquellen von ungleicher Höhe durch das Medium der Luft auf unser Trommelfell wirken. Sind die Töne nahezu gleich, so ist die Differenz ihrer Schwingungszahlen klein und die periodischen Maxima und Minima in den Amplitüden unseres Trommelfelles folgen langsam auf einander. Wir nehmen dieselben als ein abwechselndes Anschwellen und Nachlassen des Tones deutlich wahr, und wenn man eine halbe Minute lang diese sogenannten Schwebungen oder Stösse zählt, weiss man genau, wie viele Oscillationen der höhere Ton in dieser Zeit mehr gemacht hat als der tiefere. Ein bequemes Instrument zur Beobachtung dieser Schwebungen ist das Harmonium [1]).

Auch Orgelpfeifen, Klaviersaiten und Stimmgabeln zeigen dasselbe Phänomen. Der allereinfachste, bequemste und instructivste Apparat aber scheint mir folgender zu sein. Bekanntlich benutzen die Musiker statt der Stimmgabeln häufig Stimmpfeifchen, weil letztere erstens kleiner sind (sie können sogar als Berlocke an der Uhrkette getragen

1) In wie vielfacher Weise dieses Instrument als physikalischer Apparat für den Unterricht brauchbar ist, habe ich in einem besonderen Aufsatz (Zeitschrift für math. und physik. Unterricht 1878 S. 178) darzulegen gesucht.

werden) und weil sie zweitens einen weiter vernehmlichen Ton als Stimmgabeln von sich geben. Dabei haben sie aber den Nachtheil, dass dieser Ton nicht ganz constant ist, sondern bei stärkerem Blasen alterirt wird; für unsern physikalischen Zweck verwandelt der musikalische Nachtheil sich aber, wie man sehen wird, in einen Vorzug.

Solcher A-Pfeifchen nimmt man zwei und steckt dieselben in einen passend durchbohrten Kork von beiden Seiten so ein, dass man mit einem hindurchgeblasenen Luftstrom beide zugleich zum Tönen bringen kann. Sind beide Pfeifchen genau gleich abgestimmt, so ist bei leisem Anblasen der Klang frei von Schwebungen. Bläst man aber stärker, so wird der Ton des vordersten Pfeifchens verändert, der des hinteren vielleicht auch ein wenig, aber nicht so sehr wie der des vorderen, weil der Anprall des Windes bei dem ersten schon etwas gemildert worden ist. Es entsteht also eine Differenz der Schwingungszahlen und die Schwebungen beginnen. Dieselben werden immer rascher, je stärker man bläst, und nehmen wieder ab bis zum völligen Verschwinden, wenn man allmählich zu einem leiseren Anblasen zurückkehrt.

Die Beziehung der Schwebungen zu den Tartinischen Tönen und die Frage nach der Zulässigkeit einer Erklärung der letzteren durch die ersteren kann hier füglich übergangen werden. — Wie aber steht es mit der Uebertragung des vorliegenden mechanischen Princips in die Optik? Ich weiss nicht, welches optische Phänomen man den Schwebungen an die Seite stellen soll. Vielleicht könnte hier einer an die Scintillation der Fixsterne denken. Arago's bekannte Erklärung dafür recurrirt zwar auch auf Interferenzen; allein da die Atmosphäre der Erde dabei eine wesentliche Rolle spielt, für die das akustische Experiment keinen Repräsentanten aufzuweisen hat, so ist die Analogie doch eine sehr problematische.

Aber gibt es vielleicht Combinations**farben** in dem Sinne, wie die Tartinischen Töne Combinations**töne** sind? — Die äussersten rothen Strahlen mit ihren 410 Billionen und die violetten mit 790 Billionen Schwingungen per Secunde würden eine Differenzfarbe mit 380 Billionen Schwingungen combiniren. Diese Bewegung ist aber zu **langsam**, um von unserem Auge als Farbe empfunden werden zu können. — Ob für oder gegen die Möglichkeit, Combinationstöne im Aether objectiv nachzuweisen, noch andere Gründe sprechen, wird bei einer späteren Gelegenheit vielleicht einmal zur Sprache kommen.

VI. Absorptionserscheinungen. Erhaltung der Energie. Kirchhoff'sches Princip.

Hängt man ausser dem im vierten Abschnitt angeführten „schweren Pendel“ noch ein zweites eben so schweres auf und gibt beiden eine etwas verschiedene Länge, so lässt sich das interessante Phänomen der Absorption in folgender Weise zur Anschauung bringen.

Diejenigen Bleikugeln, welche zur Darstellung der Wellenbewegungen gedient haben, werden alle wieder aufgehängt, und wo möglich noch einige andere von gleicher Länge dazu. Gibt man nun einem der beiden Motoren diese nämliche Länge, während der andere etwas länger oder kürzer gemacht wird, und setzt beide mit möglichst gleicher Kraft in Bewegung, so kann man zunächst beobachten, wie durch die isochrone Oscillation des schweren Gewichtes sämmtliche Bleikugeln zum consonirenden Mitschwingen gebracht werden. Dabei geht aber dem ersteren lebendige Kraft verloren, seine Ausschläge werden allmählich kleiner und es kommt eher zur Ruhe als dasjenige schwere Pendel, welches keine Bleikugeln ins Mitschwingen versetzt.

Hier ist nun aber zu bemerken, dass das Experiment, in dieser Weise angestellt, manchmal versagt, oder dass es wenigstens nicht diejenige Evidenz besitzt, die bei Schulexperimenten ein durchaus wesentliches Erforderniss ist. Erstens nämlich verliert auch das bei der zu beweisenden Absorptionserscheinung nicht betheiligte schwere Pendel, dasjenige also, welches nach der Theorie grössere Ausschläge machen und länger schwingen soll, recht viel lebendige Kraft durch Reibung, Luftwiderstand und besonders durch die dem ganzen Apparat von den anderen Pendeln mitgetheilten Stösse. Zweitens beeinflussen sich die beiden schweren Pendel gegenseitig und zeigen dann ähnliche Interferenzerscheinungen wie die im vorigen Abschnitt beschriebenen. Will man diesen letzteren Uebelstand dadurch beseitigen, dass man die Motoren sehr weit von einander, also an die Enden der Querlatte dicht neben den Ständern aufhängt, so ist das missliebige gegenseitige Beeinflussen zwar weniger merklich, allein gerade in diesem Falle zeigt sich ein anderer Uebelstand in verstärktem Maasse. Es wird nämlich wohl selten erreichbar sein, dass die beiden Ständer, welche die obere Latte tragen, genau gleiche Stabilität besitzen, mit anderen Worten, dass sie gleich sehr oder gleich wenig wackelig sind. Ist das aber nicht der Fall, so kann man es oft mit Verdruss erleben, dass dasjenige Pendel, dessen lebendiger Kraft beim Anfang

des Experimentes eine grössere Dauer prophezeit wurde, den Experimentator desavouirt und viel eher zur Ruhe kommt als das andere, obschon letzteres sämmtliche Bleikugeln in Bewegung gesetzt hat — und zwar einfach aus dem Grunde, weil ersteres in der Nähe eines wackeligeren Ständers hängt. Als weiteren Uebelstand erwähne ich noch, dass bei der oben beschriebenen Anordnung die Bahn der Pendelschwingungen den meisten Zuschauern perspectivisch sehr verkürzt erscheint und deswegen beim Vergleichen der Ausschläge ein Minus oder Plus nicht leicht und nicht sicher genug abgeschätzt werden kann.

Nach mehrfachen Versuchen, das Experiment für den Schulzweck zu vervollkommnen, kann ich folgende Anordnung als eine solche empfehlen, welche erstens in Rücksicht auf den zu erzielenden Effect mich niemals im Stiche gelassen hat und welche zweitens dem Auge des Zuschauers ein leichtes und sicheres Abmessen gestattet.

Zunächst muss der Einfluss von Reibung und Luftwiderstand im Verhältniss zu der lebendigen Kraft der Pendel möglichst verringert werden; man wähle also die Uhrgewichte schwer (1^{kg}) und mache die Fäden lang (1,75 bis 2^{m}). Ferner hänge man sie nicht direct oben an der Latte des Gestelles, sondern an einem besonderen, etwa 30 bis 40^{cm} langen Stabe, der quer unter dieser Latte festgeschraubt wird, auf und zwar jedes Pendel bifilar, damit es beim Oscilliren sich besser in der Ebene hält. Auf diese Weise ist erreicht, dass die ganze Oscillation unverkürzt vor den Augen der Zuschauer erscheint. Ferner übertrage man die Aufgabe des Absorbirens nicht den vielen kleinen Bleikugeln, sondern statt dessen einer geringeren Zahl von schwereren (mehrere hundert Gramm) Gewichten. Das Geschäft des genau gleich hohen Aufhängens ist in diesem Falle auch weniger lästig und zeitraubend. Man kann sogar ein paar weitere, etwas leichtere Uhrgewichte als Absorptionspendel benutzen, und dann lässt sich das ganze Experiment schon mit vier Pendeln zur Ausführung bringen. Drei davon müssen genau gleich lang sein, während das vierte etwas kürzer oder länger gemacht wird, und die Aufgabe des Experimentators besteht darin, zu zeigen, dass letzteres in beiden Fällen seine lebendige Kraft länger behält.

In der Figur 5 ist nicht diese Anordnung gezeichnet, sondern eine solche mit 8 Absorptionspendeln (*a*) von 500^{g}. Ausserdem sieht man auf der rechten Seite noch eine Reihe von beschwerten Schnüren (*b*)

senkrecht herunterhängen. Diese sollen als Anhaltspunkte für das Auge des Zuschauers dienen; mit Hilfe derselben lässt sich nämlich leichter abmessen, wie die Ausschläge der beiden Pendel im Verlauf des Experimentes sich verändern.

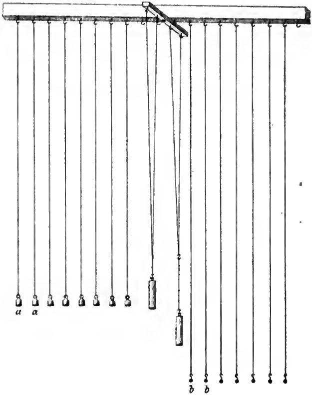


Fig. 5.

Wichtig ist übrigens noch, dass beide Motoren von Anfang an eine ziemlich gleiche lebendige Kraft mit auf den Weg bekommen. Nach einem bekannten Gesetz der Mechanik wird dies erreicht, wenn die verticale Erhebung des Schwerpunktes über seine tiefste Lage bei beiden Pendeln gleich gross ist. Die Gleichung

$$l_1 (1 - \cos \alpha_1) = l_2 (1 - \cos \alpha_2) \text{ oder}$$

$$\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{\sin \frac{1}{2} \alpha_2}{\sin \frac{1}{2} \alpha_1}$$

sagt aus, dass das längere Pendel einen etwas kleineren Ausschlagwinkel bekommen muss als das kürzere. Gibt man also beiden Pendeln gleiche Ausschlagwinkel und das kleinere kommt, trotzdem es eine etwas zu grosse Energie bekommen hat, dennoch in Folge der Absorption eher zur Ruhe als das andere, so ist das Experiment um so überzeugender. Soll aber das kürzere Pendel das Absorptionsphänomen zeigen, so kann man sich die nöthige Differenz der Ausschlagwinkel trigonometrisch berechnen. Praktischer dürfte es aber sein, mit Hilfe des Pythagoräischen Lehrsatzes zu ermitteln, bis zu welcher (Katheten-) Schnur (*b*) jedes der beiden Pendeln aus seiner Ruhelage herausgehoben werden muss. Auch in diesem Falle darf man die gesteckte Grenze um ein paar Centimeter überschreiten und wird doch sehen, dass die Absorptionspendel auch diesen Ueberschuss von Energie zu vernichten im Stande sind.

Ist das Experiment vollständig gelungen — und zur Erreichung dieses Zieles braucht man keineswegs das gänzliche Stillestehen des einen Pendels abzuwarten, sondern sobald die Absorption eine beträchtliche, deutlich wahrnehmbare Schwächung der Energie bewirkt hat, ist es aus den schon im ersten Abschnitt angeführten Gründen räthlich, das Experiment zu unterbrechen —, so kann man dasselbe zunächst als eine Illustration des Gesetzes von der Erhaltung der Energie deuten. Der eine Motor hat Arbeit geleistet, indem er sämmtliche kleineren Pendel ins Schwingen brachte; dadurch ist aber seine eigene Energie verbraucht worden, und zwar ist dieselbe vor aller Augen auf andere Körper übergegangen. Das zweite Gewicht hat keine Arbeit geleistet, besitzt also seine Energie noch, natürlich in so weit diese nicht durch sonstige, nebensächliche Widerstände zerstört worden ist. Zugleich ist aber auch klar, in wie wesentlicher Beziehung dieser Verbrauch von Energie zur Oscillationsdauer, also zur Wellenlänge steht.

Nun können wir unsere Betrachtung auf den Aether ausdehnen. Wir ersetzen in Gedanken die von den beiden schweren Pendeln erregten Impulse durch Aetherwellensysteme von verschiedener Wellenlänge und lassen dieselben durch einen diaphanen oder diathermanen Körper hindurchgehen. Hierbei kann der Fall eintreten, dass eines dieser Systeme auf isochron schwingende Moleküle stösst, die anderen nicht. Für einen solchen Fall können wir auf Grund des mechanischen Experimentes leicht vorhersagen, dass die erste Wellen-

bewegung geschwächt oder ganz ausgelöscht wird, während die anderen frei hindurchgehen. Durch eine solche Subtractionsmethode muss also weiss einfallendes Licht als gefärbtes wieder zum Vorschein kommen. Ist nun aber aus dem weissen Licht eine Farbe von bestimmter Wellenlänge einmal heraus subtrahirt, so kann diese Vernichtung nicht etwa noch ein zweites Mal vor sich gehen, also wird solches Licht, welches beim Passiren durch eine grüne Scheibe gefärbt worden ist, durch eine zweite grüne Scheibe ohne erheblichen Verlust hindurchgehen; wird es aber durch ein rothes Glas geschickt, so findet es in diesem eine neue Gruppe von Absorptionspendeln vor, und diese werden dann auch eine neue Subtraction vollziehen.

Ganz dasselbe gilt bekanntlich von den sogenannten Wärmefarben.

Wenn wir den experimentell gewonnenen Satz: Jede Gruppe von Absorptionspendeln vernichtet gerade diejenige Art von Pendelschwingungen, welche sie bei ihren eigenen Bewegungen selbst macht, einfach in die Optik übersetzen, so lautet er: Jeder Körper verschluckt gerade diejenige Farbe, welche er beim Selbstleuchten aussendet, und man sieht, dass dies nichts anderes als der Kirchhoff'sche Gedanke ist.

Welche Betrachtungen sich im optischen Unterricht hieran anschliessen, ist bekannt. Von den Fraunhoferschen Linien kann man sagen, dass sie gewissermassen die Pendellängen derjenigen Substanzen markiren, welche die vom Kern der Sonne ausgehenden Wellenzüge in der äusseren Hülle derselben theilweise wieder zur Ruhe bringen. Finden wir nun diese nämlichen Pendellängen bei irdischen Substanzen wieder, so liegt der Schluss nahe, dass das dieselben wie die in der Sonnenhülle befindlichen sind. —

Beim fünften Abschnitt fehlte das optische, bei diesem sechsten fehlt bis jetzt das akustische Analogon des mechanischen Experimentes; die früher (Seite 108 u. 109) erwähnten Tonauslöschungen können nicht füglich dafür gelten. Ich glaube aber doch, dass es gelingen wird, ein Schulexperiment zu erfinden, welches die hier vorhandene Lücke ausfüllt. Ueberhaupt dürfte die Untersuchung der Rolle, welche die Absorption in der Akustik spielt, und des Gegensatzes, in welchem dieselbe zur Resonanz und Consonanz steht, für die theoretische wie für die experimentelle Physik noch eine interessante Aufgabe bilden.

Ueber die Ausdehnung einiger im Handel vorkommenden Mineralöle zwischen den Temperaturen 0° und 25° C.

Von

W. J. Marek,

adjoint du bureau international des poids et mesures à Sèvres.

Ueber Auftrag des Directors der k. k. Normal-Aichungs-Commission in Wien, Prof. Dr. J. Herr, unternahm ich eine Untersuchung über die Ausdehnung einiger im Handel vorkommenden Mineralöle, welche zu Ergebnissen geführt haben, die vielleicht auch auf allgemeineres Interesse Anspruch machen können. Mit gütiger Erlaubniss des Herrn Prof. Dr. Herr erlaube ich mir daher, die Resultate dieser Untersuchung hier im Kurzen vorzuführen.

Die angewandte Methode bestand darin, den Gewichtsverlust eines Glaskörpers von bekanntem Volumen in der zu untersuchenden Flüssigkeit bei verschiedenen Temperaturen derselben auszumitteln und aus demselben auf die bekannte Weise die den einzelnen Temperaturen entsprechenden specifischen Gewichte herzuleiten.

Alle angewandten Instrumente sind Eigenthum der k. k. Normal-Aichungs-Commisson. Die Wage ist für die Untersuchungen besonders eingerichtet, so dass Flüssigkeitsquantitäten von circa 4 Liter, in 53^{cm} hohen Glascylindern enthalten, in dieselbe eingeführt werden können, da die Anwendung grosser Flüssigkeitsmengen eine unerlässliche Bedingung ist, wenn eine grosse Genauigkeit angestrebt wird. Der angewandte Gewichtseinsatz ist mit dem österreichischen Bergkrystall-Kilogramm verglichen, und sind alle seine Gewichtsstücke sorgfältig bestimmt. Das Volumen des Glaskörpers bei 0° C. wurde durch eine Reihe von Abwägungen desselben im Wasser ausgemittelt und zu $V_0 = 105{,}46553^{ccm}$ befunden; dabei wurde der kubische Ausdehnungscoëfficient des Glases mit $3\,k = 0{,}00002440$ für 1° C. angenommen. Die besagten Abwägungen, die bei verschiedenen Temperaturen des Wassers vorgenommen wurden, lassen nicht erkennen, dass dieser angenommene Coëfficient einer merklichen Verbesserung bedürfe. Zur

Bestimmung der Temperatur der Flüssigkeit, sowie der Luft im Wagkasten wurden zwei Thermometer von Geissler Nr. 2 und 3 benutzt, deren Correctionen und Eispunktsbewegung durch fünfjährige Untersuchungen so genau ermittelt sind, dass der mittlere Fehler einer corrigirten Ablesung derselben ± 0,01° C. nicht überschreiten dürfte. Das angewandte Barometer Lenoir 819 war mit den Normalinstrumenten des physikalischen Cabinetes der k. k. technischen Hochschule und der k. k. meteorologischen Central-Anstalt verglichen.

Bei allen Wägungen, welche sich vom 13. December 1877 bis 22. Januar 1878 erstrecken, **wurde die Luft im Beobachtungssaale stets nahezu auf jene Temperatur gebracht, bei welcher die Flüssigkeiten gewogen werden sollten,** und überhaupt alle Vorsichten angewendet, um eine möglichst vollkommene Ausgleichung der Temperaturen zu bewirken. Jede Bestimmung eines specifischen Gewichtes beruht auf **zwei** Wägungen des Schwimmkörpers in der Flüssigkeit, eingeschlossen zwischen **dreien** in der Luft.

Die Beobachtungen wurden auf den leeren Raum strenge reducirt, und geben die unten folgenden Zahlen das wahre specifische Gewicht der Flüssigkeit bei der nebenstehenden Temperatur, das specifische Gewicht des Wassers bis 4° C. gleich 1 gesetzt.

Die Untersuchung erstreckt sich auf folgende acht Flüssigkeiten:

I. Paraffinöl (aus galizischem Erdwachs gewonnen),
II. Petroleum (schweres, aus galizischem Erdwachs gewonnen),
III. Petroleum (leichtes amerikanisches),
IV. Benzin (schweres),
V. Benzin (leichtes),
VI. Naphtha (rohe amerikanische),
VII. Ligroine (aus amerikanischer Naphtha dargestellt),
VIII. Hydrür (aus amerikanischer Naphtha dargestellt).

Bei den meisten der untersuchten Flüssigkeiten trat im Laufe der Zeit eine bedeutende Zunahme im specifischen Gewichte ein, hervorgerufen durch Verdunstung der flüchtigeren Bestandtheile, vielleicht auch durch eine geringe Oxydation einiger derselben. Durch ein eigenes Arrangement der Beobachtungen wurde der Betrag derselben ermittelt und in Rechnung gebracht. Man ordnete nämlich die Versuche in der Weise an, dass man auf die erste, bei einer Temperatur von beiläufig 10° C. gemachte Beobachtung zunächst die Beobachtungen bei den höheren Temperaturen, darauf jene bei der niedrigsten Tem-

peratur (zwischen 0° C. und 5° C.) folgen liess und endlich mit einer Beobachtung abschloss, bei welcher die Temperatur sehr nahe mit jener bei der ersten Beobachtung gewählten zusammenfiel.

Man kann nun über die Zunahme des specifischen Gewichtes während der Wägungen zwei einfache Hypothesen machen: entweder die Annahme, dass dieselbe der Zeit proportional vor sich gegangen sei, oder jene, dass von Wägung zu Wägung das specifische Gewicht um eine constante Grösse zugenommen habe. Wir haben die Beobachtungen den beiden Hypothesen gemäss berechnet. Es zeigte sich dabei, dass, während die Summe der Quadrate der übrig bleibenden Fehler bei der Rechnung nach der ersten Hypothese 17862 (die Fehler in Einheiten der 6. Decimalstelle ausgedrückt) beträgt, dieselbe bei der Rechnung nach der zweiten Hypothese auf 13876 herabgeht. Die zweite Hypothese ist daher etwas wahrscheinlicher, und wir wollen diese unseren Rechnungen zu Grunde legen.

Bezeichnet man unter dieser Voraussetzung mit t_1, t_2, t_3 . . . t_n die Temperaturen der Flüssigkeit bei der 1ten, 2ten, 3ten . . . $n$ten Wägung, mit s_1, s_2, s_3 . . . s_n die entsprechenden beobachteten specifischen Gewichte, mit s_0 das specifische Gewicht derselben bei 0° C. zur Zeit der ersten Beobachtung, ferner mit a dessen Aenderung für 1° C.[1]) und mit z die constante Veränderung, die es von einer Wägung zur anderen erlitt, so geben die Beobachtungen folgende Gleichungen zur Bestimmung der gesuchten Grössen s_0 und a:

$$\begin{aligned} s_0 + a t_1 \qquad\qquad &= s_1 \\ s_0 + a t_2 + \qquad z &= s_2 \\ s_0 + a t_3 + \qquad 2z &= s_3 \\ \cdot \quad \cdot \qquad\qquad & \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \qquad\qquad & \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \qquad\qquad & \cdot \quad \cdot \\ s_0 + a t_n + (n-1) z &= s_n. \end{aligned}$$

Diese Gleichungen wurden nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelt, die erhaltenen wahrscheinlichsten Werthe von s_0, a und z

1) Die Grösse a ist hier als eine Constante betrachtet; ihre Veränderlichkeit mit der Temperatur innerhalb der Temperaturgrenzen 0 und 25° C. ist für die in Rede stehenden Flüssigkeiten in der That so klein, dass sie, wie eine diesbezügliche Berechnung unserer Beobachtungen ergab, mit einiger Sicherheit aus denselben nicht hergeleitet werden kann.

in dieselben zurücksubstituirt und so die übrig bleibenden Fehler erhalten, die in der folgenden Zusammenstellung mit angeführt sind.

Flüssigkeit I.

	Temperatur	beob. spec. Gewicht	Rech. — Beob.
1877, Dec. 13	10,280° C.	0,878 289	+ 0,000 024
14	16,438	874 192	+ 0,000 009
16	20,376	871 630	— 0,000 057
18	23,427	869 509	+ 0,000 027
20	5,490	881 625	— 0,000 111 sehr dickflüssig
21	10,021	0,878 454	+ 0,000 034
	$s_0 = 0{,}885\,176$	$a = -0{,}000\,66772$	$z = +0{,}000\,0006$

Flüssigkeit II.

1877, Dec. 13	10,338	0,807 953	+ 0,000 013
14	16,606	803 518	+ 0,000 026
16	19,476	801 587	— 0,000 065
17	23,390	798 741	+ 0,000 022
20	1,369	814 330	— 0,000 017
21	10,219	0,808 048	+ 0,000 021
	$s_0 = 0{,}815\,264$	$a = -0{,}000\,70600$	$z = +0{,}000\,0039$

Flüssigkeit III.

1877, Dec. 12	10,376	0,797 364	+ 0,000 002
13	14,856	794 139	+ 0,000 016
16	19,600	790 776	— 0,000 022
18	21,307	787 378	+ 0,000 002
20	1,262	804 056	— 0,000 012
21	10,292	0,797 534	+ 0,000 014
	$s_0 = 0{,}804\,858$	$a = -0{,}000\,72208$	$z = +0{,}000\,0242$

Flüssigkeit IV.

1878, Jan. 3	10,397	0,750 538	+ 0,000 015
5	13,760	747 941	— 0,000 023
7	19,725	743 233	+ 0,000 005
8	0,633	758 251	— 0,000 003
9	10,811	0,750 253	+ 0,000 005
	$s_0 = 0{,}758\,713$	$a = -0{,}000\,78580$	$z = +0{,}000\,0075$

Flüssigkeit V.

1878, Jan. 3	10,567	0,729 820	+ 0,000 023
5	14,709	726 487	— 0,000 036
7	20,600	721 608	+ 0,000 010
8	0,120	738 529	— 0,000 004
9	10,863	0,729 685	+ 0,000 007
	$s_0 = 0{,}738\,554$	$a = -0{,}000\,82139$	$z = +0{,}000\,0233$

Flüssigkeit VI.

		Temperatur	beob. spec. Gewicht	Rech. — Beob.
1878, Jan.	18	10,142° C.	0,702 540	— 0,000 017
	19	14,878	698 551	— 0,000 015
	19	19,904	694 280	+ 0,000 019
	21	3,943	708 161	+ 0,000 018
	22	10,472	0,702 650	— 0,000 006
		$s_0 = 0{,}711279$	$a = -0{,}000\,86328$	$z = +0{,}000\,1014$

Flüssigkeit VII.

1878, Jan.	18	10,609	0,694 999	+ 0,000 005
	19	15,391	690 881	— 0,000 024
	19	20,746	686 186	+ 0,000 020
	21	3,943	701 023	+ 0,000 013
	22	10,515	0,695 330	— 0,000 014
		$s_0 = 0{,}704329$	$a = -0{,}000\,87910$	$z = +0{,}000\,0577$

Flüssigkeit VIII.

1878, Jan.	4	10,268	0,662 899	+ 0,000 019
	5	14,719	659 006	— 0,000 025
	7	20,392	653 910	+ 0,000 003
	8	0,595	672 416	— 0,000 008
	10	11,292	0,662 681	+ 0,000 011
		$s_0 = 0{,}672\,418$	$a = -0{,}000\,92534$	$z = +0{,}000\,1801$

Da das specifische Gewicht der Flüssigkeiten sich während der Wägungen änderte, so entsprechen die berechneten Coëfficienten a, strenge genommen, nicht den oberen specifischen Gewichten s_0, sondern vielmehr dem mittleren specifischem Gewichte $S_0 = s_0 + \frac{n-1}{2} z$, welches die Flüssigkeit während der Wägungen aufwiess. Mit Rücksicht darauf wird das unmittelbare Ergebniss unserer Beobachtungen folgendes:

Flüssigkeit	Spec. Gewicht bei 0° C. S_0	a
I	0,885 177	— 0,000 6677
II	805 274	000 7060
III	804 918	000 7221
IV	758 728	000 7858
V	738 601	000 8244
VI	711 482	000 8633
VII	704 444	000 8791
VIII	0,672 778	— 0,000 9253

Rech — Beob.

I	II	III
— 0,000 0141	+ 0,000 0073	+ 0,000 0048
— 0,000 0342	— 0,000 0116	— 0,000 0099
— 0,000 0277	— 0,000 0062	— 0,000 0047
— 0,000 0096	+ 0,000 0010	+ 0,000 0009
+ 0,000 0073	+ 0,000 0101	+ 0,000 0093
+ 0,000 0150	+ 0,000 0039	+ 0,000 0028
+ 0,000 0221	+ 0,000 0069	+ 0,000 0059
+ 0,000 0283	— 0,000 0104	— 0,000 0063

Der numerische Werth des Coëfficienten a nimmt, wie diese Zahlen zeigen, ziemlich regelmässig mit abnehmender Dichte der Flüssigkeit zu; auf eine vollständige Regelmässigkeit in dieser Beziehung war bei den in Rede stehenden Flüssigkeiten, ihrer mehr oder minder unbestimmten Zusammensetzung halber, auch nicht zu rechnen.

Will man die Abhängigkeit der Grössen S_0 und a durch eine Formel darstellen, so bietet sich zunächst die einfache Relation

$$a = \frac{x}{S_0} \qquad (1$$

dar, in welcher x einen zu bestimmenden Coëfficienten bezeichnet. Die nach der Methode der kleinsten Quadrate geführte Rechnung lieferte für den wahrscheinlichsten Werth von x die Zahl —0,000 603498, so dass

$$a = -\frac{0{,}000\,603498}{S_0} \qquad (2$$

werden würde. Die Darstellung der beobachteten Werthe von a durch diese Formel, die in der obigen Zusammenstellung unter I beigefügt ist, ist jedoch ziemlich mangelhaft.

Wir haben daher versucht, die beobachteten Werthe von a durch dreigliederige Formeln darzustellen, und wählten als solche die zwei folgenden:

$$a = x\,S_0^{-1} + y\,S_0^{0} + z\,S_0^{+1} \qquad (3$$

$$a = x\,S_0^{0} + y\,S_0^{+1} + z\,S_0^{+2} \qquad (4$$

Die gleichfalls nach der Methode der kleinsten Quadrate geführten Rechnungen ergaben die wahrscheinlichsten Werthe der Coëfficienten x, y und z und führten so zu folgenden Ausdrücken:

$$a = -0{,}001\,66059\,S_0^{-1} + 0{,}002\,53950\,S_0^{0} - 0{,}001\,49676\,S_0^{+1} \qquad (5$$

$$a = -0{,}003\,97449\,S_0^{0} + 0{,}006\,98040\,S_0^{+1} - 0{,}003\,65942\,S_0^{+2}. \qquad (6$$

Die Darstellung der Beobachtungen durch diese Formeln ist oben unter II und III gleichfalls mit angeführt. Es ist auffallend, wie die so sehr verschiedenen Gleichungen (5) und (6) die Beobachtungen fast gleich gut darstellen, und es bietet dieses Beispiel einen neuen Beleg für die Thatsache, dass man oft ganze Gruppen von Beobachtungen durch analytische Ausdrücke darstellen kann, die nur den Charakter von Interpolationsformeln haben, ohne dass den in denselben auftretenden Coëfficienten eine reale physikalische Bedeutung beizulegen wäre.

Den weiteren Rechnungen soll die Formel (6) zu Grunde gelegt werden. Man kann mit Hilfe derselben das specifische Gewicht der in Rede stehenden Flüssigkeiten bei 0° C. (S_0) berechnen, wenn jenes bei einer anderen Temperatur t° C. (S_t) gegeben ist, und umgekehrt, da diese Grössen dem oben Gesagten gemäss durch die Gleichung

$$S_t - S_0 = -(0{,}003\,97449 - 0{,}006\,98040\,S_0 + 0{,}003\,65942\,S_0^2)\,t \quad (7$$

zusammenhängen, und für praktische Zwecke Tafeln construiren, welche diese Rechnungen erleichtern und die unter Umständen noch zweckmässiger derart eingerichtet werden können, dass in dieselben nicht die wahren specifischen Gewichte, von denen hier ausschliesslich die Rede war, sondern direct die an einem Areometer abgelesenen scheinbaren specifischen Gewichte eingeführt werden.

Wir wollen an dieser Stelle in derartige Entwickelungen nicht weiter eingehen, und begnügen uns, hier für einige in runden Zahlen ausgedrückten specifischen Gewichte die entsprechenden Coëfficienten a anzuführen, wie sie sich aus der Formel (6) ergeben. Man findet:

Spec. Gewicht bei 0° C.	Zunahme des spec. Gewichtes für 0° C. zwischen 0° C. und 25° C.	
S_0	a	
0,65	− 0,000 9833	
70	000 8813	
75	000 7976	(8
80	000 7322	
85	000 6851	
0,90	− 0,000 6563	

Aus den Coëfficienten a können leicht die mehr gebräuchlichen **Ausdehnungscoëfficienten** hergeleitet werden. Bezeichnet man zu diesem Zwecke mit v_τ das Volumen der Gewichtseinheit der Flüssigkeit bei

der Temperatur t und mit a den mittleren Ausdehnungscoëfficienten derselben zwischen 0 und 25° C., so hat man zur Ableitung der Relation zwischen S_0, a und α folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} v_0 &= \frac{1}{S_0} \\ v_{25} &= \frac{1}{S_0 + 25\alpha} = v_0(1 + 25a) \end{aligned}\right\} \quad (9$$

aus denen folgt:

$$a = -\frac{\alpha}{S_0 + 25\alpha}, \quad (10$$

oder wenn man für α den Werth aus der Gleichung (6) substituiren würde:

$$a = \frac{+\,0{,}003\,97449 - 0{,}006\,98040\,S_0 + 0{,}003\,65942\,S_0^2}{-\,0{,}099\,362 \quad +\,1{,}174\,510 \quad S_0 - 0{,}091\,485 \quad S_0^2}. \quad (11$$

Nach dieser Gleichung ergeben sich schliesslich für die in der Zusammenstellung (8) aufgeführten specifischen Gewichte folgende Werthe der entsprechenden Ausdehnungscoëfficienten:

Spec. Gewicht der Flüssigkeit bei 0° C. S_0	Mittlere Ausdehnung für 1° C. zwischen 0 und 25° C. a
0,65	+ 0,001 572
70	001 300
75	001 092
80	000 937
85	000 823
0,90	+ 0,000 743

Kleinere Mittheilungen.

Ein neues chemisches Photometer mittels Quecksilberoxalat zur Bestimmung der Intensität der ultravioletten Strahlen des Tageslichtes und Beiträge zur Photochemie des Quecksilberchlorides.

Von

Dr. J. M. Eder.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1879 Nr. 20.)

Es wurde von der Beobachtung ausgegangen, dass das Quecksilberchlorid im Sonnenlichte besonders leicht reducirt wird, sobald es mit organischen Substanzen gemengt ist. Diese gemischten Lösungen scheiden im Lichte Quecksilberchlorür theils in reinem, theils in unreinem Zustande aus. Von vielen organischen Substanzen (Oxalsäure, Ameisensäure, Weinsäure, Bernsteinsäure, Citronensäure, Aepfelsäure, Seignettesalz, Rohrzucker, Traubenzucker, Mannit, Tannin, Pyrogallussäure) wurde die Oxalsäure und noch mehr das Ammoniumoxalat, in wässeriger Lösung mit Quecksilberchlorid gemischt, als besonders lichtempfindlich erkannt; das ausgeschiedene Quecksilberchlorür ist rein. — Die gemischten Lösungen von Quecksilberchlorid und Oxalsäure werden am schnellsten im Lichte zersetzt, wenn sie möglichst viel Quecksilberchlorid enthalten und etwa so viel Oxalsäure als der Zersetzungsgleichung für den photochemischen Process

$$2HgCl_2 + C_2O_4H_2 = Hg_2Cl_2 + 2CO_2 + 2HCl$$

entspricht. Wird eine grössere Menge Oxalsäure als 1,6% auf 6,5% Quecksilberchlorid angewendet, so wird die Lichtwirkung nicht beschleunigt, bei weniger Oxalsäure aber sehr stark verlangsamt. Wird das Gemisch von Oxalsäure und Quecksilberchlorid dem Lichte ausgesetzt, so wird sie allmählich erschöpft und gegen das Licht immer weniger empfindlich. Diese Trägheit der Lösung tritt bald ein, lange bevor noch die Hälfte des vorhandenen Quecksilberchlorides verbraucht ist; die Zersetzung im Lichte wird rapid langsamer und bleibt schliesslich fast ganz stehen. Die Quecksilberlösung kann wochenlang am Lichte stehen ohne sich zu erschöpfen. Die Ursache der rasch wachsenden

Trägheit der Lösung liegt nicht nur in der Abnahme der Concentration des Quecksilberchlorides, sondern hauptsächlich in dem allmählichen Entstehen von freier Salzsäure, welche die Zersetzung ganz zu hemmen vermag. Die Zersetzung von Quecksilberchlorid-Oxalsäure ist zu unregelmässig, die photochemische Zersetzung nimmt bei der längeren Belichtung zu rasch ab, so dass auf die Verwendung des Gemisches zur Photometrie verzichtet wurde.

Quecksilberchloridlösung mit Tetraoxalaten (besonders Natriumtetraoxalat, welches am leichtesten löslich ist) zersetzt sich rascher, regelmässiger und vollkommener am Lichte als das Gemisch mit Oxalsäure.

Am günstigsten verhält sich aber ein Gemisch von Quecksilberchlorid mit neutralem Ammoniumoxalat. Es ist viel lichtempfindlicher (20—100 mal) als das Gemisch mit Oxalsäure oder Tetraoxalat. Die lichtempfindliche Lösung, mit welcher das Photometer gefüllt wird, besteht aus 2 Volumen einer Lösung von 40g Ammoniumoxalat in 1 Liter Wasser, gemischt mit 1 Volumen einer Lösung von 50g Sublimat in 1 Liter Wasser. Dieses Gemisch enthält viel überschüssiges Oxalat, wodurch der Reaction ihre Regelmässigkeit so viel als möglich gesichert wird. Die Zersetzung der Lösung im Lichte geht glatt nach der Gleichung

$$2\,HgCl_2 + C_2O_4(NH_4)_2 = Hg_2Cl_2 + 2\,CO_2 + 2\,NH_4Cl$$

vor sich. Nur wenn viel überschüssiges Quecksilberchlorid vorhanden ist, tritt etwas einer flüchtigen organischen Säure, wahrscheinlich Ameisensäure, auf.

Das Gemisch lässt sich im Finstern unzersetzt aufbewahren und trübt sich bei 6stündigem Erhitzen auf 100° C. bei Lichtabschluss nur äusserst schwach, während im Sonnenlichte in einem Bruchtheile einer Minute schon bei gewöhnlicher Temperatur eine starke Trübung und kurz darauf ein starker Niederschlag von Quecksilberchlorür entsteht.

Vor der Verwendung muss das Gemisch mit Quecksilberchlorür gesättigt werden, was man am besten dadurch erreicht, dass man es so lange dem Lichte aussetzt, bis das sich ausscheidende Quecksilberchlorür eine Trübung bewirkt; dann wird filtrirt.

Je verdünnter die Lösungen, desto schwächer die Lichtwirkung. Jedoch tritt diese allmähliche Verzögerung der photochemischen Wirkung mit der allmählichen Erschöpfung der Lösung lange nicht so stark

ein wie bei dem Gemisch mit Oxalsäure. Sobald $^{1}/_{5}$ des in der Lösung enthaltenen Quecksilberchlorides zersetzt ist, muss das Licht auf dieses Gemenge doppelt so lange wirken als auf das frische Gemenge, um dieselbe Gewichtsmenge Quecksilberchlorür auszuscheiden.

Dauert die Zersetzung der Quecksilberlösung im Lichte lange fort und ist nabezu schon alles Quecksilberchlorid der Lösung zu Chlorür reducirt, so beginnt sich das ausgeschiedene Quecksilberchlorür im überschüssigen Ammoniumoxalat unter dem Einflusse des Lichtes zu schwärzen. Das Quecksilberchlorür wird durch Ammoniumoxalat im Lichte partiell zu Metall reducirt. Enthält die Lösung aber etwas Quecksilberchlorid (über 0,1 %), so tritt diese Reduction des Chlorüres zu Metall nicht ein, sondern es wird zuerst das in der Lösung befindliche Chlorid zu Chlorür reducirt.

In der Wärme verläuft die photochemische Zersetzung der Quecksilberlösung rascher als in der Kälte. Sie ist bei 50° C. etwa zweimal rascher als bei 0° C. und bei 100° C. sogar 20 mal rascher.

Das in der Wärme ausgeschiedene Quecksilberchlorür ist deutlich krystallisirt und zeigt mikroskopische Tafeln, dem quadratischen System angehörig; in der Kälte bilden sich deutlich krystallinische Schüppchen.

Um die Angaben des Photometers mit einander vergleichbar zu machen, muss der Einfluss der zunehmenden Verdünnung und wechselnden Temperatur auf die durch den photochemischen Zersetzungsprocess ausgeschiedene Quantität des Quecksilberchlorürs berücksichtigt werden. In der Original-Abhandlung sind deshalb diesbezügliche Tabellen angegeben. Ohne die Correction mittels dieser Tabellen würde das Resultat bei der Ausscheidung eines Grammes pro 100^{ccm} etwa um 20% falsch sein; mit der Correction wird die Differenz nur ± 1% betragen.

Bei der Untersuchung über die Wirksamkeit der einzelnen Spectralfarben auf das Gemisch ergab sich, dass Roth, Gelb und Gelbgrün ganz unwirksam sind, während die Hauptwirkung den ultravioletten Strahlen zuzuschreiben ist. Es wurde gefunden, dass von 100 Theilen eines am Tageslichte ausgeschiedenen Quecksilberchlorür-Niederschlages etwa 90 Theile durch die Wirkung der ultravioletten Strahlen ausgeschieden wurden und nur 10 Theile auf die Rechnung des übrigen gesammten sichtbaren Spectrums zu setzen sind. Bei der photochemischen Zersetzung des Gemisches von Quecksilberchlorid und

Ammoniumoxalat im Tageslichte sind also hauptsächlich die ultravioletten Strahlen im Spiel. Das Tageslicht, welches durch das lichtempfindliche Gemisch hindurchgegangen ist, wirkt auf ein derartiges Gemisch nicht mehr ein; die wirksamen Strahlen werden also bei der Zersetzung verschluckt.

Der Apparat, in welchem die Quecksilherlösung zur Photometrie verwendet wird, ist ein lichtdichtes Becherglas, welches mit einem übergreifenden Deckel verschlossen ist, in dessen Mitte sich eine Oeffnung befindet, durch welche das Licht fällt. Als Maass der Lichtintensität wird angegeben, wie viel Milligramme Quecksilberchlorür auf einen Quadratcentimeter der dem Lichte dargebotenen, horizontalen Oberfläche ausgeschieden werden.

Ueber Doppelbrechung regulärer Krystalle.

Von

Dr. Friedr. Klocke,

a. o. Professor an der Universität Freiburg i. Br.

(Neues Jahrbuch für Mineralogie etc. Jahrg. 1880 Bd. 1 S. 53—88, mit 1 Taf.)

Optische Isotropie der dem regulären System angehörenden Krystalle findet sich thatsächlich nur selten; in der Regel wirken Platten solcher Krystalle auf polarisirtes Licht und zeigen nicht nur regellose verschwommene Polarisationserscheinungen, die leicht als von zufälligen Structur-Anomalien herrührend erkennbar sind, sondern in vielen Fällen zwischen gekreuzten Nicols in parallelem polarisirten Licht regelmässige Interferenzbilder, welche zu der Krystallform, aus der die betreffenden Platten entnommen sind, in Beziehung stehen. In der vorliegenden Arbeit werden die bezüglichen Erscheinungen an den häufiger vorkommenden regulär krystallisirenden Salzen, besonders den Alaunen und dem Bleinitrat, eingehend geschildert. Im Allgemeinen zerfallen krystallographisch orientirt aus diesen Krystallen geschnittene Platten in so viele unter sich gleichartige doppeltbrechende Sectoren, als die Platte (bestimmten Krystallkanten parallel gehende) Seiten hat, und ist die Lage der optischen Elasticitätsachsen in diesen Sectoren parallel resp. senkrecht der jedem Sector anliegenden Randkante der Platte. Die Intensität der Doppelbrechung, in verschiedenen Substanzen wechselnd, nimmt im Allgemeinen von der Mitte des Krystalls nach seiner Oberfläche hin zu. Die Theilung der Platten in die erwähnten Sectoren

wird durch dunkle Banden bewirkt, welche die Mitte der Platten mit ihren Ecken verbinden. Parallel einer Hexaëderfläche geschliffene Platten von Bleinitrat zeigten zuweilen eine bunte, mit der Platte verschiebbare Interferenzfigur wie rasch gekühlte Gläser.

Neben den Krystallen mit regelmässigen Polarisationserscheinungen wurden bei den untersuchten Salzen auch Individuen gefunden, welche in einfach brechender Masse regellose doppeltbrechende Partien mit verschwommenen Grenzen enthielten, sowie endlich auch vollkommen optisch isotrope Krystalle constatirt. Trotz dieser optischen Verschiedenheit bei ein und derselben Substanz sind die betreffenden Krystalle morphologisch identisch.

Auf die Erscheinungsweise der regelmässigen Interferenzbilder übt die sog. Verzerrung der Krystalle einen Einfluss aus, ohne jedoch den Charakter derselben zu ändern; auch ein Einfluss der Lage des Krystalls während seiner Bildung konnte in einem Falle constatirt werden; unabhängig dagegen ist diese Doppelbrechung von fremden Interpositionen, z. B. Flüssigkeitseinschlüssen.

Die Hypothese E. Mallard's: reguläre Krystalle mit Doppelbrechung seien zwillingsartig aus (doppeltbrechenden) Stücken niederer Symmetrie mit blosser Nachahmung regulären Formentypus zusammengesetzt, wird vom Vf. für die von ihm untersuchten Fälle als unstatthaft zurückgewiesen. Die bereits längst von Reusch ausgesprochene Unzulänglichkeit des Biot'schen Erklärungsversuchs dieser Erscheinungen durch die sog. „Lamellarpolarisation" wird noch weiter begründet und im Anschluss an die durch Reusch eingeführten Anschauungen gezeigt, dass es sich hier um Structur-Anomalien handelt, die als krystallonomisch orientirte Spannungen in den Krystallen auftreten.

Ueber ein Gesetz beim Ausfluss des Wassers aus seitlichen Oeffnungen.

Von

G. Krebs.

Im 15. Bande S. 50 dieser Zeitschrift hat Dr. L. Weber einen einfachen Apparat angegeben, um das Gesetz des Ausflusses bei veränderlichem Wasserspiegel zu demonstriren, oder aber die Formel $v = \sqrt{2gh}$ als richtig nachzuweisen.

Ich will einen eben so einfachen Apparat angeben, mit Hilfe dessen sich leicht ein Gesetz des Ausflusses aus seitlichen Oeffnungen bewahrheiten lässt.

Ist v die Geschwindigkeit, mit welcher ein Wasserstrahl aus einer Oeffnung in horizontaler Richtung ausfährt, so gilt für die Coordinaten der vom Wasserstrahl beschriebenen Parabel

$$x = \tfrac{1}{2} g t^2 \text{ und } y = vt.$$

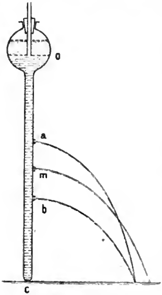
Da $v = \sqrt{2gh}$, wenn h die Druckhöhe des Wassers im Gefässe bedeutet, so ergibt sich:

$$y^2 = 4hx.$$

Wenn also das Product $h \cdot x$ denselben Werth behält, ändert sich auch die Sprungweite (y) der Parabel nicht.

Die einfachste Anwendung, welche man von diesem Gesetz machen kann, ist folgende:

Eine etwa ein Meter lange, unten geschlossene und oben in eine Kugel mit Tubulus endigende Glasröhre von 1—2 cm Weite (nebenstehende Figur) hat zwei kleine seitliche Oeffnungen, von denen die eine a 30 cm vom Wasserspiegel o, die andere b eben so weit vom Boden c der Röhre entfernt ist.



Den Wasserspiegel o kann man dadurch constant erhalten, dass man die Röhre mit Wasser bis an den Tubulus füllt und rasch einen Gummistopfen, durch den eine beiderseits offene Glasröhre geht, einsteckt; man hat dann eine Art **Mariotte**'sche Flasche. Sind die Oeffnungen a und b klein und die Kugel ziemlich weit, so springt das Wasser lang genug, ehe es unter o kommt, dass man hinreichend Zeit zur Beobachtung der Sprungweiten der Wasserstrahlen hat.

Für den einen Wasserstrahl ist $y_1^2 = 4h_1x_1$ und für den andern $y_2^2 = 4h_2x_2$, wo $h_1 = oa$, $x_1 = ac$, $h_2 = ob$ und $x_2 = bc$.

Da aber $h_1 = x_2$ und $x_1 = h_2$, so muss:

$$y_1 = y_2.$$

Man darf die Oeffnungen a und b nicht zu weit von einander machen, weil sonst der Wasserstrahl aus a hinter dem aus b etwas

zurückbleibt, da dem ersteren bei gleich starker Reibung an der Oeffnung eine geringere bewegende Kraft (Druckhöhe) entspricht.

Macht man eine Oeffnung genau in der Mitte m der Röhre, so ist hier die Sprungweite am grössten, denn hx ist ein Maximum für $h = x$.

Um die Oeffnungen nach Belieben schliessen und öffnen zu können, zieht man über die Glasröhre kurze Röhrchen von Kautschuk, die, wenn sie unmittelbar unter den Oeffnungen sich befinden, rasch über dieselben gezogen werden können.

Ich bemerke noch, dass ähnliche Röhren wie die hier beschriebene im Handel vorkommen, dass aber die Oeffnungen an beliebigen Stellen sich befinden.

Anmerkung zu Herrn Professor Oudemans' Notiz über den Erfinder der negativen Oculare.

Von

Professor Winnecke.

(Astronomische Nachrichten Nr. 2292.)

Herr Prof. Oudemans fasst[1]) das Ergebniss seiner Nachforschungen nach dem Erfinder der negativen Oculare in 6 Sätzen zusammen, von welchen der letzte lautet:

„Das Campani'sche Ocular ist das aus 3 Linsen bestehende terrestrische Ocular, an dessen Stelle jetzt schon das Dollond'sche, aus 4 Linsen zusammengesetzte getreten ist."

Zu diesem Ausspruche scheint in Verbindung mit dem durch Schiaparelli mitgetheilten Auszuge aus dem „Ragguaglio" von Campani die von ihm angezogene Prop. LIV der Dioptrica von Huygens Anlass gegeben zu haben: „Telescopii ex quatuor convexis compositi, constructionem explicare, quo res visae erectae spectantur et magna copia," wozu Huygens bemerkt: „haec egregia lentium compositio Romae, nescio a quo, primum fuit inventa."

Nach Wilde, Geschichte der Optik Thl. I S. 171 ff. ist jedoch der Kapuziner Schyrl (Schyrlaeus de Rheita) als Erfinder des Teleskopes mit 4 convexen Linsen anzusehen, und nicht Campani.

In seinem 1645 zu Antwerpen erschienenen wunderlichen Buche „Oculus Enoch et Eliae" findet sich am Ende des 1. Theiles S. 356 ein Secretum mitgetheilt, das auch Delambre in seiner Histoire de

1) Repertorium Bd. 15 S. 715.

l'astronomie moderne Vol. II p. 180 nach Besprechung des Buches von Schyrl mit den Worten erwähnt: „il indique ensuite d'une manière énigmatique et par des lettres transposées, quelques autres idées, qu'il promet de développer un jour. Nous ignorons s'il a tenu parole.“

Die Lösung des Räthsels war aber, wie Wilde mittheilt, schon bald nach dem Erscheinen des Buches durch den Arzt Jacob Amling gefunden. Der betreffende Satz ist zu lesen: „Convexa quatuor melius dicta objecta erigunt, multumque amplificant, rite vero. Tertium colloca in puncto coufusionis. Sunt vero vitra tria ocularia convexa objectivum quartum.“ Dieser Satz steht bei Rheita so, dass jedes Mal auf einen Buchstaben des einen Wortes ein Buchstabe des andern folgt, also beispielsweise die Worte Convexa quatuor geschrieben sind: Cqounauteuxoar. Analoge Umstellungen kommen auch an anderen Stellen des weitschweifigen Werkes vor, um Erfindungen zu verstecken.

Der „Raggualgio“ von Campani ist erst 20 Jahre nach dem „Oculus Enoch et Eliae“ erschienen. Die von Schiaparelli daraus angeführte Stelle „e questo ultimo cannochiale palmi 55 lungo, di 4 vetri: ma con due arteficii che possono dirsi di mia invenzioni“ enthält, wie mir scheint, von Campani's Seite keinen Anspruch auf die Erfindung des Fernrohrs mit 4 convexen Linsen; er macht nur Anspruch auf die Erfindung der „due arteficii“. Wenn die betreffende Stelle so auszulegen ist, dass die eine dieser Erfindungen darin besteht, zwei gegen einander verstellbare Objective einzuführen, so ist hierin Schyrl dem Campani ebenfalls zuvorgekommen, S. 355 im 1. Theile des „Oculus Enoch et Eliae“ findet sich nämlich folgende Stelle:

> „Si duo conuexa obiectiua aequalis aut inaequalis arcus, ita in tubo disposueris, ut a se inuicem magis aut minus tubo diduci aut contrahi queant (quod facile obtinebis unum in extremitate, alterum circa medium etc. tubi collocando) tunc in uno tubo 10. aut 20. diuersae longitudinis tubos iucundissime habebis: ita ut quo magis tubum diduxeris, eo maius ac maius obiectum semper appariturum sit, et econtrà. Sed nota, tali casu oculare vitrum, scilicet tertium, semper etiam debere mutare suam a medio conuexo obiectiuo distantiam, uti te experientia docebit: idem sequetur effectus si pro medio conuexo meniscum obiectiuum seu concauoconuexum supposueris.
>
> Obiecta autem duobus conuexis euersa, tribus pulcherrime et amplissimo obtutu eriguntur, scilicet duobus ocularibus et

uno obiectiuo, rita tamen proportione et distantia inter se et a se inuicem dispositis: tali tubo pro terrestribus nos utimur, qui et uno obtutu centies quasi plus spatii repraesentat quam concauo conuexus etc."

Das hier zuletzt beschriebene terrestrische Fernrohr ist dasjenige, welches Kepler im 89. Problem seiner Dioptrik: „Tribus convexis erecta et distincta et majora praestare visibilia"[1]) zur Construction vorschlägt. Kepler hat, so viel man weiss, weder die von ihm ersonnene Construction des astronomischen Fernrohrs mit 2 convexen Linsen, noch die des eben erwähnten terrestrischen Rohres selbst ausgeführt. In der Construction derartiger Fernrohre ist übrigens der Jesuit Scheiner, entgegen der Behauptung von Delambre[2]), dem Kapuziner Schyrl zuvorgekommen; Ersterer hat auch das ebenfalls von Kepler ersonnene Helioskop (loco citato probl. 88: „Duobus convexis pingere visibilia super papyro situ erecto") zuerst praktisch angewandt und seine Einrichtung desselben in der Rosa Ursina ausführlich mit Abbildungen beschrieben.

In Betreff der Einführung der plancovexen Linsen dürfte die folgende Stelle aus dem „Oculus Enoch et Eliae" p. 355 erwähnenswerth sein: „nota vitra planoconvexa in longioribus tubis convexo-convexis paestare." Sie macht übrigens den Eindruck, als spräche Schyrl hier vom Objective. Abbildungen seiner Fernrohre sind auf den Figurentafeln nicht gegeben.

Nonius oder Vernier?

(Astronomische Nachrichten Nr. 2289.)

Im 3. Bande seiner Geschichte der Mathematik S. 353 ff. gibt Kästner in 18 Abschnitten historische Notizen über: Methoden, kleine Theile von geraden Linien oder Winkeln anzugeben. Das Folgende ist ein Auszug daraus, in dem die vorgeschriebenen Zahlen den Abschnitten Kästner's entsprechen.

Nachdem im 1. Abschnitte gelehrt ist, wie man einen kleinen Bogen durch wiederholtes Abtragen auf der Theilung näherungsweise bestimmt, und im 4. Abschnitte mehrere Kunstgriffe erwähnt werden, Linien und Bogen in kleine Theile zu theilen, u. a. Nonius' concen-

1) Frisch, Kepleri Opera omnia T. II p 550.

2) Historie de l'astronomie moderne Vol. II p 181: Rappelons, en finissant, que l'auteur a fait construire le premier la lunette astronomique actuelle. Vgl. Wolf, Geschichte der Astronomie S. 361 Anm.

trische Quadranten, der äusserste in 90 Theile getheilt, die inneren in 89, 88 u. s. w., führt Kästner fort:

5. Am bequemsten und noch jetzt sehr im Gebrauch ist: Man hat eine gerade Linie oder einen Bogen in gleiche Theile getheilt. Man nimmt m solcher Theile und theilt so viel als sie betragen in $m+1$ oder in $m-1$ Theile. Die Theilung trägt man auf eine Platte, welche sich an vorhin genannter Grösse verschieben lässt, u. s. w.

6, 7 und 8. Drei Bücher lehren diesen Kunstgriff, jedes so, als wenn es ihn zuerst lehrte:

Pierre Vernier: La construction, l'usage et les proprietez du quadrant nouveau etc. Bruxelles 1631.

Bened. Hedraeus: Nova et accurata astrolabii geometrici structura etc. Ludg. Bat. 1643.

Ger. a Gutschoven: Usus quadrantis geometrici etc. Bruxellae 1674.

9. Weder Hedraeus noch Gutschoven erwähnen den Vernier.

13. Vernier ist so sehr vergessen worden, dass die bewegliche Platte von Hevel dem Hedraeus zugeschrieben wird. Robert Hook: Animadversions on the first part of the Machina coelestis of Johannes Hevelius, London 1674, führt dieses S. 20 an und sagt S. 29, dass er seine Erfindung von einem Anderen erhalten, dessen kleines, vielleicht verlorenes und vergessenes Buch ihm, Hook, zufällig vorgekommen sei: Pierre Vernier: La construction etc.

14. Herr de la Lande hat im XIII. Buche seiner Astronomie (3. Ausg. S. 2341) daran erinnert, dass der bewegliche Bogen dem Vernier gehöre, und beruft sich auf eine Abhandlung des Pézenas in: Mémoires redigés à l'Observatoire de Marseille 1755.

18. Bei den bisher erwähnten Schriftstellern finde ich keine Anwendung der beweglichen Platte auf Theilung gerader Linien, die doch schon Vernier angedeutet hatte. Die älteste, die ich kenne, steht in einem Briefe von Regnault an Moneonys: Voyages de Mr. de Moneonys, Paris 1695, p. 204. Die Aufschrift heisst: De la règle de Clavius pour de toisage. Erfindung und Geheimniss der Abtheilung dieses Lineals (règle) gehöre dem Clavius; Hedraeus habe sich derselben glücklich bedient; man finde so vermittels eines Schiebers die kleinsten Theile eines Bogens oder einer geraden Linie. Regnault lehrt so, eine Toise in 10000 Theile zu theilen. Wo Clavius zu so was Anweisung gibt, sagt er da nicht, und ich finde nichts dergleichen in Clavius' Werken, die ich besitze. —

Kästner muss den Clavius nicht sorgfältig durchgesehen haben. Sein hohes Alter mag ihn entschuldigen, und vielleicht hat er auch nur in den Figuren nach einer Abbildung des Nonius gesucht, und weil er eine solche nicht fand, glaubte er auch im Texte nichts finden zu können. Clavius ist auf unbegreifliche Weise vergessen oder vernachlässigt worden; ich war überrascht, als ich in seinen Werken (Christophori Clavii Bambergensis opera. V Voll. Mogurtiae. 1611 Fol.) auf folgende Stellen stiess:

Tom. II, Geometria practica, p. 5:

In regula rectae ducantur eaeque in 100 particulas aequales distribuantur, vel in 1000 si longiores sint. Ita ex qualibet recta quot vis partes centesimae aut millesimae abscindi poterunt. Imo si sumatur linea KL_1 continens 11 particulas ex illis 100 vel 1000 dividaturque in 10 partes aequales, si quidem secta sit regula in 100 partes aequales, poterunt beneficio rectae KL_1 continentis 11 particulas ejusmodi et in 10 partes aequales divisae, ex data recta qualibet accipi quotvis millesimae partes, perinde ac si partes singulae centesimae in regula sectae essent in denas particulas aequales; si vero regula in 1000 particulas distributa sit et linea KL talium 11 partium in 10 particulas dissecta, poterunt ex quavis linea recta proposita partes, quot quis voluerit, millesimarum decimae auferri, non secus ac si singulae partes millesimae in regula distributae essent in 10 partes aequales.

Rursus si regula contineat 100 partes et recta quaepiam MN constans ex 101 ejusmodi particulis distribuatur in 100 partes, poterimus ex data accipere partes decimas millesimarum. At si in regula notatae sint 1000 partes et linea quaepiam continens ejusmodi partes 101 secetur in 100 partes, deprehendi poterunt in qualibet recta quotcunque partes centesimae millesimarum, ac si partes singulae millesimae in regula complecterentur partes 100. Si denique linea earum partium 1001 dividatur in 1000 partes, capiemus in quavis recta partes millesimas millesimarum, perinde ac si partes millesimae singulae in regula partes 1000 comprehenderent.

Tom. III, Astrolabium, p. 10:

Doceamus, qua ratione geometrice abscindendus sit arcus, in quo praeter gradus quotcunque etiam minuta proposita comprehendantur; et vicissim, quo pacto cognoscendum, quod minuta in quavis particula unius gradus contineantur.

Nachdem er nun mehrere Kunstgriffe auseinandergesetzt hat, unter anderen auch den, wovon Kästner im 1. Abschnitte spricht, sowie dass man einen Bogen von 57 Minuten sich verschafft, wenn man einen Bogen von 57 Grad in 60 Theile theilt, und einen Bogen von 43 Minuten, wenn man einen Bogen von 43 Grad in 60 Theile theilt, wo denn allerdings eine ganze Anzahl von so getheilten Bogen zur Hand sein müssten, fährt er fort auf p. 12:

Ceterum si contenti esse velimus unico quadrante in gradus 90 accurate distributo, nimirum quadrante *AB*, cujus semidiameter *CD*, longe expeditius in eo arcum quotlibet graduum ac minutorum accipiemus, si intervallo ejusdem semidiametri *CD* arcus describatur, in eoque arcus *LM* abscindatur complectens gradus 61 quadrantis *AB* atque hic arcus *LM* in 60 partes aequales distribuatur. Una harum particularum continebit unum gradum semel et insuper partem sexagesimam unius gradus, hoc est unum minutum. Ex quo fit, ut duae particulae complectantur duos gradus et insuper duo minuta; tres particulae tres gradus et tria minuta: et sic deinceps.

Itaque si in quadrante *AB* cupiat quis particulam unius minuti, transferat unam arcus particulam *LM* in quadrantem, initio facto a puncto *A* vel a quovis gradu. Nam particula ultra unum gradum continebit 1 minutum. Eodem modo si duae particulae transferantur, complectetur particula ultra duos gradus 2 minuta; si tres particulae transferantur, continebit particula ultra tres gradus 3 minuta; si 53 particulae transferantur, comprehendet particula ultra 53 gradus 53 minuta, et sic deinceps.

Diese Stellen liefern denn doch den schlagenden Beweis, dass wir die Theorie der Noniustheilung Niemandem anders als Clavius zu verdanken haben, und zwar sowohl für das Linearmaass als für das Bogenmaass. Sie sind übersehen worden. Lalande sagt in seiner Astronomie Tom. II p. 2341:

La division, qui est aujourd'hui la plus employée, et appellée dans la plupart des auteurs division de Nonius, quoique Nonius n'en soit pas l'auteur: mais il en avait imaginé une qui eut beaucoup de célébrité, et qui pouvoit conduire à celle que nous avons aujourd'hui. Le véritable auteur de la nôtre dans son état-actuel fut Pierre Vernier, qui la publia dans un petit ouvrage imprimé à Bruxelles en 1631, l'intitulé: La construction, usage et les propriétés du cadran nouveau. Je crois donc qu'il est juste de rétablir le véritable auteur dans ses droits, et d'appeller Vernier au lieu de Nonius la piece qui forme la division dont il s'agit. — M. Magellan se plaint avec aigreur de cette innovation, mais cette plainte est injuste, et ne pouvait être

faite que par un Portugais, c'est à dire un compatriote de Nonius. Mr. Bailly regarde la division de Vernier comme étant celle de Nonius perfectionnée, et le P. Pézenas cite le P. Clavius comme ayant proposé de diviser six parties en cinq; mais ni l'un ni l'autre n'avait pensé à en faire une petite division mobile, et je regarde comme idée très neuve celle de substituer un seul petit arc à la place des vingt grandes circonférences de Nonius et de mettre cette division sur l'alilade mobile; c'est une découverte précieuse, à laquelle personne que Vernier ne peut avoir de droit; elle a un merite indépendant de celui des nombres inégaux de Nonius.

Es ist ein Räthsel, dass hier von Clavius weiter nichts erwähnt wird, als dass er 6 Theile in 5 getheilt habe. Allerdings hat dieser seinen Bogen nur aus freier Hand angelegt oder mit dem Zirkel übertragen, und Vernier bleibt das Verdienst, ihn an der Alhidade befestigt zu haben. Lalande hat Beides nicht aus einander gehalten; um den Thatsachen gerecht zu werden, hätte er sagen müssen:

Le véritable auteur de la division dans son état actuel fut Christophe Clavius de Bamberg; et de mettre cette division sur l'alidade mobile, c'est une idée, à laquelle personne que Vernier ne peut avoir de droit.

Wer von Beiden das grössere Verdienst hat, soll hier nicht entschieden werden. Und wenn es nicht unwahrscheinlich ist, dass Clavius dadurch, dass Nonius 90 Theile in 89 getheilt hat, zur Theilung von 61 Theilen in 60 angeregt ist, so mag man immerhin die Benennung Nonius beibehalten.

Bremen. Breusing.

Die allgemeinsten Resultate der magnetischen Beobachtungen der englischen Polarexpedition 1875/76.

(Oesterr. Metereol. Zeitschrift 1879 Decemberheft.)

Herr E. W. Creak, Staff-Commander, legte am 8. Mai d. J. der Royal Society von London die Resultate der magnetischen Beobachtungen während der englischen Polarexpedition 1875/76 vor. Die Wochenschrift „Nature“ vom 5. Juni enthält folgendes Resumé dieser Abhandlung.

1. Die ersten magnetischen Beobachtungen nach der Abfahrt von Portsmouth wurden zu Godhavn angestellt. Nach der Ankunft in den Winterquartieren wurden Observatorien errichtet zu absoluten Bestimmungen der drei magnetischen Elemente und zu stündlichen Beobachtungen der Variation der Declination während des ganzen Winters.

2. Die tägliche Variation der magnetischen Declination bildete einen Hauptgegenstand des Interesses im Winterquartier. Obgleich die

Zeit bemerkenswerth war durch häufige magnetische Störungen und das Fehlen glänzender Polarlichter, konnte keine Beziehung zwischen den Nordlichtern und den Bewegungen des Declinometers beobachtet werden. Dies stimmt überein mit den Bemerkungen früherer Beobachter in der Region nördlich von 71° N zwischen 60 und 90° Westlänge.

3. Es ist bekannt, dass 8^h a. m. und 1 bis 2^h p. m. die Epochen der grössten östlichen und westlichen Ablenkung der Declination in den mittleren nördlichen Breiten sind. Zu Discoverybay wurde das westliche Maximum um 10^h a. m. erreicht, das östliche um 11^h p. m.

4. Eine Analyse der Störungen der Declination zeigte, dass, obgleich die störende Kraft niemals ganz zu wirken aufhörte, sie ein Minimum erreichte um die Zeit der Solstitien und ein Maximum zur Zeit der Aequinoctien. Sie war ferner grösser bei Tag als bei Nacht.

5. Ein Vergleich der Tage grösserer Störungen zu Kew mit jenen im Winterquartier der Expedition zeigte, dass der grösste Theil der Störungen an beiden Orten an den gleichen Tagen eintrat. Die zwei grössten Störungen oder magnetischen Stürme ereigneten sich am 19. Februar und am 25/26. März 1876 zur selben Stunde mittlerer Zeit (Greenwich) wie zu Kew, aber die Magnete bewegten sich oft nach entgegengesetzten Richtungen von ihrer Mittellage an den beiden Stationen.

6. Ein wichtiges Resultat war die Feststellung der Thatsache, dass eine, wenn auch kleine seculäre Aenderung in der Inclination und der magnetischen Kraft seit der Zeit der Beobachtung von Kane und Hayes (1854 und 1861) stattgefunden hat. Die Declination hat sich merklicher geändert, besonders um Godhavn, die Nadel bewegt sich nach Ost wie in England.

Berichtigungen

zu dem Aufsatze von K. L. Bauer:

Zur Behandlung der Lehre von den sphärischen Spiegeln und Linsen.

S. 29, 7. Zeile, lies: des Halbirungspunktes, statt ihres Halbirungspunktes

S. 31, 9. Zeile, lies: und von hier zurückgeworfen, statt und von hier

" in Fig. 2 sollte der hinter dem Spiegel liegende Theil des unteren Strahles gestrichelt sein.

S. 32, 5. Zeile, lies: wichtigen, statt richtigen

S. 33, 11. Zeile, lies: a, statt α

S. 34, 2. Absatz, streiche das Wort ferner vor (2).

" in Fig. 5 sollten die hinter dem Spiegel liegenden Verlangerungen der einfallenden Strahlen gestrichelt sein.

S. 39, in Fig. 7 setze A, statt A'; die untere Gerade hat man sich mit der Linsenachse zur Deckung gebracht zu denken.

S. 40, Fig. 8, desgl.

S. 41, 2. Zeile, lies: Annahmen, statt Annahme

" 10. " lies: = —, statt = =

XVI. Band. 3. und 4. Heft

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR. PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

SECHZEHNTER BAND.

Inhalt des 3. und 4. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG, 1880.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

☛ *Bei Correspondenzen, Bestellungen etc. an die hier anzeigenden Firmen bitten wir das Repertorium für Experimental-Physik gefl. als Quelle zu nennen.*

Ueber die specifische Zähigkeit der Flüssigkeiten und ihre Beziehung zur chemischen Constitution.

Von

Dr. Richard Přibram und **Dr. Al. Handl,**

Professoren an der Universität in Czernowitz.

II. Abhandlung.

(Mit Tafel II.)

(Im Auszuge aus dem 80. Bande der Wiener Sitzungsberichte mitgetheilt von den Herren Verfassern.)

Die vorliegende Arbeit bildet eine Fortsetzung der im 78. Bande der Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften mitgetheilten Untersuchungen[1]).

Wir haben in dieser Abhandlung erwähnt, dass der daselbst beschriebene Apparat nicht zur Untersuchung solcher Flüssigkeiten verwendet werden kann, deren Cohäsion von ihrer Adhäsion zum Glase bedeutend übertroffen wird, weil solche Flüssigkeiten in dem weiteren Theile des horizontalen Beobachtungsrohres zerfliessen. — Wir haben damals ein vorläufiges Auskunftsmittel darin gefunden, dass wir unseren Apparat einfach aus der wagrechten Stellung in eine aufrechte brachten. Allein dadurch wurden die Beobachtungen bedeutend umständlicher und konnten nicht leicht bei mehreren Temperaturen wiederholt werden.

Der Wunsch, den Apparat für alle Flüssigkeiten gleichmässig verwendbar zu machen, veranlasste uns, denselben in sehr einfacher Weise derart umzugestalten, dass wir nunmehr statt des geraden, mit zwei weiteren Ansätzen versehenen Capillarrohres ein in der Mitte U-förmig gebogenes verwenden, wie dies Fig. 1 Taf. II zeigt. — Mittels eines Korkes ist dasselbe sammt einem Thermometer und einem Zuflussrohre für den die Temperatur regulirenden Wasserstrom in

1) Siehe auch Repertorium Bd. 15 S. 465 ff.

ein aufrecht stehendes weiteres Glasrohr eingesetzt, an dessen unterem Ende sich ein Abflussrohr für das Wasser befindet. Die übrigen Bestandtheile des Apparates sind im Wesentlichen dieselben geblieben wie früher; nur der Druck des Wassers wird jetzt durch die im Repertorium Bd. 15 S. 323 beschriebene und in der Zeichnung ersichtliche Vorrichtung constant erhalten.

Dadurch ist der ganze Apparat noch etwas vereinfacht und der Beobachter der Mühe überhoben, der Druckregulirung eine besondere Aufmerksamkeit zuzuwenden.

Wenn nun die zu untersuchende Flüssigkeit abwechselnd in einer und der anderen Richtung durch das Capillarrohr getrieben wird, so bleibt streng genommen der Druck nicht ganz constant, weil die Flüssigkeitsoberflächen in beiden Schenkeln nicht gleich hoch stehen, sondern einen (noch dazu veränderlichen) Höhenunterschied besitzen.

Wir haben uns aber überzeugt, dass dadurch die Beobachtungsergebnisse in keinerlei Weise beeinflusst werden. Theoretisch genommen wäre das arithmetische Mittel aus den Durchgangszeiten nach entgegengesetzten Richtungen stets der wahre, von dem Einflusse jener Höhenunterschiede befreite Werth der dem angewandten Wasserdrucke entsprechenden Durchflusszeit; in Wirklichkeit ist aber der Einfluss jener kleinen Höhenänderungen stets so gering, dass er unter den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern bleibt und dass die Durchflusszeiten nach beiden Richtungen meist genau übereinstimmend gefunden wurden.

Der Umstand, dass bei der neuen Anordnung das als Wasserbad dienende Glasrohr auf die Hälfte seiner früheren Länge verkürzt werden konnte, macht es leichter, die Temperatur constant zu erhalten. Die Beobachtung der Zeitdauer geschah im Anfang mittels eines Secundenpendels von Edelmann, später mittels einer guten Uhr mit Secundenpendel, welche letztere mit Hilfe eines galvanischen Stromes den Zeiger einer elektrischen Uhr in Bewegung setzt.

Dieser Strom wird mittels einer einfachen Contactvorrichtung geschlossen, wenn die Flüssigkeit die eine Marke des Beobachtungsrohres passirt, und beim Passiren der nächsten Marke wieder geöffnet, so dass man die Durchflusszeit unmittelbar an der Uhr ablesen, d. h. durch Subtraction zweier Ablesungen erhalten kann. Im Laufe der Arbeit wurde der bis dahin angewendete Apparat, den wir im Folgenden als Apparat II bezeichnen wollen, durch einen Zufall be-

schädigt und deshalb ein neuer, von gleicher Form (Apparat III) angefertigt.

Für den Apparat II ergab sich im Mittel aus zwölf Beobachtungen, deren extremste Werthe 122 und 126 Secunden bei 18,2° und 19,2° waren, die Durchflusszeit des Wassers bei 18,73° C. zu 123,81 Secunden.

Der Factor $1 + \alpha t + \beta t^2$ aus der Poiseuille'schen Formel für die Aenderung der Durchflusszeit des Wassers mit der Temperatur nimmt für $t = 18{,}73$ den Werth $f = 1{,}7083$ an, und daraus ergibt sich für die Durchflusszeit des Wassers bei 0° der Werth 211,5.

Ist dann S die in Secunden ausgedrückte Durchflusszeit einer anderen Flüssigkeit bei t^0, so ist deren specifische Zähigkeit bei derselben Temperatur in Bezug auf gleiche Volumina:

$$Z = \frac{100 \cdot S}{211{,}5}$$

und die specifische Zähigkeit für äquivalente Mengen:

$$Z_m = Z \frac{m}{18 d},$$

wenn m das Molekulargewicht und d die Dichte der betreffenden Flüssigkeit bedeutet.

Im Apparate III war im Mittel aus dreissig Beobachtungen die nach derselben Methode auf 0° reducirte Durchflusszeit des Wassers gleich 100,149 Secunden, so dass man bis zu Durchflusszeiten von 500 Secunden die beobachteten und die specifischen Durchflusszeiten für gleiche Volumina einander gleich hat.

Es wäre zwar den strengeren theoretischen Anforderungen entsprechender, bei der Berechnung der specifischen Durchflusszeit äquivalenter Mengen nach der Formel

$$Z_m = \frac{Z \cdot m}{18 d}$$

auch für die Dichte der untersuchten Substanz den der jeweiligen Temperatur t entsprechenden Werth einzusetzen, und es hat dies keine Schwierigkeit, sobald man die Ausdehnungsverhältnisse dieser Substanz mit steigender Temperatur überhaupt kennt.

Ist nach der üblichen Ausdrucksweise

v_t das Volumen der Substanz bei t^0,

v_0 das bei 0° und kennt man die Werthe der Coëfficienten α, β, γ in der Formel

$$v_t = v_0 (1 + \alpha t + \beta t^2 + \gamma t^3),$$

so ist auch
$$d_t = \frac{d_0}{1 + \alpha t + \beta t^2 + \gamma t^3}$$
und daher richtiger für das obige Z_m der Werth
$$\frac{Z \cdot m}{18 d_0}(1 + \alpha t + \beta t^2 + \gamma t^3)$$
einzusetzen.

Man sieht, die Durchflusszeiten äquivalenter Mengen ergeben sich in höheren Temperaturen bei Berücksichtigung der Ausdehnung der Flüssigkeiten durch die Wärme stets grösser, als wenn man dieselbe nicht mit in Rechnung zieht; die Verminderung der Durchflusszeit mit dem Steigen der Temperatur wird dadurch geringer, die Linien, welche die Aenderungen der Durchflusszeiten äquivalenter Mengen bei verschiedenen Temperaturen darstellen, werden flacher.

Da für mehrere der von uns untersuchten Flüssigkeiten die Ausdehnungsverhältnisse aus den Untersuchungen von Kopp und Pierre bekannt sind, so führten wir probeweise bei einigen derselben die vorhin angedeutete Berechnung durch, um zu erfahren, welchen Zahlenwerth die dadurch bedingten Veränderungen der Zähigkeit besitzen, und haben dabei gefunden, dass die Berücksichtigung der Ausdehnung durch die Wärme keine wesentlichen Unterschiede in den Zähigkeitsverhältnissen herbeiführt. Als Belege dafür mögen folgende Zahlen dienen, wobei wir mit Weglassung des Factors $\frac{m}{18 d_0}$ nur die Werthe Z und $Z' = Z(1 + \alpha t + \beta t^2 + \gamma t^3)$ geben.

		0°	10°	20°	30°	40°	50°
Aethyläther . . .	$Z =$	15,8	14,5	13,1	11,7	—	—
	$Z' =$	15,8	14,7	13,5	12,3	—	—
Chloroform . . .	$Z =$	—	61	53	46	40	35
	$Z' =$	—	61,7	54,3	47,7	42,0	37,2
Benzol	$Z =$	—	42,4	36,5	31,5	27,8	24,4
	$Z' =$	—	41,9	37,4	32,7	29,2	25,9

Wir glauben daher im Folgenden von der durch die Ausdehnung der Flüssigkeiten bei den verschiedenen Temperaturen bedingten sehr geringen Aenderung absehen und die Dichte als bei allen Temperaturen constant annehmen zu können. —

Indem wir nun zu der Discussion des vorliegenden Beobachtungsmaterials übergehen, so weit eine solche bereits mit einiger Aussicht auf Erfolg möglich ist; wenden wir unsere Aufmerksamkeit zunächst einer erneuerten Erörterung der Frage über das Verhalten der isomeren Ester zu.

Wir haben in unserer ersten Abhandlung erwähnt, dass Rellstab die Durchflusszeiten derselben zwar ähnlich, aber nicht gleich gefunden hat, während Guerout auf Grundlage von vier Beobachtungspaaren den Satz ausgesprochen hat, dass isomere Ester gleiche Durchflusszeiten für gleiche Volumina besitzen.

Eine endgültige Entscheidung dieser Frage ist auch gegenwärtig noch nicht möglich, obwohl wir durch Hinzufügung neuer Beobachtungen derselben näher zu kommen suchten. Theils tanchten im Verlaufe der Discussion selbst neue Fragen auf, welche zu ihrer erschöpfenden Lösung die Herstellung und Untersuchung neuer, bisher noch nicht in den Kreis der Beobachtungen gezogener Substanzen erfordern; theils scheint es, dass wir mit unserer Beobachtungsmethode bereits jene Grenze der Genauigkeit erreicht haben, bei welcher eine absolute Uebereinstimmung der Thatsachen mit einem durch eine ganz einfache mathematische Formel ausdrückbaren Gesetze überhaupt nicht mehr zu hoffen ist. Es zeigt sich ja bei den meisten Untersuchungen über physikalische Erscheinungen, dass gewisse, sehr einfache Beziehungen zwischen zwei oder mehreren Grössen wohl nahezu, niemals aber vollkommen genau bestehen, und es wird dies bei einiger Ueberlegung vollkommen begreiflich, ja sogar selbstverständlich, da man niemals behanpten oder voraussetzen kann, dass das Verhalten eines Körpers in einer gewissen Beziehung nur von einem einzigen Umstande abhängig sei; es ist vielmehr klar, dass jede einzelne Eigenschaft einer Substanz, in unserem Falle also die Zähigkeit, von sehr vielen anderen Eigenschaften derselben Substanz abhängig sein muss, und dass es nur dann gelingen kann, eine (angenäherte) einfache Beziehung zwischen zwei Eigenschaften in verschiedenen Substanzen aufzufinden, wenn alle übrigen maassgebenden Eigenschaften derselben nahezu gleich sind.

Wir werden uns also damit zufrieden geben müssen, zunächst näherungsweise Gesetze aufzusuchen, und es wird nach der Erreichung dieses ersten Zieles die fernere Aufgabe an uns herantreten, jene Umstände zu ermitteln, welche die Abweichungen der einzelnen Substanzen von diesem Näherungsgesetze bedingen. Bei den Estern drängt sich gleich eine solche Nebenfrage auf: Wir haben in unserer ersten Abhandlung nachgewiesen, dass im Allgemeinen isomere Verbindungen von ungleichartiger Structur auch sehr ungleiche Zähigkeit besitzen, während isomere Ester gleiche Zähigkeit zu besitzen scheinen. Nun sind aber bei den Estern zweierlei Arten von Isomerien, wenn

man sich so ausdrücken darf, vorhanden; einmal kann die Isomerie, wie z. B. bei Methylacetat und Aethylformiat, durch gleichzeitige Aenderung sowohl des Alkoholradicals als des Säureradicals bedingt sein, das andere Mal kann sie sich nur auf eines der beiden Radicale erstrecken, wie dies z. B. bei der verschiedenen Atomgruppirung im Normalpropylacetat und Isopropylacetat der Fall ist.

Ist es nun in Bezug auf das Gu e r o u t'sche Gesetz von der Uebereinstimmung der isomeren Ester gleichgültig, welche dieser beiden Arten von Isomerie stattfinde, oder nicht?

Eine vollkommen bestimmte Antwort auf diese Frage lässt sich, wie bereits bemerkt worden ist und sich allsogleich deutlicher zeigen wird, gegenwärtig noch nicht geben. — Wir gehen nach diesen einleitenden Bemerkungen zu der Besprechung der bis jetzt vorliegenden Zahlenangaben über und können zu diesem Zwecke folgende isomere Gruppen zusammenstellen:

Erste Gruppe: Molekulargewicht = 74.

a) Methylacetat, *b*) Aethylformiat.

Diese beiden Verbindungen sind sowohl von uns als von Rellstab und Guerout untersucht, und zeigen folgende specifische Durchflusszeiten für gleiche Volumina:

	Nach uns		Nach Rellstab		Nach Guerout	
t^0	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*
10	26	25,5	26,3	27,8		
15	24,5	24	25,0	26,5	25,3	25,0
20	23	22,5	23,8	25,3		
25	21,5	21,5	22,6	24,0		
30	20	20	21,4	22,7		
35	19	19	20,1	21,5		
40	18	18	18,9	20,3		
45	17,5	17	17,6	19,0		
50	17	16	16,4	17,7		

Die specifischen Durchflusszeiten für äquivalente Mengen sind:

	Nach uns		Nach Rellstab	
t^0	*a*	*b*	*a*	*b*
10	112	112	120	126
15	106	105	114	120
20	99	99	108	114
25	93	93	103	109
30	86	88	97	103
35	82	83	91	98
40	78	79	86	92
45	76	74	80	86
50	73	71	74	81

Die specifischen Durchflusszeiten für gleiche Volumina sind einander durchaus gleich; für äquivalente Mengen treten grössere Unterschiede zwischen unseren Angaben und denen Rellstab's, sowie zwischen den letzteren unter eiuander auf. Bezüglich dieser Abweichungen sei ein- für allemal bemerkt, dass Rellstab das Molekularvolumen bei 20°, wir das bei 0° in Rechnung zogen, ferner dass den grösseren absoluten Werthen der auf äquivalente Mengen bezogenen Durchflusszeiten auch grössere Differenzen zwischen denselben entsprechen müssen. Gewiss aber sind nach unseren Messungen für diese beiden Substanzen die specifischen Durchflusszeiten bei gleichen Temperaturen sowohl für gleiche Volumina als für äquivalente Mengen einander gleich.

Zweite Gruppe: Molekulargewicht = 88.

c) Methylpropionat, *d*) Aethylacetat, *e*) Normalpropylformiat.

Von diesen Verbindungen wurde die erste noch gar nicht, die zweite von uns, Rellstab und Guerout, die dritte von uns allein untersucht. Die specifischen Durchflusszeiten für gleiche Volumiua sind:

	Nach uns		Nach Rellstab	Nach Guerout
t^0	*d*	*e*	*d*	*d*
10	28,8	33,5	29,9	
15	26,7	31	28,5	30,0
20	25,0	29	27,8	
25	23,6	27,5	26,2	
30	22,2	26	25,0	
35	20,9	24,5	23,8	
40	19,9	23	22,6	
45	18,8	22	21,5	
50	17,9	21	20,3	

Für äquivalente Mengen wurden die specifischen Durchflusszeiten gefunden:

	Von uns		Von Rellstab
t^0	*d*	*e*	*d*
10	171	176	161
15	159	164	155
20	149	153	148
25	140	145	142
30	132	137	136
35	124	129	130
40	118	121	123
45	112	116	117
50	107	111	110

In unseren Messungen sind die specifischen Durchflusszeiten für äquivalente Mengen in verhältnissmässig besserer Uebereinstimmung als die für gleiche Volumina, obwohl auch die letzteren einander auf 5 bis 3 Secunden nahe kommen.

Dritte Gruppe: Molekulargewicht = 102.

f) Methylbutyrat, *g*) Aethylpropionat, *h*) Normalpropylacetat, *i*) Isobutylformiat.

Von diesen Verbindungen wurde die erste von Rellstab, die dritte und vierte von uns untersucht; ausserdem beobachtete Guerout die zweite und dritte.

	Nach uns		Nach Rellstab	Nach Guerout	
t^0	*h*	*i*	*f*	*g*	*h*
10	37	44	35,5		
15	35	41	33,8	37,5	37,2
20	33	38	32,0		
25	31	35,5	30,3		
30	29	33	28,6		
35	27	31	26,8		
40	25	29	25,1		
45	23	27,5	23,4		
50	22	26	21,7		

Nach unseren Messungen ist das Normalpropylacetat von dem Isobutylformiat um 7 bis 5 Secunden verschieden, während unsere Angaben über Normalpropylacetat mit denen Rellstab's über Methybutyrat vollkommen zusammenfallen.

Für äquivalente Mengen sind die specifischen Durchflusszeiten:

	Nach uns		Nach Rellstab
t^0	*h*	*i*	*f*
10	198	279	225
15	187	260	214
20	176	241	203
25	166	225	192
30	155	209	181
35	144	196	170
40	134	184	159
45	123	174	148
50	118	165	137

Diese Zahlen sind offenbar vollkommen von einander verschieden.

Vierte Gruppe: Molekulargewicht = 116.

Diese Gruppe umfasst folgende fünf Verbindungen:

k) Methylvalerat[1]), untersucht von Rellstab,

l) Aethylbutyrat, untersucht von uns, Rellstab und Guerout,

m) Propylpropionat, bisher noch nicht untersucht,

n) Isobutylacetat, untersucht von uns und Guerout,

o) Amylformiat[2]), untersucht von Rellstab.

Die specifischen Durchflusszeiten dieser Verbindungen sind für gleiche Volumina:

	Nach uns		Nach Rellstab		
t^0	*l*	*n*	*k*	*l*	*o*
10	42,9	45,5	40,8	38,2	51,4
15	40,4	42,0	39,0	36,4	48,8
20	37,9	39,0	37,3	34,6	46,1
25	35,4	36,5	35,5	32,8	43,4
30	32,9	34,1	33,7	31,0	40,7
35	30,5	32,0	32,0	29,2	38,0
40	28,9	30,0	30,2	27,4	35,4
45	27,3	28,1	28,5	25,6	33,2
50	25,7	26,3	26,7	23,8	31,1

Guerout fand bei 15° für *l*: 45,5, für *n*: 44,2.

Der Vergleich der Zahlenreihen zeigt hier, dass bei unseren Beobachtungen nahezu vollkommene Uebereinstimmung der Durchflusszeiten der beiden isomeren Verbindungen vorhanden ist. Rellstab's Zahlen ergeben den Charakter des in Frage stehenden Gesetzes recht deutlich: die Differenzen zwischen den drei isomeren Verbindungen bei 50°

$$(o) - (k) = 4,4 \qquad (k) - (l) = 2,9$$

lassen dasselbe noch zulässig erscheinen, die Differenz

$$(o) - (l) = 7,2$$

spricht aber gegen das Gesetz, das deshalb jedenfalls nur als ein angenähertes zu betrachten ist. Vielleicht ist es übrigens nicht überflüssig, darauf hinzuweisen, dass Rellstab's Amylformiat kaum aus Normalamylalkohol, sondern wahrscheinlich aus Gärungsamylalkohol dargestellt sein dürfte. Die specifischen Durchflusszeiten für äquivalente Mengen sind folgende:

1) Wahrscheinlich aus gewöhnlicher Valeriansäure.

2) Wahrscheinlich aus Gärungsamylalkohol.

	Nach uns		Nach Rellstab		
t^0	l	n	k	l	o
10	308	330	299	276	378
15	290	305	286	263	359
20	272	283	273	250	339
25	254	265	260	237	319
30	236	247	247	224	299
35	219	232	234	211	280
40	207	218	222	198	260
45	196	204	209	185	244
50	184	191	196	172	229

Man sieht, dass von den Zahlenreihen für äquivalente Mengen die ersten vier wenig mit einander übereinstimmen, die fünfte aber gänzlich davon verschieden ist.

Fünfte Gruppe: Molekulargewicht = 130.

p) Aethylvalerat[1]), untersucht von Rellstab, Guerout und uns,
q) Propylbutyrat, untersucht von uns,
r) Butylpropionat, bisher noch nicht untersucht,
s) Amylacetat[2]), untersucht von Rellstab, Guerout und uns.

Für gleiche Volumina ergaben sich die specifischen Durchflusszeiten:

	Nach uns			Nach Rellstab	
t^0	p	q	s	p	s
10	50,2	58	59,4	48,0	89,4
15	46,7	53	54,7	45,6	81,9
20	43,4	49	50,0	43,2	74,4
25	40,2	46	46,3	40,8	68,7
30	37,2	43	43,0	38,4	63,0
35	34,5	40	39,7	36,0	57,3
40	32,2	37	36,4	33,6	52,9
45	30,2	35	34,2	31,2	48,5
50	28,5	33	32,7	29,9	44,1

Guerout findet bei 15°

$$p = 56{,}0$$
$$s = 58{,}7,$$

1) Unser Präparat wurde aus gewöhnlicher Valeriansäure (Isopropylessigsäure), die durch Oxydation von Gärungsamylalkohol gewonnen war, dargestellt. Rellstab's Präparat ist wahrscheinlich dasselbe.

2) Unser Präparat ist aus Gärungsamylalkohol durch Destillation mit Kaliumacetat und Schwefelsäure gewonnen und zeigte den Siedepunkt 136 bis 137° ($B_0 = 745$), während Rellstab den Siedepunkt seines Präparates, über dessen Darstellungsweise er nichts erwähnt, zu 133,1 bis 134,1 bei 756,2 mm angibt.

Zahlen, die zwar unter einander stimmen, aber von denen Rellstab's und den unserigen stark abweichen.

Unsere Zahlen für q und s stimmen vollkommen mit einander überein, sind aber von denen für p um 8 bis 4 Secunden verschieden. Dagegen findet Rellstab eine ganz andere Zähigkeit für s als wir.

Für äquivalente Mengen sind die specifischen Durchflusszeiten:

	Nach uns			Nach Rellstab	
t^0	p	q	s	p	s
10	410	469	484	400	751
15	381	428	446	380	688
20	354	396	408	360	625
25	328	372	378	340	576
30	304	348	351	320	528
35	282	323	324	300	480
40	263	299	297	280	443
45	247	283	279	264	407
50	233	267	267	249	371

Diese Zahlen zeigen im Wesentlichen dieselben Verhältnisse wie die für gleiche Volumina, nur mit grösseren Differenzen.

Ueberblicken wir alle in dem Vorstehenden angeführten Thatsachen, so lässt sich, vorbehaltlich einer weiteren Vervollständigung durch Heranziehung neuen Beobachtungsmaterials, bis jetzt folgender Schluss ziehen:

Isomere Ester haben bei gleichen Temperaturen nahezu gleiche specifische Durchflusszeiten für gleiche Volumina. Bei einzelnen derselben sind jedoch die Abweichungen von der absoluten Gleichheit mit den übrigen grösser, als sich durch blosse Beobachtungsfehler erklären lässt; namentlich scheinen diejenigen Verbindungen, bei welchen die Isomerie durch einfache Umtauschung von gleichartig constituirten Alkohol- und Säureradicalen begründet ist, einander näher zu stehen, als jene, bei welchen die Isomerie auf eine Verschiedenheit der Anordnung der Atome im Alkohol- oder Säureradicale zurückzuführen ist. —

Eine weitere Frage, der wir unsere Aufmerksamkeit zuwenden, ist die nach dem Zusammenhange der Zähigkeit einer Substanz mit ihrem Molekulargewichte und nach dem Einflusse des Eintrittes gewisser Elemente oder Atomgruppen in ein Molekül.

Dass innerhalb homologer Reihen ein solcher Zusammenhang im Allgemeinen existire, ist schon früher von mehreren Forschern angedeutet worden, ohne dass es aber möglich gewesen wäre, den-

selben numerisch durch ein einfaches Gesetz auszudrücken. Wir haben nun in unserer früheren Abhandlung nachgewiesen, dass der Eintritt von Cl, Br, J oder NO_2 an die Stelle von Wasserstoff in einer Verbindung stets eine Vergrösserung der Zähigkeit zur Folge hat, dass diese Vergrösserung beim Eintritte von Cl am kleinsten und dann von zunehmender Grösse ist bei dem Eintritte von Br, J und NO_2, und endlich, dass für den absoluten Werth der Vergrösserung der Durchflusszeit nicht nur die Qualität des eintretenden Elementes, sondern auch seine Stellung im Molekül maassgebend erscheint.

Die letztere Thatsache wies darauf hin, dass zur Auffindung eines Gesetzes in dieser Beziehung die Untersuchung homologer Reihen nothwendig sei, und wir waren daher bemüht, das Beobachtungsmaterial nach dieser Richtung hin einigermassen zu vervollständigen. Als die zweckmässigste Methode zur leichten Auffindung etwa bestehender Beziehungen erschien die graphische Darstellung.

In ein Coordinatennetz (sogenanntes Millimeterpapier) wurden die Molekulargewichte der einzelnen Stoffe als Abscissen, ihre specifischen Durchflusszeiten bei den Temperaturen 10°, 30° und 50° als Ordinaten eingetragen und die so erhaltenen Punkte der Betrachtung unterzogen.

Wenden wir dieses Verfahren zunächst auf die Reihe

	m	Z_{10}	Z_{30}	Z_{50}
Chlorpropyl	78,5	21,5	17,7	13,8
Bromäthyl	109	24	19,5	18,5
Brompropyl	123	31,3	26,2	21,0
Jodäthyl	156	36	29	25
Jodpropyl	170	47,2	37,7	28,1

an, so erhalten wir für die Temperaturen 10°, 30° und 50° drei Reihen von Punkten, die in Fig. 2 (Taf. II) mit a, a', a'' bezeichnet sind. (Für Bromätyl, welches bei 38° siedet, ist die Durchflusszeit bei 50° als etwa 18,5 Secunden anzunehmen, da sich bei allen Substanzen mit der Annäherung an den Siedepunkt eine immer geringere Verminderung der Zähigkeit zeigt.)

Man sieht, dass die Verbindungslinien der Punkte für 10° und 30° einen sehr unregelmässigen Verlauf zeigen, dass hingegen die Punkte für 50° fast genau in eine gerade Linie fallen, welcher die Gleichung

$$Z = 2 + 0{,}15\,m$$

entsprechen würde.

Berechnen wir nach dieser Gleichung die Durchflusszeiten der einzelnen Stoffe neuerdings, so erhalten wir:

	Berechnet	Beobachtet	Differenz
Chlorpropyl	13,8	13,8	0,0
Bromäthyl	18,4	18,5	— 0,1
Brompropyl	20,5	21,0	— 0,5
Jodäthyl	25,4	25,0	+ 0,4
Jodpropyl	27.5	28,1	— 0,5

also vollkommene Uebereinstimmung.

Innerhalb dieser Reihe von Substanzen ist also die Zunahme der Zähigkeit bei 50° der Zunahme des Molekulargewichtes proportional, die letztere mag durch Hinzutreten von CH_2 oder durch Austausch von Cl gegen Br oder J bedingt sein. Bei niedrigeren Temperaturen hingegen hat der Quotient

$$Q = \frac{\Delta Z}{\Delta m} = \frac{\text{Aenderung der Zähigkeit}}{\text{Aenderung des Molekulargewichtes}}$$

andere und zwar kleinere Werthe beim Austausche von Cl gegen Br oder J in einer sonst unveränderten Atomengruppe, als bei Vergrösserung des Moleküls durch das Hinzutreten von CH_2. Diese Verschiedenheiten der Werthe von Q werden aber in höheren Temperaturen immer kleiner und sind bei der jetzt betrachteten Reihe bei 50° bereits verschwunden.

Eine zweite Reihe von Verbindungen, welchen man eine gleichartige Structur zuschreiben kann, ist:

	m	Z_{10}	Z_{30}	Z_{50}
Isobutylchlorür	92,5	30	23,5	19
Isoamylchlorür	106,5	35	27,5	22
Isobutylbromür	137	39	31	25,5
Isobutyljodür	184	55,5	43	34,5
Isoamyljodür	198	67	51	40

Es wäre nach dem Stande der bisherigen Erfahrungen zu erwarten gewesen, dass die Glieder dieser Reihe eine wesentlich andere Zähigkeit besitzen als die der vorigen und dass die in gleicher Weise wie vorhin in das Coordinatennetz eingetragenen Punkte für diese Substanzen bei 50° wieder in eine gerade Linie fallen. Die Sache verhält sich aber anders:

Die Linien (Fig. 3) für die Temperaturen 10°, 30° und 50° zeigen hier allerdings im Wesentlichen denselben Charakter wie die Linien für die Reihe der Normalverbindungen, allein bei 50° ist die Linie noch nicht genau eine Gerade, obwohl sie einer solchen schon

ziemlich nahe kommt. Dagegen bemerkt man, dass die Linien der beiden Reihen mit wachsenden Temperaturen sich einander nähern, so dass man vermuthen kann, sie würden bei höheren Temperaturen in eine einzige gerade Linie zusammenfallen.

Es ergibt sich daraus die bemerkenswerthe Thatsache, dass der Einfluss der Verschiedenheit der Stellung der Atome im Molekül, welcher bei niedriger Temperatur sehr bedeutend ist, bei Erhöhung derselben mehr und mehr zurücktritt, so dass zu erwarten ist, dass die isomeren Halogenderivate der Kohlenwasserstoffe in höheren Temperaturen ein ähnliches Verhältniss zeigen werden, wie es vorhin an den Estern für die Temperaturen zwischen 10° und 50° nachgewiesen wurde, was wir bald durch neue Beobachtungsreihen bestätigen zu können hoffen.

Wir haben bisher nicht alle in die genannten Reihen gehörigen Verbindungen mit ihren Isomeren dargestellt, weil wir die Frage nach dem Verhalten isomerer Verbindungen durch die früheren Untersuchungen im Allgemeinen für gelöst hielten und die Frage nach dem Einflusse des Molekulargewichtes an den bisher untersuchten und der Discussion unterzogenen Stoffen ebenfalls zu erledigen hoffen konnten. Erst jetzt zeigt es sich, dass zur endgültigen Feststellung des Gesetzes noch neues Beobachtungsmaterial nothwendig ist. Wenn wir dieses Gesetz daher auch vorläufig nur als wahrscheinliches Resultat der bisherigen Untersuchungen aussprechen wollen, so können wir doch zeigen, dass es sich auch in anderen Reihen von gleichartig constituirten Verbindungen bewährt, und wir haben zur Prüfung dieses Umstandes zunächst die Fettsäuren, die ihnen entsprechenden Alkohole und die bereits in Bezug auf den Einfluss der Isomerie discutirten Ester zur Verfügung.

Für die Fettsäuren können wir die Angaben Rellstab's benützen, welche bei 15° mit denen von Guerout übereinstimmen, wie aus der in unserer ersten Abhandlung gegebenen Zusammenstellung hervorgeht. Nimmt man aus Rellstab's Bestimmungen die Zahlen für 10°, 30° und 50°, so hat man:

	m	Z_{10}	Z_{30}	Z_{50}
Ameisensäure	46	122,5	81,7	57,0
Essigsäure	60	84,4	61,4	46,3
Propionsäure	74	70,3	51,5	49,9
Buttersäure [1]	88	110,2	77,4	57,6
Valeriansäure [2]	102	152,4	103,3	71,5
Capronsäure	116	222,2	139,7	97,8

1) Normale Gärungsbuttersäure.

2) Isopropylessigsäure, durch Oxydation von Gärungsamylalkohol erhalten.

Die Linien, welche durch Verbindung der den gleichen Temperaturen entsprechenden Punkte entstehen (Fig. 4), zeigen zunächst die bekannte, auch von Graham bereits constatirte Abnahme der Zähigkeit mit steigendem Molekulargewichte von der Ameisensäure bis zur Propionsäure. Von da an nimmt die Zähigkeit mit dem Molekulargewichte zu, und zwar derart, dass die vier Punkte für Propion- bis Capronsäure bei allen Temperaturen nahezu in eine Gerade fallen[1]). Erwähnenswerth ist, dass dieselbe bedeutend steiler verläuft als die Linie der Halogenderivate der Kohlenwasserstoffe.

Das Verhalten der Ameisensäure und Essigsäure bildet das einzige bisher bekannte Beispiel einer erheblichen Abnahme der Zähigkeit mit wachsendem Molekulargewichte. An eine Erklärung dieser Ausnahme von der Regel ist natürlich nicht früher zu denken, als eine vollkommen befriedigende Erklärung für die Regel selbst gegeben sein wird.

Zur Prüfung der Gültigkeit unseres Gesetzes für die einatomigen Alkohole können wir ebenfalls Rellstab's Angaben benützen, denen wir zur theilweisen Ergänzung unsere Messungen am Propylalkohol beifügen. Wir haben:

	m	Z_{10}	Z_{30}	Z_{50}
Methylalkohol	32	39	32	24
Aethylalkohol	46	86	59	41
Isopropylalkohol	60	112	77	51
Normalpropylalkohol	60	170	100	63
Butylalkohol[2])	74	213	125	78
Amylalkohol[3])	88	299	188	104

Indem wir diese Angaben in das Coordinatennetz eintragen, sehen wir (Fig. 5) wieder ganz deutlich: Der Unterschied in den Durchflusszeiten der isomeren Alkohole wird in höheren Temperaturen immer kleiner und die diese Durchflusszeiten repräsentirenden Punkte nähern sich dabei mehr und mehr einer geraden Linie.

Für die drei Alkohole von gleichartiger Structur: Isopropyl-, Butyl- und Amylalkohol ist diese Linie bei 50° hereits vollkommen gerade[4]).

1) Die verschiedenen Säuren sind in der Figur durch die Anfangsbuchstaben ihrer Namen bezeichnet.

2) Wahrscheinlich Isobutylalkohol. Rellstab gibt den Siedepunkt zu 110 an.

3) Gärungsamylalkohol.

4) Die verschiedenen Alkohole sind in der Figur durch die Anfangsbuchstaben ihrer Namen bezeichnet. Für die zwei Propylalkohole bedeutet P den normalen, P' den Isopropylalkohol.

Wir haben endlich noch den Zusammenhang zwischen Z und m bei den Estern zu erörtern und wählen hierzu nur unsere eigenen Beobachtungen. Sie ergaben:

	m	Z_{10}	Z_{30}	Z_{50}
Methylacetat	74	26	20	17
Aethylformiat	74	26	20	16
	Mittel	26	20	16,5
Aethylacetat	88	29	22	18
Propylformiat	88	34	26	21
	Mittel	31,5	24	19,5
Propylacetat	102	37	29	22
Isobutylformiat	102	44	33	26
	Mittel	40,5	31	24
Aethylbutyrat	116	43	33	26
Isobutylacetat	116	46	34	26
	Mittel	44,5	33,5	26
Aethylvalerat	130	50	37	29
Propylbutyrat	130	58	43	23
Amylacetat	130	59	43	33
	Mittel	55,6	41	32,7

Die Einzeichnung dieser Daten in das Netz ergibt Linien (Fig. 6), an welchen sich die bisher gemachten Bemerkungen bestätigen.

Ein Rückblick auf die Figuren 2 bis 5 zeigt uns, dass das Anwachsen der Zähigkeit mit dem Molekulargewichte in den verschiedenen homologen Reihen einen sehr verschiedenen Verlauf nimmt, da z. B. eine Zunahme des Molekulargewichtes um 14 bei den Alkoholen eine Steigerung der Durchflusszeit um ungefähr 22 Secunden entspricht, während sie bei den Estern kaum 5 Secunden beträgt.

Anschliessend an die im Vorstehenden erwähnten Thatsachen wollen wir noch eines interessanten Verhaltens der Nitroverbindungen gedenken, welches einen Beitrag zur Klärung der Kenntniss über die Zusammensetzungsweise dieser Substanzen zu liefern verspricht.

Die an Nitroverbindungen bisher gemachten Beobachtungen zeigen nämlich, dass der Quotient $\frac{\Delta Z}{\Delta m}$ beim Eintritte von NO_2 in ein Molekül ein ganz anderer, viel grösserer ist als bei dem Eintritte von Cl, wie aus den folgenden für 50° geltenden Zahlen hervorgeht:

	m	Z	Δm	ΔZ	$\frac{\Delta Z}{\Delta m}$
$CHCl_3$	119,5	24			
CCl_4	154	35	34,5	11	0,32
CCl_3NO_2	164,5	45	10,5	10	0,95

	m	Z	Δm	ΔZ	$\frac{\Delta Z}{\Delta m}$
C_6H_6	78	24,4			
C_6H_5Cl	112,5	33,2	34,5	8,8	0,26
$C_6H_5NO_2$	123	69,8	10,5	36,6	3,49
C_7H_7	92	23,8			
C_7H_6Cl	126,5	37,1	34,5	13,3	0,39
$C_7H_6NO_2$	137	76,5	10,5	39,4	3,75

Hieraus ergibt sich, dass die Nitroverbindungen wohl kaum als einfache Substitutionsproducte aufgefasst werden können, in welchen NO_2 an die Stelle von Cl, Br. etc. getreten ist, sondern dass vielmehr der Eintritt der Gruppe NO_2 eine tiefer greifende Aenderung der ganzen Gruppirung, sagen wir der Form des Moleküls zur Folge zu haben scheint. Die Verschiedenheit des Verhaltens der Nitrogruppe gegenüber dem Cl, Br oder J tritt übrigens auch in den chemischen Reactionen hervor, da ja bekanntlich die Gruppe NO_2 durch nascirenden Wasserstoff nicht wie Cl, Br oder J einfach wieder substituirt werden kann, sondern eine Umwandlnng in NH_2 erleidet.

Eine Discussion der übrigen von uns mitgetheilten Beobachtungsdaten, sowie eine Erweiterung derselben behalten wir einer späteren Mittheilung vor.

Bernoullianum

Anstalt für Physik, Chemie und Astronomie an der Universität Basel [1])

Beschreibung und Pläne

verfasst von

Ed. Hagenbach, Professor der Physik. **Jul. Piccard,** Professor der Chemie. **Joh. Jac. Stehlin,** Architekt.

(Hiezu Tafel III—V.)

Enstehungsgeschichte.

Im September des Jahres 1860 bei der vierhundertjährigen Stiftungsfeier unserer Universität legten 270 Freunde der Wissenschaft durch freiwillige Subscription eine Summe von gegen 60000 Franken zusammen, mit der Bestimmung, in Basel eine Sternwarte zu errichten. Die Subscribenten selbst ernannten zur Berathung und Ausführung dieser Angelegenheit folgende Commission:

Herr Prof. Wilhelm Vischer, des Raths Präsident,
Herr Prof. Friedrich Burckhardt-Brenner, Schreiber,
Herr Eduard Bernoulli-Riggenbach, Kassier,
Herr Prof. Gustav Wiedemann,
Herr Stadtrath Rudolf Merian-Burckhardt.

Durch Beschluss des Grossen Raths vom März 1862 wurde der Sternwartefonds um 10000 Franken aus einem verfügbar gewordenen Reservefonds des Universitätsvermögens vermehrt.

Während obige Commission mit der Ausarbeitung von Plänen für eine mit den vorhandenen Mitteln erreichbare kleine Sternwarte beschäftigt war, tauchte der Gedanke auf, dem Unternehmen eine grössere Ausdehnung zu geben und mit der Fürsorge für die Astronomie die Errichtung neuer Räumlichkeiten für die Physik und Chemie zu verbinden.

---

1) Diese Abhandlung ist bereits vor mehreren Jahren als eigene Schrift erschienen, die jedoch nicht allgemein bekannt geworden ist. Wir sprechen deshalb Herrn Professor Hagenbach für die Erlaubniss, dieselbe hier abdrucken zu dürfen, unseren Dank aus. Neu hinzugekommen sind die Zeichnungen der beiden Astronomischen Instrumente, die nach Photographien angefertigt wurden. C.

Wir werfen bei dieser Gelegenheit schnell einen Rückblick auf den früheren Zustand der physikalischen und chemischen Anstalten an unserer Universität.

Im vorigen Jahrhundert war das physikalische Cabinet im Stachelschützenhaus auf dem Petersplatz untergebracht, woselbst der berühmte Daniel Bernoulli während einer langen Reihe von Jahren vor einem für die damaligen Verhältnisse zahlreichen Auditorium die Vorlesungen über Experimentalphysik las. Nachdem dann während kürzerer Zeit die physikalische Sammlung theils im unteren, theils im oberen Collegium untergebracht war, erhielt dieselbe ein passenderes Local im Falkensteiner-Hof, der im Jahre 1821 durch Rathsbeschluss den Naturwissenschaften für Sammlungslocale und Laboratorien überlassen wurde. In diese Zeit fällt auch die Gründung eines chemischen Laboratoriums auf Vorschlag des damaligen Professors der Physik und Chemie Peter Merian. So klein und bescheiden dieses Laboratorium war, so gingen doch daraus Entdeckungen von grosser wissenschaftlicher und technischer Wichtigkeit hervor; wir nennen nur die Schiessbaumwolle und das Ozon, beide von Chr. Fr. Schönbein gefunden, der seit 1835 als Professor der Physik und Chemie an unserer Universität wirkte. Im Jahre 1849 konnte das Museum an der Augustinergasse bezogen werden, das zur Aufnahme der Universitätssammlungen bestimmt war und in welchem der Physik sowohl als der Chemie für die damalige Zeit zweckmässige Räume eingerichtet wurden. Allein die Entwicklung der genannten Wissenschaften überhaupt, die immer grössere Bedeutung, die sie im Rahmen des akademischen Unterrichts einnahmen, und der speciell für unsere Universität maassgebende Umstand, dass im Jahre 1852 für Physik und Chemie, die bis dahin in einer Hand gelegen hatten, zwei besondere Lehrstühle gegründet wurden und durch den hierher berufenen Professor der Physik Gustav Wiedemann die von ihm vertretene Wissenschaft bei uns einen neuen kräftigen Impuls erhielt, — dies alles zog es nach sich, dass die Räumlichkeiten im Museum bald als zu eng und ungenügend erkannt wurden. Da zudem auch die andern im Museum aufgestellten Sammlungen in Folge einer erfreulichen Entwicklung immer mehr Raum beanspruchten, so musste der Wunsch, für Physik und Chemie ein besonderes, den neuen Anforderungen entsprechend eingerichtetes Gebäude zu erhalten, immer mehr in den Vordergrund treten.

Zugleich sah man ein, dass die Erstellung einer eigentlichen Sternwarte mit dem dazu gehörigen Personal leicht weiter führen würde, als es der vorhandene Sternwartefonds gestattete; es lag somit der Gedanke nahe, die beiden Bestrebungen zu vereinigen durch Errichtung eines gemeinsamen Gebäudes für Physik, Chemie und Astronomie. Diese Vereinfachung konnte nur erreicht werden, wenn man auf den Plan der Errichtung einer förmlichen Sternwarte verzichtete und nur die Fürsorge für die physikalische Astronomie im Auge behielt. Diese Beschränkung der Astronomie auf ein specielles Gebiet liess sich rechtfertigen einerseits durch die Entwicklung der physikalischen Astronomie zu einer mehr selbständigen, überraschende Resultate zu Tage fördernden Wissenschaft, andererseits durch den Umstand, dass die neue Errichtung und zweckmässige Ausstattung der Observatorien in Zürich und Neuenburg die Erstellung einer ferneren förmlichen Sternwarte auf schweizerischem Boden als weniger nothwendig erscheinen liess.

Die Curatel, welcher Behörde in erster Linie die Vorsorge für die Universität obliegt, hatte schon im Jahre 1864 dieser Angelegenheit ihre Aufmerksamkeit zugewendet und Pläne entwerfen lassen, welche die Bedürfnisse der drei genannten Wissenschaften zugleich berücksichtigen sollten. Aber woher sollten die Mittel zur Erstellung und Ausrüstung eines solchen Baues genommen werden?

Dass unser kleines, ungefähr 50000 Seelen umfassendes Gemeinwesen, das nach seinen Kräften alles aufbietet, um unsere Universität auf der richtigen Höhe zu halten, nicht direct aus öffentlichen Mitteln die sämmtlichen oder auch nur die wesentlichsten Kosten der Errichtung einer solchen Anstalt übernehmen konnte, wird Jedermann leicht begreifen, der in Betracht zieht, welche verhältnissmässig bedeutende Summe jährlich unser Halbcanton für seine höchste Lehranstalt verausgabt.

Bei dieser Verlegenheit trat im richtigen Moment mit helfender Hand die akademische Gesellschaft ein, ein freiwilliger im Jahre 1835 gegründeter Verein, welcher die Hebung und Unterstützung der Universität durch freiwillige Beiträge von Freunden der Wissenschaft bezweckt, und die im Jahre 1866 nach Annahme des neuen Universitätsgesetzes durch den Grossen Rath in ihrer Entwicklung einen kräftigen Schritt vorwärts gethan hatte. In diesem Jahre beschloss die akademische Gesellschaft, von sich aus die Erstellung einer Anstalt für Physik, Chemie und Astronomie an die Hand zu nehmen, und verständigte sich zu diesem Zwecke vorerst mit den Subscribenten für eine Stern-

warte, die sich mit der Vereinigung der Bestrebungen in der Einrichtung eines gemeinschaftlichen Baues einverstanden erklärten.

Die akademische Gesellschaft übergab dann der gleichen Commission, die früher als Sternwartecommission gewirkt hatte, die Leitung dieser neuen erweiterten Angelegenheit; nur wurde Herr Professor Wiedemann nach seinem Abgang von Basel ersetzt durch seinen Nachfolger auf dem Lehrstuhle der Physik Herrn Professor Eduard Hagenbach, und als weiteres Mitglied wurde beigezogen Herr Professor Julius Piccard, der nach dem Tode Schönhein's als Professor der Chemie an unsere Universität berufen worden war.

Zwischen dem Staat und der akademischen Gesellschaft ist dann ein Vertrag abgeschlossen worden, laut dessen der Staat die Hälfte des „Hohen Walls“ als Bauplatz der akademischen Gesellschaft überliess, einen Betrag von 15000 Franken und die Erstellung einer Freitreppe zum Zweck der Erhöhung des Erdgeschosses zusagte, während andererseits die akademische Gesellschaft sich verpflichtete, die Anstalt herzustellen, auszurüsten und nach Vollendung als Universitätsgut dem Staate zu übergehen.

In der Ausführung der übernommenen Verpflichtungen wurde ferner die akademische Gesellschaft wesentlich von den städtischen Behörden, freiwilligen Vereinen und Privaten unterstützt. Der freiwillige Museumsverein, der die Unterstützung der im Museum untergebrachten Universitätssammlungen bezweckt und seine Aufmerksamkeit auch den Anstalten weiter schenkt, die in Folge von Platzmangel das Museum verlassen mussten, zahlte 30000 Franken an die Ausrüstung der Anstalt. Der Stadtrath gab einen halben Helbling Wasser (135 Liter per Stunde) und 10000 Franken an die Unkosten der Gas- und Wassereinrichtungen. Die gemeinnützige Gesellschaft betheiligte sich mit einem Beitrag von 5000 Franken an der Einrichtung des grossen Saales für öffentliche populäre Vorträge. Und als diese Mittel noch nicht ausreichten, legte eine grössere Zahl von Freunden der Wissenschaft durch freiwillige Subscription noch eine Summe von 76000 Franken zusammen und übergab dieselbe der akademischen Gesellschaft.

Die Pläne des Baues entwarf Herr Architekt J. J. Stehlin; unter seiner Leitung ist auch derselbe errichtet und zu Ende geführt worden.

Im August des Jahres 1870 waren die Vorarbeiten so weit vorgeschritten, dass man mit der Fundamentirung beginnen konnte. Bei

der feierlichen Grundsteinlegung im September 1872 erhielt das Gebäude den Namen Bernoullianum als Andenken an die in der ganzen wissenschaftlichen Welt berühmte Basler Mathematikerfamilie Bernoulli; sechs Vertreter ihrer Familie, darunter Jacob I, sein Bruder Johann I und dessen Sohn Daniel, haben das Fach der Physik in ihrer Vaterstadt gelehrt.

Die Einweihung der neuen Anstalt und die Uebergabe an den Staat fand statt am 2. Juni 1874. Bei dieser Gelegenheit hat die Familie Bernoulli die Marmorbüsten ihrer berühmten Vorfahren, der Brüder Jacob und Johann Bernoulli, gestiftet; einige Freunde der mathematischen Wissenschaften haben dann noch die Büsten von Daniel Bernoulli und des ebenfalls aus Basel stammenden und mit den Bernoulli durch Bande der Freundschaft eng verbundenen Leonhard Euler beigefügt. Diese vier Büsten sind von Herrn H. Ruf ausgeführt und zieren in passender Weise das Vestibul beim Eingang.

Seit der Einweihung finden nun im Bernoullianum die regelmässigen akademischen Vorlesungen, die wissenschaftlichen Arbeiten der Professoren und die Uebungen der Studirenden auf dem Gebiete der Physik und Chemie statt, und häufig, besonders während des Winters, öffnet sich der grosse Hörsaal für die weiteren Kreise unserer Stadt, die in öffentlichen populären Vorträgen Belehrung in den verschiedenen Zweigen des Wissens suchen.

Die Ausrüstung der astronomischen Anstalt ist noch nicht vollendet[1]); doch sind die Instrumente bestellt, und wir sehen ihrer baldigen Aufstellung entgegen.

In abgerundeter Zahl kostet der Bau der Anstalt, das Mobiliar der Hörsäle, der physikalischen und chemischen Laboratorien und die astronomischen Instrumente einbegriffen, 410000 Franken.

Diese Summe wurde in folgender Weise aufgebracht, wobei zur Erleichterung der Uebersicht die Zahlen abgerundet sind.

Aus öffentlichen Mitteln:

Aus einem Reservefonds des Universitätsvermögens	10000 Fr.	
Vom Staat	23000 „	
Von der Stadtgemeinde	10000 „	
Zins ab obigen Summen	5000 „	
		48000 Fr.

1) Ist jetzt vollendet und folgt auf Seite 171 Bericht darüber. C.

Aus Privatmitteln:

Von der akademischen Gesellschaft . .	127 000 Fr.		
Vom Museumsverein	30 000 „		
Von der gemeinnützigen Gesellschaft .	5 000 „		
Von Freunden der Wissenschaft:			
a) Für eine Sternwarte	56 000 „		
b) Für das Bernoullianum . . .	76 000 „		
Zins ab obigen Summen	68 000 „		
		362 000 „	
		410 000 Fr.	

Es wurden somit nahezu 90% der sämmtlichen Bau- und Ausrüstungskosten auf Privatweg durch den freiwilligen Opfersinn der Freunde der Wissenschaft bezahlt.

Beschreibung.

Wir gehen zur Beschreibung des Gebäudes über.

Dasselbe enthält:

1. Die physikalische Anstalt im westlichen Theile des Gebäudes;
2. die meteorologisch-astronomische Anstalt oben im hinteren Theile des Gebäudes;
3. die chemische Anstalt im östlichen Theile des Gebäudes;
4. den grossen Hörsaal für öffentliche populäre Vorträge in der Mitte des Gebäudes.

I. Die physikalische Anstalt.

Zu der physikalischen Anstalt gehören:

Im Erdgeschoss:

Ein kleiner Hörsaal für die Vorlesungen über Physik an der Universität. Die Bänke haben nach hinten eine so starke Steigung, dass man von allen Plätzen nach dem Experimentirtisch sehen kann; sie fassen etwa 60 Zuhörer. Am Experimentirtisch sind die nöthigen Vorrichtungen zur Anstellung der verschiedenen Versuche angebracht; unter Anderem ist es möglich, auf dem Tische einen kleinen Schmid-schen Wassermotor laufen zu lassen, um damit eine Centrifugalmaschine, Sirenen- und Farbenscheiben, eine Inductionsmaschine, eine Influenzelektrisirmaschine und andere ähnliche Apparate zu treiben. Unter dem mittleren abhebbaren Tischblatt befindet sich ein fundamentirter

Stein zur Aufstellung von Instrumenten, die eine feste Aufstellung erfordern. Der Saal kann leicht verfinstert werden, und ein gegen Süden gelegenes Fenster gestattet einen Spiegel anzubringen, um die verschiedenen optischen Versuche auf einen Leinwandschirm zu projiciren, der an der gegenüberstehenden Wand heruntergelassen werden kann.

Ein Zimmer für den Vorsteher. Dasselbe enthält einen Schreibtisch mit Fächern für den Sammlungskatalog, die Beobachtungsprotokolle und ähnliche Scripturen. Ein aus der Mauer hervortretender fester Steintisch dient zur Aufstellung einer feinen physikalischen Waage.

Zwei Laboratorien; das eine hauptsächlich für die wissenschaftlichen Arbeiten des Vorstehers und das andere für die Uebungen der Studirenden. Es wurde beim Bau dieser Räumlichkeiten vor allem auf die feste Aufstellung der Instrumente Rücksicht genommen. Der Boden ruht auf einem festen Gewölbe, das mit Beton ausgeebnet und mit Asphalt überdeckt ist; ausserdem treten an verschiedenen Stellen der Wand feste Steinbänke hervor zur Aufnahme von Galvanometern, Waagen und anderen ähnlichen Instrumenten. Beide Laboratorien können verfinstert werden, und der Laden eines nach Süden gelegenen Fensters gestattet einen drehbaren Spiegel auf verschiedenen Höhen einzusetzen; diesem Fenster gegenüber kann ein weisser Leinwandschirm zur Projection der optischen Erscheinungen heruntergelassen werden; auch ist das optische Fenster so gelegen, dass man durch Oeffnen der Doppelthüren eine freie Projectionsweite von etwas über 30^m durch die ganze Tiefe des Hauses erhält. Die Gaseinrichtungen sind so angebracht, dass man an jeder Stelle des Laboratoriums mit den Kautschukschläuchen leicht anschliessen kann. Die Wasserleitung hat gewöhnlich einen Druck von 4 bis 5 Atmosphären; in trockenen Zeiten kommt es jedoch vor, dass derselbe auf 2 bis 3 Atmosphären heruntergeht. Ausser den kleineren Hähnen für den gewöhnlichen Wasserbezug hat jedes Laboratorium einen grösseren Hahn, um grössere oder kleinere Wassermotoren zu speisen; bei einem Druck von 4 Atmosphären liefert ein grösserer Schmid'scher Wassermotor etwas über eine Pferdekraft. Einen kleineren Motor kann man je nach Bedürfniss an den verschiedenen Stellen des Laboratoriums aufstellen und durch Schlauch mit dem Wasserhahn verbinden. Ein Gefäss mit Ueberlauf, das auf verschiedenen Höhen an der Wand befestigt und mit Schläuchen für Wasserzufluss und Wasserabfluss versehen werden kann, liefert constante Druckhöhen von verschiedener Grösse. Direct unter dem Laboratorium

im Souterrain befindet sich ein 10^{m} tiefer Schacht; bis auf den Boden desselben gehen die Saugröhren der im Laboratorium angebrachten Aspirationswasserpumpen; dieselben sind im Wesentlichen nach dem Princip der Bunsen'schen Pumpen eingerichtet, sind aber von bedeutend grösserer Wirkung als die gewöhnlichen Pumpen der chemischen Laboratorien und mussten der Errichtung dieses Zweckes entsprechend abgeändert werden. Die grösste dieser Pumpen schöpft in der Minute 34 Liter Luft und verdünnt bis zu der der jeweiligen Temperatur entsprechenden Spannkraft des Wasserdampfes. Durch eine Oeffnung im Boden des Laboratoriums über der Mitte des Schachtes kann man direct in diesen gelangen, was für Versuche, die eine grosse senkrechte Tiefe erfordern, von Werth sein kann. Dass jedes Laboratorium eine Abzugskapelle, verschiedene Tische, Schränke mit den nöthigen Werkzeugen u. s. w. enthält, braucht wohl kaum besonders erwähnt zu werden.

Ein Saal für die physikalische Sammlung. Bei den Schränken, die theils an den Wänden, theils in der Mitte dieses Saales angebracht sind, wurde hauptsächlich darauf gesehen, dass man alles leicht übersieht und dass durch zweckmässigen Schluss derselben die Apparate vor Staub geschützt sind. Ein besonders construirter Schiebtisch auf Rollen dient dazu, die Apparate von dem Sammlungsraum in die Auditorien und Laboratorien zu bringen; bei den Thüren, welche die verschiedenen Räume mit einander verbinden, sind deshalb die Schwellen weggelassen.

Ein Raum für die galvanische Batterie. Dieser enthält eine Kapelle mit Abzug, in welcher eine Deleuil'sche Batterie auf Glasplatten aufgestellt werden kann, einen grossen mit Schieferplatten belegten Tisch zum Amalgamiren und Reinigen der Elemente und einen Trog mit Wasserzufluss zum Auswaschen derselben. Von dem Batterieraum geht eine isolirte Leitung nach dem Souterrain und von da durch leicht zugängliche Kanäle nach den verschiedenen Laboratorien und Auditorien.

Im Souterrain:

Eine mechanische Werkstätte. Diese enthält Werkbank, Drehbank, Hobelbank, Schmiede, Blasetisch und überhaupt das Nöthige für die gewöhnlichen Arbeiten in Metall, Holz und Glas; der physikalische Gehilfe bedient sich derselben zur Herstellung einfacher neuer und zur Reparatur der vorhandenen Apparate.

Ein Magazinraum. Derselbe liegt gleich beim Eingang in das Souterrain und dient theils zum Aufbewahren der für die gegenüberliegende Werkstätte nöthigen Materialien, theils zum Einpacken und Auspacken der Apparate.

Ein dunkler Keller. Derselbe liegt unter dem Eingang und hat keine direct nach aussen führende Oeffnung; er ist im Innern ganz schwarz angestrichen und dient theils zu Versuchen, die constante Temperatur, theils zu solchen, die absolute Dunkelheit erfordern. Für den Fall, dass es z. B. bei photometrischen Versuchen wünschbar ist, Sonnenlicht in den Raum zu werfen, so kann das vermittels eines Spiegels von einem Fenster der Werkstätte aus geschehen.

Ein Laboratorium für Versuche auf festem, natürlichem Boden und für gröbere Arbeiten. Es ist beabsichtigt, mit der Zeit in diesem Laboratorium einen feststehenden grösseren Wassermotor anzubringen, an den man durch Vermittlung einer Gegenwelle verschiedene Apparate, unter anderen auch eine grössere dynamoëlektrische Maschine anhängen kann.

Eine Wohnung für den physikalischen Gehilfen. Derselbe hat zugleich einige Dienste als Hauswart zu versehen.

Durch alle Stockwerke durchgehend:

Ein physikalischer Thurm mit isolirtem Steinpfeiler in der Mitte. Da die Aufstellung des Aequatorialinstruments für die astronomische Anstalt die Errichtung eines isolirten, möglichst soliden und gut fundamentirten Pfeilers verlangte, so wurde dieser Umstand zugleich im Interesse der physikalischen Anstalt verwerthet. Die Höhe des Pfeilers vom Boden des Souterrains an gerechnet beträgt etwas über 15^m; sie wird durch drei Böden mit verschiedenen zweckmässig angebrachten Fallthüren unterbrochen. Au der Seite nach den Fenstern wird beabsichtigt Wasser- und Quecksilbermanometer anzubringen; die vorhandene Höhe gestattet bei den letzteren etwa auf 20 Atmosphären zu gehen. Da der Thurm auf der Nordseite liegt, so sind schnelle Aenderungen der Temperatur nicht zu befürchten, so dass es nicht schwierig sein wird, bei den Manometern die Temperaturcorrection anzubringen. Ausserdem kann der Thurm zu Pendelversuchen, zu Fallversuchen, zur Anbringung eines Wasser- oder Glycerinbarometers, zu Bestimmungen über Drahtelasticität, zu hydraulischen Versuchen und überhaupt zu allen Experimenten gebraucht werden, die eine grosse Höhe erfordern.

Der Steinpfeiler soll auch zur Anbringung der astronomischen Uhren dienen. Diese sind so projectirt, dass man auf elektrischem Wege die Secunden nach den verschiedenen Laboratorien und Auditorien telegraphiren und dann je nach Umständen ein Zifferblatt, eine Schlagglocke oder einen Chronograph anschliessen kann.

Unter dem Vorsteher der physikalischen Anstalt steht auch

2. Die meteorologisch-astronomische Anstalt.

Zu derselben gehören:

Im ersten Stock:

Ein Zimmer für die regelmässigen meteorologischen Beobachtugen. Täglich dreimal (7 U., 1 U. und 9 U.) werden entsprechend den Vorschriften für die schweizerischen Normalstationen Barometer, Thermometer, Psychrometer und Windfahne abgelesen. Die Thermometer können durch eine einfache Vorrichtung des Nachts beleuchtet werden, und die Ablesung ihres Standes geschieht mit Fernrohr. Eine elektrische Vorrichtung gestattet die Bestimmung der Windrichtung mittels einer Windfahne auf dem Hause auch bei Nacht und Nebel; eine zweite Windfahne auf einer hohen Stange in einiger Entfernung vom Hause dient zur Controle.

Im zweiten Stock:

Ein Zimmer für selbstregistrirende meteorologische Instrumente. Dieselben sind noch nicht angeschafft.

Ein Zimmer mit Meridianspalte für ein kleines Meridianinstrument. Dasselbe kommt nicht auf einen isolirten Pfeiler, sondern nur auf eine gut fundamentirte Mauer zu stehen. Wie leicht ersichtlich, kann dieses Instrument schon seiner Aufstellung halber nicht zu feinen astronomischen Messungen dienen, die auch gar nicht beabsichtigt sind; es soll hauptsächlich zu Zeitbestimmungen und astronomischen Uebungen verwendet werden.

Eine freie Terrasse. Auf derselben befinden sich zwei feste Postamente zum Aufstellen von Instrumenten; auch das steinerne Geländer kann zu dem gleichen Zwecke dienen. Auf dieser Terrasse steht auch ein Regenmesser, der täglich abgelesen wird.

Im dritten Stock:

Ein Raum mit drehbarer Kuppel für ein Aequatorialinstrument. Der Durchmesser der Kuppel beträgt 5^m. Das Instrument, das in diesem Raume aufgestellt werden soll, erhält ein siebenzölliges Objectiv

von Merz und wird von der Société Genevoise pour la construction d'instruments de physique geliefert; es wird so eingerichtet, dass es hauptsächlich für Beobachtungen aus dem Gebiete der physikalischen Astronomie dienen kann.

3. Die chemische Anstalt.

Die östliche Hälfte des Gebäudes nimmt die chemische Anstalt ein; sie besteht aus folgenden Räumlichkeiten:

Im Erdgeschoss:

Ein kleiner Hörsaal, mit amphitheatralisch ansteigenden Bänken für circa 60 Zuhörer, ist mit allen Einrichtungen für chemische Vorlesungsexperimente wie zahlreichen Wasser-Zu- und Abflüssen, grosser pneumatischer Wanne, Gasleitungen verschiedener Weite, reichlicher Ventilation etc. versehen. Sehr praktisch hat sich die Einrichtung der geräumigen, von zwei Seiten hellbeleuchteten Kapelle erwiesen, welche sowohl vom Hörsaal aus als vom Vorbereitungszimmer zugänglich ist und die Ausführung von übelriechenden oder gefährlichen Experimenten ohne die geringste Belästigung gestattet.

Vom Haupteingang an gezählt folgen: die Sammlung chemischer Präparate, das Arbeitszimmer des Vorstehers, das Privatlaboratorium desselben und das analytische Laboratorium für Studirende. In diesem letzteren sind 26 einzelne Arbeitstische in 7 Reihen aufgestellt. Jeder ist für sich construirt, um Reparaturen, Reinigung und nach Bedürfniss eine andere Aufstellung zu ermöglichen. Jeder Platz hat einen Koch- und einen Leuchtbrenner, Wasserhahn und Wasserbecken mit freiem Abfluss, einen verschliessbaren Schrank mit 2 Schubladen und Schaft für Reagentienflaschen; die nämlichen Einrichtungen finden sich wieder in 7 unabhängigen Kapellen (Digestoren), von welchen je eine einer Reihe von 3 bis 4 Arbeitsplätzen entspricht.

Das Hauptgewicht bei der Construction dieses Praktikantenlaboratoriums ist auf eine kräftige Ventilation gelegt worden. Wenn es auch wohl nie gelingen wird, in einem chemischen Laboratorium die Luft ganz rein und geruchlos zu erhalten, so ist in dieser Absicht das Möglichste gethan und — wir glauben es aussprechen zu dürfen — wirklich erreicht worden. Diesem für die Gesundheit der Studirenden so wichtigen und zu oft vernachlässigten Punkt wird im Bernoullianum eine besondere Aufmerksamkeit geschenkt. Die Ventilation des Hauptlaboratoriums findet — abgesehen von den oberen Fensterabtheilungen,

welche im Sommer meistens offen bleiben — stets durch die Kapellen statt und zwar auf zwei verschiedene Arten: entweder durch einen jeder einzelnen Kapelle eigenen bis auf das Dach reichenden, zur Beförderung des Luftzuges mit einer Gasflamme verbundenen Kanal, oder durch eine grosse gemeinschaftliche Cheminée d'appel, mit welcher die 5 Hauptkapellen in Verbindung stehen und welche durch einen im Souterrain befindlichen Coaksofen in Thätigkeit gebracht wird. In der Regel genügt die erste einfachere Art vollkommen; im Nothfall kann die zweite zu Hilfe genommen werden.

Auf der Nordseite, ganz in der Nähe des analytischen Laboratoriums und doch von demselben durch einen Corridor getrennt, also in möglichst günstigen Bedingungen ist das Waagen- und Bibliothekzimmer.

Im Souterrain, welches gewölbt, hell und luftig ist, indem es trotz seines Namens zu ebener Erde liegt, befinden sich ein Auspackraum, die Werkstätte des chemischen Abwarts, die Materialienkammer, ein chemisch-gerichtliches Laboratorium, ein Keller und hauptsächlich das technische Laboratorium für alle gröberen Arbeiten, mit steinernen Tischen, Schmelzöfen, Kochherden, Dampfkessel, Einrichtung für destillirtes Wasser, Kapelle für organische Verbrennungen, 10^m tiefe Cisterne für Bunsen'sche Aspiratoren u. s. w. Wie das Erdgeschoss mit einer oberen Terrasse, so ist das Souterrain mit einer gedeckten Halle und einem offenen Hof für Arbeiten, die im Freien gemacht werden müssen, in directer Verbindung.

Im ersten Stocke der Nordfaçade befinden sich noch ein Zimmer für gasometrische Analysen, ein Wohnzimmer für den Assistenten, eine Kammer für den Diener. Der grosse Dachraum dient als Magazin für Glaswaaren.

Zu Grunde vorliegenden Planes ist eine Zahl von circa 25 Praktikanten gelegt worden, eine Zahl, welche damals als hoch gegriffen betrachtet wurde und heute bereits erreicht ist (zu ungefähr gleichen Theilen Mediciner, Lehramtscandidaten und technische Chemiker). Sollte sich dieselbe noch vergrössern, so liessen sich zunächst noch einige Arbeitstische im Souterrain anbringen, oder die nordöstliche Ecke des Gebäudes, in welcher absichtlich das Praktikantenlaboratorium verlegt wurde, ohne grosse Kosten beliebig lang in den Hof hinein verlängern.

Was die allgemeine Disposition betrifft, so war die Lage des Hörsaales am Haupteingang, diejenige des analytischen Laboratoriums am

anderen Ende aus besagten Gründen von selbst gegeben. In unmittelbarer Nähe des ersteren musste die Sammlung, des letzteren das Waagenzimmer zu stehen kommen. Im Centrum des Ganzen liegen Privatlaboratorien und Zimmer des Vorstehers, zwischen diesem und den Praktikanten der Arbeitsplatz des Assistenten. Der natürlichste Aufenthalt des Dieners ist unten in der Nähe der Werkstätte, der Materialienkammer, des Feuerraumes. Diese Disposition hat sich in der That als zweckmässig bewährt.

4. Der grosse Saal für öffentliche populäre Vorträge.

Sowohl das allgemein verbreitete Bedürfniss, die wesentlichen Resultate der Wissenschaft auch weiteren Kreisen zugänglich zu machen, als der ganz besondere Umstand, dass, wenn eine wissenschaftliche Anstalt durch freiwillige Gaben der Bürgerschaft errichtet wird, diese mit Recht verlangen darf, dass man in den Einrichtungen auch ihrer gedenke, haben dazu geführt, in dieser Anstalt einen grossen Saal für öffentliche populäre Vorträge zu erstellen. Derselbe nimmt die Mitte des Gebäudes ein und wird durch ein Oberlicht erleuchtet, das zum Zweck der Verfinsterung des Raumes durch einen Rollladen verschlossen werden kann. Die Bänke steigen in solcher Weise amphitheatralisch an, dass jeder Zuhörer über den Scheitel des Vordermanns frei auf den Experimentirtisch sehen kann. Zwei Thüren zu beiden Seiten des Experimentirtisches bilden die Verbindungen einerseits mit der physikalischen und andererseits mit der chemischen Anstalt; drei fernere Thüren, welche dem Haupteingange des Hauses entgegenstehen, führen zu den Plätzen der Zuhörer. Die besten Plätze sind am weitesten von den Zugängen entfernt, damit stets ein richtiges Nachrücken stattfindet. Der Saal hat für etwa 450 Personen Sitzplätze und kann zur Noth 500 Personen fassen. Der Experimentirtisch hat die für die physikalischen und chemischen Versuche nöthigen Einrichtungen, entsprechend den Experimentirtischen in den kleinen Hörsälen. Hinter dem Experimentirtisch befindet sich eine mit Gashähnen, Wasserhähnen und Dampfabzügen versehene Kapelle, zu der man auch vom Corridor gelangen kann. An der allen Zuhörern gegenüberstehenden Wand sind die nöthigen Vorrichtungen zum Aufhängen von Tafeln angebracht.

Besonderes Gewicht wurde auf praktische Einrichtungen für Projection mit Sonnenmikroskop und Laterna magica gelegt. Zu diesem Zweck wird der Projectionsapparat im mittleren Gang über der Eingangs-

thüre anfgestellt. An dieser Stelle befinden sich die Drähte, die von der galvanischen Batterie oder einer dynamoëlektrischen Maschine kommen, für den Fall, dass man elcktrisches Licht anwenden will. Eben daselbst sind auch die Enden der Röhren, die Leuchtgas oder Wasserstoff und Sauerstoff zuleiten, wenn man Drummond'sches Licht gebraucben will. Auch kann von dem Fenster über der Hausthüre mit Hilfe eines daselbst angebrachten drehbaren Spiegels das Sonnenlicht an die gleiche Stelle geleitet werden. Die optischen Bilder werden auf einen weissen Schirm geworfen, der die Höbe des Saales hat und 6^m breit ist, und der an der Wand hinter dem Experimentirtisch angebracbt werden kann; es wird nämlich daselbst durcb eine einfache mechanische Vorrichtung ein weisser Leinwandstoren, der auf einer Welle aufgewickelt in einer langen Kiste aufbewahrt wird, in die Höhe gezogen. Dieser Storen, sowie auch der im kleinen Hörsaal und im Laboratorium, ist mit Magnesia alba angestrichen; da nämlich dieser Stoff ein sehr grosses Lichtreflexionsvermögen besitzt, so eignet er sich bekanntlich zu diesem Zweck besser als Zinkweiss und ähnliche Malerfarben.

Die Ventilation des Saales wird so bewerkstelligt, dass die frische, im Winter erwärmte Luft oben eintritt und die kalte verdorbene Luft durch zwei besonders geheizte Aspirationskamine, die im hinteren Theile des Gebäudes liegen, abgezogen wird.

Bericht über die Ausrüstung der Astronomischen Anstalt.

Von

Eduard Hagenbach,

Professor der Physik.

In der Urkunde, durch welche am 2. Juni 1874 die akademische Gesellschaft der Universität das Bernoullianum übergab, verpflichtete sich dieselbe, die noch fehlende Ausrüstung der astronomischen Anstalt in den nächsten Jahren auf ihre Kosten zu besorgen. In Folge dessen hat die Commission der akademischen Gesellschaft durch Beschluss vom 20. October 1874 der damals unter dem Präsidium des Herrn Rathsherr Dr. Fritz Müller neu aufgestellten Commission für das Bernoullianum die Ermächtigung ertheilt, diese Ausrüstung in die

Hand zu nehmen, und in Anbetracht, dass der Museumsverein 10000 Fr. an die Ausrüstungskosten der astronomischen Anstalt beschlossen hatte, wurde der früher in Aussicht genommene Credit von 20000 Fr. auf 30000 Fr. erhöht. Die Bernoullianumscommission hinwiederum übertrug die Ausführung des ihr gewordenen Auftrages dem Herrn Professor Fritz Burckhardt und dem Berichterstatter. Der Letztere hat als Vorsteher der physikalischen Anstalt, zu welcher die astronomische Anstalt einen Anhang bildet, das Nöthige besorgt; bei allen wichtigen Fragen hatte er jedoch sich des Beistandes seines Mitdelegirten zu erfreuen. Auch war uns der wissenschaftliche Rath mehrerer bewährter Astronomen ersten Ranges in hohem Grade behilflich; wir erwähnen in dieser Hinsicht die Herren Professoren F. Brünnow, den früheren Director der Sternwarte zu Dublin, der seit einiger Zeit in Basel weilt, Th. v. Oppolzer in Wien, E. Plantamour in Genf, R. Wolf in Zürich, Ad. Hirsch in Neuenburg; wir benützen diese Gelegenheit, um diesen Herren den verbindlichsten Dank für ihre Bemühungen auszusprechen.

Schon als der Beschluss gefasst wurde, die astronomische Anstalt mit der physikalischen und der chemischen Anstalt in einem Gebäude zu vereinigen, hatte man den Gedanken an die Errichtung einer eigenen Sternwarte aufgegeben und mehr eine Anstalt für physikalische Astronomie in Aussicht genommen; es war somit dadurch die Weisung für das weitere Vorgehen gegeben. Die Aufgabe der physikalischen Astronomie besteht hauptsächlich in der Erforschung der physikalischen Beschaffenheit der Himmelskörper, und sie verwendet dabei die neueren wissenschaftlichen und technischen Fortschritte in den Beobachtungsmethoden; in dieser Hinsicht ist vor allem die Anwendung der Photographie und der Spectroskopie hervorzuheben.

Es ergab sich somit als erstes Bedürfniss für unsere Anstalt ein grösseres parallaktisch aufgestelltes Fernrohr (Aequatorial), das so eingerichtet ist, dass in bequemer Weise Einrichtungen zum Photographieren, Spectroskope und ähnliche physikalische Apparate daran angebracht werden können. Damit aber zugleich das Instrument auch noch zu einigen eigentlichen astronomischen Messungen verwendet werden könne, wurde noch ein Positionsmikronometer in Aussicht genommen. Die Anstellung genauer absoluter Positionsbestimmungen konnte bei der dermaligen Anlage nicht in das Programm aufgenommen werden; hingegen musste für genaue Zeitbestimmung gesorgt werden,

da eine solche nicht nur für alle astronomischen Messungen unerlässlich, sondern eben so gut für viele physikalische Untersuchungen sehr werthvoll ist. Als zweites Bedürfniss ergab sich somit die Anschaffung genauer astronomischer Uhren und eines Meridianinstrumentes, das mit hinlänglicher Genauigkeit zu Zeitbestimmungen sich verwenden lässt und ausserdem zu einigen Messungen, z. B. zur Bestimmung der geographischen Breite, dienen kann. Dass überdies die astronomischen Instrumente so einzurichten waren, dass sie auch beim Unterricht in der Astronomie zu Demonstrationen und Uebungen verwendet werden können, ist selbstverständlich.

Es wurden somit folgende Instrumente angeschafft: ein Aequatorial, ein Meridianinstrument, eine Uhr für Sternzeit und eine Uhr für mittlere Zeit; über diese Apparate sammt Zubehörden haben wir nun vorerst einiges Nähere zu berichten.

Für das Aequatorialinstrument Taf. V Fig. 2 wandten wir uns an die Société Genevoise pour la construction d'instruments de physique; wir wählten diese Werkstätte, da der Bezug verschiedener physikalischer Apparate uns von der gut durchdachten, sowie zweckmässig und präcis ausgeführten Arbeit dieses von Herrn Th. Turretini geleiteten und von Herrn Professor M. Thury berathenen Institutes überzeugt hatte, da ferner die in Paris eingezogenen Erkundigungen über die an die französische Akademie der Wissenschaften zur Beobachtung des Venusdurchgangs gelieferten Instrumente sehr günstig ausgefallen waren und da endlich vieles dafür sprach, sich wo möglich an eine schweizerische Anstalt zu wenden. Das von uns bestellte und für die Summe von 15000 Fr. gelieferte Instrument ist nun auch, so weit wir bis jetzt urtheilen können, zu unserer vollsten Befriedigung ausgefallen. Dasselbe ruht auf einer nahezu 3^{m} hohen gusseisernen Säule, deren Basis von 85^{cm} Durchmesser mit Steinschrauben auf dem obersten Theil des isolirten Pfeilers im Kuppelraume befestigt ist. Das Fernrohr ist parallaktisch aufgestellt, d. h. es ist drehbar um zwei Achsen, die Polarachse und die Declinationsachse; die erstere ist parallel der Weltachse und die letztere zu ihr senkrecht; diese Achsen, sowie die Lager, in denen sich dieselben drehen, sind aus sorgfältig hergestelltem Gusseisen angefertigt. Vermittels Schrauben und Keil können die nöthigen Correctionen für die richtige Stellung der Polarachse ausgeführt werden. Die Declinationsachse ist gleich bei der Construction so gut als möglich senkrecht zur Polarachse gemacht worden, eine

weitere Correction durch Stellschrauben wurde der Solidität wegen nicht in Aussicht genommen; die bei der Aufstellung des Instrumentes angestellten Versuche haben ergeben, dass der Fehler nur klein ist und somit leicht in Rechnung gezogen werden kann. Der Tubus besteht im centralen Theile aus abgedrehtem Gusseisen; die beiden Enden sind aus verzinktem Stahlblech. Der messingene Ansatz für die Oculare besteht aus zwei Stücken, um verschiedene Apparate, auch solche, die eine Verkürzung des Rohres verlangen, ansetzen zu können. Damit das Fernrohr dem Sterne, auf den es eingestellt ist, folge, erhält es von einem Uhrwerk eine Drehung um die Polarachse; dasselbe besteht aus einem nach Angabe des Herrn Professor M. Thury ausgeführten Centrifugalregulator, der auf einer an der Säule angebrachten Console aufgestellt ist; die Geschwindigkeit der Bewegung kann leicht nach dem Sterne während des Ganges des Uhrwerks regulirt werden. Mit der Polarachse in Verbindung steht der Stundenkreis; er hat einen Durchmesser von 27^{cm}, ist in $^1/_4$ Grade oder Zeitminuten getheilt und gestattet mit dem Nonius die Ablesung von Zeitsecunden. Der zur Declinationsachse gehörende Declinationskreis hat einen Durchmesser von 32^{cm}; er ist in $^1/_3$ Grade eingetheilt, und am Nonius können die Minuten abgelesen werden. Das Instrument kann mit der Hand leicht um die beiden Achsen gedreht werden; ausserdem sind dem Beobachter die nöthigen Apparate zur Feinstellung in bequemer Weise zur Verfügung gestellt. Das Objectiv wurde aus der berühmten Werkstätte von G. & S. Merz in München bezogen; es hat eine freie Oeffnung von 189^{mm} (7 Zoll Pariser Maass) und eine Brennweite von 3085^{mm} (9,5 Pariser Fuss). Fünf ebenfalls von Merz bezogene Oculare geben 45-, 114-, 170-, 228- und 342fache Vergrösserung. Um das Einstellen auf einen Stern zu erleichtern, ist mit dem Hauptrohr parallel verbunden der sogenannte Sucher, ein kleines Fernrohr mit einem Objectiv von 54^{mm} (2 Par. Zoll) Oeffnung und 6^{dm} Brennweite.

Wir gehen nun über zu der Beschreibung der Zugaben des Fernrohrs.

Das Positionsmikrometer dient zum Messen kleiner Sternabstände. Es kann mittels eines in Grade eingetheilten Positionskreises in eine beliebige Richtung gebracht werden. Die verticalen Fäden desselben haben eine Distanz von 5 Minuten. Der bewegliche Faden ist verschiebbar durch eine Mikrometerschraube, deren Schraubengang 0,448^{mm} beträgt; da die Brennweite des Objectivs 3085^{mm} misst,

so gibt somit eine Umdrehung der Schraube eine Verschiebung von einer halben Minute; die in 30 Theile eingetheilte Trommel gestattet somit die Ablesung der Secunden. Die Zahl der Umdrehungen der Mikrometerschraube wird durch ein Zählwerk angegeben. Die drei Oculare des Mikrometers geben 50-, 150- und 270fache Vergrösserung. Vermittels eines Spiegels und mehrerer Reflexionsprismen kann das Licht einer kleinen Oellampe durch eine am Ende der Achse angebrachte und mit einem verstellbaren Diaphragma, einem sogenannten Katzenauge, versehene Oeffnung entweder direct von der Seite auf das Fadenkreuz oder auf die innere Seite des Objectivs geworfen werden; im ersteren Falle hat man die hellen Fäden auf dunklem Feld, im letzteren Falle die dunklen Fäden auf hellem Feld; der Beobachter kann von seinem Platze aus mit Leichtigkeit sowohl die Beleuchtungsart ändern als auch die Stärke der Beleuchtung reguliren.

An das Fernrohr kann ferner eine Camera obscura mit besonderem Ocular zum Photographiren angebracht werden; den Bildern kann man einen Durchmesser von nahezu 20^{cm} geben. Beim Photographiren der Sonne wendet man ein Diaphragma mit Spalte an, das nach Durchschneidung eines spannenden Fadens von einer Feder schnell durchgezogen wird und dadurch nur eine ganz kurze Einwirkung des Sonnenlichtes bedingt; durch die Stärke der Feder und die Breite der Spalte kann man die Actionszeit reguliren.

Zur Anwendung der Spectralanalyse auf das Licht der Gestirne sind zwei Spektroskope beigegeben, eines mit Ablenkung und eines à vision directe; bei dem ersteren können ein bis drei Prismen von Flintglas in Verwendung kommen, zwei derselben sind von Optiker H. Strübin in Basel und eines von Reinfelder & Hertel in München verfertigt; das Spektroscop à vision directe besteht aus einer Combination von drei Prismen und wurde ebenfalls von der letztgenannten Firma bezogen. An diesen Spectralapparaten sind die nöthigen Vorrichtungen zur Projection des Bildes auf die Spalte, zum Messen der Spaltbreite, zum Vergleich mit anderen Spectren, zum Messen der Linienabstände mit photographirter Scale oder Mikrometerschraube in zweckmässiger Weise angebracht.

Das Meridianinstrument Taf. V Fig. 3, das wesentlich zu Zeitbestimmungen dienen soll, ist verhältnissmässig klein, doch wurde es so ausgerüstet, dass besonders beim Unterricht verschiedene astronomische Messungen zur Uebung damit angestellt werden können. Es wurde um

den Preis von 3500 Fr. ebenfalls von der Société Genevoise geliefert und hat die gewöhnliche Form der Meridianinstrumente, besteht also aus einem Fernrohr, das drehbar ist um eine zur Meridianebene senkrechte Achse. Es ist im Meridianzimmer auf dem zwar nicht isolirten aber doch sorgfältig construirten Pfeiler aufgestellt, und die Meridianspalte gestattet Beobachtungen im ganzen Meridian bis zum Horizont. Auf die mit dem Boden des Zimmers ebene steinerne Deckplatte des Pfeilers ist ein schwerer Quader aus Kalkstein von ein Meter Höhe aufcementirt; darauf sitzt fest eine Gusseisenplatte, und auf dieser ruht die gleich grosse, mit Stellschrauben und Gegenschrauben versehene, ebenfalls gusseiserne Bodenplatte des Instrumentes, mit welcher zwei starke seitliche verticale Ständer ein Stück bilden; diese Ständer tragen die messingenen Lager, auf welchen das durch Gegengewicht und Frictionsrollen nahezu äquilibrirte Instrument mit Stahlachsen leicht aufliegt. Ein empfindliches Niveau dient dazu, die Achse horizontal zu stellen und die Unveränderlichkeit in der Lage der Ständer zu controliren. Das von C. A. Steinheil in München gelieferte Objectiv hat einen freien Durchmesser von 67^{mm} ($2\frac{1}{2}$ Pariser Zoll). Senkrecht auf der Achse, symmetrisch auf beiden Seiten sitzen zwei Kreise von 39^{cm} Durchmesser. Nur der eine derselben ist getheilt, und zwar trägt er zwei Theilungen, eine gröbere in $\frac{1}{6}$ Grade oder 10 Minuten und eine feinere in $\frac{1}{12}$ Grade oder 5 Minuten; die erstere wird mit einer Lupe, die letztere mit zwei diametral einander gegenüberstehenden Mikroskopen abgelesen; die Mikrometerschraubentrommeln der letzteren gestatten das Ablesen von Secunden. Die Lupen und Mikroskope sind an den die Achse tragenden Ständern befestigt und zwar auf beiden Seiten, da das Instrument zum Umkehren eingerichtet ist; eine Operation, die durch einen zweckmässigen Mechanismus in verhältnissmässig kurzer Zeit ausgeführt werden kann. Um die Sterne in der Nähe des Zenithes beobachten zu können, ist dem Instrumente ausser zwei gewöhnlichen Ocularen noch ein zum Fernrohr senkrecht stehendes mikroskopisches Ocular beigegeben, zu welchem ein Reflexionsprisma die Strahlen um einen rechten Winkel ablenkt; da Prisma und Mikroskop um die Achse des Fernrohrs drehbar sind, so kann man dieses Ocular bei allen Sternhöhen verwenden. Das Gesichtsfeld wird durch eine fest an der Wand angebrachte regulirbare Gasflamme beleuchtet; das Licht derselben fällt durch die hohle Achse des Fernrohrs auf ein kleineres Prisma und von da auf die innere Fläche des Objectivs;

in dem matt beleuchteten Gesichtsfeld sieht man deutlich das aus mehreren gruppenweise geordneten verticalen und zwei ganz nahe bei einander liegenden horizontalen Fäden bestehende Fadenkreuz; ausserdem ist noch ein mit Mikrometerschraube leicht verschiebbarer verticaler Faden vorhanden. Zur Bestimmung des Nadirs mit Hilfe des Quecksilberhorizontes dient eine mit dem mikroskopischen Ocular zu verbindende Vorrichtung, welche eine directe Beleuchtung der Fäden gestattet.

Die Aufstellung des Aequatorials und des Meridianinstrumentes wurde im Februar 1878 von dem Werkstattsvorstande Herrn Ch. Schmidtgen besorgt.

Für die Angabe der Sternzeit dient eine astronomische Secundenuhr, die von dem für diese Specialität berühmten Theodor Knoblich in Hamburg für die Summe von 2850 Mark auf Bestellung geliefert wurde. Das Quecksilberpendel ist so eingerichtet, dass der Einfluss der Schwankungen der Temperatur und des Luftdruckes compensirt wird. Die einzelnen Theile des Gangwerks sind mit der grössten Sorgfalt ausgeführt, und sämmtliche Achsen laufen in Steinen. Die Uhr hat zum Abgeben der Secunden eine elektrische Auslösung mit Iridiumcontact; ein auf der Achse des Steigrades sitzendes Rädchen wirkt auf denselben in dem Momente, in welchem das Pendel frei vom Steigrade ist; es übt somit die elektrische Auslösung keinen Einfluss auf den Gang.

Die Uhr wurde im September 1877 vom Verfertiger derselben Herrn Knoblich selbst aufgestellt.

Die mittlere Zeit wird gegeben durch ein elektrisches Pendel aus der bekannten der Schweiz zur Ehre gereichenden Werkstätte elektrischer Apparate von M. Hipp in Neuenburg. Es ist dies ein Quecksilbercompensationspendel, das, wenn die Ausschläge unter eine bestimmte Grösse gekommen sind, einen Strom schliesst und so durch Vermittlung eines Elektromagneten einen neuen Antrieb erhält. Auch von diesem Pendel werden die Secunden elektrisch abgegeben.

Die Aufstellung dieses Pendels hat Herr Hipp selbt im December 1876 besorgt.

Die astronomische Uhr und das elektrische Pendel sind in dem mittleren Raume des zweiten Stockwerks neben dem Meridianzimmer an dem grossen isolirten Pfeiler angebracht, und es muss nun die Zeit von denselben in das Meridianzimmer, in den Kuppelraum, sowie

auch in die Auditorien und die Laboratorien der physikalischen Anstalt abgegeben werden, was durch elektrische Leitungen geschieht; in diesen Localen kann man dann die Secundenströme der beiden astronomischen Pendel je nach Bedürfniss auf ein Zifferblatt, eine Schlagglocke oder den Chronographen wirken lassen.

Elektrische Zifferblätter wurden vier von Hipp bezogen; zwei sind bleibend im Meridianzimmer, nämlich eines für Sternzeit und eines für mittlere Zeit; ein ferneres für Sternzeit ist im Kuppelraum und eines kann für mittlere Zeit auch noch im Kuppelraum aufgehängt werden oder bleibt für den Gebrauch in den Hörsälen und Laboratorien zur Verfügung. Diese Zifferblätter gehen mit alternirenden Strömen; das Hipp'sche elektrische Pendel liefert dieselben direct; zu der astronomischen Uhr von Knoblich musste noch von Hipp ein als Commutator wirkendes Relais construirt werden; dasselbe ist auch an dem grossen Pfeiler angebracht.

Von zwei elektrischen Schlagglocken ist die eine im Meridianzimmer, sie kann je nach Bedürfniss zum lauten Schlagen der Secunden ein- oder ausgeschaltet werden; die andere ist zum Gebrauch im Laboratorium und in den Hörsälen bestimmt. Für Beobachtungen kann die etwas stark tönende eherne Glocke durch eine hölzerne mit schwachem aber scharf begrenztem Ton ersetzt werden.

Der Chronograph ist ebenfalls von Hipp construirt; er besteht aus einem doppelten Morse-Telegraph; durch den einen Elektromagneten geht der Secundenstrom, durch den andern ein constanter Strom, der im Moment der Beobachtung geschlossen oder unterbrochen wird. Dieser Chronograph kann nicht nur oben im Meridianzimmer und Kuppelraum, sondern auch unten in den Laboratorien und Hörsälen zu physikalischen Beobachtungen und Demonstrationen verwendet werden.

Die Ausrüstung der astronomischen Anstalt erforderte dann noch einige bauliche Einrichtungen, da die für diesen Zweck reservirten Räume einstweilen mehr nur provisorisch fertig gemacht waren, auch einige Verschlüsse der Spalten im Meridianzimmer und der Kuppel sich nicht als praktisch erwiesen und deshalb abgeändert werden mussten; die dafür nöthigen Bauausgaben sind sämmtlich auf den von der akademischen Gesellschaft gewährten Credit genommen worden.

Auch die Möblirung der für die Astronomie bestimmten Räume wurde aus diesem Credite bestritten, und es wurde dabei ausser dem

Kuppelraum und dem Meridianzimmer noch das dem letzteren symmetrisch gegenüberliegende Zimmer berücksichtigt und einstweilen als Arbeitszimmer des Astronomen eingerichtet; es hindert das nicht, dasselbe jederzeit wieder der ursprünglichen Bestimmung für Aufstellung meteorologischer Registrirapparate zurückzugeben, sobald sich das Bedürfniss dazu zeigt. In diesem Zimmer sind nun auch einige der Anstalt zu verschiedenen Zeiten geschenkte Erd- und Himmelsgloben aufgestellt; einige ältere, die bei dieser Gelegenheit wieder in Stand gestellt wurden, rühren von den berühmten Mathematikern Bernoulli her; sie passen nun besonders gut in das den Namen dieser grossen Forscher tragende Gebäude.

Die Instrumente waren sämmtlich Ende Februar an Ort und Stelle; die baulichen Einrichtungen und Abänderungen, sowie die Möblirung nahmen jedoch noch viel Zeit in Anspruch, da manches erst auf mühsame Weise herausprobirt werden musste; die gesammte Ausrüstung wurde deshalb erst im October 1878 fertig.

Ueber die Verwendung des Credites von 30000 Fr., der durch Zinse sich noch um etwas über zweitausend Franken vermehrt hatte, gibt die besondere dem Jahresbericht der akademischen Gesellschaft beizudruckende Rechnung nähere Auskunft. —

Durch die Ausrüstung der astronomischen Anstalt hat die akademische Gesellschaft die auf das Bernoullianum bezüglichen Verpflichtungen erfüllt; diese unserer Stadt und Universität zur Zierde gereichende wissenschaftliche Anstalt ist dadurch in höchst erfreulicher Weise ergänzt und zu einem einstweiligen Abschlusse gebracht worden. Wir sagen „einstweiligen“, denn die Wissenschaft will fortschreiten, und so verlangen auch die ihrer Pflege gewidmeten Institute eine stets weitere Entfaltung; wir dürfen deshalb wohl hoffen, dass die hohen Behörden, denen nun das Bernoullianum unterstellt ist, die freiwilligen Vereine, durch deren Zusammenwirken das schöne Werk zu Stande gekommen ist, und die opferwilligen Freunde der Wissenschaft auch fernerhin geneigt sein werden, ihre Gunst und ihre Hilfeleistung unserer Anstalt zuzuwenden.

Prüfung eines verbesserten Azimutalcompasses und des compensirten Magnetometers Weber-Kohlrausch.

Von

G. Hellmann.

(Aus dem Repertorium für Meteorologie der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Der unbequeme und oft unsichere Transport grösserer Instrumente auf Reisen, sowie die dabei häufig nothwendig werdende einfachere Behandlungsweise derselben, sei es in Folge von Zeitmangel oder geringer Befähigung zu feineren Messungen der Person selbst, haben die Physiker wie Mechaniker von jeher darauf sinnen lassen, möglichst compendiöse Apparate zu construiren, welche die Elemente des Erdmagnetismus auf Reisen rasch, einfach und genügend verlässlich zu bestimmen gestatten. Das einfachste und älteste Instrument dieser Art ist der Compass oder die Declinationsbussole, die unter mancherlei Gestalt von allen Nationen, namentlich aber von der Marine, zur Anstellung der weitaus grösseren Hälfte aller zur Zeit existirenden Declinationsmessungen benutzt worden ist. Eine vielfach verbesserte und verfeinerte Construction desselben, welches auch absolute Intensitätsbestimmungen ermöglicht, lernte ich auf dem meteorologisch-magnetischen Observatorium zu Pawlowsk kennen, wo ich auch das noch wenig bekannte und verbreitete Instrument Weber's, welches F. Kohlrausch unter dem Namen des compensirten Magnetometers beschrieben hat, zuerst sah und handhabte. Da über die Leistungsfähigkeit beider Apparate zur Zeit wenig oder nichts bekannt ist, schien es mir eine nicht unnützliche Aufgabe zu sein, anlässlich meines Aufenthaltes auf dem Observatorium zu Pawlowsk, welches zu erdmagnetischen Studien ganz besonders einladet, eine nähere Prüfung derselben vorzunehmen. Dieselbe beschränkte sich selbstverständlich

nicht darauf, den Unterschied in den Angaben dieser und anderer, als normal geltender Instrumente zu ermitteln, sondern ging vielmehr darauf aus, zu erfahren, welche Sicherheit den aus den Beobachtungen ermittelten Grössen an und für sich innewohnt.

Alle dazu nöthigen Messungen wurden in einem unmagnetischen Fxpeditionszelte aus Leinwand vorgenommen, welches auf dem freien Rasenplatze des zum Observatorium gehörigen Parkes in durchaus freier und unbeeinflusster Lage aufgeschlagen worden war.

I. Der verbesserte Azimutalcompass.

Der nach den Angaben des Herrn Director Wild vom Mechaniker Herrn Brauer in St. Petersburg construirte Azimutalcompass, welcher bereits auf den magnetischen Bergobservatorien in Katharinenburg, Barnaul und Nertschinsk eingeführt und von Herrn Director Fritsche in Peking seit längerer Zeit mit besonderer Vorliebe auf Reisen wie im stabilen Observatorium gebraucht worden ist, unterscheidet sich von der gewöhnlichen Form dieser Instrumente, wie sie namentlich von englischen Fabrikanten in den Handel gebracht werden, durch folgende Verbesserungen, die eine erhöhte Genauigkeit, namentlich der Declinationsmessungen, gestatten:

a) Die dosenförmige Messingbüchse (Durchmesser 111^{mm}, Höhe $27{,}7^{mm}$) mit Glasdeckel ruht, wie andere Präcisionsinstrumente, auf drei Füssen mit Nivellirschrauben, so dass sie durch Auflegen des Niveaus auf den Glasdeckel nivellirt werden kann.

b) Die Kreistheilung ist auf dem oberen Rande des Büchsendeckels (Durchmesser im Lichten 121^{mm}) angebracht und die beiden Diopter an der um das Centrum derselben drehbaren Alhidade derartig befestigt, dass die Stellung der Magnetnadel im Innern der Büchse vermittels eines am Augendiopter angebrachten rechtwinkligen Prismas beobachtet wird.

c) Senkrecht zur Visirlinie der Diopter lässt sich auf der Alhidade eine Ablenkungsschiene befestigen und auf dieser in bestimmten Entfernungen vom Centrum der Nadel der Deflector so auflegen, dass seine magnetische Achse gegen das Centrum gerichtet ist und mit der Magnetnadel in derselben Horizontalebene liegt.

Zu diesem eigentlichen Compasse kommt, behufs absoluter Intensitätsmessungen, noch ein Schwingungskasten aus Holz und Glas hinzu, in welchem die Schwingungsdauer des an einem Faden aufgehängten

und an seinen Endflächen zum Hochglanz polirten cylindrischen Ablenkungsmagneten mit blossem Auge an einer vorgesteckten Scale beobachtet wird. Der Kasten steht auf einem Stativ mit drei Schraubenfüssen und ist auf ihm drehbar. Diese beiden Theile des Instrumentes finden in zwei Kästchen von den resp. Dimensionen $21 \times 12 \times 12^{cm}$ und $65 \times 20 \times 14^{cm}$ Platz, nehmen also zusammen nur 22224^{cc} Raum in Anspruch.

Die Theilung des Compasskreises geht direct bis auf 10′, so dass einzelne Minuten mit der Lupe geschätzt werden können. Die Declinationsnadel ist 89^{mm} lang, 5^{mm} hoch, $1{,}5^{mm}$ breit und ruht mittels eines umdrehbaren Achathütchens auf einer sehr sorgfältig gearbeiteten Spitze aus Platina-Iridium. Das gleichschenklig rechtwinklige Prisma mit 17^{mm} Seite ist am Augendiopter in der Höhe verschiebbar, und an dem diametral gegenüberstehenden Diopter mit vertical gespanntem Faden ist ein um eine horizontale Achse drehbarer Spiegel von 30^{mm} Länge, 9^{mm} Breite für die Sonnenbeobachtungen angebracht.

1. Bestimmung der magnetischen Declination.

Da jede Bestimmung der Declination aus zwei durchaus selbständigen Theilen besteht, einem rein magnetischen: der Ermittlung des Winkels, welchen die Richtungen der magnetischen Achse der Nadel und der sogenannten Mire mit einander einschliessen, und einem rein astronomischen: der Bestimmung des wahren Azimuts dieser Mire, so hat man bei der Prüfung der Leistungsfähigkeit eines zu Declinationsmessungen bestimmten Instrumentes diese beiden Gesichtspunkte streng aus einander zu halten. Ein auf Reisen gebrauchtes Instrument sollte beide Beobachtungen mit wo möglich gleicher Sicherheit vorzunehmen gestatten, wenn andernfalls nicht bessere Hilfsmittel zur Lösung der zweiten Aufgabe da sind. Bei dem magnetischen Theodoliten ist dies angenähert der Fall, bei den gewöhnlichen Compassen jedoch, wie auch bei dem in Rede stehenden verbesserten Azimutalcompass, steht die astronomische Leistung der magnetischen bedeutend nach.

Zählen wir das astronomische Azimut der Mire (a) vom Nordpunkte aus positiv über Osten nach Süden u. s. w. und den Winkel (b) zwischen der Richtung der Mire und dem magnetischen Meridian von der Mire aus positiv nach links, so ist die magnetische Declination

$$D = b - a,$$

wo ein positiver Werth von D eine westliche Declination bedeutet.

Die Bestimmung des Winkels *b* ist also die magnetische, die des Winkels *a* die astronomische Leistung des Instrumentes; kommen denselben die resp. Fehler *db* und *da* zu, so ist der Fehler der gesammten Declinationsbestimmung

$$dD = \sqrt{(db)^2 + (da)^2}.$$

Unsere Aufgabe besteht demnach darin, diese beiden Fehler *db* und *da* des verbesserten Azimutalcompasses kennen zu lernen.

Zur Erreichung des ersten Zieles dienen relative Declinationsmessungen, indem man entweder Miren von bekanntem Azimut benutzt oder bei allen Beobachtungen einer Serie dieselbe Mire und denselben Standpunkt beibehält. Ich habe das Letztere gethan. Die Mire war ein Merkmal in der Rinde eines entfernten starken Baumstammes, der Standpunkt das bereits erwähnte unmagnetische Zelt.

Die Messungen des Winkels Mire-Magnet geschahen wie folgt.

Nach erfolgter Nivellirung des Compasses wurden die Diopter durch Drehen der Alhidade auf die Mire eingestellt und die Stellung der vier Alhidadennonien am getheilten Kreise abgelesen. Darauf wurde die Alhidade gedreht, bis die Nordspitze der Magnetnadel, durch das Augendiopter gesehen, mit dem Verticalfaden des gegenüberstehenden Diopters zusammenfiel, und die entsprechende Stellung der Nonien wieder abgelesen; dasselbe geschah behufs Elimination der Excentricität mit der Südspitze der Nadel. Nunmehr wurde die Nadel herausgenommen, das Achathütchen umgesetzt, die Nadel, um 180° gedreht, wieder eingelegt und dieselben Ablesungen der Pole gemacht. Schliesslich wurde auch noch die Mire einvisirt. Da nun jede dieser Ablesungen der Nadelspitzen nach erfolgter Arretirung und Lösung der Nadel, verbunden mit dem üblichen Klopfen auf den Glasdeckel, behufs Ueberwindung der Reibung, wiederholt wurde, so waren im Ganzen bei jeder einzelnen Bestimmung 40 Kreisablesungen erforderlich. Anfang und Ende der Beobachtung wurden nach dem Boxchronometer Wirén 73 notirt und das Ergebniss der Messung dem Mittel des Zeitintervalls zugeschrieben. Im Durchschnitt brauchte ich zu jeder solchen Messung 12 Minuten, weshalb ich auch die Correction der einzelnen Ablesungen wegen der gleichzeitig vor sich gehenden Declinationsänderungen unterlassen habe, zumal andere, nicht zu eliminirende Fehlerquellen von viel grösserem Betrage sind. Die Tage der Messungen waren frei von magnetischen Störungen. Ein Beispiel der Beobachtungen ist folgendes:

29. August 1878. $10^h 54^m$ a. bis $11^h 6^m$ a.

		Nonien			
		I	II	III	IV
	Mire	19° 46′	109° 46′	199° 45′	289° 43′
Pol,	Marke				
S.	unten	17 37	107 37	197 36	287 35
S.	unten	17 40	107 40	197 40	287 39
N.	unten	197 41	287 41	17 41	107 41
N.	unten	197 41	287 41	17 41	107 41
N.	oben	197 44	287 43	17 45	107 44
N.	oben	197 44	287 43	17 45	107 44
S.	oben	17 42	107 42	197 42	287 41
S.	oben	17 47	107 47	197 46	287 45
	Mire	19 45	109 46	199 45	289 43

Hieraus folgt die Richtung der Mire für $11^h 0^m$ a. = 19° 44,9′, die Richtung der magnetischen Achse der Nadel = 17° 41,8′, folglich der Winkel Mire-Magnet = 2° 3,1′.

Diese vier Angaben für alle 20 Messungen vom 23. und 29. August compariren in den ersten Columnen der Tabelle I.

Tabelle I.

1878 August 23.

Zeit	Mire	Magnet	Mire-Magnet	Declination	Differenz C	Abweichung vom Mittel
9^h 7^m a	185° 21,5′	177° 44,9′	7° 36,6′	1° 3,5′	6° 33,1′	— 0,9′
9 47	185 21,5	177 43,4	7 38,1	1 5,0	6 33,1	— 0,9
10 30	185 21,3	177 41,9	7 39,4	1 7,0	6 32,4	— 0,2
11 3	185 21,3	177 41,6	7 39,7	1 9,1	6 30,6	+ 1,6
11 44	185 21,3	177 39,7	7 41,6	1 11,7	6 29,9	+ 2,3
1 44 p	185 21,5	177 37,4	7 44,1	1 15,0	6 29,1	+ 3,1
2 15	185 21,3	177 35,7	7 45,6	1 14,1	6 31,5	+ 0,7
2 47	185 21,0	177 35,5	7 47,5	1 13,6	6 33,9	— 1,7
3 8	185 21,0	177 34,0	7 47,0	1 12,8	6 34,2	— 2,0
3 47	185 20,4	177 35,5	7 44,9	1 10,8	6 34,1	— 1,9
				Mittel:	6° 32,2′	± 1,53

1878 August 29.

Zeit	Mire	Magnet	Mire-Magnet	Declination	Differenz C	Abweichung vom Mittel
10^h 5^m a.	19° 45,0′	17° 42,7′	2° 2,3′	1° 7,9′	54,4′	— 1,6′
10 35	19 45,0	17 41,9	2 3,1	1 8,9	54,2	— 1,4
11 0	19 44,9	17 41,8	2 3,1	1 10,2	52,9	— 0,1
11 26	19 44,4	17 39,1	2 5,3	1 11,6	53,7	— 0,9
11 52	19 44,4	17 39,8	2 4,6	1 12,2	52,4	+ 0,4
1 22 p.	19 44,9	17 36,7	2 8,2	1 13,2	55,0	— 2,2
1 51	19 44,9	17 41,5	2 3,4	1 12,7	50,7	+ 2,1
2 27	19 44,4	17 44,5	1 59,9	1 11,0	48,9	+ 3,9
3 2	19 44,3	17 40,9	2 3,4	1 9,8	53,6	— 0,8
3 36	19 44,5	17 43,1	2 1,4	1 8,8	52,2	+ 0,6
				Mittel:	52,8	± 1,40

Die aus den Zahlen der vierten Spalte folgenden Veränderungen der Winkel Mire-Magnet im Laufe der Beobachtungsstunden eines jeden Tages müssen, wenn das Instrument den magnetischen Theil der Aufgabe richtig löst, den wirklich stattfindenden gleichzeitigen Aenderungen der Declination entsprechen. Als solche betrachte ich diejenigen, welche der Adie'sche Magnetograph, der im unterirdischen Pavillon desselben Observatorium-Parkes aufgestellt ist, für dieselben Zeiten angiebt. In der fünften Spalte der Tab. I folgen daher die wahren Declinationen, welche ich aus den photographischen Curven des Unifilarmagnetographen direct ausgemessen und nach den vom Observatorium bestimmten Constanten reducirt habe. Die in der sechsten Columne figurirende Differenz C der beiden vorhergehenden Winkelgrössen hat also die Bedeutung, das astronomische Azimut der benutzten Mire zu sein, und sollte daher, da der Standpunkt des Instrumentes nicht geändert wurde, in jeder Serie dieselbe bleiben. Diese ideale Constanz ist aber wegen der Fehler des Instrumentes und der unvermeidlichen der Beobachtung nicht vorhanden, und daher werden uns die Schwankungen jener Differenz um ihren jedesmaligen Mittelwerth die nothwendigen Grundlagen zur Beurtheilung der ersten Frage liefern: mit welcher Sicherheit kann der Winkel Magnet-Mire beim verbesserten Azimutalcompass gemessen werden, oder wie gross ist der Fehler db?

Aus den in der siebenten Verticalspalte der Tab. I gegebenen Abweichungen folgen die Mittelwerthe

23. August 1878 $\pm$ 1,53'
29. August 1878 $\pm$ 1,40',

im Durchschnitt also aller 20 Messungen

mittlere Abweichung } einer Beobachtung { $\frac{(\Delta)}{n} = \pm 1{,}465'$

wahrscheinlicher Fehler } einer Beobachtung { $0{,}674 \cdot \sqrt{\frac{(\Delta\Delta)}{n-1}} = \pm 1{,}209'$,

d. h. wäre das astronomische Azimut der benutzten Mire bekannt gewesen, so würde der wahrscheinliche Fehler einer einzelnen Declinationsbestimmung $\pm$ 1,21' betragen haben.

Wenn wir behufs richtiger Beurtheilung dieser Grösse die Thatsache nicht ausser Acht lassen, dass der Ablesungsfehler des Kreises selbst schon $\pm$ 1' beträgt, so werden wir diese magnetische Leistung

des verbesserten Azimutalcompasses gewiss eine recht befriedigende nennen können.

Derselbe Fehler beträgt bei den gewöhnlichen Compassen, deren Kreise direct bis auf ganze oder halbe Grade getheilt sind, in runder Zahl 4 bis 6 Minuten, dagegen bei den besseren magnetischen Theodoliten, welche noch 10 Secunden zu schätzen gestattten, etwa 0,2 bis 0,3 Min.

Aus der Columne „Abweichungen" in Tab. I erkennt man, dass der Compass träge ist, d. h. dass er gegen die Veränderungen der Declination am Magnetographen etwas zurückbleibt. Diese zu geringe Empfindlichkeit des Instrumentes ist ohne Zweifel der Art der Bewegung der Nadel auf einer, wenn auch sehr gut geschärften Spitze zuzuschreiben, wo die Reibung ein weit grösseres Hinderniss der Bewegung darbietet als die Torsion der Filarsuspension beim magnetischen Theodoliten.

Um über den numerischen Betrag dieses Reibungshindernisses und die Sicherheit der Einstellung der Nadel einigen Aufschluss zu bekommen, habe ich mehrere kleine Versuche angestellt, von denen, nach Besprechung anderer Eigenschaften des Compasses als Declinatorium, alsbald die Rede sein soll.

Excentricität der geometrischen Achse der Declinationsnadel. Dieselbe wird durch die Beobachtung beider Nadelspitzen eliminirt und beträgt (im Mittel der 4 Nonien)

$$\left.\begin{array}{l}\text{Marke oben } 2{,}8' \\ \text{Marke unten } 3{,}0'\end{array}\right\}\ 30\ \text{Beobachtungen,}$$

im Durchschnitt also

$$\tfrac{1}{2}\,\Delta\,(N-S) = 2{,}9',$$

mit den Extremen 0,0′ und 7,2′.

Würde man also nur eine Nadelspitze einstellen, so beginge man einen mittleren Fehler von 2,9′ Minuten in der Bestimmung einer jeden gemessenen Richtung.

Collimation der magnetischen Achse der Declinationsnadel. Die Abweichung der magnetischen Achse der Nadel von ihrer geometrischen erheischt eine neue Beobachtung der Polspitzen, nachdem sie um 180° um ihre eigene Achse gedreht worden ist. Die halbe Differenz beider Einstellungen, hier speciell der Einstellungen mit Marke oben und Marke unten, ergibt sich aus 30 Beobachtungen zu

$$\tfrac{1}{2}\,\Delta\,(o-u) = 2{,}1' \pm 1{,}2',$$

mit den absoluten Extremen 0,1′ und 10,4′.

Dieses Resultat verdient etwas nähere Beachtung, da auf Reisen vielfach die Nadel nur in einer Lage beobachtet und zur Correction der Messungen die vor und nach der Reise ermittelte Collimation benutzt wird. In unserem Falle ist die gefundene Collimation selbst bei 30 Bestimmungen noch mit einer mittleren Abweichung von 1,2' behaftet, so dass also die eben erwähnte Abkürzung des Beobachtungsverfahrens einen Fehler dieser Grösse mit sich bringen würde. Ist der Compass so construirt, dass die Nadel nicht umgelegt werden kann, so muss die Collimation sammt allen übrigen Fehlern summarisch durch Vergleichungen mit normalen Instrumenten eruirt werden. Bekanntlich leidet auch der vielverbreitete Lamont'sche Reisetheodolit an dieser Inconvenienz, die dann zu einer erheblichen Fehlerquelle werden kann, wenn der Betrag der Collimation auf der Reise starken Schwankungen unterworfen ist. Bei Magnetnadeln, welche mit einem Spiegel verbunden sind, wird dies offenbar von der Sicherheit der Vereinigung beider Theile wesentlich abhängen, während auch in Folge molekularer Vorgänge innere Verschiebungen der magnetischen Achse stattfinden können. Auf der von Herrn Wild gemachten Reise nach Tiflis, auf welcher er den magnetischen Theodolithen Brauer 38 mit sich führte, war, den mir freundlichst geliehenen Tagebüchern zufolge, bis zum 2. Beobachtungstage in Kasan Spiegel und Magnet so wenig fest mit einander verbunden, dass die Collimation der magnetischen Achse von — 4,3' zu + 14,2' schwankte! Die Beobachtung des Magneten in nur einer Lage und entsprechende summarische Anbringung der Correction würden also die allergrössten Fehler bedingt haben. An jenem Tage wurde die lose Verbindung beider Theile bemerkt und beseitigt. Von nun an hält sich die Collimation des Magneten innerhalb der viel kleineren Extreme 13,7' und 15,0' und beträgt im Mittel

$$\tfrac{1}{2}\,\varDelta\,(o-u) = 14{,}1' \pm 0{,}4'.$$

Aus 20 Beobachtungsreihen, die ich an demselben Instrumente im August und September 1878 in Pawlowsk angestellt habe, folgt

$$\tfrac{1}{2}\,\varDelta\,(o-u) = 1{,}8' \pm 0{,}15',$$

woraus ohne weiteres der Einfluss der auf Reisen erfolgenden Erschütterungen auf die Constanz der Collimation der Magnetnadel ersichtlich ist.

Das Material für das Studium solcher instrumentellen Fragen ist sehr karg bemessen, da leider nur höchst selten magnetische Beobach-

tungen in extenso publicirt werden. Mir stehen zur Zeit nur noch die Messungen des Herrn Harkness zu Geboto, welche er auf einer Reise von Philadelphia um Cap Horn nach San Francisco und von da nach Washington mit grosser Sorgfalt angestellt hat (Harkness, Observations on terrestrial magnetism. Smithsonian Contributions to Knowledge Vol. XVIII). Der Apparat war ein Declinatorium mit Collimatormagnet. Aus den an 21 Küstenpunkton gemachten Beobachtungen folgt

$$\tfrac{1}{2}\,\varDelta\,(o-u) = 0{,}25' \pm 0{,}38',$$

mit den absoluten Extremen 0,0' und 2,0', also ganz ähnliche Werthe wie oben.

Das über die Collimation Vorgebrachte ist zu wenig umfassend, um einen allgemeinen Schluss ziehen zu können; doch scheint es darnach nahe gelegt, zu vermuthen, dass die Anbringung der Collimationscorrection an Declinationsmessungen, bei denen ein am Faden suspendirter Magnet in nur einer Lage beobachtet wird, die Grenzen anderer Fehlerquellen nicht überschreitet, wofern nur darauf geachtet wird, dass Spiegel und Magnet möglichst unveränderlich mit einander verbunden sind. Vor der Prüfung dieser Frage hatte ich, und wohl auch mancher Andere, die vorgefasste Meinung, dass jenes Verfahren z. B. beim Lamont'schen Reisetheodoliten bedeutende Fehler involviren müsse.

Reibung der die Magnetnadel tragenden Spitze und des Achathütchens an einander. Die durch die Art der Suspension der Declinationsnadel bedingte Reibung wird mit Recht als die grösste Fehlerquelle aller magnetischen Messungen mit so beschaffenen Instrumenten angesehen. Um sich von ihr möglichst zu befreien, pflegt man die Nadel mehrmals zu arretiren und loszulassen, sowie durch Klopfen auf den Deckel der Büchse ihre Trägheit überwinden zu helfen. Umgekehrt können mehrere schnell auf einander folgende Einstellungen der Nadel, wobei man annehmen kann, dass die Richtung des magnetischen Meridians sich unterdessen nicht geändert hat, einen numerischen Begriff von dem Betrage der Reibung von Achathütchen und Spitze an einander geben. In diesem Sinne bestimmte ich bei allen Messungen die Differenz zweier auf einander folgenden Einstellungen der Nadel und fand aus 137 solchen Doppelbeobachtungen (im Mittel aller 4 Nonien)

$$\varDelta = 3{,}4',$$

mit den Extremen $\varDelta = 0{,}0'$ und $\varDelta = 15{,}5'$. Die Abweichungen vom Mittelwerthe betragen natürlich nur die Hälfte (1,7'). Der Einfluss der Reibung oder die Trägheit der Nadel, wenn der Erdmagnetismus nur allein wirksam ist, kann also nicht sonderlich gross genannt werden; dagegen nimmt sie bedeutend zu, wenn noch andere Kräfte auf die Nadel einwirken, wie aus folgenden Versuchen hervorgeht.

Die Declinationsnadel wurde durch einen Magneten aus ihrer Gleichgewichtslage um verschieden grosse Winkel abgelenkt und alsdann durch möglichst ruhiges und langsames Entfernen desselben in jene so zurückgeführt, dass sie dabei nicht in Schwingungen gerieth. Da sie in Folge der Reibung zwischen dem Achathütchen und der Spitze die ursprüngliche Gleichgewichtslage nicht mehr erreichen, sondern vor dieser zur Ruhe kommen wird, gibt der Unterschied beider Lagen den doppelten Betrag der Reibung in Theilen des Kreises an. Die Ablenkung geschah abwechselnd links und rechts. Die erste Ablesung nach derselben erfolgte, ohne dass der Deckel der Büchse geklopft wurde; erst dann wurde die Nadel arretirt, gelöst und die Büchse geklopft, und dies schliesslich behufs einer dritten Ablesung wiederholt. Bezeichnen wir die Differenzen zwischen der jedesmaligen ursprünglichen Gleichgewichtslage und den drei nach der Ablenkung beobachteten mit *a*, *b*, *c*, so folgen aus den an verschiedenen Tagen angestellten Versuchen folgende Mittelwerthe für die Declinationsnadel:

Ablenkungswinkel	*a*	*b*	*c*	Anzahl der Beobachtungen
> 70°	22,2'	9,9'	7,9'	10
70 — 20	43,0	13,2	9,9	12
< 20	25,1	6,0	6,6	12
Mittel	29,8'	9,3'	7,7'	34

Diese Zahlen illustriren in eclatanter Weise einmal den bedeutenden Einfluss der Reibung bei Ablenkungen, sodann die grossen Erfolge des üblichen Klopfens auf den Büchsendeckel, sowie der Arretirung und Lösung der Magnetnadel. Der Betrag der Reibung ist den mitgetheilten Zahlen zufolge ebenfalls bestimmten Gesetzen unterworfen. Betrachten wir sie als das mittlere Drehungsmoment, welchem sie das Gleichgewicht halten kann, so ergibt sich sofort die Abhängigkeit von der Grösse des magnetischen Momentes und dem Ablenkungswinkel. Den experimentellen Nachweis liefern die Versuche, welche ich in derselben Weise mit der zur Bestimmung der Horizon-

talintensität dienenden kurzen Nadel des Azimutalcompasses anstellte. Dieselhe ist kleiner (31^{mm} lang, 4^{mm} dick, $7{,}8^{mm}$ breit) und hat auch ein bedeutend kleineres magnetisches Moment.

Ablenkungswinkel	*a*	*b*	*c*	Anzahl der Beobachtungen
> 70°	47,2′	12,5′	11,4′	10
70 — 20	120,9	24,5	19,6	13
< 20	84,6	17,3	18,6	10
Mittel	91,4′	19,4′	17,1′	33

Diese Erkenntniss wird uns später zu Statten kommen, um die Unsicherheit, welche den ahsoluten Intensitätshestimmungen mit dem Azimutalcompass anhängt, zu erklären.

Welche Extreme der Einfluss der Reihung annehmen kann, zeigen in erschreckender Weise folgende Zahlen:

		a	*b*	*c*
Declinations-	Nadel	111′	33′	31′
Kurze	Nadel	271	91	69.

Der zweite Theil der Prüfung des verbesserten Azimutalcompasses als Declinationsinstrument hesteht in der Ermittlung des bei der Messung des Mirenazimutes (a) begangnen Fehlers (da).

Zur Bestimmung dieses astronomischen Azimutes hat man durch das Augendiopter mit vorgeschobenem Sonnenglase (in unserem Falle doppelt) den Antritt der heiden Sonnenränder an den verticalen Faden des gegenüherstehenden Diopters und die gleichzeitigen Chronometerzeiten, sowie darauf den Stand der Nonien am Theilkreise zu heobachten. Da jedoch hei der diffusen Beleuchtung des kleinen Sonnenbildchens und der zu starken Extinction des Lichtes an den Sonnenrändern eine einigermassen genaue Beohachtung der Fadenantritte mit dem Instrumente nicht möglich war, suchte ich mir dadurch zu helfen, dass ich durch Drehen der Alhidade den Verticalfaden des Diopters auf die Mitte des Sonnenbildchens einstellte, den gleichzeitigen Chronometerstand notirte und gleich darauf den Stand der Nonien ahlas. Da diese Operation kaum 2 Minuten in Anspruch nimmt, kann man in 10 bis 15 Minuten eine ganze Reihe von Messungen behufs Ermittlung des Azimutes machen. Indem ich so an vier Tagen, des Morgens bald nach Durchgang der Sonne durch den ersten Vertical, eine halhe Stunde oder länger nur Azimutalhestimmungen machte und sie nach der bekannten Formel

$$\operatorname{tg} a = \frac{\sin t}{\cos\varphi \operatorname{tg}\delta - \sin\varphi \cos t}, \tag{1}$$

wo t den östlichen Stundenwinkel der Sonne, δ ihre Declination, φ die geographische Breite des Ortes bedeutet, berechnete und die so erhaltenen Werthe der Azimute der Linie 0—360 der Kreistheilung mit den jedes Mal an den Nonien gemachten Ablesungen verglich, hätte ich jeweilen constante Azimute erhalten müssen, wenn die Messungen absolut richtig gewesen wären. Da dies nicht der Fall war, geben die Abweichungen der einzelnen Differenzen vom Mittelwerthe wieder Aufschluss über die Sicherheit absoluter Azimutbestimmungen mit dem Compasse. Aus 16 Messungen der ersten Art, d. h. wenn die Fadenantritte notirt wurden, folgt

$$da = \pm\ 5{,}2',$$

dagegen aus 24 der zweiten Art, wenn der Verticalfaden auf die Mitte des Sonnenbildchens eingestellt wurde,

$$da = \pm\ 3{,}4',$$

so dass auf jeden Fall die astronomische Leistung des Instrumentes, so wie es jetzt construirt ist, der magnetischen erheblich nachsteht. Bei den Azimutbestimmungen im stabilen Observatorium Pawlowsk waren die in die Rechnung eingehenden Grössen t, φ, δ mit der gehörigen Genauigkeit bekannt, um keinen merklichen Fehler des Werthes a hervorzurufen; aber auf Reisen, namentlich solchen, wo keine genaueren astronomischen Bestimmungen gemacht werden, können Unsicherheiten in der Kenntniss jener Winkel andere Fehler bedingen, über deren Betrag wir uns noch einigen Aufschluss verschaffen müssen. Die Azimutbestimmung der Mire kann dann leicht doppelt so ungenau werden als im obigen Falle.

Einfluss fehlerhafter Zeitbestimmung. Betrachten wir in Gleichung (1) zunächst den Stundenwinkel t als Veränderliche und differenziren, so folgt nach einigen Transformationen

$$da = dt\,(\tfrac{1}{2} \sin 2a \cot g\, t - \sin^2 a \sin \varphi) \qquad (2$$

und somit für den speciellen Fall $t = 90^\circ, 270^\circ$

$$da = \sin \varphi \sin^2 a\, dt \qquad (3$$

und für den anderen $a = 90^\circ, 270^\circ$

$$da = \sin \varphi\, dt, \qquad (4$$

woraus u. A. die bekannte Regel folgt, dass es am besten ist, im ersten Verticale zu beobachten.

Versteht man unter U das Aggregat von Zeit, Zeitgleichung und Uhrcorrection, so ist $t = 360 - 15\ U$, also statt (4) und unabhängig vom Zeichen gilt auch

$$da = 15 \sin \varphi \, d\,U. \qquad (5$$

Es entsprechen einander folgende Werthe von φ und $15 \sin \varphi$:

φ	$15 \sin \varphi$
0°	0,0
20	5,1
40	9,6
60	13,0
80	14,8

Auf Erforschungsreisen, wo die Hilfsmittel zu genauen Zeitbestimmungen oft gar mangelhaft sind, kann aber leicht der Fall vorkommen, dass der Zeitfehler $d\,U \pm 2$ Secunden beträgt, was in Aequatorialgegenden einen verschwindenden, in der Breite von St. Petersburg aber schon den beträchtlichen Fehler von $\pm 0{,}43'$ im Azimute bewirkt.

Einfluss fehlerhafter Breitenbestimmung. Ist die Breite φ die Variable, so folgt aus (1) allgemein

$$da = d\varphi \frac{\sin^2 a}{\sin t} (\operatorname{tg} \delta \sin \varphi + \cos t \cos \varphi) \qquad (6$$

und somit im günstigen Falle

$$da = \operatorname{tg} \delta \sin^2 a \sin \varphi \, d\varphi. \qquad (7$$

Wenn wir der Einfachheit wegen annehmen, dass man nahe dem ersten Verticale beobachtet, so übersieht man leicht, wie da von der geographischen Breite φ und der Jahreszeit (δ) abhängt. Um die Uebersicht zu erleichtern, folgen die Werthe des Ausdruckes $\frac{1}{\operatorname{tg} \delta \sin \varphi}$; sie geben an, welchen Fehler man in der Annahme der Breite begeben müsste, damit der daraus resultirende des Azimutes $\pm 1'$ betrage.

φ	$\delta = 2^{\circ}$	$\delta = 10^{\circ}$	$\delta = 23^{\circ}$
20°	83,3' = 154,5 km	16,7' = 31,0 km	6,9' = 12,7 km
40	45,4 = 83,2	8,9 = 16,5	4,7 = 8,7
60	33,3 = 61,8	6,5 = 12,1	2,7 = 5,0
80	29,4 = 53,5	5,8 = 10,8	2,4 = 4,5

Zur Zeit der Solstitien muss man also in der Breite von St. Petersburg die geographische Breite bis auf $2{,}7' = 5{,}0^{\mathrm{km}}$ genau haben, wenn der Fehler des berechneten Azimutes $< \pm 1'$ sein soll.

Einfluss fehlerhafter Annahme der Sonnendeclination. Aus (1) folgt allgemein

$$da = d\delta \frac{\cos\varphi}{\sin t} \cdot \frac{\sin^2 a}{\cos^2\delta}, \tag{8}$$

also für den speciellen Fall $t = 90^0,\ 270^0$

$$da = d\delta \cos\varphi \frac{\sin^2 a}{\cos^2\delta}. \tag{9}$$

Macht man wieder die Annahme, dass nahe dem ersten Verticale beobachtet wird, so nimmt der Coëfficient von $d\delta$ seinen Maximalwerth 1,18 an, wenn $\varphi = 0^0$, $\delta = 23^0$ ist; für $\varphi = 0 = \delta$ ist er gleich 1,0. Die in der Bestimmung der Länge und der Zeit gemachten Fehler influiren auf die Sonnendeclination, aber selbst zur Zeit der grössten Declinationsänderungen der Sonne, den Aequinoctien, entspräche einem Fehler $da = \pm 1'$ ein Zeitfehler von 1^h oder ein Längenfehler von 15^0, was natürlich nie möglich ist. Der Fehler $d\delta$ ist also in jedem Falle bedeutungslos. Dagegen kann das Zusammenwirken der einzelnen Fehler dU, $d\varphi$, $d\delta$ einen nicht zu vernachlässigenden im Azimute a hervorbringen.

Kehren wir nach diesem Excurse zum Azimutalcompass zurück, so können wir die eingangs gestellte Aufgabe, die Fehler db und da desselben zu ermitteln, als gelöst betrachten. Wir fanden

$$db = 1{,}2', \quad da = \pm 3{,}4';$$

folglich ist der wahrscheinliche Fehler einer vollständigen[1]) Declinationsbestimmung mit dem Azimutalcompasse Brauer Nr. 14

$$dD = \sqrt{(1{,}2)^2 + (3{,}4)^2} = 3{,}6.$$

Ich glaube, dass es möglich sein dürfte, die astronomische Leistung des Instrumentes durch Anbringung besserer Sonnengläser zu heben. Am besten freilich bleibt es, sich von ihr ganz unabhängig zu machen und das Azimut durch astronomische Hilfsmittel zu bestimmen. Geschieht dies mit einer Sicherheit von $\pm 0{,}3'$, so wäre der Gesammtfehler einer Declinationsmessung mit dem Azimutalcompass $\pm 1{,}53'$: eine Leistung, mit der man auf Reisen oft zufriedengestellt sein kann.

1) Die Angabe des Hrn. Fritsche (Repertorium f. Meteorologie II, 182), wonach der wahrscheinliche Fehler einer Declinationsbestimmung mittels eines ähnlichen Instrumentes $\pm 0{,}95'$ beträgt, kann missverstanden werden, denn dieser Fehler bezieht sich nur auf die Bestimmung des Winkels Mire-Magnet, da das Azimut anderweitig bekannt war, — nicht auf eine vollständige Declinationsbestimmung.

2. Bestimmung der magnetischen Horizontalintensität.

Da die Beobachtungen der absoluten Horizontalintensität mit dem Azimutalcompass fast ganz nach derselben Methode gemacht wurden, welche von Herrn Wild für ein ähnliches Instrument angegeben[1]) worden ist, brauche ich sie hier erst nicht zu erläutern und erwähne nur, dass der Apparat zu den Schwingungsbeobachtungen in so fern sehr verbessert war, als die einfache Kreistheilung sich nicht auf dem Boden des Kastens befand, was ein sehr unbequemes verticales Einvisiren erheischt, sondern dass an der Innenseite eines leichten rechteckigen Gestelles, welches an einer Seitenwand des Kastens befestigt werden kann, eine geradlinige Scale von 44 Theilstrichen angebracht ist, welche durch einen Spalt in derselben, an der polirten Endfläche des 126^{mm} entfernten Magneten gespiegelt, gesehen werden kann. Die Beobachtung der Durchgänge durch die Gleichgewichtslage erfolgt also ganz eben so wie beim magnetischen Theodoliten, nur dass hier die optische Kraft des Fernrohrs zu Hilfe genommen wird. Der aus 200 Durchgängen berechneten Schwingungsdauer des Magneten kann daher eine fast eben so grosse Genauigkeit beigelegt werden wie der am Theodoliten beobachteten.

Eine weit geringere Genauigkeit besitzen die Ablenkungsbeobachtungen, ganz abgesehen davon, dass sie recht umständlich sind, wenn man einigermassen verlässliche Werthe erlangen will. Die Ablenkungsnadel ist, wie bereits erwähnt, bedeutend kleiner als die Declinationsnadel und behufs ihrer Beobachtung mit dem Prisma durch angesetzte Messingspitzen verlängert. Sie wird durch den cylindrischen Schwingungsmagneten (60^{mm} lang, 10^{mm} Durchmesser) aus den resp. Entfernungen von 200 und 265^{mm} abgelenkt, indem der ablenkende Magnet bald auf der West-, bald auf der Ostseite, bald jeweilen Nordpol in West, bald in Ost etc. gelegen ist. Da nun beim Compasse das Einstellen beider Nadelspitzen, die Wiederholung der Messung und das Ablesen von 4 Nonien erforderlich sind, werden die Ablenkungsbeobachtungen, zumal im Anfange, wo aus beiden Entfernungen behufs Ermittlung eines gewissen Factors abgelenkt werden muss, sehr umständlich. Man mus dann $8 \times 2 \times 4 \times 2 = 128$ Kreisablesungen machen! Dieselben würden weniger Zeit beanspruchen,

1) Anleitung zur Bestimmung der Elemente des Erdmagnetismus auf Reisen in: Neumayer, Anleitung zu wissenschaftlichen Beobachtungen auf Reisen. Berlin 1875.

als in der That der Fall ist, wenn die Ablenkungsnadel sich mit grösserer Euergie einstellen würde; allein bei ihrem kloinen magnetischen Momente und der folgerechten grossen Reibung an der Spitze schwankt sie so unruhig hin und her, dass es immer etwa anderthalb Minuten dauert, ehe man die Spitze der Ablenkungsnadel in der Büchse, bei der Beobachtung durch das Prisma, mit der Visirlinie zur Coincidenz gebracht hat.

Formel zur Berechnung der Horizontalintensität aus den Ablenkungs- und Schwingungsbeobachtungen.

Es bedeute:

H die Horizontalcomponente der Intensität des Erdmagnetismus;

N_0 das Trägheitsmoment des Schwingungs- und Ablenkungsmagneten bei 0° C.;

$N = N_0 (1 + 2\,e\,t)$, wo $e = 0{,}0000124$, dasselbe bei t^0 C,

E_1, E_2 die in Millimetern ausgedrückten Entfernungen des Ablenkungsmagneten bei 0° vom Centrum der freien Nadel;

m den linearen Ausdehnungscoëfficienten des Messings (0,0000188);

v_1 und v_2 die den Entfernungen E_1 und E_2 entsprechenden Ablenkungswinkel;

μ den Temperaturcoëfficienten des Schwingungsmagneten;

τ die mittlere Temperatur in °C. während der Ablenkungsbeobachtungen;

T_0 die auf wahre Secunden, unendlich kleine Amplituden, eine Bewegung ohne Torsion des Fadens und auf ein magnetisches Moment des Magneten, wie es bei 0° C. ist, reducirte Schwingungszeit.

Alsdann hat man

$$H = \sqrt{\frac{2\,\pi^2\,N_0\,(1 + 2\,et)}{a_0\,T_0^2}}, \tag{A}$$

wo noch
$$a_0 = \frac{E_1^5 \sin v_1 - E_2^5 \sin v_2}{E_1^2 - E_2^2}\,(1 + \mu\,\tau)\,(1 + 3\,m\,\tau)$$

zur Abkürzung gesetzt wurde.

Bestimmung des Trägheitsmomentes des Ablenkungs- und Schwingungsmagneten. Da der Schwingungsmagnet die regelmässige mathematische Gestalt eines Cylinders, dessen polirte Endflächen eben sind und auf der Längsrichtung senkrecht stehen, hat, lässt sich sein Trägheitsmoment N aus den Dimensionen und dem

Gewichte ableiten. Für einen Cylinder von der Länge l und dem Halbmesser r gilt bekanntlich

$$N = \tfrac{1}{4}\left(\tfrac{1}{3}\, l^2 + r^2\right) \cdot G, \qquad \text{(A,1}$$

wo G das Gewicht desselben in Grammen bedeutet.

Die Ausmessung der Dimensionen l und r des Cylinders erfolgte mit einem Dickenmesser von Girgensohn in St. Petersburg, der Dicke allein auch mit dem Sphärometer und der Länge allein auch mit einem kleinen Kathetometer von Brauer. Im Mittel aller der Messungen fand ich

$$\left.\begin{aligned} l &= 60{,}1594^{\text{mm}} \\ r &= 5{,}0856^{\text{mm}} \end{aligned}\right\} \text{ für } 17{,}2^\circ \text{ C.}$$

und aus mehreren Wägungen auf einer Krause'schen Kilogrammwaage mit dem vertificirten Gewichtssatze Herrmann & Pfisterer Nr. 2

$$G = 38705^{\text{mgr}},$$

woraus

$$\log N_0 = 7{,}07419$$

folgt.

Gewöhnlich bestimmt man das Trägheitsmoment, auch bei regelmässigen Magneten, auf experimentellem Wege und meint dadurch eine grössere Genauigkeit erlangt zu haben. Das ist aber im Allgemeinen nicht der Fall, denn man hat bei der Ausmessung des unmagnetischen Hilfskörpers eine oft grössere Schärfe nothwendig als bei der des regelmässig gestalteten Magneten selbst. So ist es z. B. in unserem Falle. Aus der Gleichung (A) folgt, abgesehen von den kleinen Reductionsgrössen,

$$dN = dH \cdot \frac{a \cdot H \cdot T^2}{\pi^2},$$

also im vorliegenden Falle

$$dN = 13960000 \times dH,$$

und wenn H mit einer Sicherheit von $dH = \pm\, 0{,}0005$ absoluten Einheiten bestimmt werden soll:

$$dN = 6980.$$

Ferner leiten wir aus (A,1) folgende Relationen ab:

$$\left.\begin{aligned} dl &= \frac{6}{l \cdot G} \cdot dN \\ dr &= \frac{2}{r \cdot G} \cdot dN \\ dG &= \frac{1}{\frac{1}{12}\, l^2 + \frac{1}{4}\, r^2} \cdot dN, \end{aligned}\right\} \qquad \text{(A,2}$$

die für alle die cylindrischen Magnete, hei denen $l = 12r$ ist, die specielle Form annehmen:

$$\left.\begin{aligned} dr &= \frac{2}{r \cdot G} \cdot dN \\ dl &= \frac{1}{4} \cdot dr \\ dG &= \frac{4}{37\, r^2} \cdot dN. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(A,3}$$

Hieraus finden wir nach Substitution der oben gegebenen Zahlenwerthe von r, G und dN

$$dr = \pm\, 0{,}072^{\text{mm}}$$
$$dl = \pm\, 0{,}018^{\text{mm}}$$
$$dG = \pm\, 30^{\text{mgr}}.$$

Bei den zur Messung der Grössen r, l, G gebrauchten Hilfsmitteln ist es möglich gewesen, diese Genauigkeitsgrenzen einzuhalten. Herr Wild hat a. a. O.[1]) die Genauigkeitsgrenzen angegehen, die unter gleichen Bedingungen bei der Ausmessung des ringförmigen Hilfskörpers bestehen müssen, und giht an (D_0 äusserer, d_0 innerer Durchmesser des 89373^{mgr} schweren Ringes)

$$dD_0 = \pm\, 0{,}018^{\text{mm}}$$
$$dd_0 = \pm\, 0{,}032^{\text{mm}}$$
$$dG = \pm\, 54^{\text{mgr}}.$$

Wie man sieht, werden in beiden Fällen gleich weit gehende Forderungen gestellt; darum erscheint mir die Ausrechnung des Trägheitsmomentes bei regelmässig geformten Magneten einfacher und mindestens ehen so sicher als die experimentelle Methode, welche eines gut gearheiteten Hilfskörpers hedarf und zudem viel umständlicher ist. Freilich hesitzt nur in den wenigsten Fällen der Magnet eine einfache mathematische Gestalt.

Bestimmung der Entfernung des Ablenkungsmagneten vom Centrum der freien Nadel. Die Ablenkungsschiene, welche senkrecht zur Visirlinie der Diopter auf die Alhidade so aufgeschraubt wird, dass ihre Mitte über dem Centrum der freien Nadel sich hefindet, hat auf jeder Seite ein Paar kleine

1) Repertorium für Meteorologie Bd. 1 S. 281.

Löcher, in die der Ablenkungsmagnet mittels eines Stiftchens gesteckt wird und die vom Centrum um 200^{mm} resp. 265^{mm} entfernt sein sollen, weil alsdann das günstigste Verhältniss der Entfernungen $\frac{E_1}{E_2} = 1,32$ nahezu hergestellt ist. Die Distanzen der zugehörigen Löcher ($2E_1$ und $2E_2$) wurden in der Weise verificirt, dass, nachdem die Ablenkungsschiene in dem kleinen Comparator von Brauer parallel und in gleicher Höhe mit dem Normalmeter des physikalischen Centralobservatoriums gelegt worden war, die Mikrometermikroskope auf die Mitten der betreffenden Löcher eingestellt und sodann durch transversale Verschiebung des Kastens der Meterstab unter die unverändert gebliebenen Mikroskope gebracht wurde. Die Längendifferenz gegen die benachbarten Theilstriche gab die kleinen Abweichungen der Distanzen $2E_2$ und $2E_1$ von den beabsichtigten Werthen 400^{mm} und 530^{mm}. Im Mittel aus 5 Messungen fand ich, dass bei 0^0 C.

$$E_1 = 265,100^{mm}$$
$$E_2 = 200,089^{mm}.$$

Die Sicherheit dieser Messungen beträgt $\pm 0,01^{mm}$, und es ist nun die Frage, ob dieselbe genügt, um in der Ermittlung von H keinen grösseren Fehler als $\pm 0,0005$ oder höchstens $\pm 0,001$ absolute Einheiten zu veranlassen. Zu dem Ende differenziren wir die Gleichung (A) nach H und a als Veränderlichen und erhalten, von den kleinen Correctionsgrössen und vom Zeichen abgesehen,

$$da = \frac{2a}{H} \cdot dH \tag{A,4}$$

oder in Procenten der Grösse a selbst ausgedrückt:

$$100 \frac{da}{a} = \frac{200}{H} \cdot dH, \tag{A,5}$$

d. h. in unserem Falle darf a nicht um 0,1227 % oder um 7226 falsch sein, wenn $dH = \pm 0,001$ angenommen wird.

Zwischen der Grösse a und den Distanzen E_1 und E_2 bestehen aber folgende Relationen, die ebenfalls aus (A) abgeleitet sind:

$$\left. \begin{aligned} dE_1 &= da \cdot \frac{E_2^2 - E_1^2}{5\,E_1^4 \sin v_1 - 2\,a\,E_1} \\ dE_2 &= da \cdot \frac{E_2^2 - E_1^2}{5\,E_2^4 \sin v_2 - 2\,a\,E_2}\,, \end{aligned} \right\} \tag{A,6}$$

die für den günstigen Fall, dass $E_2 = 200^{mm}$ und $\frac{E_1}{E_2} = 1,32$ ist, auch geschrieben werden können

$$\left.\begin{aligned} d\,E_1 &= \frac{d\,a}{[5{,}91161]\sin v_1 - [8{,}24392]\,a} \\ d\,E_2 &= \frac{d\,a}{[5{,}42273]\sin v_2 - [8{,}12170]\,a}. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(A,7}$$

Mit Benutzung der obigen Zahlenwerthe findet man also die nothwendigen Genauigkeitsgrenzen

$$d\,E_1 = 0{,}0424^{\,\mathrm{mm}}$$
$$d\,E_2 = 0{,}0597^{\,\mathrm{mm}},$$

welche innerhalb der wirklich eingehaltenen liegen.

Bestimmung des Temperaturcoëfficienten des Schwingungs- und Abblenkungsmagneten. Dieselbe erfolgte nach der von Lamont (Handbuch des Erdmagnetismus, Berlin 1849, S. 125 ff.) angegebenen Methode, zu welcher ein älteres Gambey'sches Declinatorium besonders eingerichtet worden war; die kleinen Aenderungen des Ablenkungswinkels wurden jedoch nicht direct am Horizontalkreise des Theodoliten, sondern an einer gegenüberstehenden Scale mit Fernrohr abgelesen. Die gleichzeitigen Aenderungen der Declination wurden an einer Tangentenbussole, welche im nämlichen Pavillon für absolute magnetische Bestimmungen aufgestellt ist, beobachtet. Aus zwei solchen Bestimmungen fand ich den Temperaturcoëfficienten im Mittel

$$\mu = 0{,}00070658 \pm 0{,}0000167.$$

Wollen wir auch hier untersuchen, ob die erreichte Genauigkeit in der Bestimmung des Temperaturcoëfficienten genügend ist, um H bis auf $\pm$ 0,001 absolute Einheiten sicher zu erhalten, so müssen wir wieder zur Gleichung (A) zurückkehren, die wir nun, da in a_0 und T_0^2 je ein Glied mit dem Factor μ enthalten ist, so schreiben:

$$H = \sqrt{\frac{2\,\pi^2\,N}{a_1\,T_1^2\,(1-\mu\,\delta)}}, \qquad \text{(A,8}$$

wo δ die Differenz der Temperaturen bei den Schwingungs- und bei den Ablenkungsbeobachtungen bedeutet. Es folgt sodann

$$H^2\,(1-\mu\,\delta) = \text{Constans} \qquad \text{(A,9}$$

und somit genau genug

$$d\mu = \frac{2}{\delta}\cdot\frac{d\,H}{H}. \qquad \text{(A,10}$$

Nehmen im Maximum $\delta = 5^0$ an, was bei unseren Beobachtungen nie der Fall war, so folgt für $H = 1,63$

$$d\mu = \pm 0,0002454,$$

woraus hervorgeht, dass bei der Berechnung der Horizontalintensität die Correction wegen der Temperatur des Magneten ganz unterbleiben kann, wofern man sich mit der Genauigkeit $dH = \pm 0,001$ absolute Einheiten zufriedenstellt.

Bestimmung des Inductionscoëfficienten des Schwingungs- und Ablenkungsmagneten. Nicht als ob die Messungen der Horizontalintensität mit dem Azimutalcompass eine so hohe Genauigkeit gewährten, dass der besondere Werth des Inductionscoëfficienten des Magneten genau bekannt sein müsste, um nicht in diesem Punkte zu fehlen, sondern vielmehr der Vollständigkeit wegen habe ich denselben durch Versuche nach der Lamont'schen Methode (Handbuch des Erdmagnetismus S. 153) ermittelt. Es war

$$\tfrac{1}{2}(\varphi - \varphi') = 8' \, 15''$$
$$\tfrac{1}{2}(\varphi + \varphi') = 29^0 \, 7' \, 30''$$
$$V = 4,6685,$$

woraus der Inductionscoëfficient

$$k = 0,0009163$$

folgt. Also Temperatur- wie Inductionscoëfficient haben bei dem in Rede stehenden Magneten mittelgrosse Werthe.

Ablenkungsbeobachtungen. Es wurden im Ganzen fünf absolute Messungen der Horizontalintensität mit dem Azimutalcompass ausgeführt. Die Ablenkungsbeobachtungen aus den Distanzen E_1 und E_2 gaben die mittleren Ablenkungswinkel (aus je 64 Kreisablenkungen) v_1 und v_2, bei der mittleren Temperatur τ.

v_1	v_2	τ
18° 45,0'	48° 50,0'	16,3°
18 51,6	48 49,2	22,6
18 52,4	48 55,6	23,0
18 41,7	48 52,3	24,3
18 42,0	48 53,1	23,5

Schon oben zeigte ich, dass die Einstellung der abgelenkten Nadel eine sehr unsichere ist, da ihr magnetisches Moment nur gering, dagegen die Reibung zwischen Achathütchen und Spitze sehr bedeutend ist. Die Folge davon ist die Ungenauigkeit in der Messung der Ablenkungswinkel, wie eben vorstehende Zahlen beweisen, da man auf

den ersten Blick übersieht, dass so grosse Winkelverschiedenheiten nicht durch wirkliche Aenderungen der Horizontalintensität hervorgerufen sein können. Untersuchen wir den Zusammenhang zwischen v_1 und v_2 einerseits und der Grösse a, die in H enthalten ist, andererseits, so finden wir aus der Gleichung (A) die Relationen

$$\left.\begin{aligned} d v_1 &= d a \cdot \frac{E_1^2 - E_2^2}{E_1^5 \cos v_1} \\ d v_2 &= d a \cdot \frac{E_1^2 - E_2^2}{E_2^5 \cos v_2} \,. \end{aligned}\right\} \qquad (A,11$$

Für den Fall, dass $E_2 = 200^{mm}$ und $\frac{E_1}{E_2} = 1{,}32$ ist, wird somit der zu tolerirende Fehler, in Theilen des Bogens ausgedrückt:

$$\left.\begin{aligned} d v_1 &= \frac{d a}{[2{,}32146] \cos v_1} \\ d v_2 &= \frac{d a}{[1{,}71036] \cos v_2}\,, \end{aligned}\right\} \qquad (A,12$$

woraus speciell für die vorliegenden Beobachtungen, wo v_1 und v_2 die obigen Werthe besitzen, da aber den aus Gleichung (A,5) folgenden, sich ergibt

$$d v_1 = 0{,}6'$$
$$d v_2 = 2{,}5'.$$

Diese Bedingungen sind, wie leicht ersichtlich, beim Azimutalcompass Brauer Nr. 14 nicht erfüllt; die Folge davon wird sein, dass die mit diesem Instrumente vorgenommenen absoluten Messungen der Horizontalintensität die Genauigkeit $\pm$ 0,001 nicht vollkommen erreichen.

S c h w i n g u n g s b e o b a c h t u n g e n. Es wurde jedes Mal vor und nach den Ablenkungsbeobachtungen die Schwingungsdauer des Ablenkungsmagneten in dem oben beschriebenen Kasten beobachtet. Dieselben waren im Mittel, entsprechend den obigen Ablenkungsbeobachtungen,

3,8054^s $\pm$ 0,0016^s
3,8089^s $\pm$ 0,0019^s
3,8071^s $\pm$ 0,0012^s
3,8073^s $\pm$ 0,0018^s
3,8062^s $\pm$ 0,0012^s

so dass zwei einzelne Schwingungsdauern vom jeweiligen Mittelwerthe im Durchschnitt um $\pm$ 0,0017^s abweichen. Diese Genauigkeit ist ausreichend, wenn H nur bis auf einen Fehler von $\pm$ 0,001 sicher be-

stimmt werden soll, denn man erhält aus Gleichung (A) die Bedingungsgleichung

$$dT = dH \cdot \frac{T}{H} \tag{A,13}$$

oder in Procenten ausgedrückt:

$$100 \frac{dT}{T} = 100 \cdot \frac{dH}{H}, \tag{A,14}$$

d. h. im vorliegenden Falle darf T nicht um $\pm$ 0,0613 % oder um $\pm$ 0,0023ˢ fehlerhaft sein.

Berechnung der absoluten Horizontalintensität. Wir haben in dem Vorhergehenden alle in die Rechnung eingehenden Factoren besprochen und sind zu dem Resultate gelangt, dass wegen der Ungenauigkeit der Ablenkungsbeobachtungen die Horizontalintensität des Erdmagnetismus mit dem Azimutalcompass Brauer Nr. 14 nicht vollkommen mit einer Sicherheit von $\pm$ 0,001 absoluten Einheiten bestimmt werden kann.

Um nun den wirklichen wahrscheinlichen Fehler einer Intensitätsbestimmung mit dem Azimutalcompass zu bestimmen, hat man die Horizontalintensität nach Gleichung (A) zu berechnen und mit den gleichzeitigen Werthen des Magnetographen, welche als normale betrachtet werden, zu vergleichen. Die Differenz der correspondirenden Werthe sollte dieselbe bleiben, falls Azimutalcompass und Magnetograph in ihrem Gange übereinstimmen. Da dies nicht der Fall ist, geben die Abweichungen der einzelnen Differenzen vom Mittelwerthe über die Genauigkeit einer Intensitätsbestimmung Aufschluss.

Ich fand folgende Abweichungen und Quadrate derselben:

Δ	Δ^2
− 0,0053	0,00002809
+ 0,0090	0,00008100
− 0,0038	0,00001444
− 0,0068	0,00004624
+ 0,0069	0,00004761,

woraus sich im Mittel

$$\left.\begin{aligned} \frac{(\Delta)}{n} &= \pm 0,006 \\ 0,6745 \cdot \sqrt{\frac{(\Delta\Delta)}{n-1}} &= \pm 0,005 \end{aligned}\right\} \text{absolute Einheiten}$$

ergibt.

Vielleicht wird man die Genauigkeit der Messungen der Horizontalintensität mit dem Azimutalcompass dadurch erhöhen können, dass man die jetzige Ablenkungsnadel durch eine andere von grösserem magnetischen Momente, etwa durch die Declinationsnadel selbst, ersetzt. Die Einstellung derselben bei den Ablenkungen wird alsdann eine sicherere sein und damit die Fehlerquelle der Bestimmungen etwas reducirt werden. Freilich bleibt dann noch zu bedenken übrig, dass die Grundbedingungen, welche die Ableitung der obigen Formel (A) ermöglicht haben, unter solchen Umständen nicht mehr streng erfüllt sind.

Da unser Hauptziel war, die Genauigkeit zu ermitteln, mit der aus Beobachtungen mittels des Azimutalcompasses die Declination und die Horizontalintensität bestimmt werden können, kam es uns nicht auf die absoluten Grössen, sondern eher auf relative an. Die absoluten Angaben müssen aber ebenfalls bekannt sein, damit es möglich wird, die mit dem Instrumente angestellten Beobachtungen mit anderen, welche als normale gelten, vergleichbar zu machen. Fünf Messungen der Declination, mit Benutzung der beiden Miren von bekanntem Azimut im Pavillon für absolute Messungen, ergaben die Correction des Azimutalcompasses, in Declination gleich

$$-15{,}6'$$

und die oben erwähnten Messungen der Intensität, in Horizontalintensität gleich

$$-0{,}0217\ (^{\text{mm, mgr}}).$$

Die erstere Differenz wird zum grössten Theile von der schiefen Stellung des Prismas am Augendiopter herrühren; die Differenz für die Intensität ist wohl hauptsächlich geringem Eisengehalt des Messings beizumessen.

Die Resultate der Prüfung des Azimutalcompasses (Brauer Nr. 14) lassen sich schliesslich dahin resumiren:

1. Der wahrscheinliche Fehler einer vollständigen Declinationsbestimmung mit dem verbesserten Azimutalcompass beträgt $\pm$ 3,6 Minuten; dagegen nur $\pm$ 1,2 Minuten, wenn das Azimut der Mire anderweitig bekannt ist.

2. Der wahrscheinliche Fehler einer absoluten Bestimmung der Horizontalintensität mit demselben Instrumente ist $\pm$ 0,005 absolute Einheiten.

3. Die Sicherheit der Intensitätsbestimmungen könnte dadurch erhöht werden, dass durch Aenderung der kleinen Nadel die Ablenkungswinkel mit grösserer Genauigkeit bestimmt würden.

II. Das compensirte Magnetometer Weber-Kohlrausch.

Unter dem Namen „Weber'sches compensirtes Magnetometer" hat zuerst Herr F. Kohlrausch[1]) ein Instrument beschrieben, welches „zunächst zur bequemen und genauen Vergleichung der Horizontalintensität an verschiedenen Orten" dienen soll und welches auch absolute Messungen „mit nicht grösserer Mühe als andere transportable Instrumente und mit der Genauigkeit, welche man von solchen verlangen kann" anzustellen gestattet. Im Wesentlichen wird an besagter Stelle jedoch nur das Princip des Instrumentes erläutert, ohne weitere Angaben über die Leistungsfähigkeit desselben, die allerdings a priori als nicht unbedeutend veranschlagt werden, zu machen. Das Einzige, was Herr Kohlrausch in dieser Beziehung beibringt, ist, dass das mit dem compensirten Magnetometer bestimmte Verhältniss der Horizontalintensität in Zürich und Göttingen fast genau mit dem aus Lamont's Karten (Ende der fünfziger Jahre) folgendem übereinstimmt! Da eine solche Prüfung des Instrumentes nicht beweist, „dass die für die genannten Zwecke (relative Messungen) erforderliche Genauigkeit, dass nämlich die Beobachtungsfehler kleiner seien als die Variation des Erdmagnetismus, der Apparat vollständig leistet", schien mir eine nähere Untersuchung der Leistungsfähigkeit desselben nicht überflüssig zu sein, zumal diese Methode der relativen Intensitätsmessungen aus Ablenkungen das Gegenstück zu der aus Schwingungen bietet, mit welcher ich mich zur selben Zeit beschäftigte. Dabei beschränkte ich mich nur auf relative Bestimmungen der Horizontalintensität; denn es ist von vorn herein klar, dass absolute Messungen im Verhältniss zu ihrer Umständlichkeit bei diesem Instrumente eine sehr geringe Genauigkeit besitzen.

Das dem meteorologischen Observatorium in Pawlowsk gehörige compensirte Magnetometer stammt aus der mechanischen Werkstätte des Herrn Meyerstein in Göttingen und scheint eine Copie des von Herrn Kohlrausch beschriebenen zu sein. Die rhomboidisch gestaltete Bussolennadel (λ) ist $16{,}20^{mm}$ lang, $4{,}75^{mm}$ breit; die ähnlich geformten Ablenkungsmagnete haben die Dimensionen

1) Pogg. Ann. 5. Reihe 22. Bd. 1871.

	Länge	Breite
grosse (L)	48,15 mm	11,85 mm
	48,00	11,85
kleine (l)	32,05	9,25
	32,45	9,10

weichen also je um nicht zu vernachlässigende Grössen von einander ab.

Der Theorie nach soll ferner sein

$$L : l : \lambda = 3 : 2 : 1,$$

also, λ als Einheit angenommen:

$$L : l : \lambda = 48{,}60 : 32{,}40 : 16{,}20;$$

es ist aber in Wirklichkeit bei dem gebrauchten Instrumente

$$L : l : \lambda = 48{,}07 : 32{,}25 : 16{,}20.$$

Die Entfernung der Centren der grossen Ablenkungsmagnete (L) von einander beträgt $R = 252{,}85^{mm}$, die der kleinen (l) $r = 209{,}70^{mm}$, so dass

$$\frac{R}{r} = 1{,}2058$$

ist, während die Theorie

$$\frac{R}{r} = 1{,}2041$$

fordert. Wird also z. B. der Werth von r als richtig angenommen, so müsste am Instrumente $R = 251{,}92^{mm}$ statt $252{,}85^{mm}$ sein.

Diese Angaben mögen zeigen, dass das Instrument nicht gerade mit der äussersten Sorgfalt in der genannten Werkstätte gearbeitet worden ist.

Bedeuten H und H_0 die den beiden Ablenkungswinkeln φ und φ_0 und den beiden Temperaturen t und t_0 entsprechenden Werthe der Horizontalintensität, μ den Temperaturcoëfficienten der Ablenkungsmagnete, so ist, unter der Voraussetzung, dass ihr magnetisches Moment dasselbe geblieben:

$$\frac{H}{H_0} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_0}{\operatorname{tg} \varphi} [1 + \mu (t_0 - t)]. \qquad \text{(B,1}$$

Ist also der Werth (H_0) des Ausgangspunktes der relativen Messungen in absolutem Maasse bekannt, so genügt zur Ermittlung der Horizontalintensität zu einer anderen Zeit oder an einem anderen Orte die Messung des Ablenkungswinkels und der gleichzeitig statthabenden Temperatur, wofern der Temperaturcoëfficient durch anderweitige Versuche ermittelt ist. Die 20 mit dem compensirten Mag-

netometer angestellten relativen Bestimmungen der erdmagnetischen Horizontalintensität vom 28. August bis 8. September 1878 geschahen auf folgende Weise.

Nach erfolgter Nivellirung der Bussole wurde sie mittels des drehbaren Tischchens ihres zugehörigen Dreifusses in den magnetischen Meridian gestellt, so dass die Richtung R des aufgelegten Rahmens mit den vier Ablenkungsmagneten in denselben fiel, und hierauf der Ablenkungswinkel sowie die Temperatur eines auf den Rahmen gebundenen leichten Thermometers abgelesen. Demnächst wurde der Rahmen um 180° in der Horizontalebene gedreht, wieder auf die Bussole aufgelegt und dieselben Ablesungen wie vorher gemacht. Das Mittel der beiden Ablenkungswinkel ist der Winkel φ. Da jedes Mal Nord- und Südende der Nadel abgelesen und die Beobachtung viermal hinter einander wiederholt wurde, um verlässliche Mittelwerthe zu erhalten, so war das vollständige Schema einer jeden Messung folgendes:

7. September 1878. $8^h\ 38^m$ a bis $8^h\ 46^m$ a.

	Nordspitze	Südspitze	Temperatur
S.	335,0°	154,9°	13,0° C.
N.	237,3	58,0	13,0
S.	335,0	154,9	13,1
N.	237,3	58,1	13,1
S.	335,1	154,9	13,2
N.	237,4	58,1	13,2
S.	335,1	155,0	13,4
N.	237,4	58,0	13,5

Die auf der spiegelnden Bodenplatte der Bussole befindliche Kreistheilung geht direct bis auf ganze Grade, so dass Zehntel Grade oder 6′ geschätzt werden müssen. Zur bequemen und sicheren Ablesung der Ablenkungswinkel bediente ich mich eines auf den Deckel gesetzten Glaswürfels mit sphärischer oberer Fläche, welcher sehr stark vergrösserte und bei von oben einfallendem Himmelslichte die Beleuchtung verbesserte.

B e s t i m m u n g d e s T e m p e r a t u r c o ë f f i c i e n t e n d e r A b l e n k u n g s m a g n e t e. Derselbe wurde für einen der grossen Magnete in derselben Weise wie beim Azimutalcompass, ermittelt und im Durchschnitt aus drei Beobachtungen gleich

$$\mu = 0{,}0020075 \pm 0{,}00002976$$

gefunden.

Herr Wild[1]) hat schon bei anderer Gelegenheit darauf aufmerksam gemacht, dass bei relativen Messungen der Horizontalintensität der Temperaturcoëfficient gerade doppelt so genau bekannt sein muss als bei absoluten. In der That findet man aus Gleichung (B,1) mit genügender Annäherung

$$\left.\begin{aligned} d\mu &= dH \cdot \frac{1}{(t_0 - t) \cdot H} \\ \text{und} \quad d(t_0 - t) &= dH \cdot \frac{1}{\mu H}, \end{aligned}\right\} \qquad \text{(B,2}$$

wogegen $d\mu$ in Gleichung (A,5) den doppelten Werth hat.

Da bei unseren im Freien gemachten Messungen die Temperaturdifferenz $t_0 - t$ im Maximum 8,2° C. hetrug, so ergibt sich, wofern auch hier eine Genauigkeit $dH = \pm 0{,}001$ absolute Einheiten gefordert wird, als zu tolerirende Fehlergrenze im Werthe von μ

$$d\mu = \pm 0{,}0000748,$$

so dass der obige Werth des Temperaturcoëfficienten genügend sicher ist.

Schreiben wir die zweite der Gleichungen (B,2) in der Form

$$d(t_0 - t) = \frac{1}{H} \cdot \frac{dH}{\mu}$$

und bedenken, dass im Allgemeinen μ zwischen 0,0015 und 0,0005 schwankt, so können wir sagen: Will man die Horizontalintensität (H) bis auf den Betrag des Temperaturcoëfficienten (μ), d. h. bis auf $\pm$ 0,0015 bis $\pm$ 0,0005, genau erhalten, so muss man bei relativen Messungen Temperaturdifferenzen, welche grösser als der reciproke Werth der Horizontalintensität sind $\left(t_0 - t > \frac{1}{H}\right)$, berücksichtigen.

Es ist aber

	H	$\frac{1}{H}$
	0,0	∞
	0,5	2,00
	1,0	1,00
	1,5	0,67
	2,0	0,50
	2,5	0,40
	3,0	0,33
(Maximum)	3,7	0,27

woraus hervorgeht, dass in dieser Hinsicht relative Intensitätsbestim-

1) Wild, über die Bestimmung des Temperaturcoëfficienten von Stahlmagneten. Bull. de l'Ac. de St.-Pétersbourg T. XIX p. 1—30. — Repertorium Bd. 9 S. 277.

mungen in den Polargegenden weniger Schwierigkeiten als solche in den Aequatorialgegenden bieten.

Resultate der Ablenkungsbeobachtungen. Die ersten Resultate der 20 relativen Intensitätsmessungen mit dem compensirten Magnetometer sind in der folgenden Tabelle II enthalten.

Tabelle II.

Datum	Zeit	$t_0 - t$	φ	H (Magnetograph)	$C = H \times \frac{1 + \mu (t_0 - t)}{\text{tg}\, \varphi}$	$\varDelta C$ Abweichung v. Mittel
1878						
August 28	2h 58m p.	0,0° C.	48,78°	1,6375	1,8649	— 0,0158
„ 29	8 49 a.	0,2	49,04	1,6348	1,8825	— 0,0334
„ 29	3 20 p.	— 1,4	48,99	1,6368	1,8874	— 0,0383
„ 30	9 35 a.	0,5	48,28	1,6351	1,8320	+ 0,0171
„ 30	4 32 p.	1,4	48,67	1,6383	1,8575	— 0,0084
„ 31	8 41 a.	0,3	48,61	1,6374	1,8567	— 0,0076
September 1	8 51 a.	2,9	48,53	1,6346	1,8389	+ 0,0102
„ 1	4 15 p.	0,6	48,44	1,6370	1,8443	+ 0,0048
„ 2	8 59 a.	3,7	48,70	1,6355	1,8477	+ 0,0014
„ 2	4 27 p.	0,3	48,54	1,6367	1,8514	— 0,0023
„ 3	9 45 a.	2,1	48,63	1,6342	1,8477	+ 0,0014
„ 4	10 32 a.	1,5	48,44	1,6352	1,8390	+ 0,0101
„ 4	2 15 p.	2,2	48,33	1,6350	1,8282	+ 0,0209
„ 5	8 36 a.	0,0	48,51	1,6346	1,8482	+ 0,0009
„ 6	12 42 p.	1,7	48,46	1,6362	1,8406	+ 0,0085
„ 6	4 32 p.	2,3	48,35	1,6373	1,8322	+ 0,0169
„ 7	8 42 a.	6,1	48,54	1,6356	1,8285	+ 0,0206
„ 7	11 34 a.	3,7	48,53	1,6352	1,8365	+ 0,0126
„ 7	5 13 p.	6,2	48,63	1,6371	1,8787	— 0,0296
„ 8	8 00 a.	8,2	48,75	1,6355	1,8384	+ 0,0107
				Mittel:	1,8491	± 0,01357

Die ersten vier Verticalspalten bedürfen keiner Erklärung; in der fünften compariren die Werthe von H, welche ich aus den photographischen Curven des Adie'schen Magnetographen im unterirdischen Pavillon für dieselben Zeiten entnommen habe. Die Angaben der Horizontalintensität nach diesem Magnetographen sind bis auf ± 0,0001 (mm, mgr), die der Declination bis auf ± 0,12′ genau[1]). Die sechste und siebente Columne enthalten die Rechnungsgrössen, welche dazu dienen sollen, die Genauigkeit relativer Intensitätsmessungen mittels

1) Siehe Annalen des physikal. Central-Observatoriums für 1878. I. Beobachtungen im meteorol.-magnet. Observatorium in Pawlowsk. Einleitung S. LXXX.

des compensirten Magnetometers zu ermitteln. Schreibt man nämlich die Gleichung (B,1) in der Form

$$H = \frac{H_0 \operatorname{tg} \varphi_0}{\operatorname{tg} \varphi} [1 + \mu (t_0 - t)] \tag{B,3}$$

oder, da H_0 und φ_0 als Ausgangswerthe constant sind,

$$H = C \cdot \frac{1 + \mu (t_0 - t)}{\operatorname{tg} \varphi}, \tag{B,4}$$

so findet man aus jeder einzelnen Messung einen Werth für die Constante

$$C = H \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi}{1 + \mu (t_0 - t)}. \tag{B,5}$$

Diese Werthe stehen in der sechsten Columne; sie sind nicht constant, eben weil jede einzelne Messung mit Ungenauigkeiten behaftet ist, und geben daher in der mittleren Abweichung der einzelnen Werthe vom Gesammtdurchschnitt einen Maassstab für die Beurtheilung der Leistungsfähigkeit des Apparates ab.

Aus der siebenten Columne ergibt sich nämlich

$$\left.\begin{array}{r}\text{mittlere Abweichung } \varDelta C \\ \text{mittlerer Fehler } d\,C\end{array}\right\} \begin{array}{c}\text{einer} \\ \text{Beobachtung}\end{array} \left\{\begin{array}{l}\frac{(\varDelta)}{n} = \pm\, 0{,}01357 \\ \sqrt{\frac{(\varDelta\varDelta)}{n-1}} = \pm\, 0{,}01756.\end{array}\right.$$

Nun ist aber nach Gleichung (B,4), immer unabhängig vom Zeichen,

$$d\,H = dC \cdot \frac{1 + \mu (t_0 - t)}{\operatorname{tg} \varphi},$$

also, für $t_0 - t$ und φ mittlere Werthe aus Tab. II vorausgesetzt,

$$d\,H = \pm\, 0{,}0155 \text{ absolute Einheiten.}$$

Auch ohne experimentelle Prüfung gelangt man zu einem sehr ähnlichen Schlusse, wenn man in Gleichung (B,4) untersucht, mit welcher Genauigkeit φ bekannt sein muss, damit in der Bestimmung von H kein grösserer Fehler als $\pm\, 0{,}001$ begangen werde. Es folgt nämlich, unabhängig vom Vorzeichen,

$$\left.\begin{array}{l} d\varphi = d\,H \cdot \frac{\sin 2\varphi}{2\,H} \\ \text{und} \\ d\,H = d\varphi \cdot \frac{2\,H}{\sin 2\varphi}, \end{array}\right\} \tag{B,6}$$

also in unserem Falle, wo φ in runder Zahl $= 48{,}6^0$, $H = 1{,}63$ absol. Einheiten ist:

$$d\varphi = 1{,}04'.$$

Diese Genauigkeit der Ablesung ist aber beim compensirten Magnetometer, so wie es von Herrn Kohlrausch beschrieben und von Herrn Meyerstein construirt worden ist, unerreichbar, einmal weil die Theilung des Kreises nur bis auf ganze Grade geht, sodann weil der Reibungsfehler im Mittel mindestens auf $^1/_{15}$ Grad zu veranschlagen ist. Nehmen wir also an, der Fehler $d\varphi$ betrage beim compensirten Magnetometer 6′, so würde das einen Fehler in der Bestimmung der Horizontalintensität von

$$dH = \pm\, 0{,}019$$

bewirken, was mit dem auf experimentellem Wege erzielten Resultate nahezu übereinstimmt.

Aus der Gleichung (B,6) geht die wichtige Regel hervor, dass Ablenkungswinkel von ungefähr 45° für die Messung der Horizontalintensität am günstigsten sind, wenn der Reibungsfehler gleich Null wäre, wie z. B. bei der Filarsuspension (Weber, Tangentenbussole). Da aber ein solcher vorhanden, ist der günstigste Winkel grösser, etwa 50°, wie auch Herr Kohlrausch auf anderem Wege gezeigt hat. Nehmen wir an, dass stets dieser günstigste Ablenkungswinkel beobachtet wird, so sind die Anforderungen an die Genauigkeit der Messungen mit wechselnder Breite doch sehr verschieden. In den Polargegenden ($H = 0{,}5$ bis $0{,}8$) braucht die Sicherheit der Winkelbestimmung nur bis 2,1′, 3,4′, in den Aequatorialgegenden hingegen ($H = 3{,}0$ bis $3{,}7$) muss sie bis 0,5′, 0,6′ sein.

Es folgt nämlich aus (B,6)

H	$0{,}001 \cdot \frac{\sin 100^0}{2\,H}$
0,0	∞ (Minuten)
0,5	3,4
1,0	1,6
1,5	1,1
2,0	0,8
2,5	0,7
3,0	0,6
(Maximum) 3,7	0,5

Da die in Tab. II enthaltenen Messungen innerhalb eines Zeitraumes von 12 Tagen gemacht wurden, konnten wir die Voraussetzung machen, dass das magnetische Moment der Magnete nahezu dasselbe geblieben sei, zumal das Instrument keinen Erschütterungen noch sonstigen Unbilden, welche auf dem Transport einer Reise un-

vermeidlich sind, ausgesetzt war. Wir werden weiterhin untersuchen, welchen Einfluss Aenderungen des Stabmagnetismus auf die Genauigkeit relativer Intensitätsmessungen haben, und resumiren unter jenen Annahmen das Resultat der Prüfung fürs erste dahin, dass der mittlere Fehler einer relativen Bestimmung der Horizontalintensität mit dem compensirten Magnetometer anderthalb Einheiten der zweiten Decimalstelle im absoluten Maasse beträgt.

Beurtheilen wir nach diesem Ergebnisse unserer Beobachtungen die oben citirten Aussprüche des Herrn Kohlrausch über die Leistungsfähigkeit des Apparates, so müssen wir sie als zu weit gehend bezeichnen. Die Beobachtungsfehler sind nicht kleiner als die Variationen des Erdmagnetismus, wie Herr Kohlrausch gehofft hatte. Im mittleren Europa entspricht nämlich einer Breitendifferenz von 4 Bogenminuten, gleich einer gr. Meile, eine Aenderung im Werthe der Horizontalintensität von 0,0032 Einheiten im absoluten metrischen Maasse, und andererseits beträgt die Amplitude der täglichen Variationen der Horizontalintensität durchschnittlich 0,003 Einheiten desselben Maasses; der Apparat ist somit für die mittleren täglichen Aenderungen der Horizontalintensität unempfindlich und seine räumliche Empfindlichkeit (venia sit verbo!) beträgt etwa 5 gr. Meilen. Verlangt man also von Reisebeobachtungen eine Genauigkeit $dH = \pm 0{,}001$ absoluten Einheiten, so wird das compensirte Magnetometer als Reiseapparat nicht zu wählen sein; ist man jedoch mit 2 Einheiten der zweiten Decimalstelle zufrieden, so ist es als expeditestes Hilfsmittel allen anderen vorzuziehen. Deshalb wird der Apparat z. B. im physikalischen Cabinet anzuwenden sein, wo man behufs absoluter Widerstandsmessungen den durch Localeinflüsse modificirten Werth der Horizontalintensität annähernd kennen muss, oder in den erfolgreichen praktischen Verwendungen erdmagnetischer Messungen, welche in letzter Zeit namentlich von Herrn R. Thalén in Upsala zur Auffindung von Eisenmassen in der Erdkruste angegeben worden sind.

Das compensirte Magnetometer von Weber-Kohlrausch ist der Repräsentant der Methode relativer Intensitätsmessungen aus Ablenkungen, welcher die andere, die Horizontalintensität des Erdmagnetismus aus der Schwingungsdauer eines magnetischen Stabes zu

bestimmen, gegenübersteht. Die letztere ist vor der Einführung der absoluten Messungsmethode von Gauss, welche jene beiden Theile combinirt (Intensitas vis magneticae terrestiis ad mensuram absolutam revocata, Gottingae 1833), fast ausschliesslich gebraucht worden, so dass der grösste Theil aller Intensitätsmessungen, welche zur Construction isodynamischer Linien verwendet worden sind, auf jener Methode basirt. Es ist daher nicht unwichtig, zu entscheiden, welcher der beiden relativen Intensitätsbestimmungen der Vorzug gebührt.

Wenn wir, wie oben beim Azimutalcompass, überlegen, mit welcher Sicherheit die einzelnen Daten einer absoluten Intensitätsbestimmung bekannt sein müssen, damit das Resultat eine gewisse Genauigkeit beanspruchen kann, werden wir schon im voraus darüber nicht zweifelhaft sein können, dass die zweite Methode, aus der Schwingungsdauer eines Magneten die relative Horizontalintensität zu ermitteln, die bei weitem zuverlässigere ist. Denn in der That, es ist viel leichter, die Schwingungsdauer bis auf $\pm$ 0,001^s oder allgemeiner bis auf $\pm$ 0,0306 % ihres Werthes genau zu bestimmen, als einen Ablenkungswinkel bis auf mindestens $\pm$ 1′ genau zu beobachten.

Um die Richtigkeit dieser Ueberlegung auch durch Beobachtungen zu bestätigen, machte ich an denselben Tagen, auf welche sich die Messungen mit dem compensirten Magnetometer beziehen, auch relative Bestimmungen der Horizontalintensität durch Beobachtung der Schwingungsdauer des zum bereits beschriebenen Azimutalcompasse gehörigen Ablenkungsmagneten und zwar ganz in derselben Weise, wie oben kurz angegeben wurde.

Nennen wir

- T die Schwingungsdauer des Magneten in Secunden des Chronometers,
- s den täglichen Gang des Chronometers in Secunden,
- d den Torsionswinkel der Filarsuspension in Graden pro 360° Drehung,
- α die mittlere Schwingungsamplitude in Graden,
- μ den Temperaturcoëfficienten des Magneten,
- e den Ausdehnungscoëfficienten des Stahles,
- t die mittlere Temperatur des Magneten in Centesimalgraden,
- k den Inductionscoëfficienten des Magneten,

so gilt bekanntlich die Formel

$$\frac{H}{H_0} = \frac{T_0^2}{T^2}[1 + 0{,}00002315\,(s_0 - s) + 0{,}002778\,(d_0 - d) -$$
$$- 0{,}00003808\,(\alpha_0^2 - \alpha^2) + (\mu + 2e)(t_0 - t) + k(H_0 - H)]. \quad \text{(C,1}$$

Der tägliche Gang des gebrauchten Boxchronometers Wirén 73 war so klein (1,2ˢ), dass er vernachlässigt werden konnte, eben so wie der vom Inductionscoëfficienten abhängige Factor. Die übrigen in die Formel eingehenden Grössen sind in der Tabelle III enthalten.

Tabelle III.

Datum	Zeit	T	$\varDelta d$	$\varDelta \alpha^2$	$\varDelta t$	H (Magnetograph)	$H = C \times \frac{T^2}{1+Z}$	$\varDelta C$ Abweichung v. Mittel
1878					°C.			
Aug. 29	9ʰ 30ᵐ a.	3,81765ˢ	0,0′	0,0	0,00	1,6342	23,8178	+ 0,0256
„ 29	4 44 p.	3,81725	0,0	6,7	— 1,60	1,6368	23,8278	+ 0,0156
„ 30	10 3 a.	3,81750	4,5	— 2,4	— 0,15	1,6354	23,8033	+ 0,0401
„ 30	5 6 p.	3,81345	4,5	18,1	— 0,45	1,6388	23,8367	+ 0,0067
„ 31	9 27 p.	3,81425	4,5	6,7	3,00	1,6349	23,8389	+ 0,0045
Sept. 1	9 22 a.	3,81730	9,0	19,3	2,30	1,6343	23,8628	— 0,0194
„ 1	4 47 p.	3,81654	9,0	— 4,6	0,80	1,6372	23,8472	— 0,0038
„ 2	9 27 a.	3,81685	12,0	6,7	2,55	1,6349	23,8544	— 0,0110
„ 2	5 0 p.	3,81570	12,0	6,7	— 0,10	1,6374	23,8331	+ 0,0101
„ 3	10 15 a.	3,82025	10,5	6,7	1,10	1,6341	23,8622	— 0,0188
„ 4	11 0 a.	3,82790	15,0	4,5	1,50	1,6354	23,8522	— 0,0088
„ 4	2 56 p.	3,83790	15,0	10,6	0,90	1,6356	23,8509	— 0,0075
„ 5	9 3 a.	3,82104	9,0	— 7,0	0,45	1,6346	23,8466	— 0,0034
„ 6	1 14 p.	3,81830	6,0	8,9	— 0,95	1,6369	23,8494	— 0,0060
„ 6	4 51 p.	3,81610	1,5	4,0	— 0,05	1,6374	23,8455	— 0,0021
„ 7	9 2 a.	3,81700	4,5	4,5	3,90	1,6355	23,8956	— 0,0522
„ 7	11 48 a.	3,81745	4,5	13,1	— 1,35	1,6352	23,8133	+ 0,0301
„ 8	9 56 a.	3,81825	4,5	— 9,5	3,35	1,6322	23,8409	+ 0,0025
„ 8	11 40 a.	3,81500	4,5	— 2,4	2,65	1,6348	23,8132	+ 0,0302
„ 9	10 4 a.	3,82130	4,5	— 2,4	1,65	1,6348	23,8767	— 0,0333
						Mittel:	23,8424	± 0,016585

In der siebenten Spalte vorstehender Tabelle folgen die denselben Zeiten entsprechenden Werthe der Horizontalintensität, wie sie die directe Ausmessung der photographischen Curven des Bifilarmagnetographen ergab. Die Zahlen der übrigen Columnen sind in ähnlicher Weise wie die entsprechenden in Tab. II berechnet. Bezeichnen wir nämlich das Correctionsglied des Factors $\frac{T_0^2}{T^2}$ mit $1 + Z$, so ist

$$H = H_0 T_0^2 \cdot \frac{1 + Z}{T^2} \quad \text{(C,2}$$

und, da das Product der Ausgangswerthe H_0 und T_0 einer Constanten C gleich gesetzt werden kann, diese Constante selbst

$$C = H \cdot \frac{T^2}{1+Z} \,. \qquad \text{(C,3}$$

Jede einzelne Beobachtung liefert einen Werth für dieselbe, welcher aber, wie man sieht, nicht constant ist. Seine Schwankungen geben daher ein Mittel, die Sicherheit der Methode zu prüfen. Aus der letzten Spalte entnehmen wir

mittlere Abweichung	einer	$\frac{(\Delta)}{n} = \pm\, 0{,}016535$
mittlerer Fehler	Beobachtung	$\sqrt{\frac{(\Delta\Delta)}{n-1}} = \pm\, 0{,}02222$,

und da nach (C,3)

$$d\,H = d\,C \cdot \frac{1+Z}{T^2} \qquad \text{(C,4}$$

gilt, so erhalten wir, unter Voraussetzung mittlerer Werthe von Z und T aus Tab. III,

$$d\,H = \pm\, 0{,}001478,$$

oder in runder Zahl anderthalb Einheiten der dritten Decimalstelle in absolutem Maasse. Die Genauigkeit dieser Methode ist also gerade zehnmal so gross als die des compensirten Magnetometers.

Es rührt dies, wie schon erwähnt, daher, dass die Bestimmung der Schwingungsdauer mit verhältnissmässig geringen Mitteln einer grösseren Präcision fähig ist als die des Ablenkungswinkels der Bussolennadel durch einen Magneten. Differenziren wir nämlich die Gleichung (C,2) nach H und T als Veränderlichen, so folgt, abgesehen vom Zeichen,

$$d\,T = d\,H \cdot \frac{T}{2H} \qquad \text{(C,5}$$

oder in Procenten ausgedrückt:

$$P = 100\,\frac{d\,T}{T} = d\,H \cdot \frac{100}{2\,H} \,. \qquad \text{(C,6}$$

Aus dem Vergleich dieser Bedingungen mit denen in Gleichung (A,14) erkennt man, dass bei relativen Bestimmungen die Schwingungsdauer gerade doppelt so sicher bekannt sein muss als bei absoluten, wenn man H in beiden Fällen gleich genau erhalten will. In unserem Falle ist also T bis auf $\pm$ 0,0306 % oder bis auf $\pm$ 0,00125^s ver-

lässlich zu bestimmen. Diese Bedingung ist aber nach dem oben Vorgebrachten nicht ganz erfüllt, denn wir fanden, dass die einzelnen Schwingungsdauern von ihrem jedesmaligen Mittelwerthe um $\pm$ 0,0017^s abweichen. Die Theorie führt uns demnach zu demselben Resultate, welches die Beobachtungen ergeben haben.

Auch diese relative Methode der Intensitätsmessung ist in höheren Breiten mit grösserem Vortheile als in niederen anzuwenden. Die Genauigkeit in Procenten der Schwingungsdauer, mit der dieselbe bekannt sein muss, um keinen grösseren Fehler als $dH = \pm$ 0,001 zu bewirken, ist für

	H	P
	0,0	∞ %
	0,5	0,100
	1,0	0,050
	1,5	0,033
	2,0	0,025
	2,5	0,020
	3,0	0,017
(Maximum)	3,7	0,014

Ist also z. B. die Schwingungsdauer eines Magneten in den Tropen, wo H etwa 3,0 absol. Einheiten beträgt, gleich 3^s, so muss dieselbe bis auf 0,0005^s genau bestimmt werden, um aus der relativen Messung H bis auf $\pm$ 0,001 sicher berechnen zu können. Da aber gerade in den Tropen die grössere Anzahl der vorhandenen Intensitätsmessungen nach dieser relativen Methode gemacht worden ist, sieht man ein, wie wenig verlässlich noch unsere Kenntnisse über die Vertheilung der erdmagnetischen Kraft auf der Erdoberfläche sind.

Das Urtheil, welches wir über die Leistungsfähigkeit beider relativen Methoden der Intensitätsbestimmung gewonnen haben, hat zunächst nur Gültigkeit für die besonderen Umstände, unter denen beide Mal beobachtet wurde. Diese sind im Wesentlichen die kurze Dauer der Messungen von etwa 14 Tagen und das Vermeiden jeder Erschütterung der Magnete, wie sie auf Reisen, wo dieselben gewöhnlich in Kisten transportirt werden, unvermeidlich sind. Beide Bedingungen hatten zur Folge, dass das magnetische Moment der Stäbe bis auf eine sehr kleine Grösse dasselbe geblieben sein wird. Bei Messungen, die sich auf längere Zeiträume erstrecken oder die auf Reisen gemacht werden, sind aber diese Bedingungen nicht erfüllt, und daher wird alsdann die Genauigkeit relativer Messungen beide Mal geringer sein,

als oben constatirt wurde. Wir wollen dieser nicht unwichtigen Frage noch einige Beachtung schenken.

Es gelten bekanntlich die beiden Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} H_0 M_0 &= \frac{\pi^2 N}{T_0^2 (1 + Z_0)} \\ H M &= \frac{\pi^2 N}{T^2 (1 + Z)}, \end{aligned}\right\} \tag{C,7}$$

aus denen die andere folgt

$$H = H_0 \frac{M_0}{M} \cdot \frac{T_0^2}{T^2} [1 + (Z_0 - Z)]. \tag{C,8}$$

Kann man nun die Voraussetzung machen, dass $M = M_0$ geblieben ist, dann hat man den durch Gleichung (C,1) repräsentirten einfachen Fall, mit dem wir uns oben beschäftigt haben, vor. Im Allgemeinen ist aber M eine Function des Ausgangswerthes M_0 und der seitdem verflossenen Zeit τ, etwa

$$M = M_0 f(\tau).$$

Es wäre für die Erfolge relativer Messungen der Horizontalintensität offenbar von der grössten Wichtigkeit, wenn der analytische Ausdruck dieser Function bekannt wäre. Hansteen und Lamont haben zwar den allmählichen Kraftverlust der Magnete in nähere Untersuchung gezogen, aber keines ihrer Resultate kann als genug sicher und definitiv betrachtet werden, zumal bei Hansteen (De mutationibus virgae magneticae), der fast gar keine absoluten Messungen gemacht hat. Auf den Fall, dass ein Magnet in möglichster Ruhe auf einem stabilen Observatorium aufbewahrt wird, scheint das von ihm aufgestellte Gesetz, „dass für auf einander folgende gleiche Zeitabschnitte der Kraftverlust in geometrischer Reihe zunehme", noch am ehesten anwendbar zu sein; es ist aber durchaus unzuverlässig, wenn der Magnet auf dem Transporte einer Reise mancherlei Erschütterungen und sonstigen Unbillen ausgesetzt gewesen ist.

Als Beispiel hierfür können die Beobachtungen des Herrn Wild auf der Reise nach Tiflis im Jahre 1869 dienen, auf welcher das magnetische Moment des Schwingungs- und Ablenkungsmagneten ziemlich bedeutenden Schwankungen, namentlich von Rostow (vor Pjatigorsk) aus, wo der Transport per Tarantass (federloser Wagen) erfolgte, unterworfen war. Nach den mir freundlichst zur Verfügung gestellten Tagebüchern der Reise sind die Daten der Tab. IV in derselben Weise wie die in Tab. III zusammengestellt.

Tabelle IV.

Nr.	Ort	Datum	Zeit	Temperatur	$\log T^2$	H	$C = H \times \frac{T^2}{1+Z}$	Abweichungen v. Mittel (1–18) (19,4391)	(1–12) (19,5098)
		1869		° C.					
1	St. Petersburg	Juli 12	2 h 47 m p.	21,0	1,07995	1,6266	19,5536	— 0,1145	— 0,0438
2	„ „	„ 13	11 8 a.	22,0	1,08057	1,6268	19,5623	— 0,1232	— 0,0525
3	Moskau	„ 19	0 15 p.	22,2	1,03570	1,7948	19,4595	— 0,0204	+ 0,0503
4	„	„ 20	5 11 p.	21,0	1,03468	1,8043	19,5430	— 0,1039	— 0,0332
5	Kasan	„ 24	0 9 p.	34,2	1,03022	1,8394	19,4300	+ 0,0091	+ 0,0798
6	„	„ 25	10 3 a.	33,1	1,02969	1,8481	19,5214	— 0,0823	— 0,0116
7	„	„ 26	10 30 a.	34,9	1,03166	1,8485	19,5760	— 0,1369	— 0,0662
8	Ssamara . . .	„ 31	9 45 a.	30,3	0,98789	2,0254	19,4973	— 0,0582	+ 0,0125
9	„ . . .	Aug. 1	7 52 a.	28,4	0,98703	2,0255	19,4964	— 0,0573	+ 0,0134
10	Zarizyn . . .	„ 6	5 48 a.	25,1	0,94767	2,2146	19,5413	— 0,1022	— 0,0315
11	„ . . .	„ 6	3 45 p.	33,2	0,95133	2,2071	19,4656	— 0,0265	+ 0,0442
12	„ . . .	„ 7	5 38 a.	25,7	0,94885	2,2011	19.4709	— 0,0318	+ 0,0389
13	Pjatigorsk . .	„ 20	6 48 a.	20,6	0,88944	2,4669	19,1335	+ 0,3056	
14	„	„ 20	6 5 p.	26,3	0,89214	2,4743	19,1868	+ 0,2523	
15	„	„ 21	6 15 a.	19,8	0,89045	2,4646	19,1730	+ 0,2661	
16	Tiflis	Sept. 2	10 42 a.	29,0	0,88491	2,5131	19,1074	+ 0,3317	
17	„	„ 2	1 12 p.	29,7	0,88591	2,5512	19,4268	+ 0,0123	
18	St. Petersburg	Oct. 26	3 14 p.	4,6	1,07649	1,6261	19,7591	— 0,3200	
						Mittel:	19,4391	± 0,1308	± 0,0398

Aus vorstehenden Angaben folgt, wenn man alle 18 Beobachtungen zusammennimmt,

$$\text{mittlere Abweichung } \Delta C = \pm\, 0{,}1308$$
$$\text{mittlerer Fehler } \quad d\,C = \pm\, 0{,}1751,$$

woraus nach (C,4), wenn $\log \frac{1+Z}{T^2}$ im Mittel gleich 9,0000 angenommen wird,

$$dH = \pm\, 0{,}0175$$

folgen würde.

Beschränkt man sich jedoch auf die ersten 12 Beobachtungen bis incl. Zarizyn, bis wohin bei guten Transportmitteln die Erschütterungen geringe waren, so gilt

$$\text{mittlere Abweichung } \Delta C = \pm\, 0{,}0398$$
$$\text{mittlerer Fehler } \quad d\,C = \pm\, 0{,}0447$$

und somit

$$dH = \pm\, 0{,}0045 \text{ (mm, mgr).}$$

Hätte man also nur am Ausgangspunkte St. Petersburg und an dem um ca. 1650 km davon entfernten Zarizyn (Zeitintervall 25 Tage)

absolute Bestimmungen, an den dazwischen liegenden Orten aber relative Messungen aus Schwingungsbeobachtungen angestellt, so würde der mittlere Fehler der letzteren in runder Zahl 5 Einheiten der dritten Decimale in absolutem Maasse betragen.

Die Schwankungen im Betrage des Stabmagnetismus waren auf dieser Reise ungewöhnlich gross und müssen ausser den schwierigen Transportverhältnissen auch wohl noch anderen Umständen, wie etwa schlechter Beschaffenheit des Stahles etc., zugeschrieben werden. Vergleichen wir damit die Veränderungen des magnetischen Momentes auf anderen, weit grösseren Reisen, wie denen von Lamont, Harkness, Perry u. A., so sehen wir dieselben im Ganzen viel regelmässiger vor sich gehen. Hauptbedingung dafür scheint ausser guten Transportmitteln auch die Vorsicht zu sein, dass der Magnet nicht eben erst aus der Werkstätte des Mechanikers hervorgeht, sondern schon Jahre lang fertig dagelegen hat und dem Zustande der Permanenz ziemlich nahe ist. Das war bei dem auf der Reise nach Tiflis gebrauchten Theodoliten Nr. 38 nicht der Fall. Wenn sich mit relativen Bestimmungen der Horizontalintensität auf Reisen eine Genauigkeit von etwa 0,002 Einheiten erreichen liesse, so dürfte es der Oekonomie an Zeit und Geld wegen gerathen sein, zwischen zwei Hauptstationen, an denen mehrere vollständige absolute Messungen gemacht worden sind, andere relative einzuschalten, wie namentlich Lamont schon gethan hat. Die Möglichkeit des Erfolges möge noch kurz erörtert werden.

Aus Gleichung (C,8) leiten wir, wenn $H_0 M_0 T_0^2 = C$ gesetzt und die Schwingungsdauer schon reducirt gedacht wird, die andere ab:

$$H = \frac{C}{M\,T^2}\,. \tag{C,9}$$

Hierbei ist C ein für alle Mal bekannt, T durch die Beobachtung der Schwingungsdauer bis auf einen Fehler dT ermittelt und M bis auf einen Fehler dM aus den absoluten Messungen interpolirt. Zwischen diesen Grössen besteht aber nach (C,9) der Zusammenhang

$$\frac{dH}{H} = -\frac{dM}{M} - 2\,\frac{dT}{T}, \tag{C,10}$$

oder in Procenten ausgedrückt:

$$100\,\frac{dH}{H} = -\,100\,\frac{dM}{M} - 200\,\frac{dT}{T}, \tag{C,11}$$

d. h. bei relativen Messungen der Horizontalintensität aus Schwingungsbeobachtungen wird dieselbe ungünstigsten Falles bis auf so viele Procente ihres Betrages ungenau bestimmt, als die einfache procentische Sicherheit des magnetischen Moments und die doppelte der Schwingungsdauer zusammen betragen.

In mittleren Breiten, wo $H = 2{,}0$ ist, könnte also jener ungünstigste Fall so erfüllt werden, dass die Gleichung

$$0{,}10\% = 0{,}05\% + 0{,}05\%$$

besteht. Bei 4^s Schwingungsdauer müsste dieselbe alsdann bis auf $\pm$ $0{,}001^s$ sicher sein, und wenn $M = 10000000$, dürfte seine Unsicherheit nicht mehr als $\pm$ 5000 betragen.

Der wahrscheinliche Fehler aber ist

$$dH = H\sqrt{\left(\frac{dM}{M}\right)^2 + 4\left(\frac{dT}{T}\right)^2} \qquad \text{(C,12}$$

und somit bei Annahme derselben Zahlen

$$dH = \pm\ 0{,}00141 \ (\text{mm. mgr}).$$

Die Bedingungen für diese Sicherheit relativer Intensitätsmessungen aus Schwingungsbeobachtungen in mittleren Breiten sind also die, dass das magnetische Moment des Stabes jedes Mal bis auf $\pm$ 0,050% dagegen die Schwingungsdauer bis auf $\pm$ 0,025% ihrer resp. Beiträge richtig interpolirt bzw. beobachtet seien.

Es muss einer besonderen Untersuchung vorbehalten bleiben, die Frage des allmählichen Kraftverlustes der Magnete auf Grund des neueren Beobachtungsmaterials näher zu erörtern, um wo möglich zu entscheiden, ob solche Forderungen wie die eben gemachten erfüllbar sind und unter welchen Bedingungen. Jedenfalls sind für den Erfolg relativer Messungen der Horizontalintensität in dieser Hinsicht folgende Punkte beachtenswerth:

1. Der Magnet muss dem Zustande der Permanenz möglichst nahe sein.

2. Derselbe soll auf Reisen keinen Erschütterungen, scharfen Temperaturwechseln, noch sonstigen Unbillen ausgesetzt sein, weshalb er am besten vom Beobachter etwa in einem kleinen Etui oder in einer besonderen Brusttasche getragen, nicht in der Kiste transportirt wird.

3. Die Beobachtung der Schwingungsdauer des Magneten ist möglichst zu verschärfen.

4. Das absolute magnetische Moment des Magneten soll etwa alle 15 Tage oder wo möglich öfters durch mehrere Messungen genau bestimmt werden.

Ich glaube, dass solche combinirte absolute und relative Bestimmungen der Horizontalintensität wegen der Ersparniss an Zeit und Geld sich namentlich für magnetische Landesaufnahmen eignen würden. Gleich wie bei der geodätischen Aufnahme des Landes müssten zwischen die Hauptpunkte absoluter Messungen solche relative eingeschaltet werden.

Einigen Anhalt zur Entscheidung jener Frage wird man aus dem Studium des Problems ziehen können, in welcher Weise der Kraftverlust der Magnete im stabilen Observatorium[1]) und auf Reisen erfolgt und in wie weit die angewendeten Transportmittel darauf von Einfluss sind. Es scheint mehr als wahrscheinlich, dass die Vorsicht, auf Reisen die Magnete in besonderem Etui oder in Brusttaschen mit sich zu führen, in diesem Falle besonders gute Resultate erzielen liesse.

1) Es ist hier nicht der Ort, den Wunsch auszusprechen, dass von den Resultaten absoluter Messungen der Intensität allgemein nicht bloss der Werth dieser selbst, sondern auch das magnetische Moment des angewandten Magneten publicirt werde, wie dies in England und seinen Colonien schon lange geschieht.

Das Dispersionsgesetz.

Von

E. Ketteler.

(Zugleich als Schluss des Aufsatzes Bd. 15 S. 349.)

Wenn ich bei meinen bisherigen theoretischen Aufstellungen von dem Kundt'schen Satze, dass die Lage der Absorptionsstreifen eines gelösten Farbstoffes nicht unabänderlich an die Schwingungsdauer gebunden sei, sondern mit dem Brechungsindex des Lösungsmittels variire, als einem sicher gestellten Erfahrungssatze ausging, so lehren freilich die neuere Zusammenstellung von H. W. Vogel[1]) und besonders die unter meiner Leitung von Herrn Claes[2]) angestellten Versuche die Hinfälligkeit oder wenigstens Gebrechlichkeit dieser Stütze. Hat Letzterer zwar bei den instabileren organischen Farbstoffen zuweilen bedeutende Verschiebungen wahrgenommen, so behielten dagegen die Streifen der Didym- und Uransalze selbst in möglichst verschieden brechenden Lösungsmitteln immer unverändert ihre Stellung.

Mit dem Fallenlassen des vorstehenden Satzes verschwindet aber einmal die Schwierigkeit, welche die Einführung einer besonderen Deformation der Körpermoleküle unleugbar mit sich bringt. Andererseits erlangen zugleich die gesuchten Bewegungsgleichungen eine verhältnissmässig so einfache und durchsichtige Form, dass es von diesem Standpunkte aus möglich erscheint, die einzelnen Glieder derselben mit einiger Sicherheit zu ermitteln.

Bei Aufstellung dieser Gleichungen knüpfe ich an eine Forderung, die ich zuerst 1873 in meiner Astronomischen Undulationstheorie im Anschlusse an die Arbeiten Sellmeier's formulirt und der ich seitdem in verschiedenen Abhandlungen den Rang eines dioptrischen

1) Berl. Monatsber. Mai 1878. — Beibl. 1878 Bd. 2 S. 699.

2) Wied. Ann 1878 Bd. 3 S. 389.

Grundgesetzes beigelegt habe. Ihm zufolge muss die Schwingungsarbeit des intermolekularen Aethers eines Mittels, gemessen durch die Deformation desselben, gleich sein der Summe der Schwingungsarbeiten der Aether- und Körpertheilchen, dieselben gemessen durch die Beschleunigungen. Wenn auffallenderweise die sämmtlichen seitherigen Bearbeiter der Dispersionstheorie, die Herren O. E. Meyer, Helmholtz und Lommel ohne diesen Satz auszukommen glauben, so halte ich nicht nur an demselben fest, sondern bekenne offen, dass ich bezüglich seiner erst auf halbem Wege stehen geblieben bin. Seine nothwendige Ergänzung lautet dahin, dass auch die Schwingungsarbeit der Körpertheilchen eines Mittels, gemessen durch die Molekularkräfte derselben, gleich sein muss der Summe der Schwingungsarbeiten der Aether- und der Körpertheilchen, dieselben gemessen durch die Beschleunigungen.

Die analytische Einkleidung beider Sätze gibt die nöthige Zahl und Form der Bewegungsgleichungen, und so charaktersiren sich dieselben von vorn herein als Beziehungen zwischen den Arbeiten der wirksamen Kräfte, nicht dagegen als solche zwischen den Kräften selbst.

Nehmen wir zur näheren Begründung als erstes Ausgangsmittel den vollkommen elastischen Weltäther, dessen Masse für die unendlich klein gedachte Volumeneinheit mit m_1 und dessen Deformationsconstante mit $\mathfrak{e}$ bezeichnet werde. Lässt man denselben in der z-Richtung von ebenen Wellen durchsetzt werden, versteht unter ϱ_1 den Schwingungsausschlag zur Zeit t und unter δs_1 das während der kleinen Zeit δt durchlaufene Wegelement, so gelten bekanntlich die Gleichungen:

$$m_1 \frac{d^2\varrho_1}{dt^2} = \mathfrak{e}\frac{d^2\varrho_1}{dz^2}, \quad m_1 \frac{d^2\varrho}{dt^2}\delta s_1 = \mathfrak{e}\frac{d^2\varrho_1}{dz^2}\delta s_1. \tag{1}$$

Würde man die Masse m_1 dieses Aethers noch durch eine fremde mitschwingende Masse m_1' vermehren, so wäre jetzt die Gesammtmasse $m_1 + m_1'$ durch die nämliche Kraft $\mathfrak{e}$ zu bewegen, entsprechend der Beziehung

$$(m_1 + m_1')\frac{d^2\varrho_1}{dt^2}\delta s_1 = \mathfrak{e}\frac{d^2\varrho_1}{dz^2}\delta s_1.$$

Eine solche Vermehrung der trägen Masse ohne gleichzeitige Einführung eines Bewegungswiderstandes ist freilich nur ideell, nicht aber praktisch ausführbar. Denkt man sich also die Masse m_1' dem

Weltäther (etwa in Gasform) in homogener Vertheilung zugesetzt, so sind damit sofort Kräfte eingeführt, die weniger von Molekül zu Molekül als innerhalb des Moleküles von Atom zu Atom wirksam sind und der Bewegung des Aethers irgend welchen, jedoch ohne Zweifel reibungsfreien Widerstand entgegenstellen. In Folge dessen vertheilt sich die Deformationsarbeit des Aethers auf die Aethermasse m_1 und die Körpermasse m_1', und die letztere wird in Excursionen von der mittleren Grösse ϱ_1' in Mitschwingungen versetzt, wobei sie während der Zeit δt die mittlere Wegstrecke $\delta s_1'$ zurücklege. Es besteht dann offenbar die Gleichung:

$$m_1 \frac{d^2 \varrho_1}{dt^2} \delta s_1 + m_1' \frac{d^2 \varrho_1'}{dt^2} \delta s_1' = e \frac{d^2 \varrho_1}{dz^2} \delta s_1. \qquad (1$$

Als zweites Ausgangsmittel denke man sich jetzt ein homogenes Aggregat von unendlich feinen, räumlich getrennten oder doch nur lose zusammenhängenden Körperchen, von denen jedes vermöge seiner inneren Einrichtung etwa nach Analogie der Stimmgabel nur Schwingungen von einer einzigen Periode ausführen kann. Wären dieselben nach Material und Constitution absolut elastisch, so würden dieselben, einmal in Schwingungen versetzt, nach dem Gesetze des Pendels:

$$m_2' \frac{d^2 \varrho'^2}{dt^2} = - \varkappa' \varrho_2', \quad \varkappa' = m_2' \frac{4 \pi^2}{T_m^2} \qquad (2$$

unaufhörlich hin und her vibriren. In diesen Ausdrücken bedeutet m_2' ihre Masse per Volumeneinheit, ϱ_2' den Ausschlag, $\varkappa'$ die Grösse der Kraft für die Einheit des Ausschlages und T_m die mögliche Schwingungsdauer. Hätte man zudem den auf einander folgenden Körperchen nicht gleiche, sondern verschiedene Phase gegeben, so würden die Ausschläge für irgend einen Moment etwa in der Richtung der z-Achse eine Wellenlinie verzeichnen, deren Bildungsgesetz natürlich willkürlich bleibt.

Auch hier könnte man wieder die Masse m_2' durch eine fremde mitschwingende Masse m_2, die durch starre ideelle Linien mit ihr verbunden wäre, vermehren; indess wird das unmöglich, sofern man unter m_2 die Masse eines raumerfüllenden Mittels von der Art des Weltäthers versteht. Die Schwingungen der elementaren Pendelchen finden dann einen ähnlichen Widerstand wie die Bewegung des gewöhnlichen Pendels in der Luft. Uebt nämlich die letztere auf die Bewegung des Pendels einen dämpfenden Einfluss, so empfängt sie

dafür einen entgegengesetzten Bewegungsantrieb zurück. Und obwohl so die Schwingungen eines ideellen Pendels und die Impulse der dasselbe zunächst umgebenden ideell elastischen Luftschicht nach und nach an Grösse abnehmen, so muss doch die lebendige Kraft der gesammten Massenbewegung auch in der Form von Massenenergie erhalten bleiben, in so fern die Luftimpulse fort und fort auf andere Schichten übergehen. Denkt man sich daher das Pendel als Stimmgabel und die von ihm ausgehenden Antriebe als Schallschwingungen im Innern eines cylindrischen Rohres, so wird der in Rede stehende Vorgang darstellbar sein durch eine Gleichung von der Form:

$$m_2 \frac{d^2 \varrho_2}{dt^2} \delta s_2 + m_2' \frac{d^2 \varrho'^2}{dt^2} \delta s_2' = - \varkappa' \varrho_2' \delta s_2', \qquad (3$$

deren erstes Glied sich auf die mitschwingende Luft bezieht. Uebrigens macht es bei dieser Differentialform keinen Unterschied, ob sich die Bewegung von Pendel auf Luft oder umgekehrt von Luft auf Pendel überträgt.

Wenn sich freilich der Verschiebung der Pendeltheilchen gegen einander und der Verschiebung derselben gegen die Lufttheilchen ein Reibungswiderstand entgegenstellt, so tritt alsbald die Reibungskraft als eine neue dämpfende Kraft zu der bisherigen hinzu.

Offenbar ist nun die Einrichtung der oben supponirten Körperchen ebenfalls mit Reibung behaftet. Denn wenn die natürlich gegebenen dioptrischen Mittel das auffallende Licht zum Theil absorbiren, so wandeln sie eben damit die regelmässige Schwingungsbewegung partiell in unregelmässige Wärmebewegung um. Wir sind daher zu der Annahme gedrängt, dass sich diese Pendelchen zwar gegen die Aethertheilchen mit grösster Leichtigkeit verschieben, dass sie sich aber in sich selber nur mit innerer Reibung drehen lassen. Und da sich die Reibung als eine der jeweiligen Geschwindigkeit proportionale Kraft behandeln lässt, so tritt für das isolirte Mittel der zweiten Art an die Stelle der Gleichung (2) die folgende:

$$m_2' \frac{d^2 \varrho'^2}{dt^2} = - \varkappa' \varrho_2 - \gamma' \frac{d \varrho_2'}{dt}, \qquad (4$$

in welcher der Reibungscoëfficient γ' mit der schwingenden Masse im gleichen Verhältniss zunimmt.

Denkt man sich dasselbe endlich in eine raumerfüllende Flüssigkeit eingetaucht, so dass die Elementarkörperchen ausser ihrem eigenen

Widerstande auch den der letzteren zu überwinden haben, so gilt für die Schwingungen dieses gemischten Mittels anstatt der Gleichung (3) die nunmehrige:

$$m_2 \frac{d^2\varrho_2}{dt^2}\delta s_2 + m_2' \frac{d^2\varrho_2'}{dt^2}\delta s_2' = -\left(\varkappa'\varrho_2' + \gamma'\frac{d\varrho_2'}{dt}\right)\delta s_2'. \qquad \text{(II}$$

Nichts hindert nun, die beiden Gleichungen (I) und (II) auf ein- und dasselbe Aggregat von Aether- und Körpertheilchen in Anwendung zu bringen. Es erscheinen eben beide nicht nur als gleichberechtigt, sondern geradezu als die zusammengehörigen und sich ergänzenden Seiten eines einzigen Principes, des Principes der Aequivalenz von Beschleunigungsarbeit und Spannungsarbeit[1]).

Man hat dann bezüglich der Massen und Ausschläge:

$$m_1 = m_2 = m, \qquad m_1' = m_2' = m'$$
$$\varrho_1 = \varrho_2 = \varrho, \qquad \varrho_1' = \varrho_2' = \varrho'.$$

Und coordinirt man den Ausschlägen die Amplituden $\mathfrak{A}, \mathfrak{A}'$, so lässt sich für die Wegelemente setzen:

$$\delta s_1 : \delta s_1' = \mathfrak{A} : f'\mathfrak{A}', \qquad \delta s_2 : \delta s_2' = f\mathfrak{A} : \mathfrak{A}', \qquad \text{(5}$$

sofern man nämlich unter f' und f Coëfficienten versteht, die von der Natur des bezüglichen dioptrischen Mittels und von der Art der Anregung abhängen und mit diesen zugleich gegeben seien. Führt man diese Bezeichnungen ein, so erhält man:

$$\left.\begin{aligned} m\frac{d^2\varrho}{dt^2}\mathfrak{A} + m'\frac{d^2\varrho'}{dt^2}f'\mathfrak{A}' &= e\frac{d^2\varrho}{dz^2}\mathfrak{A} \\ m\frac{d^2\varrho}{dt^2}f\mathfrak{A} + m'\frac{d^2\varrho'}{dt^2}\mathfrak{A}' &= -\left(\varkappa'\varrho' + \gamma'\frac{d\varrho'}{dt}\right)\mathfrak{A}'. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III}$$

Die Coëfficienten f', f haben im Allgemeinen verschiedene Werthe, und demgemäss vertheilen sich die Beschleunigungsarbeiten der beiden wirksamen Kräfte in einem verschiedenen Verhältnisse auf die Aether- und die Körpermasse.

Es dürfte ferner einleuchten, dass stets $f' = 1$ ist, wenn die Anregung zur Schwingung von den Aethertheilchen ausgeht, denn in diesem Falle verhalten sich offenbar die in jedem Augenblicke zusammengehörigen Wegelemente der Gleichung (I) genau wie die Ampli-

1) Dasselbe ist insofern allgemeiner als das verwandte Princip der Aequivalenz von lebendiger Kraft und Arbeit, als letzteres sich nicht unmittelbar auf widerstehende Mittel (mit Phasenunterschied der Bestandtheile) anwendet.

tuden $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}'$. In der That wird die so gedeutete obere Gleichung durch alle an einem anderen Orte[1]) aufgeführten Erfahrungen bestätigt. Wäre nun unter dieser Voraussetzung auch $f' = 1$, so würden zugleich mit den linken auch die rechten Seiten beider Gleichungen (III) identisch; es würden dann die Arbeiten der Molekularkräfte der verschiedensten dioptrischen Mittel der Arbeit der Deformationskraft des Aethers und daher auch unter einander gleich sein, während sie doch erfahrungsmässig in sehr verschiedenem Maasse eine Rückwirkung auf den Aether ausüben. Da endlich $f\mathfrak{A}$ gleichzeitig mit m' verschwindet und wir die Amplitude $\mathfrak{A}$ als gegeben ansehen, so wird sich sonach setzen lassen:

$$f = C'm', \qquad f' = 1, \tag{6}$$

wo C' einen wenigstens annähernd constanten Proportionalitätsfactor bedeutet. Im Folgenden betrachten wir f als das Maass der Wechselwirkung zwischen den Aether- und Körpertheilchen und bezeichnen es demgemäss als den Dispersionscoëfficienten D[2]).

Geht man hiernach an die Integration der Differentialgleichungen (III), so heisse, wie in früheren Abhandlungen der Hauptrefractionscoëfficient a, der Hauptextinctionscoëfficient b, der Phasenunterschied zwischen Aether- und Körpertheilchen Δ und die Wellenlänge im freien Aether λ. Es sind alsdann die einzuführenden Integralausdrücke bedingungsweise die folgenden:

$$\left.\begin{aligned} \varrho &= \mathfrak{A}\, e^{\frac{2\pi}{\lambda} bz} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{az}{\lambda}\right)\right] \\ \varrho' &= \mathfrak{A}'e^{\frac{2\pi}{\lambda} bz} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{az}{\lambda}\right)-\Delta\right]. \end{aligned}\right\} \tag{IV}$$

Die erste der Gleichungen (III) erhält dadurch die Form:

$$m\mathfrak{A}^2 \cos\varphi + m'\mathfrak{A}'^2 \cos(\varphi-\Delta) = m\mathfrak{A}^2\left[(a^2-b^2)\cos\varphi + 2ab\sin\varphi\right],$$

sofern $\mathfrak{e}$ mittels der Beziehung $\mathfrak{e} = mv^2$ durch die Lichtgeschwindigkeit v im Weltäther ausgedrückt und abkürzungsweise die Phase der Aethertheilchen durch φ bezeichnet wird. Dieselbe zerfällt durch die Eliminirung von φ in die beiden folgenden:

$$a^2 - b^2 - 1 = \frac{m'\mathfrak{A}'^2\cos\Delta}{m\mathfrak{A}^2}, \qquad 2ab = \frac{m'\mathfrak{A}'^2\sin\Delta}{m\mathfrak{A}^2}, \tag{7}$$

1) Repertorium 1879 Bd. 15 S. 349.

2) Das Endresultat (Gleichung V) bleibt übrigens das nämliche, wenn man bei beliebigem f, f' ihr Product $ff' = Cmm' = D$ setzt.

aus denen man bezüglich des Amplitudenverhältnisses und Phasenunterschiedes sofort die Folgerungen zieht:

$$\operatorname{tg} \varDelta = \frac{2ab}{a^2 - b^2 - 1}, \quad \frac{m'}{m} \cdot \frac{\mathfrak{A}'^2}{\mathfrak{A}^2} = \sqrt{(a^2 - b^2 - 1)^2 + 4a^2b^2}. \qquad (8$$

Durch Multiplication der zweiten der Gleichungen (7) mit $\sqrt{-1}$ und Addition beider fassen sie sich in die symbolische Form zusammen:

$$n^2 - 1 = \frac{m'\mathfrak{A}'^2(\cos \varDelta + \sqrt{-1}\sin \varDelta)}{m\mathfrak{A}^2}, \qquad (9$$

in welcher bekanntlich a und b als die Charakteristik eines complexen Brechungsverhältnisses

$$n = a + b\sqrt{-1}$$

betrachtet werden dürfen.

Die analoge Behandlung der zweiten der Gleichungen (III) ergibt zunächst:

$$m\frac{4\pi^2}{T^2}f\mathfrak{A}^2\cos\varphi + m'\frac{4\pi^2}{T^2}\mathfrak{A}'^2\cos(\varphi - \varDelta) =$$
$$= \left(\varkappa'\cos(\varphi - \varDelta) - \gamma'\frac{2\pi}{T}\sin(\varphi - \varDelta)\right)\mathfrak{A}'^2.$$

Anstatt hieraus nach Eliminirung von φ die beiden Ausdrücke für $\mathfrak{A}'^2 \cos \varDelta$ und $\mathfrak{A}'^2 \sin \varDelta$ unmittelbar explicite zu entwickeln, fassen wir kürzer zunächst die beiden entstehenden Theilgleichungen in die Form zusammen:

$$\frac{\mathfrak{A}'^2(\cos\varDelta + \sqrt{-1}\sin\varDelta)}{f\mathfrak{A}^2} = \frac{m\frac{4\pi^2}{T^2}}{-m'\frac{4\pi^2}{T^2} + \varkappa' - \sqrt{-1}\cdot\gamma'\frac{2\pi}{T}} \qquad (10$$

und substituiren diesen Quotienten in dem Ausdrucke für die brechende Kraft. Man erhält dann:

$$n^2 - 1 = \frac{D4\pi^2 m'}{-4\pi^2 m' + \varkappa' T^2 - \sqrt{-1}\cdot 2\pi\gamma' T}.$$

Setzt man hierin noch zur Abkürzung

$$\frac{4\pi^2 m'}{\varkappa'} = \frac{\lambda_m^2}{v^2} = T_m^2, \quad \frac{2\pi\gamma'}{\varkappa'} = \frac{\delta}{v}, \qquad (11$$

so schreibt sich einfacher und definitiv:

$$n^2 - 1 = \frac{D\lambda_m^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2 - \sqrt{-1}\cdot\delta\lambda}. \qquad \text{(V}$$

Dieser Ausdruck repräsentirt demnach das Dispersionsgesetz der dioptrisch einfachen Mittel, d. h. derjenigen, welche nur einen einzelnen Absorptionsstreifen zeigen. Es spaltet sich ohne weiteres in die beiden folgenden:

$$a^2 - b^2 - 1 = \frac{D\lambda_m^2(\lambda^2 - \lambda_m^2)}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + \delta^2\lambda^2}, \quad 2ab = \frac{D\lambda_m^2\delta\lambda}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + \delta^2\lambda^2}, \qquad \text{(12}$$

Gleichungen, von denen wenigstens für kleine b die erstere die wesentlichsten Eigenschaften der Refractionscurve, die zweite die der Absorptionscurve begründet. Diese Namen habe ich nämlich in früheren Aufsätzen denjenigen beiden Curven gegeben, welche a und b für sich als Functionen der Wellenlänge darstellen.

Zunächst ersieht man aus Gleichung (V), dass das Brechungsverhältniss n für die beiden extremen Wellenlängen $\lambda = 0$ und $\lambda = \infty$ reell wird. Für den letzteren dieser Grenzwerthe findet folglich keine Absorption statt; bezüglich der Brechung derselben lässt sich schreiben:

$$n_0^2 - 1 = -D, \qquad n_\infty^2 - 1 = 0, \qquad \text{(13}$$

so dass, sofern D stets positiv ist, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der kürzesten Wellen grösser ist als die Lichtgeschwindigkeit im Weltraume, während die längsten Wellen sich im Mittel und Weltäther gleich rasch bewegen.

Was nun den Verlauf der durch die Gleichungen (12) repräsentirten Curven betrifft, so erhält man mittels Differentiation der ersten für die Wellenlängen (λ_g) des Maximums und Minimums von $(a^2 - b^2)$ die Beziehung:

$$\lambda_g^2 - \lambda_m^2 = \pm\,\delta\lambda_m, \qquad \text{(14}$$

folglich $\qquad \lambda_g'^2 + \lambda_g''^2 = 2\lambda_m^2, \quad \lambda_g'^2 - \lambda_g''^2 = 2\delta\lambda_m.$

Diese Wellenlängen mögen, sofern sie einigermassen die Stellen stärkster Absorption begrenzen, die Grenzwellenlängen heissen. Ihnen entsprechen die Werthe:

$$a_g^2 - b_g^2 - 1 = \pm\frac{D\lambda_m^2}{\delta(2\lambda_m \pm \delta)}, \quad 2a_g b_g = \frac{D\lambda_m\sqrt{\lambda_m^2 \pm \delta\lambda_m}}{\delta(2\lambda_m \pm \delta)}. \qquad \text{(15}$$

Die zweite Curve gibt das Maximum von $2ab$ für eine Wellenlänge, für welche

$$\lambda^2 = \tfrac{1}{6}\left[(2\lambda_m^2 - \delta^2) + \sqrt{(2\lambda_m^2 - \delta^2)^2 + 12\lambda_m^4}\right]; \qquad (16$$

dieselbe ist für kleinere Werthe von δ^2 hinlänglich genau bestimmt durch

$$\lambda^2 = \lambda_m^2 - \tfrac{1}{4}\delta^2.$$

Der Wellenlänge λ_m entsprechen die zusammengehörigen Ordinaten:

$$a_m^2 - b_m^2 - 1 = 0, \qquad 2a_m b_m = \frac{D\lambda_m}{\delta}, \qquad (17$$

und durch Vergleichung findet man leicht:

$$\frac{a_g b_g}{a_m b_m} = \frac{1}{2}\,\frac{\sqrt{1 \pm \frac{\delta}{\lambda_m}}}{1 \pm \frac{1}{2}\frac{\delta}{\lambda_m}},$$

so dass bei Vernachlässigung von δ^2

$$a_g b_g = \tfrac{1}{2}\, a_m b_m$$

und oftmals geradezu $b_g = \frac{1}{2} b_m$ genommen werden darf.

Für den Phasenunterschied zwischen Aether- und Körpertheilchen erhält man nunmehr mittels Gleichung (8a):

$$\operatorname{tg} \varDelta = \frac{\delta\lambda}{\lambda^2 - \lambda_m^2}. \qquad (18$$

Derselbe ist folglich für eine unendlich grosse Wellenlänge gleich Null, gebt für $\lambda = \lambda_g$ durch die Werthe:

$$\operatorname{tg} \varDelta_g = \pm \frac{\lambda_g}{\lambda_m} = \pm \sqrt{1 \pm \frac{\delta}{\lambda_m}},$$

erreicht für $\lambda = \lambda_m$ den Werth $\varDelta = \frac{\pi}{2}$ und wächst für $\lambda = 0$ auf $\varDelta = \pi$ an. Wenn also für ganz grosse Wellenlängen Aether- und Körpertheilchen ohne Verzögerung zusammenschwingen, so bleiben die letzteren für das Maximum der Brechung nahezu um $\frac{1}{8}\lambda$, dann im Maximum der Absorption um $\frac{1}{4}\lambda$, im Minimum der Brechung um $\frac{3}{8}\lambda$ zurück, und diese Differenz steigt für die kürzesten Wellen auf $\frac{1}{2}\lambda$ an.

Dem Phasenunterschiede $\varDelta$ coordinirt sich zufolge Gleichung (8b) das Amplitudenverhältniss:

$$\frac{\mathfrak{A}'^2}{\mathfrak{A}^2} = \frac{m}{m'} \cdot \frac{D\lambda_m^2}{\sqrt{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + \delta^2\lambda^2}}; \qquad (19$$

dasselbe steigt vom Anfangswerthe $\frac{m}{m'} D$ für $\lambda = 0$ bis auf den Maximalwerth:

$$\frac{m}{m'} \cdot \frac{D\lambda_m^2}{\delta \sqrt{\lambda_m^2 - \frac{1}{4}\delta^2}} \text{ für } \lambda^2 = \lambda_m^2 - \tfrac{1}{2}\delta^2$$

an, um für $\lambda = \infty$ auf Null herabzufallen.

Für a und b selbst erhält man die verwickelteren Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} a^2 &= \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{(\lambda^2-\lambda_1^2)^2+\delta^2\lambda^2}{(\lambda^2-\lambda_m^2)^2+\delta^2\lambda^2}} + \frac{(\lambda^2-\lambda_1^2)(\lambda^2-\lambda_m^2)+\delta^2\lambda^2}{(\lambda^2-\lambda_m^2)^2+\delta^2\lambda^2}\right) \\ b^2 &= \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{(\lambda^2-\lambda_1^2)^2+\delta^2\lambda^2}{(\lambda^2-\lambda_m^2)^2+\delta^2\lambda^2}} - \frac{(\lambda^2-\lambda_1^2)(\lambda^2-\lambda_m^2)+\delta^2\lambda^2}{(\lambda^2-\lambda_m^2)^2+\delta^2\lambda^2}\right), \end{aligned}\right\} \quad \text{(VI}$$

in welchen zur Abkürzung gesetzt ist:

$$\lambda_1^2 = \lambda_m^2 (1 - D).$$

Die hier abgeleiteten Formeln stimmen übrigens mit denen überein, die ich vor kurzem[1]) auf Grundlage des Kundt'schen Satzes sowie eigener Beobachtungen als Näherungsformeln aufgestellt habe, sofern man nur in letzteren $n_\infty^2 = 1$ setzt.

Ist ferner das dispergirende Mittel nicht dioptrisch einfach mit einem einzigen Absorptionsstreifen, sondern aus mehreren Molekularqualitäten zusammengesetzt, so ist in der ersten der Gleichungen (III) das zweite Glied der linken Seite mittels eines vorgesetzten Summenzeichens auf sämmtliche Molekularqualitäten auszudehnen, während an die Stelle der folgenden einzigen Gleichung eben so viele treten, als Molekularqualitäten vorhanden sind. Man erhält daher statt Gleichung (V) die allgemeinere:

$$n^2 - 1 = \sum \frac{D\lambda_m^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2 - \sqrt{-1}\cdot\delta\lambda}.\,^{2)} \quad \text{(Vb}$$

Wäre endlich das dispergirende Mittel anisotrop, sei es, dass die Körpertheilchen um ein einzelnes System von drei auf einander senkrechten Achsen oder um beliebig viele gegen einander gedrehte

1) Verhandl. des naturhist. Vereins für Rheinl.-Westf. 1879 Bd. 6 S. 52.

2) Während behufs Darstellung der Refractionscurve der (innerhalb des optischen Spectrums) durchsichtigen Mittel die frühere empirische Dispersionslehre denjenigen Ausdruck bevorzugen musste, der bei kleinster Gliederzahl die stärkste Convergenz zeigte, gestattet die jetzige Theorie wegen der Zulässigkeit beliebig vieler ultrarother und ultravioletter Absorptionen ganz neue Functionen mit unbeschränkter Gliederzahl.

Achsensysteme symmetrisch gruppirt sind, so bleibt, wie ich anderswo[1]) zu zeigen gesucht habe, die Dispersionsformel der isotropen Mittel auch dann noch in Geltung, sofern man in derselben

$$D = D_\xi \mathfrak{U}^2 + D_\eta \mathfrak{V}^2 + D_\zeta \mathfrak{W}^2 \qquad (20$$

setzt (also bei der hier entwickelten Grundvorstellung die Coëfficienten f der Wechselwirkung zwischen Aether- und Körpermaterie für die verschiedenen Achsenrichtungen verschieden nimmt). Hierin bedeuten $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{V}$, $\mathfrak{W}$ die Cosinus der Winkel zwischen der virtuellen Schwingungsrichtung der Aethertheilchen (senkrecht zum Strahle) und dem Achsensysteme der einzelnen Molekularqualität. Entsprechend ist dann n das Verhältniss der Lichtgeschwindigkeit im Weltäther und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Richtung des Strahles im Unterschiede zu der der Wellennormale[2]).

Für ein bestimmtes λ bilden sonach die Strahlengeschwindigkeiten eine Fläche, die, auf ihre Hauptachsen bezogen, die Gleichung hat:

$$n^2 = n_x^2 U^2 + n_y^2 V^2 + n_z^2 W^2.$$

Diese letztere zerfällt indess wegen der complexen Form der $n (= a + b\sqrt{-1})$ sofort in zwei getrennte, und so darf man wenigstens für einfache Mittel schliessen, dass zwar nicht das Verhältniss des Extinctions- und Refractionscoëfficienten, wohl aber der Phasenunterschied Δ von der Orientirung abhängig ist.

1) Verhandl. Bd. 6 S. 35—56.

2) Vgl. hierüber Carl's Repertorium Bd. 15 S. 337 u. 349. — Wied. Ann. 1879 Bd. 7 S. 95 u. 126.

Ueber das Stokes'sche Gesetz.

Von

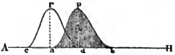
E. Lommel.

(Aus den Annalen für Physik und Chemie vom Herrn Verfasser mitgetheilt)

Herr S. Lamansky hat vor kurzem in den Comptes rendus[1]) eine Arbeit veröffentlicht, welche das Resultat widerlegen soll, zu welchem ich hinsichtlich des sogenannten Stokes'schen Gesetzes durch fortgesetztes Studium der Fluorescenzerscheinungen gelangt bin, ein Resultat, welches mittlerweile durch Brauner[2]) und Lubarsch[3]) bestätigt worden ist. Herr Lamansky zieht nämlich aus seinen Versuchen den Schluss, „dass das Gesetz der Aenderung der Brechbarkeit des Lichtes vollkommen richtig ist in der allgemeinen Form, unter welcher Stokes dasselbe ausgesprochen hat".

Diesem Schlusse liegt vor allem ein Missverständniss der von mir behaupteten Thatsachen zu Grunde. Um dasselbe aufzuklären, ist es nothwendig, dass ich das Ergebniss meiner Beobachtungen nochmals genau präcisire.

Wir denken uns den stärksten Absorptionsstreifen eines der fluorescirenden Körper (etwa des Naphthalinroths), welche ich Substanzen erster Klasse genannt habe (es sind dies durchaus Körper, welche durch starke Absorptionsstreifen und daher gesättigte Färbung, durch anomale Dispersion und durch Oberflächenfarben ausgezeichnet sind), in der üblichen Weise graphisch dargestellt durch eine Curve *apb* (s. die Figur), die sich über einer Ab-



scissenlinie *AH* erhebt, welche die Erstreckung des Spectrums von dem weniger brechbaren Ende *A* bis zum brechbareren Ende *H*

1) Compt. rend. 1879 T. LXXXVIII p. 1192.
2) Wien. Anz. 1877 S. 178; Beibl. 1878 Bd. 2 S. 152.
3) Wied. Ann. 1879 Bd. 6 S. 248.

versinnlicht. Jede Ordinate dieser Curve stelle die Energie dar, mit welcher das an der entsprechenden Stelle des Spectrums vorhandene homogene Licht von unserer Substanz absorbirt wird. Dieser Absorptionsenergie ist die Lichtstärke des durch den jeweils absorbirten Strahl erregten Fluorescenzlichtes proportional.

In ähnlicher Weise werde auch das Spectrum des Fluorescenzlichtes, wie es durch den stärkst absorbirten Strahl (p) erregt wird, durch eine Curve (crd) graphisch dargestellt. Für weniger stark absorbirte Strahlen würde diese Curve sich über derselben Basis (cd), jedoch nur bis zu entsprechend geringerer Höhe, erheben.

Aus meinen Untersuchungen ergibt sich nun, dass das Maximum der Lichtstärke im Spectrum des Fluorescenzlichtes stets von geringerer Brechbarkeit ist als das Maximum der Absorption. Die Intensitätscurve des Fluorescenzspectrums erscheint demnach weiter gegen das minder brechbare Ende des Spectrums hinabgeschoben als diejenige der Absorption. Man könnte diesen Satz auch dadurch ausdrücken, dass man sagt: die mittlere Brechbarkeit des Fluorescenzlichtes ist stets geringer als diejenige des erregenden (absorbirten) Lichtes.

Aus meinen Untersuchungen geht ferner hervor, dass bei den Substanzen erster Klasse (z. B. Naphthalinroth, Eosin, Fluoresceïn u. s. w.) jeder absorbirte homogene Lichtstrahl das vollständige Fluorescenzspectrum in seiner ganzen Erstreckung erregt, und zwar mit einer seiner Absorptionsenergie proportionalen Lichtstärke.

Nun greifen bei allen Substanzen erster Klasse, welche ich untersucht habe, das Spectrum des Fluorescenzlichtes und das Absorptionsgebiet eine Strecke weit in einander über, so dass das brechbarere Ende des Fluorescenzspectrums und das weniger brechbare des Absorptionsgebietes sich decken. Gehört ein erregender homogener Lichtstrahl oder eine Gruppe solcher dieser gemeinschaftlichen Strecke an, so erregt er, indem er, wie bereits gesagt, das vollständige Fluorescenzspectrum hervorruft, nicht nur die Bestandtheile des Fluorescenzspectrums, welche eine kleinere und gleich grosse, sondern auch diejenigen, welche eine grössere Schwingungszahl haben als der erregende Strahl.

Erregt man also mit Strahlen, welche dieser gemeinschaftlichen Strecke (welche man als das „kritische Gebiet“ bezeichnen könnte)

angehören, so liegt die obere Grenze der Brechbarkeit des erregten Fluorescenzlichtes höher als die obere Grenze der Brechbarkeit des erregenden Lichtes.

Für die erregenden Strahlen dieses kritischen Gebietes gilt also der Stokes'sche Satz nicht, dass das Flnorescenzlicht niemals Bestandtheile von höherer Brechbarkeit enthalte als das erregende Licht.

Die Strahlen des kritischen Gebietes gehören übrigens zu den schwächer erregenden, da sie ja im Beginne des Absorptionsgebietes vor dem Absorptionsmaximum liegen. Ihre erregende Kraft wächst mit der Brechbarkeit. Der am stärksten erregende Strahl (das Absorptionsmaximum) liegt immer sehr nahe der oberen Grenze des Fluorescenzspectrums[1]).

Aus dieser Darlegung des Sachverhaltes erhellt, dass bei Vergleichung der mittleren Brechbarkeit des Fluorescenzlichtes mit der mittleren Brechbarkeit des erregenden Strahlenbündels jene nothwendig kleiner oder höchstens gleich gross gefunden werden wird als diese, selbst wenn das erregende Strahlenbündel dem kritischen Gebiete angehört.

Herr Lamansky hat nun mittels des Spectrometers die mittlere Ablenkung (déviation moyenne) für das erregende und das erregte Lichtbündel bestimmt und dieselbe für dieses kleiner gefunden als für jenes.

Dieses Ergebniss steht nicht nur nicht im Widersprnche mit den oben dargelegten Resultaten meiner Beobachtungen, sondern es lässt sich, wie ich gezeigt habe, nach denselben erwarten. Es kann aus diesem Ergebnisse weder eine Schlussfolgerung gegen die von mir gefundenen Thatsachen, noch eine solche für die Allgemeingültigkeit des Stokes'schen Gesetzes gezogen werden.

Herr Lamansky hätte, statt auf die mittlere Ablenkung, sein Augenmerk auf die oberen Grenzen sowohl des einfallenden als des Fluorescenzlichtes richten müssen; er würde alsdann bei geeigneter Versuchsanordnung meine Angaben hierüber sicherlich bestätigt gefunden haben.

Ehe ich auf die Besprechung der Versnche eingehe, erlaube ich mir zu bemerken, dass die von Herrn Lamansky besonders betonte

1) Vgl. Lubarsch, Pogg. Ann. 1874 Bd. 153 S. 420.

Forderung der Homogenität des erregenden Lichtes auch bei der von mir angewandten Versuchsmethode[1]), welche sich eines nach Helmholtz' Vorschrift dargestellten homogenen Spectrums bedient, erfüllt ist. Ob man alsdann den Grad der Brechbarkeit mittels des Spectroskopes oder, wie Herr Lamansky vorzieht, mittels des Spectrometers bestimmt, bleibt gleichgültig.

Ich habe gleichwohl die Versuche mit Naphthalinroth, Eosin und Fluoresceïn nach der Methode des Herrn Lamansky wiederholt. Die vom Heliostaten kommenden Sonnenstrahlen wurden durch eine achromatische Linse auf einem ersten Spalte concentrirt, hinter welchem zwei Flintprismen und eine achromatische Linse, letztere um ihre doppelte Brennweite vom Spalte entfernt, aufgestellt wurden. Das Spectrum, welches die Fraunhoferschen Linien deutlich zeigte, wurde auf der Vorderwand eines dunklen Kastens aufgefangen, welche einen dem Spectrum entlang verschiebbaren Spalt, dessen Breite geändert werden konnte, enthielt. Die in den Kasten dringenden Strahlen einer schmalen Region des Spectrums gingen abermals durch ein Flintglasprisma und eine achromatische Linse, welche das farbige Bild des Spaltes auf der Flüssigkeit entwirft.

Herr Lamansky warf dieses Bild mittels eines total reflectirenden Prismas vertical nach abwärts auf die horizontale Oberfläche der in einem Gefässe befindlichen Flüssigkeit; durch ein zweites Reflexionsprisma wurde das von der Flüssigkeit ausgestrahlte Fluorescenzlicht auf den Spalt des Spectrometers geworfen.

Diese Anordnung mit zwei Reflexionsprismen hatte auch ich schon früher angewendet, aber wieder verworfen, weil das Fluorescenzlicht durch die wiederholten Reflexionen allzusehr geschwächt wird. Es ist nämlich klar, dass dieses Licht, um überhaupt noch einen Eindruck im Auge hervorzubringen, eine gewisse bestimmte Lichtstärke mindestens besitzen muss; wird das Fluorescenzlicht successive geschwächt, so sinken nach und nach die schwächeren Theile des Fluorescenzspectrums zu beiden Seiten des Maximums unter die Grenze der Wahrnehmbarkeit herab und man sieht schliesslich nur noch das Maximum und die ihm beiderseits unmittelbar benachbarten Partien.

Für die brechbareren Strahlen des Fluorescenzspectrums, auf welche es bei der vorliegenden Frage gerade ankommt,

1) Repertorium Bd. 13 S. 599. — Pogg. Ann. 1876 Bd. 159 S. 524.

besteht noch ein anderer Umstand, welcher geeignet ist, ihre Sichtbarkeit zu beeinträchtigen: diese Strahlen werden nämlich von der fluorescirenden Substanz sehr kräftig absorbirt. Den Einfluss dieses Umstandes auf die Wahrnehmbarkeit dieser Strahlen und die Mittel, diesen Einfluss möglichst zu verringern, habe ich in einer Abhandlung „über die Intensität des Fluorescenzlichtes“[1]) eingehender erörtert.

Die von Herrn Lamansky angewendete Beleuchtungsart ist in dieser Hinsicht eine besonders ungünstige. Mittels der beiden Reflexionsprismen vermochte ich in der That das Fluorescenzspectrum in einiger Vollständigkeit nur dann zu sehen, wenn ich die stärkst-erregenden Strahlen, die bekanntlich bereits an der oberen Grenze des Fluorescenzspectrums liegen, einwirken liess. Für die schwächer wirksamen Strahlen des kritischen Gebietes zog sich das Fluorescenzspectrum auf die dem Intensitätsmaximum benachbarte Partie zurück, und namentlich verschwanden die brechbareren Theile des Fluorescenzlichtes.

Ich liess daher, indem ich im Uebrigen die Anordnung des Herrn Lamansky beibehielt, das gefärbte Spaltbild ohne Anwendung von Reflexionsprismen unmittelbar auf die Wand einer Flasche aus weissem Glase, welche die fluorescirende Flüssigkeit enthielt, nahezu streifend treffen, wie es bei meinen früheren Versuchen geschehen war. Dem fluorescirenden Lichtflecke wurde der Collimatorspalt eines Spectrometers von Meyerstein so nahe als möglich gerückt und die kleinste Ablenkung der oberen (brechbareren) Grenze des Fluorescenzspectrums durch ein Prisma aus Merz'schem Flintglas (brechender Winkel 60°) gemessen. Auf die Flaschenwand war seitlich ein weisser Papierstreifen geklebt, welcher durch eine kleine Drehung der Flasche an die Stelle des Lichtfleckes gebracht werden konnte und nun das einfallende Licht durch Diffusion auf den Spalt sandte; auch für dieses wurde die Minimalablenkung der oberen Grenze gemessen.

Bei allen dreien auf diese Weise untersuchten Substanzen ergab sich, dass, wenn die erregenden Strahlen dem kritischen Gebiete angehören, die obere Grenze des Fluorescenzlichtes brechbarer ist als die obere Grenze des erregenden Lichtes.

1) Repertorium Bd. 13 S. 610. — Pogg. Ann. 1877 Bd. 160 S. 75.

Es wurden nämlich folgende Werthe gefunden:

	Obere Grenze des erregenden Lichtes		Obere Grenze des Fluorescenzlichtes	
	Minimum der Ablenkung	Index	Minimum der Ablenkung	Index
I. Naphthalinroth	61° 59′	1,7490	62° 47′	1,7558
	62 8	1,7504	62 48	1,7560
	62 12	1,7509	62 51	1,7576
	62 51	1,7564	62 57	1,7572
	63 15	1,7597	62 53	1,7567
II. Eosin	62° 41′	1,7550	63° 48′	1,7643
	62 54	1,7568	63 51	1,7647
	63 12	1,7593	63 56	1,7654
	64 0	1,7659	63 55	1,7652
III. Fluorescein	63° 25′	1,7611	64° 5′	1,7666
	64 6	1,7667	64 30	1,7700
	64 21	1,7687	64 37	1,7709
	65 11	1,7755	64 37	1,7709
	65 24	1,7772	64 19	1,7685

Für die Fraunhoferschen Linien *D*, *E* und *F* ergab dasselbe Merz'sche Prisma:

	D	*E*	*F*
Minimum der Ablenkung	62° 16′	63° 34′	64° 47′
Index	1,7515	1,7623	1,7723

Wenn man nachweisen will, dass das Fluorescenzlicht sich unter Umständen zu höherer Brechbarkeit erhebt als das einfallende Licht, ist es nicht nothwendig, dass das letztere homogen sei, sondern nur, dass es von einer gewissen Grenze an Strahlen von höherer Brechbarkeit nicht enthalte.

Ich erlaube mir, einen Versuch mitzutheilen, bei welchem diese Bedingung erfüllt und welcher völlig einwurfsfrei und entscheidend ist.

Im lichtdicht verfinsterten Zimmer lassen wir ein dickes Bündel Sonnenstrahlen auf ein Schwefelkohlenstoffprisma fallen.

Von der Stellung der kleinsten Ablenkung aus dreht man das Prisma so, dass seine Eintrittsfläche von den einfallenden Strahlen immer steiler getroffen wird; dann werden von einer gewissen Stellung an die brechbareren Strahlen an der Austrittsfläche nach innen total reflectirt. Man kann auf diese Weise das brechbarere Ende des Spectrums beliebig weit abschneiden.

Hat man das Prisma so gestellt, dass nur noch die rothen und orangefarbenen Strahlen vor *D* aus ihm austreten, so verschliesse man die Oeffnung des Heliostaten mit einer Schicht von zwei rothen Gläsern; enthielt das Licht, welches durch diese Gläser gegangen ist, ausser rothen und orangegelben auch noch brechbarere Strahlen, etwa grüne und blaue, so würden dieselben durch totale Reflexion im Prisma beseitigt. Das aus dem Prisma tretende Licht, welches nur noch Strahlen enthält, deren Brechbarkeit geringer ist als diejenige der Linie *D*, wird nun mittels einer Linse auf der Wand einer Flasche, welche eine Lösung von Naphthalinroth enthält, concentrirt und in der bereits mehrfach beschriebenen Weise die obere Grenze des erregenden und des erregten Lichtes mittels des Spectroskopes oder des Spectrometers bestimmt. Ich erhielt mittels des Spectrometers:

Obere Grenze des erregenden Lichtes		Obere Grenze des Fluorescenzlichtes	
Minimum der Ablenkung	Index	Minimum der Ablenkung	Index
62° 1′	1,7494	63° 0′	1,7576

Es lässt sich übrigens leicht nachweisen, dass das durch die zwei rothen Gläser gegangene Licht grüne und blaue Strahlen, welche etwa die Fluorescenz des Naphthalinroths erregen könnten, überhaupt nicht mehr enthält.

Denn bringt man, nachdem die rothen Gläser entfernt sind, das Prisma wieder in die Stellung der kleinsten Ablenkung und concentrirt die grünen und blauen Strahlen des entstandenen unreinen Spectrums mittels der Linse auf der Flasche mit Naphthalinroth, so erregen diese Strahlen die Fluorescenz mit grosser Kraft. Bringt man aber jetzt die rothen Gläser wieder an die Oeffnung des Heliostaten, so bleibt die Flüssigkeit völlig dunkel und selbst das längere Zeit im Finstern ausgeruhte Auge vermag keine Spur von Fluorescenzlicht wahrzunehmen.

Daraus geht hervor, dass das Prisma in obigem Versuche eigentlich ganz unnöthig ist, da die Strahlen, welche es beseitigen soll, von vorn herein gar nicht vorhanden sind. Wenn man aber, um eine grössere Lichtstärke zu erzielen, nur ein rothes Glas anwenden will, welches noch schwache grüne und blaue Strahlen durchlässt, so muss das

Prisma allerdings zugezogen werden. Ohne rothes Glas würde das von dem Prisma ausstrahlende diffuse weisse Licht störend wirken.

Ich theile zwar mit Herrn Edm. Becquerel, welcher der Schlussfolgerung des Herrn Lamansky, dass das Stokes'sche Gesetz allgemeingültig sei, seine Approbation ertheilt[1]), die Ueberzeugung, dass die Versuche des Herrn Lamansky exact sind; diese Versuche beweisen aber nur, was ich selbst schon früher gezeigt habe, dass die mittlere Brechbarkeit des Fluorescenzlichtes geringer ist als die mittlere Brechbarkeit des erregenden Lichtes; den Kern der Frage, um welche es sich hier handelt, berühren sie gar nicht.

1) Compt. rend. 1879 T. LXXXVIII p. 1237.

Bemerkungen zu den Crookes'schen Versuchen.

Von

Dr. Leonhard Weber.

I. Die von Herrn Crookes unter dem Titel „strahlende Materie" beschriebenen Versuche sind von ihm mit Hilfe eigenartig construirter Glasapparate angestellt, welche in der Regel nur von berufsmässigen Glasbläsern hergestellt werden können. Ein Hilfsverfahren, welches ich anwandte, bevor mir die Copien der Originalapparate zur Verfügung standen, und mit welchem sich nicht bloss das Wesentliche der Erscheinungen, sondern auch gewisse Modificationen derselben bequem zeigen lassen, dürfte daher für diejenigen von Interesse sein, welche noch nicht im Besitze der Crookes'schen Apparate sind.

Dieses Verfahren besteht in dem bekannten Mittel, elektrische Entladungen durch evacuirte Glasgefässe, in denen sich keine eingeschmolzenen Metallelektroden befinden, dadurch stattfinden zu lassen, dass jene Glasgefässe an zwei Stellen mit äusseren Stanniolbelegungen versehen werden, welche man mit den Polen des Inductoriums in Verbindung setzt. Die Function solcher äusseren Belegungen ist freilich nicht identisch mit derjenigen eingeschmolzener Elektroden. Denn während jede der letzteren bei jedem Inductionsstoss wesentlich nur mit einer Art der Elektricität geladen wird, zeigt eine leichte Ueberlegung, dass die jeder äusseren Belegung im Innern gegenüberliegende Glaswand während des Inductionsstosses gleichnamig elektrisch mit dem zugehörigen Pole des Inductoriums und unmittelbar nach demselben ungleichnamig elektrisch gemacht wird. Oder, anders ausgedrückt, es werden die Entladungsströme im Falle eingeschmolzener Elektroden vorzugsweise in einer Richtung im Glasgefäss verlaufen, während im Falle äusserer Belegungen alternirende Entladungsströme im Innern des Gefässes entstehen. Die wesentlich am negativen Pole von Herrn Crookes beobachteten Erscheinungen zeigen sich daher bei Anwendung äusserer Belegungen an beiden

Elektroden mit fast gleicher Intensität, so zwar, dass die erste der bei jedem Inductionsstoss auftretenden Entladungen etwas intensiver als die zweite erscheint.

Die Anwendung solcher Stanniolbelegungen beseitigt somit für die Anstellung einer Reihe von Versuchen die technische Schwierigkeit des Einschmelzens von Metallelektroden, so dass der Besitz von gehörig evacuirten Glasgefässen, wie man sie in den weit verbreiteten Radiometern findet oder in einfacher unter II beschriebener Weise sich selbst herstellen kann, genügt, die hauptsächlichsten Experimente des Herrn Crookes zu reproduciren. Ich habe beispielsweise an einem Radiometer mit cylinderförmigem Glasgefässe folgende Versuche gemacht, wobei es der Einfachheit des Ausdrucks halber gestattet sein möge, die Crookes'schen Bezeichnungen zu adoptiren.

1. Die phosphorogene Wirkung der strahlenden Materie zeigte sich, sobald zwei beliebige Stellen des Radiometers mit Stanniol beklebt und mit dem Inductorium verbunden wurden. Die diesen Belegungen gegenüberliegenden Wände leuchteten in schönem hellgrünen Lichte.

2. Dass die strahlende Materie sich normal zur Oberfläche der die Elektroden vertretenden Belegungen bewegt, konnte dadurch nachgewiesen werden, dass nur diejenigen Stellen phosphorescirten, welche von den Normalen der Stanniolbelegungen getroffen wurden. Am deutlichsten markirte sich diese Erscheinung an den beiden Glasstäbchen, welche die Flügel und eine oberhalb derselben befindliche Schutzkappe tragend längs der geometrischen Cylinderachse des Radiometers standen. Jede an dem cylindrischen Theil des Radiometers angebrachte Belegung musste nämlich ihre Strahlen auf jene Glasstäbchen werfen, und als nun gürtelförmig eine Reihe von Stanniolstreifen horizontal ums Radiometer gelegt und abwechselnd mit den Zuleitungsdrähten berührt wurden, erschien der Phosphorescenzfleck auf dem Glasstäbchen immer genau in der Höhe des gerade berührten Streifens. Die unter III zu besprechende Thatsache gab sich hierbei dadurch zu erkennen, dass die Phosphorescenzflecke etwas breiter waren als die Stanniolgürtel und nach oben und unten etwas verwaschene Ränder zeigten.

3. Die Schattenbildung der strahlenden Materie war mit Hilfe der Flügel des Radiometers bei passend gewählten Belegungen deutlich zu erkennen.

4. Die mechanische Wirkung der strahlenden Materie konnte durch Bewegung der Flügel nachgewiesen werden, wenn gewisse in der Höhe derselben angebrachte Belegungen in einem bestimmten mit der Rotation der Flügel coïncidirenden Rhythmus mit den Zuleitungsdrähten berührt wurden.

5. Endlich liess sich die Ablenkung der strahlenden Materie durch den Magneten in deutlichster Weise zeigen.

Wenn die Dicke des Glasgefässes keine beträchtliche ist, so stehen die Versuche mit Stanniolbelegungen denen mit eingeschmolzenen Elektroden nur wenig nach an Deutlichkeit resp. Intensität der Wirkung. Sie bieten dagegen die grosse Bequemlichkeit, die Lage und Form der Elektroden in mannigfaltiger Weise modificiren zu können, ohne den Apparat dauernd zu verändern. Die Unabhängigkeit solcher Apparate von der mehr oder weniger grossen Undichtigkeit der Schmelzstellen bei Metallelektroden dürfte ebenfalls für manche Zwecke einen Vortheil bieten.

II. Was die Herstellung genügend evacuirter Glasgefässe betrifft, so ist die Bemerkung zu machen, dass man dieselben auch ohne den Besitz einer Quecksilberluftpumpe, welche zu dem Zwecke sehr gut functioniren müsste, dadurch herstellen kann, dass man die Gefässe mit einer langen Glasröhre verbindet, das Ganze mit Quecksilber füllt, umkehrt und nachdem im Gefässe ein Vacuum entstanden ist, dasselbe abschmilzt.

Handelt es sich beispielsweise darum, einen vorhandenen runden Glaskolben, in den man vorher etwa einen auf Phosphorescenz zu untersuchenden Körper gebracht hat, zu einem Crookes'schen Gefässe zu machen, so würde das bequemste Verfahren etwa folgendes sein. Man zieht den Hals des Kolbens zu einem etwa 80^{cm} langen Capillarrohre aus, befestigt provisorisch der Stabilität wegen das Ganze auf einem langen Brette, biegt das Capillarrohr etwa 1^{cm} von seinem Ende spitzwinklig um und füllt durch abwechselndes Erwärmen und Erkalten der in dem Kolben enthaltenen Luft denselben mit Quecksilber, indem man das Ende des Capillarrohres in ein Quecksilbernäpfchen tauchen lässt. Wenn der Kolben nahezu gefüllt ist, bringt ein Erwärmen der noch vorhandenen Luft keine weitere Füllung mehr hervor, wegen der entgegenwirkenden Oberflächenspannungen des capillaren Quecksilberfadens; man erwärmt sodann die ganze Masse des im Kolben befindlichen Quecksilbers und kann dasselbe mit leichter

Mühe bis ins Capillarrohr aufsteigen lassen. Sobald die ersten Tropfen aus dem Rohre ausfliessen, stellt man den Apparat so, dass das Capillarrohr schräg nach unten liegt, schiebt dann ein weites Probirglas mit etwas Quecksilber über das Ende des Rohres und stellt sodann den Apparat senkrecht, den Kolben nach oben. Das Quecksilber fliesst aus demselben aus, und man schmilzt den Kolben sodann ab. Derselbe kann nun, an passenden Stellen mit Stanniol beklebt, zur Reproduction der Crookes'schen Versuche benutzt werden.

Ueber den Grad der durch ein solches Verfahren erzielten Verdünnung mag Folgendes als Anhaltspunkt dienen. Die Menge der bei der Füllung mit Quecksilber am Glase adhärirenden Luft wird im Allgemeinen proportional der Glasfläche sein. Die schädliche Wirkung dieser Luft wird demnach am geringsten werden, wenn das Volumen des zu evacuirenden Glasgefässes im Verhältniss zur Oberfläche möglichst gross ist, d. h. die Anwendung von Kugeln ist am günstigsten, diejenige von langen dünnen Glasröhren am ungünstigsten. Ein Glasrohr beispielsweise von etwa 14^{mm} innerer Weite füllte ich mit Quecksilber, brachte die grössten Luftblasen durch Schütteln und gelindes Erwärmen weg und stellte durch Umkehren desselben ein Vacuum von etwa 30^{cm} Länge her. Dasselbe zeigte schönes Schichtenlicht von circa 5^{mm} Schichtenabstand. Bei einem anderen Versuch entfernte ich die Luftblasen in demselben Rohre mit etwas grösserer Sorgfalt, etwa so weit als dieselben durch blosses Anwärmen ohne eigentliches Kochen fortgingen. Das Vacuum hatte in diesem Fall den Crookes'schen Verdünnungsgrad erreicht und zeigte sehr schönes normal von den angebrachten äusseren Belegungen ausgehendes Phosphorescenzlicht. Bei sorgfältig ausgekochten Barometerrohren habe ich keine Spur von Licht bemerken können. Es befanden sich unter denselben auch solche, deren Glasdicke nicht grösser war als diejenige der vorhergenannten Röhren. Beiläufig bemerkt, könnte man daher umgekehrt das Ausbleiben von Licht als Kriterium gut ausgekochter Barometer betrachten, falls ein grober Mangel der Evacuirung nicht zu erwarten ist.

III. Die von Herrn Crookes aufgestellte Behauptung, dass die von einer concav sphärischen Elektrode ausgehenden Ströme strahlender Materie sich in einem Punkte durchschneiden und sodann divergiren, würde sich, wie u. A. von Herrn Gintl in seiner kürzlich erschienenen Broschüre: „Studien über Crookes'

strahlende Materie" hervorgehoben ist, nicht in Einklang bringen lassen mit der gleichzeitig angeführten Thatsache, dass zwei parallele

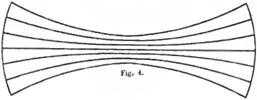


Fig. 4.

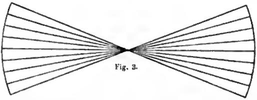


Fig. 3.

Ströme sich abstossen, wenn beide Erscheinungen richtig wären. Ich glaube indessen die Ungenauigkeit der ersteren Behauptung nachweisen zu können. Wäre nämlich jene Ansicht des Herrn Crookes die richtige, so würde das nach dem Durchschneiden der Strahlen auf der entgegengesetzten Seite des Gefässes quasi entstehende Bild der Elektrode als ein umgekehrtes zu betrachten sein. Dasselbe ist indessen ein aufrechtes, wie sich aus folgendem Versuche ergibt. Ein stark evacuirtes, gut kugelförmiges Glasgefäss (Nr. 7 der Crookes'schen Apparate) versah ich mit einer Stanniolbelegung in



Fig. 1.

Gestalt eines dreieckigen Sternes nebenstehender Form. Die zweite Belegung machte ich an dem den Fuss des Apparates bildenden, unten angeschmolzenen schlangenförmigen Rohre, um jegliche Phosphorescenzwirkung von hier aus für das Innere der Kugel auszuschliessen. Wenn nun von der sternförmigen Belegung aus die Strahlen ohne gegenseitige Beeinflussung normal ausgegangen wären, so hätte sich



Fig. 2.

auf der gegenüberliegenden Seite des kugelförmigen Gefässes ein Stern in umgekehrter Lage zeigen müssen. Dies war aber nicht der Fall, sondern es erschien ein Stern in aufrechter Lage. Es scheint dies ein unzweideutiger Beweis dafür zu sein, dass die einzelnen von einer Elektrode ausgehenden Elementarströme strahlender Materie sich gegenseitig abstossen. Im Falle einer kreisförmigen, concav sphärischen Elektrode hat man sich die Strahlen daher nicht wie in Fig. 3, sondern wie in Fig. 4 verlaufend zu denken.

Kleinere Mittheilungen.

Passagen-Instrument von Ertel & Sohn in München.

Beschrieben von Aug. Diez.

(Mit Tafel VI.)

Das gebrochene Fernrohr des Instrumentes hat ein Objectiv von 26 Par. Linien (59^{mm}) Oeffnung und 24½″ (663^{mm}) Brennweite, zwei Oculare mit 45- und 60facher Vergrösserung, zwei Sonnengläser.

Der Kreis hat 9″ (244^{mm}) und gibt durch zwei fliegende Nonien 1 Minute. Empfindlichkeit der Hängelibelle 30 Sec. = 18 Par. Linien; Empfindlichkeit der Nonienträgerlibelle 1 Min. = 20 Par. Linien. Entfernung der beiden Lager von Mitte zu Mitte 460^{mm}. Innere Höhe des Lagerständers bis zur Mitte der Achse 23^{cm}. Der Gegengewichtskreis hat 26^{cm} Durchmesser. Ganze Länge der Achse von Anfang des Oculares bis an das Ende der am Gegengewicht befindlichen Beleuchtungslampe 76^{cm}. Am Gegengewicht sind in einer drehbaren Brille drei Moderationsgläser. Das Gestell ist von Gusseisen und mit den nöthigen Correctionen versehen. Die Umlegevorrichtung ist sehr bequem und geht rasch und sicher. Die Achse ruht auf Frictionsrollen. Die Klemme ist in Form eines Halbkreises an dem Kubus der Achse fest.

Der Nonienträger, welcher auf der Achse aufgepasst, ist verdrehbar, mit einer Libelle versehen, am Kreise zum Festklemmen und geht beim Umlegen mit. Die Achse ist auf Achat gelagert. Die Beleuchtungslampe für helles Feld geht beim Umlegen mit und stellt sich in jeder Lage des Fernrohres stets von selbst vertical.

Das Untertheil des Instrumentes ist eine mit Rippen verstärkte Platte von Gusseisen. An einem Ende dieser Platte ist die mit einem Körner versehene gehärtete Stahlplatte eingelassen, in welcher die Verticalschraube des Lagerträgers sitzt. An dem entgegengesetzten

Ende befinden sich zwei Schrauben, die den Lagerständer im horizontalen Sinne verschieben. Der ganze Lagerträger sammt Achse, Libelle, Umlegevorrichtung etc. ruht auf dieser Platte. Der Träger selbst ist ebenfalls von feinstem Gusseisen und durch Rippen verstärkt. In der Mitte desselben befindet sich die um ihre Achse bewegliche Umlegevorrichtung und Balancirung.

Umgelegt wird mittels des seitwärts vorstehenden Hebels. Der nöthige Druck auf diesen Hebel behufs Umlegung ist ein äusserst geringer, da zwei im Innern des Ständers augebrachte kräftige Federn in dem Sinne auf den Hebel wirken, in welchem gehoben wird. Genannter Hebel ist mit zwei entgegengesetzten, am Ständer anschlagenden Schrauben versehen, so dass die Hubhöhe regulirt werden kann. Dieselbe wird jedoch vom Verfertiger so gerichtet, dass die Achse 5^{mm} über den Lagern weggeht, und dürfte diese Höhe die bleibende sein. An der vorderen Seite oberhalb des Firmenschildes ist eine mit Randerir versehene Schraube angebracht, welche einen doppelten Zweck hat:

1. Ist die Achse aus den Lagern gehoben und es wird die betreffende Schraube geklemmt, so bleibt die Umlegevorrichtung sammt Achse in der Höhe, auch wenn der Hebel ausgelassen wird, und es kann nun bequem die Achse um 180° gedreht werden; hierauf muss die Hand wieder auf den Hebel gelegt, die Schraube etwas geöffnet und die Achse wieder langsam in die Lager gelegt werden.

2. Während der Beobachtung ist es, wenn auch nicht erforderlich, so doch wenigstens gut, wenn durch erwähnte Schraube die metallene Führungsbüchse des Umlegeapparates geklemmt wird, da dadurch Ständer, Umlegevorrichtung sammt Mikrometerwerk als ein Stück zu betrachten sind und die an den meisten Instrumenten so häufig zu findende Erscheinung, dass die Mikrometerschraube bei Einstellung auf ein Object zuerst nicht und dann zu viel wirkt, behoben ist.

Umlegeapparat, Balancirung und Mikrometerwerk sind zusammen vereinigt.

Die hauptsächlichsten einzelnen Bestandtheile sind folgende:

In der Mitte des Lagerträgers ist eine mit einem Schlitz versehene Büchse von Messing angebracht und mit 6 kräftigen Schrauben fest mit dem Lagerständer verbunden. In diese im Innern genau cylindrische Büchse ist nun das Führungs- und Trägerstück für den Umlegeapparat streng eingepasst. Ferner ist in genannte Büchse ein

starker Stift von Stahl eingeschraubt, der seine Führung in oben genanntem Schlitz hat.

Die Büchse selbst hat ein konisches Loch, in welchem der Stahlzapfen des Umlegeapparates sitzt und das unten mit einer gehärteten Stahlplatte geschlossen wird. Vorgenannte zwei Büchsen sind erforderlich, um überhaupt umlegen zu können.

Es folgt nun das weitere Detail des übrigen Apparates.

Er besteht aus einer kräftigen und entsprechend verstärkten Platte von 240^{mm} Länge und 75^{mm} Breite, die in der Fortsetzung nach oben zwei Träger hat, auf welchen wiederum die Rohre sitzen, in denen die Frictionsrollen ihre Führung haben. Das Verbindungsstück dieser Rollen hat zwei Klötzchen, gegen welche zwei stellbare Schrauben drücken. Wird umgelegt, so gehen die Rollen retour, bis dieselben an den Schrauben aufsitzen, und dadurch wird die Balancirung zugleich Umlegeapparat.

In der Mitte der Platte zwischen den zwei Säulen ist das Mikrometerwerk befestigt. (Es ist bei diesem Apparate hauptsächlich darauf Rücksicht genommen, so wenig Schrauben als möglich an dem Untertheil des die ganze Last tragenden Apparates anzubringen, wodurch also auch dem Ganzen eine einfachere und solidere Construction gegeben werden konnte, als wenn es aus mehreren Stücken zusammengesetzt wäre.)

Bei der Balancirung wendete der Verfertiger eine Verbindung von Hebel und Spiralfedern an, und ist, so viel uns bekannt, diese Vorrichtung noch an keinem andern Instrumente angebracht. Dieselbe hat sich vortrefflich bewährt und bietet gegenüber den anderen gewöhnlich angewendeten Balancirungen den Vortheil, dass die Regulirung zur Entlastung der Achse sehr leicht geschehen kann, und sollte es je vorkommen, dass eine oder die andere der Federn lahm wird oder springt, so ist nicht erforderlich, dass der ganze Apparat zerlegt wird, sondern man braucht nur eine der Muttern, in welcher die Feder unbrauchbar geworden ist, herunterzuschrauben und eine Reservefeder einzulegen, eine Manipulation, die höchstens $\frac{1}{2}$ Minute in Anspruch nimmt, während bei den meist bestehenden Balancirungen viel Zeit und Geduld dazu gehört, wenn je eine Feder gewechselt werden soll.

Die Balancirvorrichtung ist folgender Art:

Zwei Stahlhebel sitzen zwischen zwei gabelförmigen Stücken und haben hier ihre Drehachse. Das eine, in eine Schneide auslaufende Ende

des Hebels greift durch einen Schlitz in die Säule ein und drückt auf die in doppelter Führung gehende Metallstange, an welcher die Frictionsrollen befestigt sind. Das andere Ende des Hebels ist ein Kranz, in welchem eine Schraube befestigt ist. An dieser Schraube nun sitzt ein mit Randerir und zwei Stellschrauben versehener Kopf, in welchem die Spiralfeder liegt.

Lager. Die beiden Lager sind von Kanonenmetall und an der Stelle, wo die Achse aufliegt, Achatstücke eingesprengt.

Libelle. Die Hängelibelle, deren Aufliegeflächen im selben Querschnitt der Achse liegen, wo dieselbe in den Lagern ruht, besteht aus zwei Armen von Bronze, die in solider Verbindung mit einem kräftigen Rohre sind. Im Innern dieses Rohres ist das zweite Rohr, in dem das eigentliche Libellenglas eingekittet ist. Diese Röhre hat an ihren Enden zwei Klötze von Metall, welche ihre Führung in den beiden Armen der Libelle haben.

Auf die Klötze drücken nun die mit Contremuttern versehenen Schrauben für seitliche und Höhencorrection. An dem äusseren, mit Leder überzogenen Rohre sind zwei Griffe angebracht, um die Libelle leichter auf die Achse aufhängen und abnehmen zu können, und die auch gleichzeitig als Ständer dienen, so dass die Libelle nicht gelegt zu werden braucht, sondern gestellt werden kann.

Die Libelle hat eine Empfindlichkeit von 30 Sec. = 18‴ und ist mit Luftkammer versehen, die bei dieser Libelle abweichend von den früheren, auf folgende Weise gemacht wurde:

Während früher zur Herstellung der Luftkammer eine mit Nuth versehene Glasplatte eingeschliffen und eingekittet wurde, wodurch es nicht selten vorkam, dass durch diese Platte bei ungleicher Ausdehnung die Röhre zersprengt wurde, ist jetzt an Stelle dessen eine Kugel angebracht, die eine schmale, längliche Oeffnung hat.

Ocularmikrometer. Demselben sind zwei Oculare von 60- und 45 facher Vergrösserung und zwei Sonnengläser beigegeben und ist dasselbe so eingerichtet, dass eine Drehung des Mikrometerkastens um 90° stattfinden kann, wodurch also die Fäden der täglichen Bewegung parallel oder senkrecht zu derselben gestellt werden können, ohne die Einstellung der Brennweite zu verändern. Diese Bewegung lässt eine Correction nach beiden Seiten von je 20° zu.

Das Fadennetz hat 11 verticale, 2 horizontale und 1 beweglichen Faden.

Die Entfernung der Fäden von einem zum andern ist eine Bogenminute mit zwei Zwischenintervallen von 2 Bogenminuten.

Das Ocular hat ausserdem alle nöthigen Correctionen.

Nonienträger. Derselbe hat parallel zum Nullpunkt der beiden Nonien eine Libelle von 1 Min. = 20 Par. Linien Empfindlichkeit, sitzt fest durch eine Lochfeder geklemmt an der Achse, geht mit Kreis beim Umlegen mit, ist verdrehbar, zum Klemmen und mit Mikrometerschraube zur feinen Einstellung versehen.

Prisma. Das Prisma sitzt festgekittet und verschraubt auf dem Prismenstuhl, und lässt sich letzterer nur nach einer Richtung bewegen. Die Schrauben hierzu sind seitlich am Kubus und mit Gegenmuttern versehen. Die zweite (Collimations-)Correction ist am Ocularmikrometer selbst und geschieht durch das der Trommel entgegengesetzte Schräubchen, durch welches das ganze Fadensystem auf 2^{mm} verschoben werden kann; diese Correction wird übrigens sehr selten und dann höchstens $\frac{1}{4}^{mm}$ Verschiebung nöthig haben, da das Aufsetzen des Prismas auf den Stuhl und dieser selbst parallel zur optischen Achse mechanisch auf das genaueste durch den Verfertiger gerichtet wird und eine Veränderung nur durch Verrücken des Prismas denkbar wäre, was jedoch nicht möglich, da dasselbe geschraubt und gekittet ist.

Der Prismenstuhl selbst wird durch eine kräftige, auf das sorgfältigste eingeschliffene Schraube an die innere plan gedrehte Seite des Kubus angezogen, und ist somit nach erfolgter Rectification und Anziehen der Contremuttern das Prisma als unveränderlich mit dem Kubus zu betrachten.

Jede ungleiche Belastung der Achse ist durch Gegengewichte aufgehoben: der Fernrohrstutzen durch zwei Gegengewichte, der $9\frac{1}{2}$-zöllige Kreis mit seinem Nonienträger und der darauf befestigten Libelle durch den in gleichem Abstand wie der Theilkreis von dem Kubus entfernten Gegengewichtskreis etc.

Die Beleuchtungslampe wird sammt dem Trägerbogen in das Gegengewicht mittels einer Kopfschraube angeschraubt und schwebt dann ungehindert und in jeder Lage des Fernrohres vertical. Die Blendröhre ist durch eine Art Bajonettverschluss am Brenner der Lampe abzunehmen.

Das Lang'sche Spectrometer.

(Aus einem Schreiben des Herrn Universitäts-Mechanikers Miller in Innsbruck an den Herausgeber.)

(Mit Tafel VII.)

Beiliegend sende Ihnen die Zeichnung des Dr. V. v. Lang'schen Spectrometers, wie derselbe gegenwärtig von mir ausgeführt wird. Die Construction ist im Wesentlichen dieselbe, wie sie Herr Prof. Dr. Lang angegeben hat und deren genaue Beschreibung in Müller's Physik, Neueste Auflage Bd. 2 Abth. 1 S. 157 zu finden ist. Ich erwähne deshalb nur die Abänderungen.

Die Stahlachse *A* ist nach unten verlängert und mit 6 Speichen versehen (Fig. 3 *B*), um das Tischchen bequem drehen zu können. Die beiden Theilkreise sind mit einem dritten Vollkreise gedeckt, um sie vor Beschädigung zu schützen. Ueber den beiden Nonien sind Segmente ausgeschnitten, auf denen planparallele Glasplatten liegen. Zur Ablesung der Theilung dienen die beiden Lupen *l* und *l'* (Fig. 3).

Das Gewicht des Fernrohres und seines Trägers ist durch das Gegengewicht *K* balancirt und wird von der Feder *F* (Fig. 1) getragen.

Das Prisma ist durch den federnden Bügel *C* leicht geklemmt. Dieser Bügel kann indess abgenommen werden.

Zur Abhaltung des Nebenlichtes dient eine eben so einfache als bequeme Vorrichtung. Auf das Fernrohr und Spaltrohr sind die beiden Fassungen *D* und *E* gesteckt, wovon die eine die Scheibe *G* trägt, in die eine kreisförmige Nuth gestochen ist. In diese Nuth werden die Schienen *b*, *b'*, *b''* etc. eingehängt. Die Arme dieser Schienen sind in ihrer Länge um die Blechdicke verschieden, so dass sie über einander greifen. Bei Drehung des Fernrohres um die Instrumentenachse können sich selbe nun innerhalb gewisser Grenzen in einander schieben. Soll jedoch das Fernrohr weiter gedreht werden, so wird auf der einen Seite eine Schiene ausgehängt und auf die andere Seite gehängt.

Der ganze Nebenapparat kann vom Instrumente rasch abgenommen werden. Die Lichtspalte ist die gewöhnliche Keilspalte, auf der ein Vergleichsprisma angebracht ist. Zur Rectification des Instrumentes (Senkrechtstellung der Fernrohrachse zur Umdrehungsachse) wird ein unter dem Winkel von 45° gegen die Visirlinie geneigtes Glasplättchen *O*, anstatt des Gauss'schen Oculares, benutzt. Der Ring *R* (Fig. 4) wird mit den drei Schrauben *a*, *b* und *c* auf dem Oculare befestigt; die beiden verschiebbaren Stangen *M* und *N* gestatten dem Glas-

plättchen diejenige Lage zu geben, dass das Fadenkreuz und dessen Spiegelbild deutlich gesehen werden können.

Um den Stand der Lichtquelle, die zur Beleuchtung des Fadenkreuzes verwendet wird, auch bei Drehung des Fernrohres um die Achse A unverändert beizubehalten, ist der Lichtträger P angebracht. Dieser Halter besteht aus in einander verschiebbaren Röhren, um die aufgesteckte Kerze sowohl höher als tiefer stellen, als auch selbe der Achse nähern und entfernen zu können. Eine Drehung um den Zapfen n ist ausserdem zulässig.

Ueber eine neue Construction des Luftthermometers.

(Schreiben des Herrn Universitäts-Mechanikers Miller an den Herausgeber.)

(Mit Tafel VIII.)

Anbei sende ich Ihnen die Beschreibung und Zeichnung eines von mir für das physikalische Cabinet der hiesigen Universität nach Angabe des Herrn Professor Dr. Pfaundler gelieferten Luftthermometers, das sich durch leichte und bequeme Handhabung besonders auszeichnet.

Die Construction des Apparates ist ähnlich derjenigen, welche von Prof. Recknagel bereits angewendet wurde und die in Müller's Physik 8. Aufl. Bd. 2. Abth. 1 S. 116 näher beschrieben ist.

Der neue Apparat bietet indess wesentliche Vortheile und kann überdies noch anderweitig z. B. für Demonstration des Mariotte'schen Gesetzes und zur Messung der Spannkraft der Dämpfe verwendet werden.

Die Einrichtung ist folgende: In einem eisernen Cylinder B, dem eigentlichen Reservoir für das Quecksilber, verschiebt sich ein zweiter hohler Cylinder C als Kolben, der durch die Schraube S und die Kurbel K auf- und abwärts bewegt wird. Um zu verhindern, dass der Kolben an der drehenden Bewegung der Schraube theilnehme, ist der Träger R an seiner Innenseite mit Schienen versehen (die in der Zeichnung indess nicht sichtbar sind). Der Deckel des Kolbens hat seitlich zwei Ausschnitte, die in diesen Schienen Führung haben. Die Stopfbüchse T sichert den luftdichten Schluss des Kolbens; durch die Verbindungsröhre V ist das rechteckige Stahlstück D mit dem Presscylinder verbunden; zwei Bohrungen führen nach aufwärts zu den beiden Manometerröhren M und M', die mittels Ueberwurf-

schrauben u und u' auf dem Stücke D festgeschraubt sind. Die Röhre M trägt an ihrem oberen Ende eine Messingfassung, in der sich ein in Millimeter getheilter Maassstab m verschieben und feststellen lässt. Der angebrachte Nonius lässt noch $^1/_{20}{}^{mm}$ ablesen; eine allseitig verstellbare Lupe erleichtert die Ablesung. An dem unteren Ende des Maassstabes ist eine Stahlspitze eingeschraubt, die eine sehr sichere Einstellung auf das Quecksilber zulässt. Die Manometerröhre M' bildet durch die Capillarröhre c mit dem Thermometergefässe G ein Ganzes; an der Stelle, wo c und M' zusammengeschmolzen sind, ist ein feiner Faden aus dunklem Glase (die sog. Jolly'sche Spitze) eingeschmolzen, der als zweite Marke dient. Häufig werden die Röhren durch anhaftendes Quecksilberoxyd verunreinigt, weshalb die Einrichtung getroffen wurde, dass auch die Röhre M' durch eine dritte Ueberwurfschraube u'' festgeschraubt wird, so dass auch diese leicht abgenommen werden kann. Ein zweites Thermometergefäss g' mit geringerer Capacität ist dem Apparate beigegeben. Durch das Zwischenstück Z und einen Gummischlauch können die Gefässe, behufs Austrocknung der Luft, mit der Luftpumpe in Verbindung gebracht werden. Sollte die Einstellung des Quecksilberniveaus auf die Jolly-sche Spitze durch die Kurbel K nicht sicher genug erfolgen können, so kann die Schraube n zu dieser Einstellung benutzt werden, da sie beim Hineinschrauben Quecksilber verdrängt, oder umgekehrt denselben Raum lässt. Soll der ganze Apparat seines Inhaltes entleert werden, so wird diese Schraube ganz herausgeschraubt.

Zur Demonstration des Mariotte'schen Gesetzes, sowie zur Messung der Spannkraft der Dämpfe wird die Röhre M' durch eine kurze Glasröhre, die oben mit einem Hahne versehen ist, ersetzt.

Der ganze Apparat ruht auf einem hölzernen Stative und kann beliebig höher oder tiefer gestellt werden. Drei Fussschrauben erlauben die Senkrechtstellung der Röhren.

Als Nachtrag zu dem Spektrometer möchte ich mir erlauben noch einige Verbesserungen beizufügen, auf die mich Herr Prof. Dr. V. v. Lang aufmerksam machte. Um das Instrument für alle physikalischen Arbeiten, insbesondere zur Bestimmung der Ellipsenachsen des polarisirten Lichtes, brauchbar zu machen, werde ich dasselbe künftighin so ausführen, dass die Fernröhren in den zwischen Spitzenschrauben sich bewegenden Ringen verschiebbar sind und festgestellt werden können.

Wird das Instrument als Goniometer benutzt, so soll die Lichtspalte zum Abschrauben eingerichtet sein und es tritt an deren Stelle ein Fadenkreuz; in diesem Falle wird auch das Tischchen so angefertigt, wie Herr Prof. Dr. v. Lang in der Beschreibung seines Goniometers, in Ihrem Repertorium (13. Jahrg.), angiht.

Ein Spectroskop zum Studium der Fluorescenzerscheinungen.

Von

S. Lamansky.

Eine der wichtigsten Untersuchungen in Bezug auf die Fluorescenzerscheinungen ist die des Fluorescenz-Spectrums. Um diesen Zweck zu erreichen, haben einige Physiker die folgende Methode angewendet. Man projicirt ein Spectrum, bei dem man die hauptsächlichsten Frauenhofer'schen Linien gut wahrnehmen kann, auf einen festen fluorescirenden Körper oder auf die Wand eines Glasgefässes, das eine fluorescirende Flüssigkeit enthält, und bestimmt dann diejenigen Theile des Spectrums, in welchen die Fluorescenz entsteht, dann den Theil, wo sie ihre grösste Intensität erlangt, und endlich den Ort, wo sie eben verschwindet.

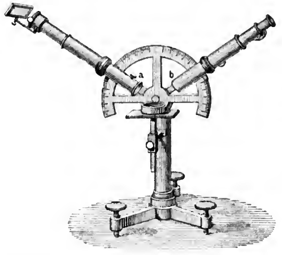
Um die störende Einwirkung des Glases bei den Versuchen mit fluorescirender Flüssigkeit zu vermeiden und bei den Erscheinungen selbst die grösste Präcision zu erhalten, haben einige Physiker (Moser, Pierre, Hagenbach) das Spectrum auf der freien Oberfläche der Flüssigkeit direct zur Entstehung kommen lassen.

Zu diesem Behufe ordnet Hagenbach seine Versuche in folgender Form an. Er stellt die Spalte und das Prisma horizontal und projicirt das Spectrum auf die freie Oberfläche der Flüssigkeit. Diese Methode ist sehr einfach, allein sie bietet einige Schwierigkeiten, wenn man die Einwirkung der gefärbten Strahlen unter verschiedenen Einfallswinkeln untersuchen will. In diesem Falle muss man bei jedem Versuche alle Instrumente verstellen.

Um diesen Missstand zu vermeiden und um ein Hilfsmittel zu erhalten, womit man die Fluorescenzerscheinungen mit der grössten Bequemlichkeit studiren kann, habe ich bei Duboscq das in folgender Figur dargestellte Spectroskop construiren lassen. Das

Arrangement dieses Apparates ist aus der Zeichnung hinreichend deutlich zu ersehen; ich habe deshalb bloss einige Worte hinzuzufügen.

Der Collimator und das Fernrohr des Spectroskopes à vision directe sind jedes für sich auf einer Alhidade befestigt; sie können nach Belieben unter den verschiedenen Winkeln eingestellt werden. Der Collimator ist mit einem kleinen Heliostaten versehen, dessen Spiegel nach zwei Richtungen bewegt werden kann, um die Lichtstrahlen bei jeder Lage des Collimators in dessen optische Achse bringen zu können.



In der Verlängerung (*a*) des Collimatorrohres befindet sich das Prisma à vision directe, das mit einer Linse versehen ist, welche das Spectrum auf die Oberfläche der Flüssigkeit projicirt. Die letztere wird in einem Glasgefässe auf einem Tischchen aufgestellt, das gehoben und gesenkt werden kann. Die innere Fläche dieses Gefässes ist matt geschliffen und die äussere Fläche geschwärzt. Das Fernrohr wird auf die Oberfläche der Flüssigkeit einvisirt. Zu diesem Behufe wird die Brennweite des gewöhnlichen Spectroskop-Fernrohres durch Hinzufügen eines zweiten Objectives verkürzt, das übrigens nach Belieben wieder entfernt werden kann. An der Eintheilung der Alhidade kann man die Winkel bestimmen, unter welchen die gefärbten Strahlen auf der Flüssigkeitsoberfläche auftreffen, sowie auch die Winkel, unter welchen man das fluorescirende Spectrum beobachtet. Bedeckt man den Apparat mit einem schwarzen Tuche, so kann man die Einwirkung fremden Lichtes vollständig vermeiden.

Diese Beobachtungsmethode des Fluorescenz-Spectrums hat es mir ermöglicht, die Versuche mit grösserer Bequemlichkeit auszuführen als dies bisher möglich war. Ich behalte mir vor, darüber bei einer anderen Gelegenheit Bericht zu erstatten.

Der beschriebene Apparat kann auch für mehrere andere Untersuchungen verwendet werden, z. B. zum Studium des an verschiedenen festen Körpern reflectirten Spectrums etc.

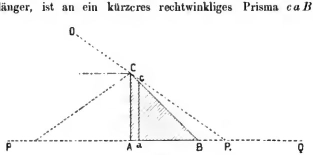
Es ist leicht ersichtlich, dass der Apparat sich auch wie ein gewöhnliches Spectroskop à vision directe verwenden lässt. Dazu ist es bloss nöthig, den Collimator und das Fernrohr in horizontaler Richtung einzustellen, das Prisma à vision directe vom Rohre *a* zu entfernen und es an das Rohr *b* zu setzen, nachdem man zuvor die Projectionslinse davon entfernt hat; ferner muss dann auch die zweite Objectivlinse vom Fernrohre entfernt werden.

Das Spiegellineal.

Von

Prof. E. Reusch.

Ein Streifen von Spiegelglas *ACca*, 20mm breit und 60mm lang oder länger, ist an ein kürzeres rechtwinkliges Prisma *caB* von



Metall oder bleibeschwertem Holz mit der geschwärzten Rückseite *ac* angeklebt. Oben bei *C* ist das Glas nach *Cc* abgeschrägt. Mit dieser Vorrichtung, die ich **Spiegellineal** nenne und welche ich vor bald vierzig Jahren ausgeführt und unterdessen vielfach benutzt habe, lassen sich einige geometrische Operationen ausführen, die ich kurz anführen will. — Beim Gebrauch liegt das Instrument mit der Fläche *AB* als Basis auf der horizontalen Zeichnungsebene.

1. Gegeben sei in der Zeichnung ein beliebiger Kreisbogen, dessen Centrum nach Umständen ausserhalb des Zeichungsblattes liegen kann; man soll eine Normale des Kreises bestimmen, welche durch einen Punkt gehe, der auf oder neben dem Kreise liegt. Zu diesem Zweck bewege man das Spiegellineal um den gegebenen Punkt so lange, bis das im Spiegel gesehene Bild des vor dem Spiegel liegenden Kreisbogens sich anschliesst an die rückwärts liegende, über C hinweg gesehene Verlängerung des Kreises. Ein Bleistiftstrich längs der Unterkante A des Spiegels ist die gesuchte Normale. — Ein Auge bei O sieht im Spiegel mit der einen Hälfte der Pupille das Bild AP_1 von AP, und mit der anderen Hälfte der Pupille die Verlängerung P_1Q. — In gleicher Weise wird die Normale einer Geraden gefunden.

Ein Streifen von einem dünnen Silberspiegel des Handels, an ein Prisma geklebt, gibt selbst ohne Abschrägung bei C schon ziemlich gute Resultate.

2. Legt man das Instrument auf eine beliebige Kurve, so bildet das vor dem Spiegel liegende Stück mit seinem Spiegelbild im Allgemeinen einen Winkel an der unteren Spiegelkante; aber es gelingt leicht, diesen Winkel durch Drehung des Spiegels auf seiner Unterlage gleich zwei Rechten zu machen, denn das längs der Kurven hinvisirende Auge ist ziemlich empfindlich für eine Knickung derselben.

3. Wie ein Winkel halbirt, die Achse einer Ellipse oder Parabel, überhaupt die Symmetrieachse einer ebenen Figur gefunden werden kann, ergibt sich leicht aus dem Vorhergehenden.

Statt die Linien längs dem Spiegel selber zu ziehen, kann man auch ein längeres Holzlineal an den festgehaltenen Spiegel anlegen, dieses festhalten und nachher den Spiegel entfernen. Bei Drehung des Spiegels um einen gegebenen Punkt wird man in denselben eine feine Nadel einsetzen.

Spottiswoode's grosser Funkeninductor.

Der Funkeninductor, den Herr William Spottiswoode durch Herrn Apps in London anfertigen liess, ist wohl der grösste Apparat dieser Art der bisher hergestellt worden ist.

Die nachstehende Figur gibt eine Totalansicht des Instrumentes. Man sieht, dass die Inductionsrolle von zwei starken Holzsäulen getragen wird, die mit Guttapercha überzogen und an den oberen Enden


APPS'
PATENT INDUCTORIUM.
433 STRAND.
LONDON
N° 847

mit Paraffin ausgefüllt sind. Ausser den beiden Hauptträgern befindet sich in der Mitte ein dritter, der mittels einer Schraube gehoben und gesenkt werden kann und den Zweck hat, eine Krümmung der darauf lastenden, grossen Masse zu verhindern. Das Ganze steht auf einem Mahagonigestelle, das auf Filzscheiben ruht. Die Inductionsrolle ist mit zwei Hauptdrähten versehen, deren jeder nach Belieben gebraucht werden kann. Jede Hauptrolle kann von zwei Menschen in wenigen Minuten durch die andere ersetzt werden. Die eine derselben, die für lange Funken und wohl für die meisten Experimente gebraucht wird, hat einen Eisenkern, welcher, aus einem Bündel von 0,032 Zoll [1]) dicken Eisendrähten bestehend, einen festen Cylinder von 44 Zoll Länge und 3,5625 Zoll im Durchmesser bildet und ein Gewicht von 67 Pfd. besitzt. Der für diese Rolle verwendete Kupferdraht hat eine Länge von 660 Yards und eine Dicke von 0,096 Zoll, er ist in 1344 Windungen und 6 Lagen aufgewunden. Die Länge der Rolle beträgt 42 Zoll, ihr innerer Durchmesser 3,75 Zoll, ihr äusserer Durchmesser 4,75 Zoll. Das Gesammtgewicht der Drahtmasse ist gleich 55 Pfd.

Die zweite primäre Rolle, welche mit Batterien von grosser Fläche benutzt werden soll z. B. zur Erzeugung kurzer dicker Funken oder für spectroskopische Zwecke, hat einen aus 0,032 Zoll dicken Drähten bestehenden Eisenkern, der einen festen Cylinder von 44 Zoll Länge und 3,8125 Zoll Durchmesser bildet. Das Gewicht dieses Eisenkernes beträgt 92 Pfd. Der Kupferdraht ist gleich dem der erst beschriebenen Rolle; er ist 504 Yards lang, aber in 3 paar Lagen aufgewunden, deren Widerstände beziehungsweise 0,181, 0,211, 0,231 Ohms betragen. Die Länge der Drahtrolle beträgt 42 Zoll, ihr äusserer Durchmesser 5,5 und ihr innerer Durchmesser 4 Zoll; das Gewicht der Rolle ist gleich 84 Pfd.

Die drei Drahtlagen können hinter einander verbunden werden, so dass sie einen 0,192 Zoll dicken Draht bilden; sie können aber auch neben einander zu einem Draht von 0,576 Zoll Dicke gekuppelt werden.

Was nun den Nebendraht betrifft, so hat derselbe eine Länge von 280 Meilen und bildet einen Cylinder von 37,5 Zoll Länge, 20 Zoll äusserem und 9,5 Zoll innerem Durchmesser mit einem Widerstande von 110200 Ohms. Der ganze Draht ist in 4 Abtheilungen aufgewunden; der Draht der beiden mittleren Abtheilungen hat eine Dicke

1) Die Zahlenangaben sind englisches Maass.

von 0,0095 Zoll, während die Drahtdicke bei den beiden äusseren Abtheilungen beziehungsweise 0,0115 und 0,0110 Zoll beträgt.

Diese vier Abtheilungen wurden in flachen Scheiben aufgewunden, deren jede etwa aus 200 Windungen besteht. Die Gesammtzahl der Windungen der Nebenrolle ist 341 850; alle sind einzeln auf gute Isolirung untersucht.

Der Condensator wurde nach vielen Versuchen weit kleiner genommen, als man im voraus hätte erwarten sollen; bloss 126 Stanniolblätter von 18 × 8,25 Zoll Grösse wurden durch gefirnisstes Papier getrennt über einander geschichtet.

Wurde die kleinere Hauptspirale angewendet, so erhielt man mit 5 Grove'schen Elementen Funken von 28 Zoll, mit 10 Elementen von 35 Zoll und mit 30 solcher Elemente sogar von 37,5 bis 42 Zoll, so dass also im letzteren Falle der Funken eine grössere Länge hatte als die secundäre Rolle selbst.

Ueber eine Erweiterung der Gültigkeitsgrenzen einiger allgemeinen Sätze der Mechanik.

Von

Prof. Dr. Oskar Simony.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1880 Nr. 6.)

Das Hauptergebniss dieser Untersuchung lautet: „Die Sätze von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes und von der Erhaltung der Kraft gelten bedingungsweise auch für Kräfte, welche nicht allein von den Entfernungen der bewegten Massen, sondern auch von deren jeweiligen Geschwindigkeiten und der Zeit abhängen."

Um dies darzuthun, geht der Verfasser von der Betrachtung eines freien materiellen Systems aus, dessen n-Punkte zur Zeit $t = 0$ gewisse Gleichgewichtslagen mit endlichen Anfangsgeschwindigkeiten $c_1, c_2 \ldots c_n$ verlassen haben mögen und in ihren weiteren Bewegungen lediglich dem Einflusse innerer Anziehungskräfte unterworfen sind, welche in den Richtungen der jeweiligen Verbindungslinien der Systempunkte wirken und dem dritten Newton'schen Bewegungsgesetze genügen. Ist dann allgemein — unter $v_1, v_2 \ldots v_n$ die Geschwindigkeiten der n Systempunkte zur Zeit t, unter f und φ zwei einwerthige, stetige und endliche Functionen verstanden — die Wechselwirkung W zweier Massen m, m' des Systems im Abstande r:

$$W = kmm'f(r)[\varphi(t, v_1^2, v_2^2 \ldots v_n^2)]^2,$$

so liefert die Addition aller auf dieselbe Coordinatenachse bezüglichen

Bewegungsgleichungen unmittelbar den Satz von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes, und eine einfache Transformation der bekannten Formel:

$$\Sigma \tfrac{1}{2} m v^2 - \Sigma \tfrac{1}{2} m c^2 = \int_0^t \Sigma (X dx + Y dy + Z dz)$$

für das hier angenommene Wirkungsgesetz W den Satz von der Erhaltung der Kraft, obwohl W in $[\varphi(t, v_1^2, v_2^2 \ldots v_n^2)]^2$ einen mit den Geschwindigkeiten der bewegten Massen und der Zeit variirenden Factor aufweist.

Monat- und Jahresmittel der magnetischen Declination, Inclination und Horizontalintensität, beobachtet an der k. k. Centralanstalt zu Wien im Jahre 1879.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1880 Nr. 4.)

1879	Declination	Horizontal-intensität	Inclination
Januar	10° 8,72'	2,0518	63° 25,9'
Februar	7,23	522	22,7
März	7,06	521	25,7
April	6,18	523	22,6
Mai	5,05	520	25,3
Juni	4,60	518	27,1
Juli	4,37	521	23,2
August	4,11	516	25,0
September	3,08	521	24,6
October	2,56	518	25,9
November	2,52	517	25,5
December	2,36	519	26,6
Jahr	10° 4,82'	2,0519	63° 25,0'

Literatur.

Gal. Ferraris, die Fundamental-Eigenschaften der dioptrischen Instrumente. Autorisirte deutsche Ausgabe von F. Lippich. Leipzig, Quandt & Händl.

Enthält in klarer elementarer Darstellung die Resultate der Gauss'schen dioptrischen Untersuchungen, sowie die Anwendung derselben auf optische Instrumente. Ein für Studirende sehr empfehlenswerthes Buch.

Ogden N. Rood, modern Chromatics. New York, D. Appleton & Co.

Eine vorzügliche populäre Darstellung der modernen Farbenlehre mit besonderer Berücksichtigung der Anwendungen derselben für Kunst und Industrie.

Alfred Niaudet, Traité élémentaire de la Pile Élektrique. 2me Édition. Paris, J. Baudry.

Dieses vor kaum zwei Jahren in erster Auflage erschienene Buch ist wohl die vollständigste Monographie über die hydrogalvanische Kette, die bis jetzt existirt. Dass dasselbe ein brauchbares Buch ist, beweist das rasche Erscheinen einer vermehrten Auflage.

M. Th. Edelmann, neuere Apparate für naturwissenschaftliche Schule und Forschung. Stuttgart, Meyer & Zeller's Verlag. 2. Lieferung.

Enthält eine Fortsetzung der Beschreibung der im Edelmann'schen Institute construirten Instrumente.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR. PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

SECHZEHNTER BAND.

Inhalt des 5. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG, 1880.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Fortsetzung siehe 3. Seite des Umschlages.

Zur Vervollständigung der Reflexionstheorie.

Von

E. Ketteler.

1. Die Totalreflexion ein specieller Fall der Metallreflexion. Sonstige Grenzfälle. Anwendung auf das Kohlrausch'sche Totalreflectometer.

Als Fresnel seine berühmten Formeln für die Intensität des gespiegelten und gebrochenen Lichtes entdeckt hatte, wusste er dieselben alsbald auch auf die verwickelteren Vorgänge der Totalreflexion in Anwendung zu bringen. Ohne gerade die physikalischen Bedingungen derselben im Einzelnen zu ermitteln, unterschied er zwischen der imaginär werdenden mathematischen und der wirklichen Amplitude, welch letzterer er bekanntlich eine plötzlich eintretende Phasenänderung zur Seite stellte. Nach Fresnel haben besonders Cauchy, Beer und Eisenlohr die Theorie der Totalreflexion gefördert. Cauchy (und nach ihm Eisenlohr) verfuhr so, dass er den gebrochenen Strahl, dessen Phase — unter den den Grenzwinkel überschreitenden Incidenzen — imaginär wird, in bekannter Weise auf Ausdrücke mit Exponentialfunctionen zurückführte und von diesen nur die reellen Glieder beibehielt. Es wurde so der Begriff eines austretenden „streifenden Strahles" gewonnen, der vermöge eines „variablen Extinctionscoëfficienten" an seiner Ausbreitung im dünneren Mittel gehindert werde. Und da derselbe stets unter einem Brechungswinkel von 90° austritt, welches auch der Einfallswinkel sein möge, so lässt sich offenbar dem variablen Extinctionscoëfficienten ein „variabler Refractionscoëfficient" coordiniren. Beer endlich, der den von Cauchy hingestellten Werth des Extinctionscoëfficienten als gegeben acceptirte, ohne seine Begründung zu kennen, hat sich bemüht, die weiteren Rechnungen auf Grundlage der Cauchy'schen Form der Uebergangsbedingungen und unter strengem Ausschluss imaginärer Grössen durchzuführen.

Die hier von Cauchy und Beer gelassene Lücke habe ich vor mehreren Jahren dadurch ausgefüllt, dass ich den Extinctionscoëfficienten des streifenden Strahles bei der Totalreflexion an einem durchsichtigen Mittel aus den Differentialgleichungen dieses Mittels direct abgeleitet habe. Zugleich erfuhren dabei die sogenannten Grenzgleichungen, besonders durch Aufnahme des Princips der Incompressibilität, eine sehr wesentliche Vereinfachung und Umgestaltung.

Nennt man den variablen Extinctionscoëfficienten q, den variablen Refractionscoëfficienten ν, bezeichnet die Schwingungsdauer durch T, die zugehörige Wellenlänge im Weltäther durch λ und versteht unter $\mathfrak{D}$, χ die Amplitude, resp. Phasenänderung der gebrochenen Aetherschwingungen, so hat man unter Zugrundelegung eines Coordinatensystems, dessen Z-Achse mit dem Lothe und dessen X-Achse mit der Schnittlinie von Einfallsebene und Trennungsfläche zusammenfällt, für die Bewegungscomponenten des streifenden Strahles zunächst Ausdrücke von der Form:

$$\varrho = \mathfrak{D} e^{\frac{2\pi}{\lambda} q z} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + x\frac{\nu}{\lambda}\right) - \chi\right]. \tag{1}$$

Heisst endlich für die gewöhnliche Brechung das constante absolute Brechungsverhältniss des ersten Mittels n_1, das des dünneren zweiten Mittels n_2, so ergibt die erwähnte Behandlung[1]) die beiden Beziehungen:

$$q = \sqrt{n_1^2 \sin^2 e - n_2^2}, \qquad \nu = n_1 \sin e, \tag{2}$$

in welchen e den Einfallswinkel bedeutet. Will man in erstere das constante relative Brechungsverhältniss $\frac{n_2}{n_1} = \mathfrak{n} < 1$ beim gewöhnlichen Lichtübergang aus dem ersten in das zweite Mittel einführen, so hat man:

$$q = n_1 \sqrt{\sin^2 e - \mathfrak{n}^2}$$

und dem entsprechend:

$$\varrho = \mathfrak{D} e^{\frac{2\pi}{\lambda_1} \sqrt{\sin^2 e - \mathfrak{n}^2}\, z} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + x\frac{\sin e}{\lambda_1}\right) - \chi\right], \tag{3}$$

wo $\frac{\lambda}{n_1} = \lambda_1$ als die innere Wellenlänge im ersten Mittel bezeichnet werden darf. Man pflegt indess in Abhandlungen über Totalreflexion das reciproke relative Brechungsverhältniss $\frac{n_1}{n_2} = n > 1$ des gewöhn-

1) Wied. Ann. Bd. 3 S. 91 u. 94.

lichen Lichtüberganges aus dem dünnen in das dichte Mittel zu bevorzugen, so dass

$$q = n_1 \sqrt{n^2 \sin^2 e - 1}$$

und demgemäss bei Einführung der inneren Wellenlänge $\lambda_1 = \frac{\lambda}{n_1}$ der gewöhnlichen Brechung geschrieben werden kann:

$$\varrho = \mathfrak{D} e^{\frac{2\pi}{\lambda_1}\sqrt{n^2 \sin^2 e - 1}} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + x\frac{\sin e}{\lambda_1}\right) - \chi\right]. \qquad (3b$$

Bezieht man die ϱ, $\mathfrak{D}$, χ (etwa durch angehängte x, y, z) der Reihe nach auf die X-, Y-, Z-Richtung und führt sie mit den bezüglichen Ausdrücken für das einfallende und reflectirte Licht:

$$\left.\begin{aligned} \varrho_E &= \mathfrak{E} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{z \cos e + x \sin e}{\lambda_1}\right)\right] \\ \varrho_R &= \mathfrak{R} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{-z \cos e + x \sin e}{\lambda_1}\right) - \chi_R\right], \end{aligned}\right\} \qquad (4$$

deren Attribute, je nachdem die Schwingungen parallel oder senkrecht zur Einfallsebene vor sich gehen, durch angehängte p, s unterschieden werden sollen, in die von mir formulirten Uebergangsbedingungen ein[1]), so erhält man folgende, zuerst von Fresnel aufgestellte Bestimmungsstücke des total reflectirten Lichtes:

$$\left.\begin{gathered} \mathfrak{R}_s^2 = \mathfrak{E}_s^2 \\ \sin \chi_s = -\frac{2n \cos e \sqrt{n^2 \sin^2 e - 1}}{n^2 - 1}, \quad \cos \chi_s = \frac{n^2 + 1 - 2n^2 \sin^2 e}{n^2 - 1} \\ \operatorname{tg} \chi_s = \frac{2n \cos e \sqrt{n^2 \sin^2 e - 1}}{2n^2 \sin^2 e - (n^2 + 1)} \end{gathered}\right\} \qquad (5$$

$$\left.\begin{gathered} \mathfrak{R}_p^2 = \mathfrak{E}_p^2 \\ \sin \chi_p = -\frac{2n \cos e \sqrt{n^2 \sin^2 e - 1}}{(n^2 - 1)[1 - (n^2 + 1)\sin^2 e]}, \quad \cos \chi_p = \frac{n^2 + 1 - (n^4 + 1)\sin^2 e}{(n^2 - 1)[1 - (n^2 + 1)\sin^2 e]} \\ \operatorname{tg} \chi_p = \frac{2n \cos e \sqrt{n^2 \sin^2 e - 1}}{(n^4 + 1)\sin^2 e - (n^2 + 1)}. \end{gathered}\right\} \qquad (6$$

Es ist dies zugleich diejenige Form derselben, wie sie in den Lehrbüchern der Physik gegeben wird. Mittels dieser Ausdrücke findet man auf bekanntem Wege weiter:

1) Wied. Ann. Bd. 3 S. 86 u. 87 und Bd. 7 S. 108. — Carl's Repertorium Bd. 15 S. 350.

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{R}_p^2}{\mathfrak{R}_s^2} &= \frac{\mathfrak{E}_p^2}{\mathfrak{E}_s^2} \\ \sin\delta = -\frac{2n\cos e\sin^2 e\sqrt{n^2\sin^2 e-1}}{1-(n^2+1)\sin^2 e}, &\quad \cos\delta = \frac{1-(n^2+1)\sin^2 e+2n^2\sin^4 e}{1-(n^2+1)\sin^2 e} \\ \operatorname{tg}\delta &= \frac{2n\cos e\sin^2 e\sqrt{n^2\sin^2 e-1}}{(n^2+1)\sin^2 e-2n^2\sin^4 e-1} \\ \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\delta &= \frac{n\sin e\operatorname{tg} e}{\sqrt{n^2\sin^2 e-1}}, \end{aligned}\right\} (7$$

wo zur Abkürzung $\chi_p - \chi_s = \delta$ gesetzt ist. Auf diesen letzteren beruht bekanntlich die Theorie der Fresnel'schen Parallelepipede, und sind dieselben überdies durch die Untersuchungen Jamin's und Quincke's als mit der Erfahrung in Uebereinstimmung bestätigt worden.

Auf die Bestimmungsstücke des streifenden Strahles, die sich gleichzeitig mit denen des reflectirten gewinnen lassen, soll vorläufig nicht eingegangen werden. Die Ausdrücke (5) — (7) beziehen sich, wie nochmals hervorgehoben werden mag, auf eine totalreflectirende Combination zweier durchsichtigen Mittel, d. h. physikalisch gesprochen zweier Mittel, deren Extinctionscoëfficienten vernachlässigt werden können. Der Fall dagegen, dass das erste oder zweite Mittel, oder dass beide absorbirende Mittel sind, ist meines Wissens bisher noch nicht behandelt worden. Erst vor kurzem hat Herr Fr. Kohlrausch gelegentlich der Beschreibung seines Totalreflectometers[1]) auf das Wünschenswerthe einer solchen Untersuchung hingewiesen, und eben diese Anregung veranlasst mich, nochmals auf den Gegenstand zurückzukommen.

Vergegenwärtigt man sich den Gedankengang Fresnel's, so erscheint ihm die Totalreflexion neben der gewöhnlichen Reflexion als ein und derselbe Vorgang, sofern nämlich beide durch die gleichen Formeln $\mathfrak{R} = f(n, e)$ umfasst werden und jeden Augenblick in einander verwandelbar sind. Diese Auffassung bleibt natürlich bestehen, wenn man den imaginär werdenden Schwingungsausdruck des gebrochenen Lichtes auf Ausdrücke mit Exponentialfactoren zurückführt, in diesen aber die imaginären Glieder beibehält.

Sobald man aber im Interesse der physikalischen Erklärung sich ausschliesslich auf reelle Glieder beschränkt, so wird damit das bis-

1) Wied. Ann. Bd. 4 S. 1.

herige Einheitsband zerrissen, und Totalreflexion und gewöhnliche Reflexion erscheinen als gewissermassen selbständige Vorgänge. Die Fresnel'schen Grenzgleichungen sind dann nur anwendbar zwischen senkrechter Incidenz und Grenzwinkel, sofern sie über diesen hinaus dem gebrochenen Strahl den Extinctionscoëfficienten 0 zulegen; die von Beer wie von mir erhaltenen Grenzgleichungen gelten eben so nur für das Intervall zwischen Grenzwinkel und streifender Incidenz, sofern sie jenseit desselben einen imaginären Extinctionscoëfficienten postuliren, also das absichtlich ausgeschlossene Imaginäre doch wieder zulassen würden.

So unvollkommen ein solches Mittelding von physikalisch-mathematischer Behandlung sein mag, so hat man sich doch seit der erwähnten Publication Eisenlohr's dermassen daran gewöhnt, dass die Bestrebungen Beer's kaum noch Beachtung fanden, und dass auch ich mich begnügt habe, die Theorie der Totalreflexion neben der der Metallreflexion auf Grundlage der Annahme des Zusammenschwingens der Aether- und Körpertheilchen um- und auszubauen.

In der That aber — und das ist der Inhalt des gegenwärtigen Aufsatzes — bilden die Fresnel'schen Gesetze der Totalreflexion einen speciellen einzelnen Grenzfall der Gesetze der Reflexion an absorbirenden Mitteln. Gelingt es daher, die Gesetze der Lichtbewegung in und an diesen Mitteln in wesentlich reellen Formen zu ermitteln, so werden Extinctions- und Refractionscoëfficient sowie Intensität und Phasenänderung des reflectirten und gebrochenen Lichtes stetige Functionen des Einfallswinkels. Wir befinden uns unmittelbar in dem thatsächlich in der Natur vorkommenden Falle und vermögen nun von ihm aus durch Abstraction auch zu dem von Fresnel behandelten doppelten Verhalten der ideell durchsichtigen Mittel als einer denkbaren Möglichkeit fortzuschreiten. Solcher möglichen Grenzfälle gibt es indess mehrere, und werden wir weiter auf dieselben zurückkommen.

Wenn wir sonach die Gesetze der Totalreflexion denen der Metallreflexion unterordnen, so schlagen wir den umgekehrten Weg ein wie Beer, der das Verhalten der absorbirenden Mittel gewissermassen auf das der totalreflectirenden zurückführen zu können hoffte, indess das vorgesteckte Ziel nicht erreichte.

Zur Vereinfachung der Behandlung knüpfe ich an Einrichtung und Zweck des vorerwähnten Totalreflectometers an und beschränke mich

auf eine Combination zweier Mittel, von denen das erstere, optisch dichtere wenigstens praktisch als durchsichtig betrachtet werden darf; sein constantes absolutes Brechungsverhältniss heisse n_1 und der Einfallswinkel e. Das zweite, optisch dünnere Mittel sei absorbirend; sein variabler Brechungscoëfficient heisse ν und sein variabler Extinctionscoëfficient q, so dass die Componenten der gebrochenen Schwingungen zunächst die Form haben:

$$\left.\begin{aligned} \varrho &= \mathfrak{D}\, e^{\frac{2\pi}{\lambda} q z} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{\nu(z\cos r + x\sin r)}{\lambda}\right) - \chi\right] \\ &= \mathfrak{D}\, e^{\frac{2\pi}{\lambda_1} q' z} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{z p' + x\sin e}{\lambda_1}\right) - \chi\right], \end{aligned}\right\} \quad (8$$

sofern $\frac{\lambda}{n_1} = \lambda_1$, $\frac{q}{n_1} = q'$ gesetzt und der Brechungswinkel r dem Huygens'schen Princip zufolge mittels des relativen Brechungsverhältnisses $\frac{\nu}{n_1} = \nu'$ mit dem Einfallswinkel e durch die Relationen verbunden ist:

$$\frac{\nu}{n_1}\sin r = \sin e, \qquad \frac{\nu}{n_1}\cos r = \sqrt{\frac{\nu^2}{n_1^2} - \sin^2 e} = p',$$

so dass

$$\nu\sin r = n_1 \sin e, \quad \nu\cos r = \sqrt{\nu^2 - n_1^2\sin^2 e} = p. \qquad (9$$

Führt man jetzt vorstehenden Ausdruck in die Differentialgleichungen der absorbirenden Mittel und versteht unter $\nu_0 = a$, $q_0 = b$ diejenigen Specialwerthe von ν, q, welche der senkrechten Incidenz $e = 0$ entsprechen, so erhält man, wie ich anderswo gezeigt habe, die beiden Bedingungsgleichungen:

$$\nu^2 - q^2 = a^2 - b^2, \qquad \nu q \cos r = ab\,[1]) \qquad (10$$

1) Vgl. u. A. Verhandl. des naturhist. Vereins für Rheinland-Westfalen 1875 S. 67; Pogg. Ann. Bd. 160 S. 481; Wied. Ann. Bd. 1 S. 29; Berliner Monatsberichte 1879 S. 899. — Diese Beziehungen sind zuerst von mir, nicht aber, wie man nach einem Referat in der Berl. „Fortschr. d. Physik" XXXI, 340 annehmen könnte und wie Herr W. Wernicke (Berl. Monatsber. 1875 S. 700) auch zugibt, von Letzterem aufgestellt worden. Wenn mir freilich Herr Wernicke in der Begründung derselben mittels gewisser den absorbirenden Mitteln zugelegter Differentialgleichungen zuvorgekommen ist, so habe ich solche Differentialgleichungen gleich darauf in einer Form entwickelt, die im Gegensatz zu jenen noch gegenwärtig stichhaltig ist. Ueberdies habe ich die Gleichungen des Textes seither noch dahin erweitert, dass sie auf beliebig orientirte innere Reflexionen an isotropen und anisotropen Mitteln anwendbar bleiben.

oder bei Einführung der Hilfsgrösse p:

$$p^2 - q^2 = a^2 - b^2 - n_1^2 \sin^2 e, \qquad pq = ab \tag{10b}$$

oder endlich bei Einführung der relativen Hauptcoëfficienten $a' = \frac{a}{n_1}$, $b' = \frac{b}{n_1}$:

$$p'^2 - q'^2 = a'^2 - b' - \sin^2 e, \qquad p'q' = a'b'.$$

Diese letzteren haben dieselbe Form, wie wenn das erste Mittel der Weltäther wäre. Man leitet nun zunächst ab:

$$p^2 + q^2 = \sqrt{(a^2 - b^2 - n_1^2 \sin^2 e)^2 + 4a^2b^2}$$

und daraus weiter:

$$\left.\begin{aligned} 2p^2 &= +(a^2 - b^2 - n_1^2 \sin^2 e) + \sqrt{(a^2 - b^2 - n_1^2 \sin^2 e)^2 + 4a^2b^2} \\ 2q^2 &= -(a^2 - b^2 - n_1^2 \sin^2 e) + \sqrt{(\qquad\qquad\qquad)^2 + 4a^2b^2} \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

sowie

$$2\nu^2 = +(a^2 - b^2 + n_1^2 \sin^2 e) + \sqrt{(\qquad\qquad\qquad)^2 + 4a^2b^2}.$$

Dabei mag bemerkt werden, dass der Wurzelausdruck stets und überall als wesentlich positive Grösse zu behandeln ist.

Setzt man ferner Ausdruck (8b) in Verbindung mit den Ausdrücken (4) für das einfallende und reflectirte Licht in die Uebergangsbedingungen, so haben dieselben die gleichen relativen Formen, wie wenn das erste Mittel der Weltäther wäre. Man wird daher ohne weiteres die für diesen Fall[1]) geltenden Ausdrücke für Intensität und Phasenänderung des reflectirten und gebrochenen Lichtes in Anwendung bringen können, sofern man nur die relativen Werthe p', q', a', b' in sie einführt.

Beschränken wir uns auf reflectirtes Licht und unterscheiden wieder die beiden Hauptfälle, je nachdem nämlich die einfallenden Schwingungen senkrecht oder parallel zur Einfallsebene vor sich gehen, durch angehängte s oder p. Man hat dann:

$$\mathfrak{R}_s^2 = \frac{(p - n_1 \cos e)^2 + q^2}{(p + n_1 \cos e)^2 + q^2} \mathfrak{E}_s^2, \quad \operatorname{tg} \chi_s = \frac{2qn_1 \cos e}{p^2 + q^2 - n_1^2 \cos e} \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{R}_p^2 &= \frac{[pn_1 - (a^2 - b^2)\cos e]^2 + (qn_1 - 2ab \cos e)^2}{[pn_1 + (a^2 - b^2)\cos e]^2 + (qn_1 + 2ab\cos e)^2} \mathfrak{E}_p \\ \operatorname{tg} \chi_p &= \frac{2qn_1 \cos e\,[n_1^2 \sin^2 e - (p^2 + q^2)]}{n_1^2 (p^2 + q^2) - (a^2 + b^2)^2 \cos^2 e}. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

1) Vgl. den folgenden Theil.

Und folglich weiter:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{R}_p^2}{\mathfrak{R}_s^2} &= \frac{(p\cos e - n_1 \sin^2 e)^2 + q^2\cos^2 e}{(p\cos e + n_1\sin^2 e)^2 + q^2\cos^2 e}\cdot\frac{\mathfrak{E}_p^2}{\mathfrak{E}_s^2} \\ \operatorname{tg}\delta &= \frac{2 q n_1 \cos e \sin^2 e}{(p^2+q^2)\cos^2 e - n_1^2 \sin^4 e}. \end{aligned}\right\} \qquad (14$$

Wie man sieht, verlaufen in absorbirenden Mitteln die p, q, ν wie die $\mathfrak{R}$, χ, δ als stetige Functionen des Einfallswinkels ohne irgend welche Discontinuitäten. Eine totale Reflexion ist im Allgemeinen, d. h. bei einer gegebenen Charakteristik a, b, nur möglich für $e = 90$, also bei streifender Incidenz.

Im Besonderen ist das Zustandekommen derselben geknüpft an die Bedingung

$$p = 0.$$

Untersuchen wir die einzelnen Specialfälle, für welche dieselbe erfüllbar ist.

I. Setzen wir $b = 0$, so dass also bei senkrechter Incidenz keine Absorption statthat, so kann für die Schwingungsbewegung des gebrochenen Lichtes zwischen den Grenzen $n_1 \sin e = 0$ und $n_1 \sin e = a$ geschrieben werden:

$$\varrho_D = \mathfrak{D}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{a(z\cos r + x\sin r)}{\lambda}\right). \qquad (15$$

Innerhalb dieses Intervalles ist nämlich

$$\left.\begin{aligned} p &= \sqrt{a^2 - n_1^2\sin^2 e} \\ q &= 0 \\ \nu &= a \\ \chi &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (16$$

Dahingegen wird zwischen den Grenzen $n_1 \sin e = a$ und $n_1 \sin e = n_1$

$$\left.\begin{aligned} p &= 0 \\ q &= \sqrt{n_1^2\sin^2 e - a^2} \\ \nu &= n_1 \sin e \\ \chi &= \chi, \end{aligned}\right\} \qquad (17$$

so dass sich, $\frac{a}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_2}$ und $\frac{n_1}{a} = n$ gesetzt, schreiben lässt:

$$\varrho_D = \mathfrak{D}\, e^{\frac{2\pi}{\lambda_2}\sqrt{n^2\sin^2 e - 1}} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + x\frac{\sin e}{\lambda_1}\right) - \chi\right], \qquad (18$$

welcher Ausdruck mit Ausdruck (3b) übereinstimmt.

Was ferner Intensität und Phasenänderung des reflectirten Lichtes betrifft, so ist den Formeln (12), (13), (14) zufolge innerhalb des ersten Intervalles:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{R}_s &= \pm \frac{\sqrt{a^2 - n_1^2 \sin^2 e} - n_1 \cos e}{\sqrt{a^2 - n_1^2 \sin^2 e} + n_1 \cos e}\,\mathfrak{E}_s = \pm \frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)}\,\mathfrak{E}_s \\ \operatorname{tg}\chi_s &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (19$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{R}_p &= \mp \frac{n_1\sqrt{a^2 - n_1^2 \sin^2 e} - a^2 \cos e}{n_1\sqrt{a^2 - n_1^2 \sin^2 e} + a^2 \cos e}\,\mathfrak{E}_p = \pm \frac{\operatorname{tg}(e-r)}{\operatorname{tg}(e+r)}\,\mathfrak{E}_p \\ \operatorname{tg}\chi_p &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (20$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{R}_p}{\mathfrak{R}_s} &= \frac{\cos(e+r)}{\cos(e-r)}\cdot\frac{\mathfrak{E}_p}{\mathfrak{E}_s} \\ \operatorname{tg}\delta &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (21$$

Dahingegen ergibt sich für das zweite Intervall:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{R}_s &= \pm\,\mathfrak{E}_s \\ \operatorname{tg}\chi_s &= \frac{2 n_1 \cos e \sqrt{n_1^2 \sin^2 e - a^2}}{(n_1^2 \sin^2 e - a^2) - n_1^2 \cos^2 e} \end{aligned}\right\} \qquad (22$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{R}_p &= \pm\,\mathfrak{E}_p \\ \operatorname{tg}\chi_p &= \frac{2 n_1 a^2 \cos e \sqrt{n_1^2 \sin^2 e - a^2}}{n_1^2 (n_1^2 \sin^2 e - a^2) - a^4 \cos^2 e} \end{aligned}\right\} \qquad (23$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{R}_p}{\mathfrak{R}_s} &= \pm\,\frac{\mathfrak{E}_p}{\mathfrak{E}_s} \\ \operatorname{tg}\delta &= \frac{2 n_1 \cos e \sin^2 e \sqrt{n_1^2 \sin^2 e - a^2}}{(n_1^2 \sin^2 e - a^2)\cos^2 e - n_1^2 \sin^4 e}, \end{aligned}\right\} \qquad (24$$

und diese Ausdrücke werden bei Einführung des relativen Index $n = \frac{n_1}{a}$ identisch mit den Fresnel'schen Werthen 5, 6, 7.

Selbstverständlich lassen sich eben so die Bestimmungstücke des in beiden Intervallen gebrochenen Lichtes, also die Amplituden $\mathfrak{D}_x$, $\mathfrak{D}_y$, $\mathfrak{D}_z$ und Phasenänderungen χ_x, χ_y, χ_z aus den entsprechenden Ausdrücken der absorbirenden Mittel[1]) ableiten. Wenn beispielsweise für letztere

$$\chi_x - \chi_s = \operatorname{arc\,tg}\frac{q}{p}$$

1) Wied. Ann. Bd. 3 S 95.

gefunden wird, so erhält man für den in Rede stehenden Grenzfall der Totalreflexion wegen $p = 0 : \chi_s - \chi_s = 90^0$, d. h. denselben Werth wie bei der directen Behandlung derselben. Die weitere Durchführung möge indess dem Leser überlassen bleiben.

Vorstehendes enthält zugleich die allgemeine Lösung der von Herrn Kohlrausch angeregten Fragen. Besitzt die im Totalreflectometer zu untersuchende Substanz einen merklichen Absorptionscoëfficienten b, so berechnet sich insbesondere die Intensität des unter verschiedenen Einfallswinkeln reflectirten Liechtes nach den Formeln (12) und (13). Denken wir uns den Verlauf derselben für ein gegebenes festes n_1 und a und für kleine, aber zunehmende Werthe von b als eine Folge von Curven construirt, so zeigt zunächst die Fresnel'sche Curve, d. h. diejenige, für welche $b = 0$ ist, im Grenzpunkt $n_1 \sin e = a$ die Discontinuität, dass, wenn links von demselben die Intensität variirt, sie rechts constant ist. Die hierdurch bewirkte Ecke der Curve wird dann in dem Maasse abgerundet, als b grösser und grösser wird. Es fällt so der Begriff eines eigentlichen Grenzwinkels fort, und die Einstellung im Totalreflectometer wird nach und nach schwieriger und endlich unmöglich. Zugleich hört die Reflexion für alle von 90^0 verschiedenen Incidenzen auf, eine totale zu sein, sofern eben p niemals mehr gleich 0 wird.

Betrachten wir indess das Fresnel'sche Mittel als einen durch Abstraction zu gewinnenden Grenzfall, dem sich die in der Natur vorkommenden Mittel beliebig nähern können, so ist der Grenzwinkel vollkommen strenge definirt durch die Bedingung

$$\nu^2 + q^2 = n_1^2 \sin^2 e \tag{25}$$

oder durch die damit identische Form

$$p^2 + q^2 = 0.$$

Diese letztere zerfällt eben in die beiden einzelnen Bedingungen:

$$a^2 - b^2 = n_1^2 \sin^2 e, \qquad a^2 b^2 = 0,$$

und so ersieht man, dass die Existenz eines reellen Grenzwinkels an die Lösung $b = 0$, nicht aber an die Lösung $a = 0$ geknüpft ist. (Vgl. hierüber noch die folgende Abhandlung.)

Vielleicht hätte es ein gewisses Interesse, obige Intensitätscurven unter Zugrundelegung der beim Gebrauche des Totalreflectometers in Betracht kommenden Mittelwerthe, also etwa unter der Annahme

n_1	a	b		
1,6	1,4	0,0	0,1	0,3

für einige Grade zu beiden Seiten des Grenzwinkels numerisch zu berechnen.

II. Setzen wir $a = 0$, so dass also bei senkrechter Incidenz die Wellenberge und Wellenthäler durch unendliche Streckung verschwinden, so geben die Beziehungen (11):

$$\left.\begin{aligned} p &= 0 \\ q &= \sqrt{b^2 + n_1^2 \sin^2 e} \\ \nu &= n_1 \sin e \\ \chi &= \chi. \end{aligned}\right\} \qquad (26$$

Und daher lassen sich die Componenten der gebrochenen Welle darstellen durch:

$$\varrho = \mathfrak{D}\, e^{\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{b^2 + n_1^2 \sin^2 e}} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + x\frac{\sin e}{\lambda_1}\right) - \chi\right]. \qquad (27$$

Von sämmtlichen bisher untersuchten Substanzen kommt bekanntlich das Silber diesem Grenzfall am nächsten, sofern für dasselbe a beträchtlich kleiner als 1 gefunden wird. Da für derartige Mittel bei allen Incidenzen $p = 0$ ist, so ist die Reflexion derselben stets total.

III. Die Verhältnisse werden noch einfacher, wenn man gleichzeitig $a = 0$, $b = 0$ nimmt. Für diesen Grenzfall werden die Componenten des gebrochenen Lichtes:

$$\varrho = \mathfrak{D}\, e^{\frac{2\pi}{\lambda_1}\sin e} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + x\frac{\sin e}{\lambda_1}\right) - \chi\right], \qquad (28$$

und die Reflexion ist wiederum total. Man könnte den Grenzfall III den Green'schen nennen, da Green mit seiner Zuziehung die sogenannte elliptische Polarisation der durchsichtigen Mittel[1]) zu erklären versucht hat.

Mit vorstehenden Specialfällen, denen sich freilich noch neue hinzufügen liessen, möge es sein Bewenden haben. Für mich liegt der Schwerpunkt dieses Aufsatzes in dem Nachweis, dass die von mir aufgestellten allgemeinen Gesetze der absorbirenden Mittel die Fresnel-schen Formeln in ihrer vollen ursprünglichen Continuität, aber auch zugleich in strenger mechanischer Begründung umfassen.

1) Vgl. Wied. Ann. Bd. 3 S. 300.

Wenn dann bezüglich der Totalreflexion zugegeben werden muss und thatsächlich auch zugegeben wird, dass der gebrochene Strahl nach Extinctions- wie Refractionscoëfficient veränderlich ist, so wird man sich fortan der Anerkennung analoger Vorgänge im Innern absorbirender Mittel nicht mehr erwehren können. Mit diesem Zugeständniss, dessen Verzögerung durch die völlig unerwarteten und überraschenden Eigenschaften derselben hinlänglich motivirt sein mag, verschwindet dann wohl auch das Misstrauen, welchem eben so meine verwandten übrigen Aufstellungen immer noch zu begegnen scheinen.

2. Die ausgezeichneten Einfallswinkel der Metallreflexion.

Ergebniss der beiden wichtigsten Beobachtungsmethoden.

Ueber die Gesetze der Reflexion des Lichtes an absorbirenden Mitteln bestehen, wie es scheint, noch immer so viel Unklarheiten und Missverständnisse, dass ich mich veranlasst sehe, die hauptsächlichsten Formeln hier nochmals in möglichster Vollständigkeit und nach einigen neuen Gesichtspunkten zusammenzustellen. Wenn ich bezüglich der Differentialgleichungen der absorbirenden Mittel und eben so bezüglich der Uebergangsbedingungen des Lichtes auf die im vorstehenden Theil citirten Arbeiten verweise, so möge hier die Bemerkung genügen, dass die in Betracht kommenden Lichtschwingungen auf der im Weltäther reflectirten Welle transversal elliptisch, dagegen auf der zugehörigen gebrochenen Welle longitudinal elliptisch sind. Derartige longitudinale Bewegungen sind eben, wie ich ausdrücklich wiederholen muss, nicht bloss mit dem Princip der Incompressibilität des Aethers verträglich, sondern es leitet sich sogar die Stärke der Ellipticität derselben geradezu aus dem analytischen Ausdruck dieses Principes ab.

Definiren wir zunächst das Verhältniss

$$\nu = \frac{\sin e}{\sin r} \tag{I}$$

als das variable Brechungsverhältniss der Wellennormalen, dem sich der variable Extinctionscoëfficient q zuordne, und setzen wieder wie oben abkürzungsweise

$$p = \sqrt{\nu^2 - \sin^2 e} = \nu \cos r = \sin e \cot r,$$

so ergeben die Differentialgleichungen der absorbirenden Mittel die beiden Haupt- und Grundgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} p^2 - q^2 &= a^2 - b^2 - \sin^2 e \\ pq &= ab, \end{aligned}\right\} \qquad \text{(II}$$

worin alle Grössen die bisherige Bedeutung haben und insbesondere e der Einfallswinkel ist. Aus ihnen erhält man:

$$p^2 + q^2 = \sqrt{(a^2 - b^2 - \sin^2 e)^2 + 4a^2b^2} \qquad \text{(1}$$

sowie die Einzelwerthe:

$$\left.\begin{aligned} 2p^2 &= +(a^2 - b^2 - \sin^2 e) + \sqrt{(a^2 - b^2 - \sin^2 e)^2 + 4a^2b^2} \\ 2q^2 &= -(a^2 - b^2 - \sin^2 e) + \sqrt{} \\ 2\nu^2 &= +(a^2 - b^2 + \sin^2 e) + \sqrt{}\,. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(2}$$

Wenn vorstehende Ausdrücke die Variabeln p, q, ν direct mit dem Einfallswinkel verknüpfen, so erscheint es zuweilen vortheilhafter, dieselben als Functionen des Brechungswinkels r der Wellennormale erscheinen zu lassen. Man schreibe zu dem Ende die Gleichungen (I)

$$\left.\begin{aligned} \nu^2 - q^2 &= a^2 - b^2 \\ \nu q &= \frac{ab}{\cos r} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IIb}$$

und leite daraus ab:

$$\left.\begin{aligned} 2\nu^2 &= +(a^2 - b^2) + \sqrt{(a^2 + b^2)^2 + 4a^2b^2 \operatorname{tg}^2 r} \\ 2q^2 &= -(a^2 - b^2) + \sqrt{\phantom{(a^2 + b^2)^2 + 4a^2b^2 \operatorname{tg}^2 r}}\,. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(3}$$

In diesen Ausdrücken erscheinen ν und q in ähnlicher Weise coordinirt wie in den vorstehenden p und q.

Endlich soll dem Brechungsverhältniss ν der Wellennormalen ein neues, gleichfalls variables Brechungsverhältniss gegenübergestellt werden, das definirt sein möge durch die Beziehung

$$\sqrt{\nu^2 + q^2} = \frac{\sin e}{\sin \mathfrak{r}}. \qquad \text{(III}$$

Denkt man sich nämlich die longitudinal elliptische Schwingungsbewegung des gebrochenen Lichtes durch eine irgendwie herbeigeführte Vernichtung der Phasenunterschiede ihrer Componenten zu einer linearen restaurirt, so fällt die so gewonnene restaurirte Amplitude nicht mehr in die Wellebene hinein. Legt man dann senkrecht zur Einfallsebene durch dieselbe eine Ebene und fällt vom Coordinaten-

anfangspunkt aus auf letztere ein Perpendikel, das mit dem Lothe einen Winkel $\mathfrak{r}$ bilde, so besteht, wie ich anderswo[1]) gezeigt habe, zwischen den Grössen e, $\mathfrak{r}$, $\sqrt{\nu^2+q^2}$ die obige Beziehung. Ich bezeichne daher die beiden letzteren kurzweg als Brechungswinkel, resp. Brechungsverhältniss der restaurirten Amplituden. Für $\mathfrak{r}$ folgt sonach:

$$\sin\mathfrak{r} = \frac{\sin e}{\sqrt{\nu^2+q^2}}, \quad \cos\mathfrak{r} = \frac{\sqrt{p^2+q^2}}{\sqrt{\nu^2+q^2}}, \quad \operatorname{tg}\mathfrak{r} = \frac{\sin e}{\sqrt{p^2+q^2}};$$

folglich

$$p^2+q^2 = \sin^2 e \cot^2\mathfrak{r}. \qquad (4$$

Weiter lässt sich schreiben:

$$\left.\begin{aligned} p^2 &= \nu^2 - \sin^2 e = \nu^2 - (\nu^2+q^2)\sin^2\mathfrak{r} \\ &= \nu^2\cos^2\mathfrak{r} - q^2\sin^2\mathfrak{r}. \end{aligned}\right\} \qquad (5$$

Und mit Benutzung der Gleichungen (I) in der Form

$$\left.\begin{aligned} p^2 - q^2 &= a^2 - b^2 - (p^2-q^2)\operatorname{tg}^2\mathfrak{r} \\ pq &= ab \end{aligned}\right\} \qquad (\mathrm{Ic}$$

leitet man ab:

$$\left.\begin{aligned} p^2 &= \frac{+(a^2-b^2)+\sqrt{(a^2+b^2)^2-4a^2b^2\operatorname{tg}^2\mathfrak{r}}}{2(1+\operatorname{tg}^2\mathfrak{r})} \\ q^2 &= \frac{-(a^2-b^2)+\sqrt{(a^2+b^2)^2-4a^2b^2\operatorname{tg}^2\mathfrak{r}}}{2(1-\operatorname{tg}^2\mathfrak{r})}. \end{aligned}\right\} \qquad (6$$

Schliesslich lassen sich Ausdrücke aufstellen, die gleichzeitig r und $\mathfrak{r}$ enthalten. Man erhält so:

$$\left.\begin{aligned} \frac{q^2}{p^2} &= \operatorname{tg}^2 r \cot^2\mathfrak{r} - 1 \\ \frac{q^2}{\nu^2} &= \frac{\sin^2 r}{\sin^2\mathfrak{r}} - 1. \end{aligned}\right\} \qquad (7$$

Und verbindet man erstere mit der Gleichung

$$p^2q^2 = a^2b^2,$$

so entstehen die Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} p^2 &= \frac{ab}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 r\cot^2\mathfrak{r}-1}} \\ q^2 &= ab\sqrt{\operatorname{tg}^2 r\cot^2\mathfrak{r}-1}. \end{aligned}\right\} \qquad (8$$

Was nun weiter die aus den Grenzgleichungen sich ergebenden Ausdrücke für die Intensität und Phasenänderung des gespiegelten

1) Wied. Ann. Bd. 3 S. 95.

Lichtes betrifft, so sollen zunächst wieder die beiden Hauptfälle gesondert behandelt werden.

A. Für senkrecht auf der Einfallsebene stehende Schwingungen hat man folgende, leicht in einander überführbare Formen:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{R}_e^2 &= \frac{(p-\cos e)^2+q^2}{(p+\cos e)^2+q^2}\,\mathfrak{E}_e^2\ ^{1)}\\ &= \frac{(p^2+q^2-\cos^2 e)^2+4q^2\cos^2 e}{[(p^2+q^2+\cos^2 e)+2p\cos e]^2}\,\mathfrak{E}_e^2\end{aligned}\right\} \quad (9$$

$$\left.\begin{aligned}\cot f_e &= \frac{2p\cos e}{p^2+q^2+\cos^2 e}\\ \operatorname{tg}\chi_e &= \frac{2q\cos e}{p^2+q^2-\cos^2 e},\end{aligned}\right\} \quad (10$$

sofern nämlich nach Cauchy's Vorgang $\frac{\mathfrak{E}^2-\mathfrak{R}^2}{\mathfrak{E}^2+\mathfrak{R}^2} = \cot f$ gesetzt wird.

Führt man in die erste derselben für p und q die Werthe ein:

$$p = \nu\cos r = \sin e\cot r$$
$$q^2 = \sin^2 e(\cot^2\mathfrak{r}-\cot^2 r),$$

so kommt noch:

$$\mathfrak{R}_e^2 = \frac{\sin^2(e-r)+\sin^2 e\sin^2 r(\cot^2\mathfrak{r}-\cot^2 r)}{\sin^2(e+r)+\sin^2 e\sin^2 r(\cot^2\mathfrak{r}-\cot^2 r)}\mathfrak{E}_e^2. \quad (9c$$

Wir untersuchen jetzt die eventuellen Minima, deren die Ausdrücke für $\mathfrak{R}_e^2$ fähig sind, beschränken uns indess der Einfachheit wegen auf die Minima der Bestandtheile des Zählers. Die beiden bemerkenswerthen Incidenzen sind hier folgende:

1. Ausgehend vom Ausdruck (9a) setze man

$$p = \cos e, \qquad \operatorname{tg} e = \operatorname{tg} r, \qquad e = r, \qquad \nu = 1.$$

Dazu findet sich dann:

$$\cos^2 e = \frac{a^2b^2}{1-(a^2-b^2)}, \quad (11$$

sofern z. B. die erste der Gleichungen (2) für $p = \cos e$ nach e aufgelöst wird.

2. Dem Ausdrucke (9b) entspricht analog die Bedingung:

$$p^2+q^2 = \cos^2 e, \qquad \nu^2+q^2 = 1, \qquad e = \mathfrak{r}$$
$$\cos^2 e = -\frac{1-2(a^2-b^2)+(a^2+b^2)^2}{2(a^2-b^2-1)}, \quad (12$$

1) Wied. Ann. Bd. 1 S. 237.

sofern dies Mal die Gleichung (1) bedingungsweise nach e aufgelöst wird. Für den in Rede stehenden Einfallswinkel wird überdies die Phasenänderung $\chi_s = 90^0$, so dass er passend als der Hauptphasenwinkel der senkrechten Schwingungen

$$e = \Phi_s$$

wird bezeichnet werden können. Wegen der verhältnissmässig geringen Aenderungen der übrigen Bestandtheile von $\mathfrak{R}_s$ liegt das etwaige wahre Minimum desselben jedenfalls in nächster Nähe.

B. Gehen die Schwingungen parallel der Einfallsebene vor sich, so hat man die Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{R}_p^2 &= \frac{[p-(a^2-b^2)\cos e]^2+(q-2ab\cos e)^2}{[p+(a^2-b^2)\cos e]^2+(q+2ab\cos e)^2}\mathfrak{E}_p^2\\ &= \frac{[p^2+q^2-(a^2+b^2)^2\cos^2 e]^2+4q^2\cos^2 e[\sin^2 e-(p^2+q^2)]^2}{\{[p^2+q^2+(a^2+b^2)^2\cos^2 e]+2p\cos e[\sin^2 e+(p^2+q^2)]\}^2}\mathfrak{E}_p^2\end{aligned}\right\} \quad (13$$

$$\left.\begin{aligned}\cot f_p &= \frac{2p\cos e[\sin^2 e+(p^2+q^2)]}{p^2+q^2+(a^2+b^2)^2\cos^2 e}\\ \operatorname{tg}\chi_p &= \frac{2q\cos e[\sin^2 e-(p^2+q^2)]}{p^2+q^2-(a^2+b^2)^2\cos^2 e}.\end{aligned}\right\} \quad (14$$

Wir behandeln folgende vier Incidenzen.

1. Man setze in Ausdruck (13a)

$$p = (a^2-b^2)\cos e, \qquad \operatorname{tg} e \cot r = a^2-b^2.$$

Dazu findet sich dann:

$$\cos^2 e = \frac{a^2-b^2-1}{(a^2-b^2)^2-1}+\sqrt{\left(\frac{a^2-b^2-1}{(a^2-b^2)^2-1}\right)^2+\frac{a^2b^2}{(a^2-b^2)^2[(a^2-b)^2-1]}}$$

2. Nimmt man in demselben Ausdruck

$$q = 2ab\cos e, \qquad 1 = 2p\cos e,$$

so erhält man für die zugehörige Incidenz:

$$\cos^2 e = -\frac{a^2-b^2-1}{4a^2b^2+1}+\sqrt{\left(\frac{a^2-b^2-1}{4a^2b^2+1}\right)^2+\frac{1}{4(4a^2b^2+1)}}.$$

3. Man annullire in Ausdruck (13b) das erste Glied des Zählers, setze also

$$p^2+q^2 = (a^2+b^2)^2\cos^2 e$$

oder

$$\operatorname{tg} e \cot r = a^2+b^2.$$

Der entsprechende Einfallswinkel wird dann:

$$\cos^2 e = \frac{a^2 - b^2 - 1}{(a^2 + b^2)^2 - 1} + \sqrt{\left(\frac{a^2 - b^2 - 1}{(a^2+b^2)^2 - 1}\right)^2 + \frac{(a^2 - b^2 - 1)^2 + 4a^2b^2}{(a^2+b^2)^2 - 1}} \quad (15$$

Und da er zugleich die Phasenänderung $\chi_p = 90^0$ ergibt, so wird man ihn als den einen Hauptphasenwinkel der parallelen Schwingungen

$$e = \Phi''_p$$

bezeichnen dürfen.

4. Setzt man nämlich in Ausdruck (14) die Bedingung:

$$p^2 + q^2 = \sin^2 e, \qquad \nu^2 + q^2 = 2\sin^2 e = \frac{\sin^2 e}{\sin^2 \mathfrak{r}},$$

so dass $\chi_p = 0$ wird, so findet man:

$$\left.\begin{aligned} \sin^2 e &= \frac{(a^2 + b^2)^2}{2(a^2 - b^2)} \\ \sin^2 \mathfrak{r} &= \frac{1}{2}, \quad \mathfrak{r} = 45^0. \end{aligned}\right\} \quad (16$$

Diese Incidenz erscheint sonach als der andere Hauptphasenwinkel:

$$e = \Phi'_p.$$

Was endlich den Incidenzwinkel des eigentlichen Minimum von $\mathfrak{R}_p$ betrifft, so ist dessen etwaige Existenz geknüpft an die Gleichung:

$$\frac{2\cos^2 e(p^2 + q^2 + \sin^2 e)}{p^2 + q^2 + (a^2+b^2)^2\cos^2 e} = \frac{(p^2+q^2)(p^2+q^2+\sin^2 e) + \cos^2 e(p^2 - 3q^2 + \sin^2 e)}{p^2 - q^2 + (p^2+q^2)(a^2+b^2)^2},$$

doch dürfte letztere nur schwierig nach e aufzulösen sein.

C. Für den Fall, dass das Azimut der einfallenden Schwingungen 45^0 beträgt, hat man die Formeln:

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{\mathfrak{R}_p}{\mathfrak{R}_s}\right)^2 = \operatorname{tg}^2 h &= \frac{(p\cos e - \sin^2 e)^2 + q^2\cos^2 e}{(p\cos e + \sin^2 e)^2 + q^2\cos^2 e} \\ &= \frac{[(p^2+q^2)\cos^2 e - \sin^4 e]^2 + 4q^2\cos^2 e\sin^4 e}{[(p^2+q^2)\cos^2 e + \sin^4 e + 2p\cos e\sin^2 e]^2} \end{aligned}\right\} \quad (17$$

$$\left.\begin{aligned} \cos 2h &= \frac{2p\cos e\sin^2 e}{(p^2+q^2)\cos^2 e + \sin^4 e} \\ \operatorname{tg}\delta &= \frac{2q\cos e\sin^2 e}{(p+q^2)\cos^2 e - \sin^4 e} \end{aligned}\right\}, \quad (18$$

in welch letzterer $\chi_p - \chi_s = \delta$ gesetzt ist. Führt man noch in erstere r und $\mathfrak{r}$ statt p und q ein, so erhält man (für beliebige Azimute):

$$\frac{\mathfrak{R}_p^2}{\mathfrak{R}_s^2} = \frac{\cos^2(e+r) + \cos^2 e\sin^2 r(\cot^2\mathfrak{r} - \cot^2 r)}{\cos^2(e-r) + \cos^2 e\sin^2 r(\cot^2\mathfrak{r} - \cot^2 r)} \cdot \frac{\mathfrak{E}_p^2}{\mathfrak{E}_s^2}, \quad (17e$$

ein Ausdruck, durch dessen Multiplication mit Ausdruck (9c) man die entsprechende Form für $\mathfrak{R}_p^2$ gewinnt.

Die beiden bemerkenswerthen Incidenzen sind hier folgende:

1. Setzt man

$$p \cos e = \sin^2 e, \qquad \operatorname{tg} e = \cot r, \qquad e + r = 90^0,$$

oder auch

$$p = \sin e \operatorname{tg} e, \qquad \nu = \operatorname{tg} e, \tag{18}$$

so dass der gebrochene Strahl auf dem gespiegelten senkrecht steht und das variable Brechungsverhältniss der Wellennormalen ν mit der trigonometrischen Tangente des Einfallswinkels zusammenfällt, so heisse letzterer der **Brewster**'sche Winkel. Seine Lage ist geknüpft an die Auflösung der Gleichung ($x = \nu = \operatorname{tg} e$):

$$x^6 - x^4 (a^2 - b^2) - (x^2 + 1) a^2 b^2 = 0. \tag{19}$$

2. Setzt man endlich

$$\left.\begin{array}{c} p^2 + q^2 = \sin^2 e \operatorname{tg}^2 e, \qquad \nu^2 + q^2 = \operatorname{tg}^2 e \\ e + r = 90^0, \end{array}\right\} \tag{20}$$

so heisst die betreffende Incidenz seit **Cauchy** der Haupteinfallswinkel, sofern nämlich für dieselbe der Phasenunterschied $\delta = 90^0$ wird. Ich selbst habe dann weiter gezeigt[1]), dass für den Hauptwinkel und zwar für Schwingungen, die der Einfallsebene parallel sind, die restaurirte gebrochene Schwingung auf der reflectirten senkrecht steht, und dass folglich das variable Brechungsverhältniss $\sqrt{\nu^2 + q^2}$ der restaurirten Schwingungen mit der trigonometrischen Tangente des Hauptwinkels zusammenfällt. Die Lage desselben ist bei gegebener Charakteristik a, b des Mittels abhängig von der Gleichung ($x = \operatorname{tg} e$):

$$x^6 - x^4 + x^2 [2 (a^2 - b^2) - (a^2 + b^2)^2] - (a^2 + b^2)^2 = 0. \tag{21}$$

Aus dem Zusammenwirken zweier senkrecht zu einander polarisirter, linearer Schwingungen mit Phasendifferenz resultirt bekanntlich eine transversal elliptische Bewegung. Was denn Richtung und Grössenverhältniss der beiden Hauptachsen dieser Bahnellipse betrifft, so heisse der Winkel zwischen der kleinen Achse und der Einfallsebene $90 - \omega$, so dass folglich ω und h im gleichen Sinne zu zählen sind. Man hat dann die Beziehung:

1) **Wied.** Ann. Bd. 3 S. 101.

$$\operatorname{tg} 2\omega = \frac{2 \operatorname{tg} h \cos \delta}{1 - \operatorname{tg}^2 h} = \operatorname{tg} 2h \cos \delta \qquad (22$$

und für das Grössenverhältniss v zwischen kleiner und grosser Achse:

$$\left.\begin{aligned} v^2 = \operatorname{tg}^2 g &= \frac{(1 + \operatorname{tg}^2 h) - (1 - \operatorname{tg}^2 h) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \omega}}{(1 + \operatorname{tg}^2 h) + (1 - \operatorname{tg}^2 h) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \omega}} \\ &= \frac{\cos 2\omega - \cos 2h}{\cos 2\omega + \cos 2h}. \end{aligned}\right\} \qquad (23$$

[1])

Combinirt man erstere mit der aus Gleichung (18) ableitbaren (s. w. u.) Beziehung

$$\operatorname{tg} 2h = \frac{q}{p \sin \delta},$$

so erhält man definitiv:

$$\cot 2\omega = \frac{2p \cos e \sin^2 e}{(p^2 + q^2) \cos^2 e - \sin^4 e} \qquad (24$$

und dazu entsprechend:

$$\left.\begin{aligned} v^2 &= \frac{[(p^2+q^2)\cos^2 e + \sin^4 e] - \sqrt{[(p^2+q^2)\cos^2 e - \sin^4 e]^2 + 4p^2 \cos^2 e \sin^4 e}}{[(p^2+q^2)\cos^2 e + \sin^4 e] + \sqrt{[(p^2+q^2)\cos^2 e - \sin^4 e]^2 + 4p^2 \cos^2 e \sin^4 e}} \\ \cos^2 2g &= \frac{[(p^2 + q^2) \cos^2 e - \sin^4 e]^2 + 4p^2 \cos^2 e \sin^4 e}{[(p^2 + q^2) \cos^2 e + \sin^4 e]^2}. \end{aligned}\right\} \qquad (25$$

Bezieht man diese Formeln der Reihe nach auf senkrechte Incidenz, auf den Hauptwinkel (E) und auf streifende Incidenz, so findet man als zusammengehörige Grössen:

$e = 0$	$\operatorname{tg} 2\omega = +\infty$	$\omega = 45^0$	$v = 0$
$= E$	$= 0$	$= 90^0$	$= \operatorname{tg} H$
$= 90^0$	$= -\infty$	$= 135^0$	$= 0.$

Die bezüglichen Ellipsen drehen sich folglich von der einen zur anderen Extremlage um 90°; für die Incidenz des Hauptwinkels liegen sie symmetrisch zur Einfallsebene. Und wenn die anfangs linearen Schwingungen in immer gewölbtere Ellipsen übergehen, so erreicht das Achsenverhältniss derselben für den Haupteinfallswinkel seinen Maximalwerth tg H (als die trigonometrische Tangente des sogenannten Hauptazimutes), um bei noch grösseren Incidenzen wiederum auf Null zurückzusinken. Man wird daher mit gleichem Recht den Haupt-

1) Vgl. Billet, Traité d'optique physique t. II p. 55.

winkel als den Depolarisationswinkel des polarisirten wie als den Polarisationswinkel des natürlichen Lichtes bezeichnen können[1]).

Von den bis jetzt aufgestellten Ausdrücken sind inshesondere diejenigen, welche h, δ, resp. g, ω enthalten, experimentell verwerthbar. Zunächst erhält man durch einfache Umrechnung der Ausdrücke (18) p und q als Functionen von e, h, δ; es wird nämlich:

$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{\sin e \operatorname{tg} e \cos 2h}{1 - \sin 2h \cos \delta} \\ q &= \frac{\sin e \operatorname{tg} e \sin 2h \sin \delta}{1 - \sin 2h \cos \delta} \end{aligned}\right\} \qquad (26$$

und sonach

$$\frac{q}{p} = \operatorname{tg} 2h \sin \delta,$$

welch letztere Beziehung hereits oben verwerthet wurde.

Beachtet man ferner, dass sich der durch die Gleichungen (22) und (23) dargestellte Zusammenhang zwischen den Grössen h, δ und g, ω auch auf die Form bringen lässt:

$$\left.\begin{aligned} \cos 2h &= \cos 2g \cos 2\omega \\ \sin 2h \cos \delta &= \cos 2g \sin 2\omega \\ \sin 2h \sin \delta &= \sin 2g, \end{aligned}\right\} \qquad (27$$

so schreihen sich die vorstehenden Ausdrücke auch so:

$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{\sin e \operatorname{tg} e \cos 2g \cos 2\omega}{1 - \cos 2g \sin 2\omega} \\ q &= \frac{\sin e \operatorname{tg} e \sin 2g}{1 - \cos 2g \sin 2\omega} \end{aligned}\right\} \qquad (26b$$

und demnach

$$\frac{q}{p} = \frac{\operatorname{tg} 2g}{\cos 2\omega}.$$

Bei den optischen Messungen Jamin's und Quincke's sind h und δ, bei den optischen Messungen E. Wiedemann's und hei den calorischen Messungen Knoblauch's sind g und ω die direct er-

1) Für die Fresnel'sche Totalreflexion leitet man aus den Ausdrücken (24) und (25) noch ab:

$$\cot 2\omega = 0, \quad v = \frac{n \sin e \operatorname{tg} e}{\sqrt{n^2 \sin^2 e - 1}} = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\delta,$$

so dass die Ellipsenachsen bei allen Einfallswinkeln parallel liegen und das Achsenverhältniss $\frac{1}{v}$ gleichzeitig mit $\operatorname{tg}\delta$ für einen durch die Beziehungen

$$\sin^2 e' = \frac{2}{n^2 + 1}, \quad \cos^2 e' = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$$

gegebenen Einfallswinkel e' seinen Maximalwerth erreicht, nämlich: $\frac{1}{v'} = \frac{n^2 - 1}{2n}$.

mittelten Grössen. Man wird daher bei der Berechnung der Variabeln p und q für erstere die Formeln (26), für letztere die Formeln (26b) zu Grunde zu legen haben. Sind aber die einem Einfallswinkel e entsprechenden p, q bekannt, so geben die Gleichungen (II) unmittelbar:

$$\left.\begin{aligned} 2a^2 &= +(p^2 - q^2 + \sin^2 e) + \sqrt{(p^2 - q^2 + \sin^2 e)^2 + 4p^2q^2} \\ 2b^2 &= -(p^2 - q^2 + \sin^2 e) + \sqrt{(p^2 - q^2 + \sin^2 e)^2 + 4p^2q^2} \end{aligned}\right\} \quad (28$$

Verweilen wir nochmals bei den beiden letzterwähnten Incidenzen.

1. Für den Brewster'schen Winkel ($e + r = 90^0$) zieht man mittels der Bedingung

$$p = \sin e \operatorname{tg} e$$

aus Gleichung (26) die weitere

$$\cos \delta = \operatorname{tg} h.$$

2. Für den Haupteinfallswinkel ($e + \mathfrak{r} = 90^0$) mögen sämmtliche Attribute durch grosse Buchstaben bezeichnet werden. Man hat dann:

$$\left.\begin{aligned} D = \Omega &= 90^0, \quad H = G \\ P &= \sin E \operatorname{tg} E \cos 2H \\ Q &= \sin E \operatorname{tg} E \sin 2H \\ Q &= P \operatorname{tg} 2H \\ P^2 + Q^2 &= \sin^2 E \operatorname{tg}^2 E \\ N^2 + Q^2 &= \operatorname{tg}^2 E \\ N^2 &= \operatorname{tg}^2 E (1 - \sin^2 E \sin^2 H) \end{aligned}\right\} \quad (29$$

$$\begin{aligned} 2ab &= 2PQ = \sin^2 E \operatorname{tg}^2 E \sin 4H \\ a^2 - b^2 &= \operatorname{tg}^2 E (1 - 2\sin^2 E \sin^2 2H) \\ a^2 + b^2 &= \operatorname{tg}^2 E \sqrt{1 - \sin^2 2E \sin^2 2H}. \end{aligned} \quad (30$$

Wäre insbesondere der eine der beiden Bestandtheile a, b der Charakteristik $= 0$, so würden sich entsprechen:

$$\begin{aligned} a &= 0, \quad P = 0, \quad \cos 2H = 0, \quad Q = \sin E \operatorname{tg} E \\ b &= 0, \quad Q = 0, \quad \sin 2H = 0, \quad P = \sin E \operatorname{tg} E. \end{aligned}$$

In beiden Fällen gäbe es folglich einen Hauptwinkel. Sofern indess für $a = 0$ und folglich zugleich $p = 0$ für alle Incidenzen Totalreflexion eintritt, so entspricht diesem ersteren Fall kein Minimumswinkel der Parallelschwingungen.

Bevor ich nunmehr die ausgezeichneten Einfallswinkel der Metallreflexion zusammenstelle, möge noch bemerkt werden, dass ich die beiden Amplituden $\mathfrak{R}_p$, $\mathfrak{R}_s$ mit negativen Vorzeichen nehme, was

bekanntlich einer Vergrösserung der Phasenänderung χ um π gleich kommt. Dies vorausgesetzt, sind wohl die folgenden Einzelfälle die am meisten beachtungswerthen.

I. Für senkrechte Incidenz $e = 0$ hat man:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{R}_p^2 = \mathfrak{R}_s^2 &= \frac{(a-1)^2 + b^2}{(a+1)^2 + b^2}\mathfrak{E}^2 \\ \operatorname{tg}\chi_p = \operatorname{tg}\chi_s &= \frac{2b}{a^2 + b^2 - 1}. \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

II. Der Hauptphasenwinkel $e = \Phi_s$ der senkrechten Schwingungen ist bereits oben aus der als gegeben vorausgesetzten Charakteristik abgeleitet worden. Die Berechnung der zugehörigen Intensität ist übrigens leichter numerisch als algebraisch auszuführen.

III. Das Nämliche gilt von den beiden Hauptphasenwinkeln $e = \Phi_p'$ und $e = \Phi_p''$ der parallelen Schwingungen.

IV. Für die Incidenz des Hauptwinkels gelten die Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{R}_s^2 &= \frac{1 - \sin^2 2E\cos^2 H}{1 - \sin^2 2E\sin^2 H}\mathfrak{E}_s^2 \\ \operatorname{tg}\chi_s &= -\frac{1}{2}\sin 2E\operatorname{tg}2E\sin 2H \\ \mathfrak{R}_p^2 &= \operatorname{tg}^2 H\,\frac{1 - \sin^2 2E\cos^2 H}{1 - \sin^2 2E\sin^2 H}\mathfrak{E}_p^2 \\ \operatorname{tg}\chi_p &= \frac{2}{\sin 2E\operatorname{tg}2E\sin 2H}. \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

Für $\cot f_p$ endlich lässt sich schreiben:

$$\cot f_p = \frac{2\cos 2H(N^2 + Q^2)^2}{(N^2 + Q^2)^2 + (a^2 + b^2)^2}$$

und analog

$$\operatorname{tg}\chi_p = \frac{2\sin 2H(N^2 + Q^2)^2}{(N^2 + Q^2)^2 - (a^2 + b^2)^2}\cdot\frac{1 - (N^2 + Q^2)}{1 + (N^2 + Q^2)}.$$

V. Bei streifender Incidenz $e = 90^0$ wird

$$\mathfrak{R}^2 = \mathfrak{E}^2,\ \operatorname{tg}\chi_s = \operatorname{tg}\chi_p = \operatorname{tg}\delta = 0, \tag{33}$$

so dass die Reflexion in eine totale übergeht.

Fügen wir schliesslich noch diejenige Incidenz hinzu, die an die Bedingung

$$\nu^2 + q^2 = \sin^2 e \tag{34}$$

geknüpft ist, so ist dieselbe bereits im ersten Theile dieser Abhandlung besprochen worden. Hier lässt sich noch ergänzen, dass für sie $r = 90^0$ wird.

Ergebnisse magnetischer Beobachtungen

ausgeführt in Russland im Sommer 1878

von

Iwan Smirnow

in Kasan.

(Aus dem Russischen übersetzt von Premierlieutenant K. Belleville.)

I. Inclination.

1. Kasan. Neben dem Garten der Proselytisch-Tatarischen Schule.

26. April von	3,1 bis	5,8h Ab.	Inclination = 68°39,93′	Nadel	Nr.	16
			39,15	„	„	5
			38,98	„	„	6
2. Mai	0,6	2,3h	39,11	„	„	5
			40,00	„	„	6
5. „	4,7	6,4h	40,55	„	„	16
			39,35	„	„	17
9. „	4,4	6,2h	43,05	„	„	16
			40,48	„	„	17
10. „	8,6	10,1h	39,26	„	„	5
			40,65	„	„	6
	10,1	0,0h	38,55	„	„	16
			39,72	„	„	17

Mittel = 68° 39,91 aus 13 Bestimmungen.

Im Botanischen Garten i. Jahre	1871 im Juli		Inclination = 68° 39,58′	von 5 Beobacht.
ebenda	1871 den 12. Oct.		39,01	2
ebenda	1872 im Juni		36,95	8
Zwischen dem 1. u. 2. Hügel auf d. Felde	1873	Mai	37,38	8
Bei der Prosel.-Tatar. Schule	1874	Mai	34,60	4
ebenda	1875	April	37,12	11
ebenda	1876	April	39,05	8
ebenda	1877	Mai	37,94	7
ebenda	1878	Mai	39,91	31

2. Perm. Ausser der Stadt neben der Reitbahn, welche nahe dem Schlagbaum an der Bogorodski-Strasse liegt.

18. Mai von 2,5 bis 4,7 h Ab.	Inclination = 70° 27,64′	Nadel Nr.	5
	28,07	„ „	6
4,7 6,7 h	27,71	„ „	16
	28,73	„ „	17
	Mittel = 70 28,04		

An derselben Stelle wie i. J. 1872 am 20. Juni Inclination = 70° 24,20′ aus 4 Bestimm.
1873 den 4. Juli 25,50

3. Ussolje. Neben der Gemeindeverwaltung auf dem Platze.

21. Mai von 2,3 bis 4,4 h Ab.	Inclination = 71° 26,63′	Nadel Nr.	5
	26,57	„ „	6
4,4 6,4 h	21,89	„ „	16
	24,37	„ „	17
3,9 6,0 h	22,02	„ „	16
	25,42	„ „	17
	21,55	„ „	5
	Mittel = 71 24,06		

den 26. und 27. Juni 1872 (an einer anderen Stelle) Inclination = 71° 23,72′.

4. Tscherdün. Auf dem Gefängnissplatz.

25. Mai von 9,0 bis 10,9 h M.	Inclination = 72° 6,19′	Nadel Nr.	5
	7,44	„ „	6
10,9 1,0 h Ab.	7,04	„ „	17
	5,31	„ „	16
	Mittel = 72 6,50		

Im Gemüsegarten der Kreisschule im Jahre 1872 erhielt ich aus Beobachtungen am 30. Juni und 1. Juli die Inclination = 72° 2,87′ aus 4 Bestimmungen.

Professor M. A. Kovalskji erhielt zwischen dem 27. November 1847 und 25. Januar 1848:

mit der Nadel *B*	Inclination 72° 2,01′	aus 10 Bestimmungen
A	71 40,07	3
	Mittel = 71 57,14	

5. Fadina.

3. Juni von 1,9 bis 4,0 h Ab.	Inclination = 72° 41,44′	Nadel Nr.	5
	42,65	„ „	6
4,0 6,0 h	39,88	„ „	16
	39,21	„ „	17
	Mittel = 72 40,80		

6. Ust-Wolossniza.

9. Juni von 10,3 bis 0,1 h Ab.	Inclination = 73° 2,65′	Nadel Nr.	5
	5,32	„ „	6
0,1 2,0 h	2,39	„ „	16
	6,23	„ „	17
	Mittel = 73 4,20		

7. Ust-Poscheg.

11. Juni von 10,4 bis 0,3 h Ab.	Inclination =	73°	9,43′	Nadel Nr.	5
			11,18	" "	6
0,3 2,1 h			7,00	" "	16
			9,02	" "	17
	Mittel =	73	9,16		

8. Troizko-Petscherskoje.

13. Juni von 5,7 bis 7,7 h M.	Inclination =	73°	33,23′	Nadel Nr.	5
			29,26	" "	6
7,7 9,5 h			30,34	" "	16
			34,49	" "	17
	Mittel =	73	31,83		

9. Nischnjaja Paschnja (vierte untere dem Stromlaufe nach).

14. Juni von 8,3 bis 10,1 h Ab.	Inclination =	73°	53,18′	Nadel Nr.	5
			54,97	" "	6
15. " 2,0 3,9 h			55,53	" "	16
			55,19	" "	17
	Mittel =	73	54,72		

10. Lom-di-Bjasch.

16. Juni von 5,2 bis 8,1 h Ab.	Inclination =	74°	30,33′	Nadel Nr.	5
			34,02	" "	6
8,1 10,0 h			35,51	" "	16
			31,24	" "	17
	Mittel =	74	32,78		

11. Schtschugur-Dün. Neben der Umzäunung der Kirche.

18. Juni von 11,1 bis 1,0 h Ab.	Inclination =	74°	55,77′	Nadel Nr.	5
			56,80	" "	6
1,0 3,0 h			51,63	" "	16
			54,60	" "	17
	Mittel =	74	54,70		

12. Oranez. Neben dem Kirchhof.

20. Juni von 4,0 bis 6,1 h Ab.	Inclination =	75°	0,77′	Nadel Nr.	5
			2,94	" "	6
7,9 9,8 h			1,20	" "	16
			5,17	" "	17
	Mittel =	75	2,52		

Professor M. A. Kowalskji erhielt im Jahre 1848 vom 19. bis 28. Februar

Inclination =	74° 52,9′	Nadel *B*	aus 5	Bestimmungen
	43,0	*A*	6	
Mittel =	74 48,0			

13. Ssokolowa.

23. Juni von	8,7 bis	10,9 h M.	Inclination =	75° 28,17′	Nadel	Nr.	5
				30,76	„	„	6
	11,4	2,2 h Ab.		30,22	„	„	16
				30,79	„	„	17
			Mittel =	75 29,99			

14. Nowik-Bjasch. Nördlich von dem Dorfe.

24. Juni von	6,5 bis	8,9 h Ab.	Inclination =	75° 46,98′	Nadel	Nr.	5
				48,77	„	„	6
25. „	6,6	9,6 h M.		46,02	„	„	16
				47,05	„	„	17
			Mittel =	75 47,20			

15. Prosskan. Neben dem Bache, welcher die Seen der Insel mit der Petschora verbindet.

27. Juni von	3,8 bis	5,9 h Ab.	Inclination =	75° 52,42′	Nadel	Nr.	5
				53,25	„	„	6
	5,9	7,8 h		52,61	„	„	16
				55,46	„	„	17
			Mittel =	75 53,44			

16. Kipjewo. Bei dem Hause des Markus Nikonowo Konjewo.

29. Juni von	2,8 bis	4,8 h Ab.	Inclination =	75° 13,12′	Nadel	Nr.	5
				14,16	„	„	6
	3,0	5,0 h		15,10	„	„	16
				15,00	„	„	17
			Mittel =	75 14,35			

17. Ust-Zülma. Neben der Stelle, auf welcher die hölzerne Kirche stand.

2. Juli von	10,4 bis	0,4 h Ab.	Inclination =	74° 57,03′	Nadel	Nr.	5
				58,25	„	„	6
	0,4	2,3 h		56,52	„	„	16
				59,84	„	„	17
			Mittel =	74 57,91			

18. Charinskaja, auf der Insel.

5. Juli von	9,0 bis	11,0 h M.	Inclination =	75° 37,26′	Nadel	Nr.	5
				38,35	„	„	6
	2,2	4,3 h Ab.		37,51	„	„	16
				39,71	„	„	17
			Mittel =	75 38,21			

19. Schtschutschja. Winter-Poststation; die landesübliche Bezeichnung, unter welcher diese Ansiedelung (zwei Häuser) bekannt ist, heisst Udowicha.

7. Juli von	0,8 bis	2,9 h Ab.	Inclination =	75° 47,35'	Nadel Nr.	5
				48,91	„ „	6
	3,2	5,1 h		46,46	„ „	16
				49,75	„ „	17
			Mittel =	75 48,12		

20. Pusstosersk.

11. Juli von	2,9 bis	5,2 h Ab.	Inclination =	75° 58,40'	Nadel Nr.	5
				61,42	„ „	6
12. „	8,7	10,8 h M.		58,66	„ „	16
				61,91	„ „	17
			Mittel =	76 0,39		

Vom 16. bis 22. März 1848 erhielt Professor M. A. Kowalskji

Inclination =	75° 38,0'	aus 1 Bestimmung mit Nadel	*B*
	38,1	2	*A*
Mittel =	75 38,1		

Vergleichen wir meine Beobachtungen des Jahres 1878 mit den von Herrn Professor Kowalskji ausgeführten, so erkennen wir, dass die Inclination sich vergrösserte:

in Pusstosersk in 30 Jahren um	+ 22,3' oder um	+ 0,72' im Jahr
in Oranez	+ 14,5	+ 0,48
in Tscherdün	+ 10,4	+ 0,35

Eine Vergleichung der Beobachtungen Hansteen's und Due's im Jahre 1828 mit den meinigen im Jahre 1873 ergibt als jährliche Veränderung der Inclination:

für Werchotur = + 0,25
für Bogosslowsk = + 0,31
Breite von Bogosslowsk 58°45' und von Tscherdün 60°24'.

21. Kuja.

14 Juli von	2,9 bis	5,0 h Ab.	Inclination =	76° 28,09'	Nadel Nr.	5
				29,22	„ „	6
	8,0	10,0 h		32,12	„ „	17
15. „	8,3	10,7 h M		30,58	„ „	17
				29,36	„ „	16
	11,7	1,7 h Ab.		30,81	„ „	5
				30,51	„ „	6
			Mittel =	76 30,10		

22. Nischnji Bugajew.

21. Juni von	3,3 bis	5,4 h Ab.	Inclination =	75° 18,40'	Nadel Nr.	5
				17,76	„ „	6
	5,5	7,6 h		16,72	„ „	16
				19,00	„ „	17
			Mittel =	75 17,97		

23. Ischma, Kirchspiel. An dem Ufer des Flusses neben der Kirche.

30. Juli von	4,2 bis	6,5 h Ab.	Inclination = 74° 51,04'	Nadel Nr.	5
			48,27	" "	6
31. "	5,1	7,3 h M.	48,79	" "	17
			49,66	" "	16
			Mittel = 74 49,44		

24. Kedwawom. In jenem Dorfe, in welchem die Gemeindeverwaltung sich befindet.

4. August von	7,1 bis	9,4 h M.	Inclination = 74° 20,81'	Nadel Nr.	5
			20,31	" "	6
	6,3	8,0 h Ab.	16,91	" "	16
5. "	3,2	5,2 h M.	22,41	" "	17
			19,58	" "	16
			Mittel = 74 20,00		

25. Ssjus-ju.

7. August von	8,3 bis	10,8 h M.	Inclination = 74° 5,15'	Nadel Nr.	5
			3,61	" "	6
	11,3	1,5 h Ab.	5,85	" "	16
			6,15	" "	17
			Mittel = 74 5,15		

26. Ross-dün.

11. August von	4,8 bis	6,8 h Ab.	Inclination = 73° 39,97'	Nadel Nr.	6
			41,51	" "	5
12. "	8,1	10,2 h M.	42,64	" "	17
			41,06	" "	16
			Mittel = 73 41,30		

27. Tscherskji Wolok. Auf einem Hügel, gegenüber jener Stelle, an der die Boote aus dem Flüsschen Tschemskji Tscher an das Ufer gezogen werden.

18. August von	9,5 bis	11,5 h M.	Inclination = 73° 34,91'	Nadel Nr.	5
			32,25	" "	6
	11,5	1,5 h	33,52	" "	16
			35,04	" "	17
			Mittel = 73 33,93		

28. Pomosdin.

21. August von	3,6 bis	5,5 h Ab.	Inclination = 73° 22,66'	Nadel Nr.	6
			24,89	" "	5
	5,5	7,5 h	22,73	" "	16
23. "	8,8	10,8 h M.	22,26	" "	17
			23,93	" "	16
			Mittel = 73 23,29		

29. Ust-Kulom.

24. August von	8,5 bis	10,4 h M.	Inclination = 72° 52,76′	Nadel	Nr.	6
			52,57	„	„	5
	10,4	0,2 h Ab.	54,12	„	„	16
			52,87	„	„	17
			Mittel = 72 53,08			

30. Nebdinskoje.

25. August von	4,4 bis	6,4 h Ab.	Inclination = 73° 3,79′	Nadel	Nr.	6
			1,94	„	„	5
26. „	7,9	10,0 h M.	1,41	„	„	17
			72 59,92	„	„	16
			Mittel = 73 1,77			

31. Ust-Süssolsk.

28. August von	1,0 bis	3,1 h Ab.	Inclination = 72° 37,33′	Nadel	Nr.	6
			37,15	„	„	5
	3,1	5,1 h	39,12	„	„	16
			25,88	„	„	17
			Mittel = 72 37,37			

32. Ust-Wüm.

30. August von	11,4 bis	1,4 h Ab.	Inclination = 72° 55,56′	Nadel	Nr.	6
			64,42	„	„	5
31. „	8,4	10,5 h M.	54,44	„	„	17
			56,40	„	„	16
			Mittel = 72 57,71			

33. Jarensk. An dem Ufer des Flüsschens Kischleola, in der Verlängerung der Sabolotska-Strasse.

1. September von	11,2 bis	1,0 h Ab.	Inclination = 72° 53,33′	Nadel	Nr.	6
			54,72	„	„	5
2. „	8,9	11,0 h M.	55,17	„	„	17
			55,52	„	„	16
			Mittel = 72 54,69			

34. Ssolwütschegodsk. Auf dem Platze, an dem das Postbureau sich befindet.

4. September von	1,8 bis	3,6 h Ab.	Inclination = 72° 18,30′	Nadel	Nr.	6
			18,07	„	„	5
			Mittel = 72 18,19			

35. Afanassewskji-Kirchspiel im Gubernium Wologda, Kreis Nikolskoje; im Dorfe Palkinska oder Knjascha-gora in einer Entfernung von 2895 m von dem Glockenthurm St. Athanasius.

8. September von	9,0 bis	11,1 h M.	Inclination = 71° 19,39′	Nadel	Nr.	6
			19,32	„	„	5
	8,6	10,7 h	20,56	„	„	17
			19,42	„	„	16
			Mittel = 71 19,67			

II. Declination.

1. Kasan. Neben der Proselytisch-Tatarischen Schule. Nordöstl. Azimut des Glockenthurmes Neujerusalem = 174° 12′ 14″, des Glockenthurmes der Wosskresenska-Kirche = 301° 14′ 57″.

26. April	um 2,9ʰ Ab.	Declination = — 6° 24′ 48″
	3,4	25 9
	4,4	26 4
	4,9	26 32
	5,4	27 4
	5,9	28 8
27. „	8,2ʰ M.	31 59
	8,7	32 36
	10,3	32 54
	3,1ʰ Ab.	25 51
	4,3	27 46
29. „	8,4ʰ M.	34 42
	9,9	34 27
	2,0ʰ Ab.	22 55
	4,2	26 3
30. „	11,1ʰ M.	27 13
	0,3ʰ Ab.	24 18
	3,6	24 50
	5,2	25 21
	5,5	26 9
1. Mai	7,8ʰ M.	29 31
	9,4	30 23
2. „	8,3ʰ	31 3
	10,0	30 31
	4,4ʰ Ab.	27 41
	5,4	26 21
	6,3	27 11
	7,3	27 44
5. „	8,4ʰ M.	34 37
9. „	8,6ʰ	32 46
	10,0	31 44
	4,5ʰ Ab.	26 37
	5,5	28 19
	6,5	28 51
	Mittel der 13 morgendl.	= — 6 31 53
	„ „ 21 abendl.	= — 6 26 21
	Mittel	= — 6 29 7

2. Perm.

18. Mai	um 2,3ʰ Ab.	Declination = — 9° 53′ 53″
	3,3	54 42
	4,3	56 42
	5,3	57 26

18. Mai um	6,0ʰ Ab. Declination	= — 9°57′49″
	7,0	58 25
	8,0	59 11
19. „	7,7ʰ M.	63 6
	9,5	64 4
	0,8ʰ Ab.	56 4
	2,5	53 3
	Mittel der 2 morgendl.	= — 9 63 35
	„ „ 9 abendl.	= — 9 56 22
	Mittel	= — 9 59 58

3. Ussolje. Breite des Ortes = 59°24′38″.

21. Mai um	1,8ʰ Ab. Declination	= — 10°46′37″
	3,3	43 41
	4,4	46 6
	5,4	47 23
	6,4	48 1
	7,6	47 55
22 „	5,7ʰ M.	50 28
	7,8	56 6
	10,6	51 1
	0,8ʰ Ab.	46 14
	3,5	45 0
	4,5	44 22
	6,3	46 32
	7,3	49 42
	Mittel der 3 morgendl.	= — 10 51 32
	„ „ 11 abendl.	= — 10 46 30
	Mittel	= — 10 48 31

4. Tscherdün. Nordöstl. Azimut des Glockenthurms der Kirche am Kirchhof = 3° 7′ 0″.

25. Mai um	8,8ʰ M. Declination	= — 11°42′ 7″
	9,8	42 6
	10,8	39 10
	0,0ʰ Ab.	35 49
	0,8	33 8
	1,8	32 12
	6,2	36 37
	7,2	36 5
26. „	5,8ʰ M.	40 31
	7,9	40 8
	0,4ʰ Ab.	33 55
	2,8	32 26
	6,4	35 36
	7,4	35 46
	Mittel der 5 morgendl.	= — 11°40 48
	„ „ 9 abendl.	= — 11 34 50
	Mittel	= — 11 37 49

5. Ust-Wolossniza.

9. Juni um	10,0h M.	Declination =	— 12° 36′ 54″
	11,0		36 8
	0,0h Ab.		33 47
	0,9		32 17
	1,9		30 8
	4,5		30 0
10. „	9,4h M.		35 51
	11,4		36 6
	0,9h Ab.		29 1
	Mittel der 4 morgendl.	=	— 12 36 15
	„ „ 5 abendl.	=	— 12 31 3
		Mittel =	— 12 33 29

6. Ust-Poscheg.

11. Juni um	7,1h M.	Declination =	— 12° 49′ 25″
	8,1		50 30
	9,1		49 5
	10,1		46 46
	11,1		44 16
	0,1h Ab.		42 19
	1,1		40 10
	2,1		39 43
	4,1		41 29
	6,2		41 44
	9,4		40 50
	Mittel der 5 morgendl.	=	— 12 48 0
	„ „ 6 abendl.	=	— 12 41 2
		Mittel =	— 12 44 31

7. Troizko-Petscherskoje.

11. Juni um	7,4h Ab.	Declination =	— 13° 30′ 10″
	7,9		28 13
13. „	5,2h M.		34 2
	6,2		34 17
	7,2		35 8
	8,2		35 27
	9,2		34 24
	11,7		27 7
	2,4h Ab.		22 56
	3,8		24 36
	6,2		27 25
	7,4		32 40
	8,4		31 12
	Mittel der 6 morgendl.	=	— 13 33 24
	„ „ 7 abendl.	=	— 13 28 10
		Mittel =	— 13 31 47

8. Nischnjaja Paschnja.

14. Juni um	7,9h Ab.	Declination =	— 14°30′41″
	8,9		30 56
	10,0		29 49
15. „	5,4h M.		34 57
	6,7		36 18
	8,4		35 12
	10,1		32 52
	11,3		30 20
	1,0h Ab.		25 32
	2,0		24 17
	3,0		23 1
	4,0		22 55
	Mittel der 5 morgendl.	=	— 14 35 44
	„ „ 7 abendl.	=	— 14 26 44
		Mittel =	— 14 31 14

9. Lom-di-Bjasch.

16. Juni um	5,7h Ab.	Declination =	— 13°22′28″
	6,7		23 24
	7,7		24 17
	8,7		25 0
	9,7		25 26
	10,7		25 18
17. „	6,2h M.		30 49
	7,7		32 42
	10,2		31 26
	11,5		28 49
	0,1h Ab.		26 15
	1,1		21 54
	Mittel der 4 morgendl.	=	— 13 30 56
	„ „ 8 abendl.	=	— 13 34 15
		Mittel =	— 13 27 35

10. Schtschugur-dün.

18. Juni um	10,5h M.	Declination =	— 13°29′24″
	11,5		25 6
	1,5h Ab.		16 0
	3,0		19 35
	4,0		18 9
	5,0		18 30
	6,8		21 49
	8,5		23 54
19. „	8,2h M.		32 5
	10,0h		30 24
	0,0h Ab.		24 43
	1,0		22 48
	3,3		22 22
	Mittel der 4 morgendl.	=	— 13 29 17
	„ „ 9 abendl.	=	— 13 21 12
		Mittel =	— 13 25 15

11. Oranez. Nordöstl. Azimut der zweiten Spitze (nach der Höhe) auf dem Berge Ssablja = 96°23′27″.

20. Juni um	2,8h Ab.	Declination = — 14°19′25″
	3,8	19 16
	4,8	22 23
	5,8	21 28
	6,8	22 7
	7,8	25 29
	8,8	24 3
	9,8	24 57
21 „	4,0h M	30 40
	7,0	28 27
	9,0	29 24
	10,5	30 49
	11,5	27 6
	1,5h Ab.	20 27
	Mittel der 5 morgendl.	= — 14 29 17
	„ „ 9 abendl.	= — 14 22 5
	Mittel	= — 14 25 41

12. Ssokolowa.

22. Juni um	2,4h Ab.	Declination = — 14°2′52″
	3,9	1 11
	5,9	3 16
	6,9	2 15
	8,5	5 52
	9,5	5 24
23. „	8,5h M.	11 50
	9,5	10 50
	10,5	8 50
	11,5	6 1
	0,5h Ab.	2 44
	1,5	0 28
	Mittel der 4 morgendl.	= — 14 9 23
	„ „ 8 abendl.	= — 14 3 0
	Mittel	= — 14 6 11

13. Nowik-Bjasch. Nordöstl. Azimut = 66°2′1″.

24. Juni um	4,4h Ab.	Declination = — 13°53′23″
	5,4	55 41
	6,4	57 12
	7,4	58 4
	8,4	59 1
	9,4	57 56
	10,4	58 53
25. „	5,8h M.	62 50
	7,8	62 31
	9,8	61 39

25. Juni um	11,8h M.	Declination =	— 13°	60′	34″
	5,8h Ab.			52	41
	Mittel der 4 morgendl.	=	— 13	61	51
	„ „ 8 abendl.	=	— 13	56	36
	Mittel	=	— 13	59	13

14. Prosskan. Breite des Ortes = 66° 19′ 0″.

26. Juni um	9,8h Ab.	Declination =	— 14°	19′	10″
27. „	3,4h M.			15	6
	6,9			17	21
	8,9			16	39
	11,2			15	17
	0,6h Ab.			8	46
	2,1			5	53
	3,6			4	16
	4,6			4	56
	5,6			6	1
	6,6			8	0
	7,8			10	11
	Mittel der 4 morgendl.	=	— 14	26	5
	„ „ 8 abendl.	=	— 14	8	24
	Mittel	=	— 14	12	15

15. Kipjewo. Breite = 65° 39′ 18″.

29. Juni um	2,3h Ab.	Declination =	— 13°	28′	22″
	4,5			29	21
	5,5			27	27
	8,1			32	7
	9,1			31	55
30. „	4,1h M.			38	44
	5,1			40	31
	6,6			42	15
	8,8			40	27
	11,6			34	20
	1,1h Ab.			27	33
	2,6			25	37
	3,6			29	17
	4,6			32	1
	5,6			32	36
	8,3			34	41
	Mittel der 5 morgendl.	=	— 13	39	15
	„ „ 11 abendl.	=	— 13	30	5
	Mittel	=	— 13	34	40

16. Ust-Zülma.

2. Juli um	6,9h M.	Declination =	— 11°	60′	20″
	10,9			57	59
	11,9			52	56
	0,9h Ab			51	20
	1,9			49	44

2. Juli um	3,4 h Ab. Declination =	— 11°51′ 39″
	4,9	54 59
	7,5	58 26
	8,4	58 16
27. „	7,0 h M.	65 16
	9,6	60 22
	1,7 h Ab.	54 16
	6,1	59 26
	7,3	60 52
	8,3	60 41
	Mittel der 5 morgendl. =	— 11 57 34
	„ „ 10 abendl. =	— 11 55 58
	Mittel =	— 11 56 46

17. Charinskaja. 2 Häuser auf der Insel. Breite = 77° 59′ 8″.

5. Juli um	8,4 h M. Declination =	— 12°67′ 40″
	9,4	65 8
	10,4	62 8
	11,4	58 40
	0,4 h Ab.	55 3
	2,1	54 39
	3,1	54 40
	4,1	55 19
	5,1	57 18
	6,1	58 13
	7,1	58 33
	8,1	58 59
	9,1	55 26
6. „	10,1 h M.	59 32
	1,1 h Ab.	53 23
	3,1	49 16
	9,9	50 40
19. „	6,2	58 16
	7,2	60 3
	9,2	61 18
20. „	6,2 h M.	66 23
	Mittel der 6 morgendl. =	— 12 64 55
	„ „ 15 abendl. =	— 12 56 4
	Mittel =	— 13 0 30

18. Schtschutschja. Breite des Ortes = 66° 56′ 17″.

7. Juli um	0,1 h Ab. Declination =	— 12°65′ 52″
	1,1	61 54
	2,1	61 14
	3,1	60 27
	4,1	59 44
	5,1	61 41
	6,1	61 49
	7,6	64 43

7. Juli um	8,6 h Ab.	Declination =	— 12° 66′ 32″
	9,6		68 17
8. „	5,5 h M.		74 4
	7,6		72 5
	8,6		73 41
	0,1 h Ab.		69 53
	4,6		65 44
	6,6		69 45
	Mittel der 3 morgendl.	=	— 13 13 17
	„ „ 13 abendl.	=	— 13 4 26
		Mittel =	— 13 8 51

19) Pusstosersk.

11. Juui um	2,5 h Ab.	Declination =	— 13° 52′ 1″
	3,5		53 7
	4,5		55 12
	5,5		57 17
	6,5		59 8
	9,5		58 29
12. „	7,4 h M.		67 25
	8,4		65 11
	9,4		61 39
	10,4		58 7
	11,4		57 0
	0,9 h Ab.		55 27
	2,6		50 23
	6,6		57 54
	7,6		60 42
	10,3		60 51
	6,7 h M.		61 56
	8,9		65 11
	11,0		52 51
	2,1 h Ab.		49 47
	Mittel der 8 morgendl.	=	— 13° 61 10
	„ „ 12 abendl.	=	— 13 55 51
		Mittel =	— 13 58 30

Professor M. A. Kowalskji erhielt die folgenden Werthe der Declination:

in Tscherdün aus 8 Bestimmungen zwischen dem 7. November 1847 und dem 24. Januar 1848 = — 9° 23′ 58″,

in Oranez aus 12 morgendl. und 26 abendl. Bestimmungen zwischen dem 24. und 27. Februar 1848 = — 11° 56,8′,

in Pusstosersk aus 10 morgendl. und 24 abendl. Bestimmungen zwischen dem 17. und 24. März 1848 = — 9° 48,6′.

Berechnen wir die Unterschiede zwischen den Beobachtungen des Professors Kowalskji und den im Jahre 1878, also 30 Jahre später angestellten, so erhalten wir die folgenden Grössen für die jährlichen Veränderungen in der Declination:

in Tscherdün	= — 4,46′
in Oranez	= — 4,93
in Pusstosersk	= — 8,03

Da die jährliche Veränderung in Pusstosersk beträchtlich ist und die aus meinen Beobachtungen erhaltene absolute Declination grösser ist als in Kuja, welches östlich von Pusstosersk liegt, so glaube ich, dass die von mir für die Beobachtungen in Pusstosersk ausgewählte Stelle einen grossen localen Einfluss auf alle von mir in Pusstosersk bestimmten Elemente hatte. Dieser Localeinfluss ist auch in den Inclinationsbestimmungen zu erkennen.

20. Kuja.

14. Mai um	2,5h Ab. Declination =	— 13° 12′ 17″
	3,5	15 34
	4,5	21 18
	5,5	23 29
	7,2	27 51
	8,2	25 31
	9,2	26 56
	10,2	22 19
15. „	5,9h M.	33 17
	6,9	29 49
	8,1	28 49
	9,1	27 9
	10,1	24 37
	0,2h Ab.	22 41
	1,2	18 31
	4,5	17 42
16. „	6,0h M.	30 39
	8,7	28 17
	0,1h Ab.	23 12
	Mittel der 7 morgendl. =	— 13 28 56
	„ „ 12 abendl. =	— 13 21 27
	Mittel =	— 13 25 11

21. Ischemskji-Kirchspiel. Nordöstl. Azimut des Glockenthurmes im Dorfe Ssissjabsk = 339° 18′ 24″.

30. Juli um	3,9h Ab. Declination =	— 12° 32′ 23″
	4,9	33 24
	5,9	35 6
	6,9	32 21
31. „	4,7h M.	40 59
	5,7	41 1
	6,7	40 24
	10,8	45 6
	0,7h Ab.	30 37

31. Juli um	3,7h Ab. Decliuation	= — 12° 34′ 9″
	5,7	35 45
	Mittel der 4 morgendl.	= — 12 41 52
	„ „ 7 abendl.	= — 12 33 49
	Mittel	= — 11 37 50

22. Kedwawom.

4. August um	5,5h M. Declination	= — 12° 22′ 25″
	6,5	23 3
	7,5	22 42
	8,5	23 2
	9,5	21 39
	10,5	22 12
	3,3h Ab.	11 10
	6,0	13 31
	8,2	15 35
5. „	5,9	23 2
	Mittel der 7 morgendl.	= — 12 22 32
	„ „ 3 abendl.	= — 12 13 25
	Mittel	= — 12 17 58

23. Ssjus-ju.

6. August um	7,7h Ab. Declination	= — 11° 54′ 37″
	8,7	55 25
7. „	7,0h M.	62 35
	8,0	63 20
	9,0	62 39
	10,0	64 20
	11,0	60 44
	0,0h Ab.	60 6
	1,0	58 20
	5,0	56 48
	7,0	57 51
	Mittel der 5 morgendl.	= — 11 62 44
	„ „ 6 abendl.	= — 11 57 11
	Mittel	= — 11 59 57

24. Tscherskji Wolok.

17. August um	7,6h Ab. Decliuation	= — 11° 46′ 44″
	8,5h M.	50 26
18. „	9,5	50 21
	10,5	47 9
	11,5	45 42
	0,5h Ab.	45 24
	1,8	45 9
	5,0	45 53
	7,9	49 28
	Mittel der 4 morgendl.	= — 11 48 24
	„ „ 5 abendl.	= — 11 46 44
	Mittel	= — 11 47 34

25. Pomosdin.

21. August um	2,5h Ab. Declination	= — 10°57′ 19″
	3,5	59 28
	4,5	60 56
	5,5	62 14
	7,5	61 53
22. „	6,4h M.	66 40
	7,4	66 55
	8,4	66 50
	9,4	65 9
	10,4	63 5
	11,4	61 49
	2,0h Ab.	56 9
	4,5	60 34
	Mittel der 6 morgendl.	= — 10 65 5
	„ „ 7 abendl.	= — 10 59 49
	Mittel	= — 11 2 27

26. Ust-Kulom.

24. August um	7,9h M. Declination	= — 10°59′ 2″
	8,9	57 45
	9,9	56 10
	10,9	53 15
	11,9	49 50
	2,4h Ab.	49 10
	5,1	54 40
	6,1	55 27
	Mittel der 5 morgendl.	= — 10 55 12
	„ „ 3 abendl.	= — 10 53 6
	Mittel	= — 10 54 9

27. Nebdinskoje.

25. August um	4,9h Ab. Declination	= — 10°32′ 3″
	5,9	33 45
	6,4h M.	38 7
15. „	7,4	39 36
	8,4	37 6
	9,4	36 1
	10,4	32 32
	1,0h Ab.	25 1
	4,6	31 51
	5,7	33 0
	Mittel dor 5 morgendl.	= — 10 36 38
	„ „ 5 abendl.	= — 10 30 8
	Mittel	= — 10 33 23

28. Ust-Ssüssolsk.

28. August um	0,4h Ab. Declination	= — 10°38′ 21″
	1,4	37 1
	2,4	37 50
	3,4	39 22

28. August um	4,4ʰ Ab.	Declination =	— 10°40′ 32″
	5,4		42 2
29. „	7,1ʰ M.		45 38
	7,6		45 40
	10,5		43 15
	Mittel der 3 morgendl.	=	— 10 44 32
	„ „ 6 abendl.	=	— 10 39 11
		Mittel =	— 10 41 50

29. Ust-Wüm.

30. August um	11,2ʰ M.	Declination =	— 9°56′ 44″
	0,2ʰ Ab.		55 30
	1,2		54 23
	4,0		53 41
31. „	6,7ʰ M.		62 39
	7,7		62 36
	8,7		63 4
	9,7		61 32
	Mittel der 5 morgendl.	=	— 9 61 19
	„ „ 3 abendl.	=	— 9 54 31
		Mittel =	— 9 57 55

30. Jarensk.

1. September um	10,7ʰ M.	Declination =	— 9°22′ 0″
	11,7		19 30
	0,7ʰ Ab.		16 36
	1,2		15 26
	2,8		16 53
	5,3		18 18
	6,5		15 24
2. „	7,6ʰ M.		23 30
	8,6		24 20
	9,5		24 40
	10,5		23 23
	Mittel der 6 morgendl.	=	— 9 22 54
	„ „ 5 abendl.	=	— 9 16 31
		Mittel =	— 9 19 42

31. Afanassewskji - Kirchspiel. Im Dorfe Palkinska. Nordöstl. Azimut des Athanasius-Glockenthurmes = 214° 12′ 42″.

8. September um	7,9ʰ M.	Declination =	— 6°60′ 17″
	8,9		58 42
	9,9		57 32
	10,9		54 17
	1,3ʰ Ab.		54 15
	3,5		58 0
	4,5		58 24
	5,5		59 0
9. „	6,8ʰ M.		59 21

9. September um 7,8h M. Declination = — 6° 59′ 59″
8,8 60 45
9,8 60 22
10,8 59 10
Mittel der 9 morgendl. = — 6 58 56
„ „ 4 abendl. = — 6 57 25
Mittel = — 6 58 10

Uebersichts-Tabelle.

	Beobachtungsort des Jahres 1878	Nördliche Breite	Länge von Pulkowa	Oestliche Declination	Inclination
1	Kasan	55° 48′	18° 49′	6° 29,1′	68° 38,31′
2	Perm	58 1	25 56	10 0,0	70 28,04
3	Ussolje	59 24,6*	26 24	48,5	71 24,06
4	Tscherdün	60 21	26 9	11 37,8	72 6,50
5	Fadina	61 1	26 26	—	40,80
6	Ust-Wolossniza	61 43	26 52	12 33,6	74 4,20
7	Ust-Poscheg	61 58*	26 22	44,5	9,16
8	Troizko-Potscherskoje	62 42	25 53	13 31,8	31,83
9	Nischnjaja Paschnja	63 20,3*	26 9	14 31,2	54,72
10	Lom-di-Bjasch	63 51,7*	26 41	13 27,6	74 32,78
11	Schtschugur-dün	64 16	27 17	25,2	54,70
12	Oranez	64 50	27 31	14 25,7	75 2,52
13	Ssokolowa	65 20*	27 0	6,2	29,99
14	Nowik-Bjasch	66 2	26 33	13 59,2	47,20
15	Prosskan (Insel und Dorf)	66 19	25 55	14 12,2	53,44
16	Kipjewu	65 39*	24 1	13 34,7	14,35
17	Ust-Zülma	65 27	21 49	11 56,8	74 57,91
18	Charinskaja	66 31*	22 5	13 0,5	75 38,21
19	Sschtschutschja	66 56	—	8,8	48,12
20	Pusstosersk	67 32	22 15	58,5	76 0,39
21	Kuja	67 46	22 55	25,2	30,10
22	Nischuji Bugajew	66 10?	22 15?	—	75 17,97
23	Ischma (Ischemskji-Kirchspiel)	65 1	23 35	12 37,8	74 49,44
24	Kedwawom	64 13,3*	23 4	18,0	20,00
25	Ssjus-ju	63 44,6*	23 29	0,0	5,15
26	Ross-dün	—	—	—	73 41,30
27	Tscherskji Wolok	62 42,6*	24 20	11 47,6	33,93
28	Pomosdin	62 11	23 51	2,5	23,29
29	Ust-Kulom	61 41	23 21	10 54,1	72 53,08
30	Nebdinskojo	61 54,1*	21 50	33,4	73 1,77
31	Ust-Ssüssolsk	61 40	20 31	41,8	72 37,37
32	Ust-Wüm	62 13	20 4	9 57,9	57,71
33	Jarensk	62 10	18 45	19,7	54,69
34	Ssolwütschegodsk	61 20	16 35	—	18,19
35	Afanassewskji-Kirchspiel	58 59	15 28	6 58,2	71 19,67

Die mit einem Sternchen * versehenen Daten sind meinen Beobachtungen entnommen.

Ueber die Bedingungen des Aplanatismus der Linsensysteme.

Von

Prof. **Abbe.**

(Mit Tafel IX.)

(Aus den Sitzungsberichten der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Nach dem allgemein angenommenen Sprachgebrauch der Optik bezeichnet das Attribut „aplanatisch" ein Linsensystem, welches wenigstens von Einem Punkt der Achse aus Strahlenkegel von endlichem d. h. beliebig grossem Oeffnungswinkel in dem conjugirten Punkt der Achse zu homocentrischer Vereinigung bringt; — wie die übliche Wendung „conjugirte aplanatische Punkte" genügend erkennen lässt. Der bisherigen Definition nach deckt sich also der Begriff „aplanatisch" vollständig mit „Aufhebung der sphärischen Aberration für ein Paar conjugirter Punkte der Achse"; die thatsächliche Anwendung dagegen legt in den Begriff wesentlich mehr hinein, als jene Definition zum Ausdruck bringt und rechtfertigt. Denn er wird überall gebraucht — und dieses allein verleiht ihm eine praktische Bedeutung — um die Fähigkeit eines Linsensystems zu bezeichnen, von einem Object durch Strahlenkegel von endlichem Divergenzwinkel ein deutliches Bild zu entwerfen. Unter „Object" wird dabei aber stets nicht ein Punkt der Achse, sondern ein senkrecht zur Achse ausgedehntes Flächenelement verstanden und vorausgesetzt.

Mit der Correction der sphärischen Abweichung in einem Achsenpunkt würde aber die deutliche Abbildung einer, wenn auch noch so kleinen, Fläche augenscheinlich nur dann gegeben sein, wenn durch diese Correction Aberrationen ausser der Achse von selbst und wenigstens in so weit ausgeschlossen würden, als sie Undeutlichkeitskreise von gleicher Grössenordnung mit den Dimensionen des abzubildenden Flächenelements hervorzubringen vermögen. Diese Voraussetzung — die in der That wohl meist stillschweigend gemacht

wird — ist aber nicht nur nicht selbstverständlich, sondern im Gegentheil durchaus unzulässig. Denn wenn die Bedingungen einer Abbildung mit grossen Divergenzwinkeln genau analysirt werden, so zeigt sich, dass bei vollkommenster Aufhebung der sphärischen Aberration auf der Achse die verschiedenen Theile der freien Oeffnung eines Linsensystems Bilder von ungleicher Linearvergrösserung ergeben können und, wenn keine weitere Voraussetzung gemacht wird, im Allgemeinen auch immer ergeben: dasjenige Bild eines axialen Flächenelements, welches durch zur Achse geneigte Strahlenbündel (durch irgend einen excentrischen Theil der Oeffnung) entworfen wird, zeigt eine andere lineare Vergrösserung als dasjenige Bild, welches gleichzeitig durch die Strahlen nahe der Achse (durch das centrale Element der Oeffnung) entsteht; und in den Bildern der ersteren Art kann zugleich die lineare Vergrösserung nach verschiedenen Meridianen in beliebigem Grade verschieden sein. Bei beträchtlichem Oeffnungswinkel der abbildenden Strahlenkegel können aber diese inneren Vergrösserungsdifferenzen beliebig gross werden, z. B. 50 und mehr Procent des Hauptwerthes der Vergrösserung erreichen. Nun erscheint aber jedenfalls das durch Vermittelung weit geöffneter Strahlenkegel erzeugte Bild als Resultat einer Superposition der unendlich vielen partiellen Bilder, welche die verschiedenen Flächenelemente der freien Oeffnung einzeln erzeugen würden, wie diese denn auch thatsächlich — durch Anwendung enger Diaphragmen — isolirt dargestellt werden können. Ist die lineare Vergrösserung dieser partiellen Bilder verschieden, so mögen dieselben, bei vollkommener Correction der sphärischen Abweichung, wohl im Achsenpunkt der Bildfläche coïncidiren; sie müssen aber mit zunehmendem Abstand von der Achse proportional diesem Abstand weiter und weiter aus einander fallen. Das Bild eines dicht neben der Achse liegenden Objectpunktes wird demnach aufgelöst in einen Undeutlichkeitskreis, dessen Durchmesser ein endliches — und unter Umständen beträchtliches — Verhältniss zu seiner Entfernung von der Achse, also zu den Dimensionen des abgebildeten Flächenstückes, wie klein dieses auch sein möge, erhält; womit denn die Voraussetzung einer Abbildung, in dem Sinne, in welchem das Wort allein eine Bedeutung hat, augenscheinlich aufgehoben ist.

Soll die im bisherigen Sprachgebrauch dem Attribut „aplanatisch“ beigelegte Beziehung auf die Fähigkeit optischer Systeme zur Erzeugung

wirklicher Bilder zu Recht bestehen, so muss demnach die Definition des Aplanatismus eine wesentliche Ergänzung erfahren. Ein System darf nur dann als aplanatisch bezeichnet werden, wenn neben der Aufhebung der sphärischen Aberration für ein Paar conjugirter Punkte noch der weiteren Forderung übereinstimmender Vergrösserung durch alle Theile der freien Oeffnung (oder für alle Strahlenrichtungen in den Grenzen des Oeffnungswinkels) genügt ist. Erst durch diese zweite Bedingung werden alle Aberrationen ausgeschlossen, welche nicht von höherer Grössenordnung als die Maasse des abzubildenden Flächenelements sind, und die Abbildung eines solchen durch Strahlenkegel von endlicher Divergenz möglich gemacht.

Durch eine rein geometrische Analyse lässt sich zeigen, dass die geforderte Identität der Vergrösserung durch verschiedene Theile der freien Oeffnung dann und nur dann besteht, wenn innerhalb der beiden conjugirten Strahlenbüschel, welche in den Achsenpunkten von Object und Bild ihre Centra haben, ein ganz bestimmtes Verhältniss der Convergenz statthat: es müssen die Sinus der Neigungswinkel beiderseits entsprechender Strahlen gegen die Achse im ganzen Umfang beider Büschel ein constantes Verhältniss zeigen. Durch diese Eigenschaft treten aplanatische Punkte in Gegensatz zu einer zweiten Art von charakteristischen Punkten, welche für die Abbildung mit Strahlen von endlichen Neigungswinkeln Bedeutung gewinnen, nämlich zu solchen Punkten der Achse, in denen die Tangenten der Neigungswinkel conjugirter Strahlen in constantem Verhältniss stehen — welche man füglich als orthoskopische Punkte bezeichnen kann, da von ihrem Vorhandensein die Möglichkeit winkelgetreuer oder ähnlicher Abbildung ausgedehnter Objecte abhängt.

Nach dem Gesagten ist jenes bestimmte Convergenzverhältniss der in zwei conjugirten Punkten der Achse zusammentreffenden Strahlenkegel die nothwendige und zureichende Bedingung dafür, dass diese Punkte aplanatische Punkte des Systems sind, wofern zugleich die sphärische Abweichung in ihnen gehoben ist. Auf ihren kürzesten Ausdruck gebracht lautet demnach die vollständige Definition des Aplanatismus:

Aplanatische Punkte eines Linsensystems sind conjugirte Punkte der Achse, in welchen die sphärische Aberration eines Strahlenkegels von endlichem Oeffnungswinkel gehoben und zugleich Proportionalität der Sinus der Neigungswinkel conjugirter Strahlen herbeigeführt ist.

Für die Theorie der optischen Instrumente und namentlich auch für die praktische Optik ist es eine Sache von erheblicher Tragweite, dass die Einschränkungen, welche dem Begriff in der hier begründeten Fassung anhaften, wesentliche Voraussetzungen desselben ausmachen — nämlich sowohl seine Beziehung auf einzelne Punkte der Achse wie auch die Beziehung auf die Abbildung eines als unendlich klein gedachten Flächen-Elements. Es könnte zwar scheinen, als ob eine nach der einen oder der anderen Richtung hin umfassendere Art von Aplanatismus möglich sein müsste, bei welcher die betreffende Eigenschaft entweder einem optischen System schlechthin zukömmt, nicht nur vereinzelten Paaren conjugirter Punkte, oder bei welcher sie die homocentrische Abbildung von Objecten in endlicher Flächenausdehnung ausspricht; es lässt sich jedoch beweisen — und zwar ganz allgemein, für jede Art von Systemen und für jede Gestalt der spiegelnden oder brechenden Flächen —, dass kein Aplanatismus solcher Art verwirklicht werden kann: dass nämlich erstens kein optisches System für eine continuirliche Folge von Punkten aplanatisch sein kann, und zweitens, dass durch optische Mittel keine dem Object ähnliche Abbildung möglich ist, bei welcher eine ebene Fläche von endlicher Ausdehnung correct wiedergegeben würde durch Strahlenkegel, welche in demselben Raume endlichen Divergenzwinkel besitzen, es sei denn, dass die Vergrösserungsziffer gleich der Einheit bliebe.

Einen dem oben aufgestellten im Wesentlichen gleichwerthigen Satz über das Convergenzverhältniss bei aplanatischen Systemen habe ich, unter Hinweis auf seine principielle Bedeutung, in einer 1873 erschienenen Abhandlung „Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung" ausgesprochen[1]. Er hat sich mir in dem oben angedeuteten Zusammenhange ergeben als die Bedingung für Identität der Vergrösserung durch verschiedene Theile der Oeffnung eines Linsensystems. Fast gleichzeitig hat Hr. Helmholtz — „Ueber die Grenzen der Leistungsfähigkeit der Mikroskope"[2] — das in Rede stehende Theorem aufgestellt und hat dasselbe von einem Gesichtspunkte aus bewiesen, der geeignet ist, ihm eine über das dioptrische Interesse hinausgehende allgemeinere Bedeutung zu verleihen. Der Beweis von Helmholtz ergibt die Proportionalität der Sinus als

1) Max Schultze's Archiv f. mikrosk. Anatomie Bd 9 S. 420.
2) Pogg. Annalen Jubelband S. 566.

die Bedingung dafür, dass die vom Object ausgehende Lichtmenge durch das abbildende System ohne Gewinn oder Verlust dem Bilde zugeführt werde. Da im Sinne der Undulationstheorie Lichtmenge das Ergal einer oscillatorischen Bewegung bedeutet, so setzt diese Ableitung des obigen Theorems die Wirkungsweise optischer Apparate in unmittelbaren Zusammenhang mit dem allgemeinsten Princip der neueren Physik. — Bemerkenswerth ist dabei, dass auch diese von ganz anderen Gesichtspunkten geleitete Deduction den entscheidenden Punkt meiner dioptrischen Betrachtungsweise gleichfalls als wesentliche Voraussetzung zur Geltung bringt: dass nämlich ein optisches Bild nur in so weit existirt, als ein Flächenelement abgebildet wird unter Ausschluss von Aberrationen von gleicher Grössenordnung mit den Dimensionen desselben.

Die oben ausgesprochene allgemeine Eigenschaft aplanatischer Systeme ist hiernach dem Wesen nach nichts Neues mehr. Immerhin dürfte es nicht als überflüssig erscheinen, ihre Bedeutung für die richtige Bestimmung eines fundamentalen Begriffs der Dioptrik einmal ausdrücklich ans Licht gesetzt zu haben. Im Anschluss hieran mag denn auch noch kurz bemerkt sein, in welcher Art die hier betrachtete zweite Bedingung des Aplanatismus in der Wirkungsweise optischer Apparate praktisch zur Geltung kommt.

Ein Rest sphärischer Aberration in dem axialen Strahlenkegel hat zur Folge, dass in der dem Object conjugirten Ebene an Stelle scharfer Bildpunkte Zerstreuungs*kreise* von bestimmtem Durchmesser auftreten. So lange Anomalien der Vergrösserung ausgeschlossen sind, muss Gestalt und Grösse der Zerstreuungsfigur auf und neben der Achse übereinstimmend sein, abgesehen von Unterschieden, welche dem Quadrate und höheren Potenzen des Abstandes proportional gehen, wie solche aus der allmählichen Veränderung des für die Achse geltenden Aberrationscoëfficienten, aus dem allmählich eintretenden Astigmatismus der Strahlenbüschel und aus der Wölbung der Bildfläche sich ergeben. *Für sich* würde also die sphärische Aberration auf der Achse bei der Abbildung eines *kleinen* Flächenelements eine ganz gleichmässige Undeutlichkeit des Bildes zur Folge haben. Dem gegenüber äussert sich ein Convergenzfehler, gemäss der aus ihm entspringenden Vergrösserungsanomalien, durch eigenthümliche Aberrationen ausserhalb der Achse, welche einen wesentlich anderen Charakter zeigen als die sphärischen Abweichungen im engeren Sinne.

Jeder bestimmten Deviation des Quotienten der Sinus conjugirter Winkel in dem axialen Strahlenbüschel-Paar von der Constanten (nämlich von dem Product aus der normalen Vergrösserungsziffer des Bildes mit dem relativen Brechungsexponenten vom Bildraum zum Objectraum) entspricht eine bestimmte Abweichung der linearen Vergrösserung durch irgend ein excentrisches Element der Oeffnung von der normalen Vergrösserung durch das centrale Element derselben; und zwar wechselt diese Abweichung nach einem allgemein gültigen, von der Construction des Systems unabhängigen Gesetz von Meridian zu Meridian. Diese Anomalien lassen das Bild auf der Achse selbstverständlich ganz unberührt, mag dasselbe ein scharfer Punkt oder ein Zerstreuungskreis sein. Der von einem neben der Achse liegenden Objectpunkt ausgehende Strahlenkegel dagegen wird durch sie in einen anacentrischen Büschel verwandelt, dessen Durchschnitt in der Bildebene eine elliptische Fläche darstellt. Die Dimensionen dieser Ellipse wachsen aber von der Achse aus mit der ersten Potenz des Abstandes. Wenn nun das vom Quadrat und höheren Potenzen der Oeffnung abhängige veränderliche Glied in dem betrachteten Convergenzquotienten einen merklichen Werth erlangt, so muss — mag die sphärische Aberration vollkommen gehoben sein oder nicht — eine rasch zunehmende Undeutlichkeit des Bildes ausserhalb der Achse eintreten.

Der Natur der Sache nach kann ein Anwachsen des Convergenzfehlers und der ihm folgenden Vergrösserungsanomalien zu bedeutendem Betrage nicht leicht eintreten, so lange nur geringe Convergenzwinkel in Betracht kommen. Denn welches auch das specifische Convergenzverhältniss sein möchte, in den Grenzen kleiner Winkel wird es sich niemals von der Constanz des Sinusquotienten bedeutend entfernen können. Bei solchen optischen Systemen, die — wie z. B. das Fernrohrobjectiv — nur mit geringen Oeffnungswinkeln in Anspruch genommen werden, bleibt deshalb die zweite Bedingung des Aplanatismus praktisch von untergeordneter Bedeutung gegenüber der Correction der sphärischen Abweichung der Achsenstrahlen, wenigstens so lange, als das Bild nur in geringer Ausdehnung um die Achse herum benutzt zu werden braucht[1]). Ganz anders stellt sich das Ver-

1) Das achromatische Doppelobjectiv, wie es seit Dollond die Basis aller optischen Constructionen bildet, bietet übrigens in den vier verfügbaren Krümmungen gerade so viel disponible Elemente dar, als erforderlich und zureichend

hältniss im Falle von Systemen, welche mit sehr weit geöffneten Strahlenkegeln wirksam sein sollen, wie solche vor allem am Mikroskop im Gebrauche sind. Hier handelt es sich um Divergenzwinkel der abbildenden Strahlenbüschel, welche schon bei sog. Trockenobjectiven zum Theil der Halbkugel nahe kommen und bei manchen der in neuerer Zeit construirten Immersionsobjecte nicht einmal mehr im Luftraum, sondern nur in einem Medium von höherem Brechungsindex verwirklicht werden können. Bei solchen Linsensystemen gehört die Herstellung des richtigen Convergenzverhältnisses in möglichster Annäherung zu den wesentlichsten Bedingungen der Brauchbarkeit, und die genügende Erfüllung dieser Anforderung ist thatsächlich der schwierigste Punkt in der Construction guter Objective mit den erwähnten grossen Oeffnungswinkeln. Denn schon eine geringe Veränderlichkeit des Sinusquotienten eröffnet den Vergrösserungsanomalien so weiten Spielraum, dass dicht neben der Achse die deutliche Abbildung völlig aufhört, selbst wenn in der Mitte des Feldes die beste Strahlenvereinigung erreicht ist. Wenn ein derartiges Objectiv mit einem durch die ganze Oeffnung fortschreitenden Convergenzfehler mit merklichem Coëfficienten behaftet ist, verschwinden diesem gegenüber alle sonstigen aus den gewöhnlichen Aberrationen, der Wölbung des Feldes und anderen Ursachen herrührenden Defecte; das Bild eines ebenen Objectes erscheint alsdann nicht wie das einer stark gewölbten Fläche, sondern vielmehr wie das Bild einer von der Achse aus gesehenen Kegelspitze.

---

sind, um neben der Farbendifferenz des Brennpunktes und der sphärischen Aberration auf der Achse auch noch den Convergenzfehler in seinem ersten Gliede zu heben und also in den Grenzen mässiger Oeffnungen vollständigen Aplanatismus zu verwirklichen. — Es ist von Interesse, zu constatiren, dass das Fraunhofer'sche Objectiv, so wie es durch die Elemente des Königsberger Heliometers gekennzeichnet ist, dieses Ideal eines zweigliedrigen Systems in aller Vollkommenheit darstellt. Sein Convergenzfehler ist fast gleich Null, nämlich von gleicher Ordnung mit dem Rest der sphärischen Aberration im Brennpunkt. Es erklärt sich dieses sehr einfach, weil verständigerweise doch nicht bezweifelt werden kann, dass Fraunhofer — zumal bei einem Objectiv, dessen Bild in ungewöhnlich grosser Ausdehnung zu Messungen benutzt werden sollte — jedenfalls die möglichste Einschränkung der Undeutlichkeitskreise ausser der Achse als dritte Bedingung eingeführt haben wird, woraus eine grosse Annäherung an das richtige Convergenzverhältniss von selbst folgen musste. Uebrigens ist natürlich die möglichste Verminderung der Undeutlichkeit in einem bestimmten endlichen Abstand von der Achse wegen der hinzutretenden Aberrationen höherer Ordnung nicht immer an das völlige Verschwinden des Convergenzfehlers, sondern unter Umständen an das Bestehen eines gewissen kleinen Restes desselben geknüpft.

Weder die Theorie noch die empirische Praxis vermag bei sehr grossen Oeffnungswinkeln die zweite Bedingung des Aplanatismus so genau zu erfüllen, dass nicht auch bei den besten Constructionen dieser Art noch sehr deutliche Spuren des Divergenzfehlers im Bilde übrig blieben. Die Mikroskopiker haben die Unvollkommenheiten dieser Art mit dem sehr unzutreffenden Namen „Wölbung" oder „Unebenheit des Sehfeldes" belegt, unter welcher Benennnng sie allgemein bekannt sind. Es lässt sich aber experimentell sehr leicht nachweisen, dass die hierunter verstandenen Abbildungsfehler ihrem dominirenden Betrage nach nicht mit der zweiten, sondern mit der ersten Potenz des Abstandes von der Achse anwachsen, demnach in der Hauptsache mit einer wirklichen Wölbung der Bildfläche nichts zu thun haben können.

Im Folgenden soll nun noch ein einfaches Experiment beschrieben werden, durch welches das charakteristische Convergenzverhältniss der Strahlen in aplanatischen Punkten beobachtet und die Allgemeinheit seines Bestandes in eclatanter Weise constatirt werden kann. Dieses Experiment gründet sich auf den Gegensatz zwischen den aplanatischen Punkten und den zuvor erwähnten orthoskopischen Punkten der Linsensysteme und ergibt sich aus folgender Betrachtung:

Wenn durch irgend ein optisches System von einem ausgedehnten ebenen Object ein richtig gezeichnetes d. h. ähnliches Bild entworfen werden soll, so müssen die von den Objectpunkten ausgehenden, in einem Punkte der Achse sich kreuzenden Hauptstrahlen und die entsprechenden im conjugirten Pnnkte der Achse sich kreuzenden, nach den Bildpunkten hinzielenden Hauptstrahlen der abbildenden Strahlenbüschel in den Tangenten ihrer Neigungswinkel ein constantes Verhältniss zeigen. Nur dann, wenn ein Linsensystem für ein Paar conjugirter Punkte der Achse dieser Bedingung genügt (wie z. B. ein richtig construirtes Ocular für den Ort der Objectivöffnung und den ihm conjugirten Augenpunkt thun soll), ist es orthoskopisch, d. h. vermag es winkelgetreue, verzerrungsfreie Bilder auch dann zu entwerfen, wenn das Object, oder das Bild, oder beide unter endlicher Winkelausdehnung sich darstellen. Da nun aplanatische Punkte, kraft der Bedingung des Aplanatismus, diesem Merkmal orthoskopischer Punkte widersprechen, so muss ein aplanatisches System eine dem ihm eigenthümlichen Convergenzverhältniss gemäss vorauszubestimmende Verzerrung des Bildes ergeben, sobald es eine von dem aplanatischen

Punkt entfernte Ebene durch Strahlenkegel abbildet, deren Hauptstrahlen in diesem aplanatischen Punkt sich kreuzen. Die specifische Art der zu erwartenden Unähnlichkeit oder Verzerrung lässt sich aber genügend kennzeichnen, indem man die Umgestaltung bestimmt, die ein System paralleler gerader Linien bei der Abbildung erleidet, oder indem man umgekehrt die Gestalt derjenigen Curven aufsucht, welche im Bilde als parallele Gerade sich darstellen müssen.

Auf die hier vorliegenden Voraussetzungen angewandt ergibt eine leicht auszuführende Rechnung das Resultat: irgend eine Schar paralleler Geraden in einer zur optischen Achse senkrechten Ebene bildet sich durch ein aplanatisches System als eine Schar von Ellipsen über derselben Hauptachse, aber mit verschiedenen Nebenachsen ab (die unendlich entfernte Gerade als einschliessender Halbkreis), und eine bestimmte — unten näher zu bezeichnende — Schar von Hyperbeln mit gleichem Mittelpunkte und gleicher Nebenachse, aber verschieden grossen Hauptachsen wird im Bilde als ein System von parallelen Geraden wiedergegeben. Dabei ist vorausgesetzt, dass die abbildenden Strahlenkegel beim Eintritt in das optische System sich in dem aplanatischen Punkt auf der Objectseite kreuzen, und ausserdem ist, zur Vereinfachung, noch angenommen, dass der Convergenzwinkel der Strahlen im conjugirten aplanatischen Punkt auf der Bildseite als verschwindend klein angesehen, auf dieser Seite also der Sinus der Tangente gleich gesetzt werden könne.

Zur experimentellen Erprobung dieser Folgerungen sind begreiflicherweise nur solche Linsensysteme geeignet, welche mit weit geöffneten Strahlenkegeln abbilden. Wo der Divergenzwinkel der Strahlen auf wenige Gerade beschränkt ist, wie z. B. beim Fernrohrobjectiv, entzieht sich das Convergenzverhältniss der Prüfung auf diesem Wege, weil, welches auch sein specifischer Charakter sein möchte, bei kleinen Winkeln eine bemerkbare Abweichung von der Proportionalität der Tangenten keinesfalls vorkommen kann. Spielraum für mögliche grosse Verschiedenheiten in der Art der Strahlenconvergenz bieten dagegen die an den Mikroskopen gebrauchten Linsensysteme, zumal die Objective mit den ausnehmend grossen Oeffnungswinkeln, von denen oben die Rede war. Bei Linsensystemen dieser Art müssen daher die erwähnten Erscheinungen anorthoskopischer Abbildung augenfällig sichtbar werden, sobald geeignete Figuren in einer vom aplanatischen Focus beliebig entfernten Objectebene beobachtet werden und dabei

Kreuzung der abbildenden Strahlenkegel in diesem Focus herbeigeführt wird. Letztere Forderung ist ohne alle Umstände dadurch zu erfüllen, dass bei der Beobachtung die Pupille des beobachtenden Auges — oder die sonst den Strahlenzutritt zum Auge vermittelnde Oeffnung — in die Achse des Systems und zwar an den Ort des conjugirten aplanatischen Focus auf der Bildseite gebracht wird; weil in diesem Falle kein Strahl zum Auge gelangen kann, der nicht beim Eintritt in das System das der Pupille — oder der sonst wirksamen Oeffnung — conjugirte Flächenelement auf der Achse passirt hat. Die oben bemerkte besondere Voraussetzung über die Convergenzwinkel im aplanatischen Punkte auf der Bildseite ist aber bei Mikroskopobjectiven augenscheinlich immer in genügender Annäherung erfüllt.

Die für das Gesetz des Aplanatismus am meisten charakteristische Erscheinung erhält man, wenn als Objectfigur zwei Scharen von Hyperbeln mit gemeinsamen Mittelpunkten und senkrecht sich schneidenden Hauptachsen genommen werden, beide entworfen nach der Gleichung

$$y = \frac{\Delta}{a}\sqrt{x^2 - a^2},$$

wo Δ — die gemeinsame Nebenachse in beiden Scharen — den Abstand der Objectebene von dem betreffenden aplanatischen Focus darstellt; und wenn zugleich die Werthe von a in beiden Scharen nach der Formel

$$a = \frac{\Delta \cdot u}{\sqrt{1 - u^2}}$$

gleichen Zunahmen des u entsprechend — z. B. für die Beträge $u = 0 \ldots 0{,}2 \ldots 0{,}4 \ldots 0{,}6 \ldots 0{,}8$ — gewählt werden[1]). Diese Figur

[1]) Die Figur wird zweckmässig in zwei an einander stossenden Quadranten construirt, welche zusammen ein genügendes Stück der Halbebene repräsentiren, in einer Ausdehnung von wenigstens 4 Δ in der Breite und 8 Δ in der Länge. $\Delta = 25-50$ mm gibt angemessene Dimensionen. Damit die geraden Linien im Bilde eine gewisse und überall gleiche Stärke erhalten, stellt man die Curven am besten dar als schwarze Streifen zwischen je zwei Hyperbeln, welche man mit Werthen von a construirt, denen immer derselbe Unterschied in u (also etwa $u = 0{,}19$ und $0{,}21$; $0{,}39$ und $0{,}41$ u. s. f.) entspricht. Die Zeichnung der Tafel IX ist in dieser Art entworfen für eine Distanz $\Delta = 25$ mm.

Wird eine Zeichnung dieser Art gut geebnet auf ein Stück Pappe oder Furnierbrett gezogen und mit diesem auf den Tisch eines Mikroskopes befestigt, so braucht man nur den Mittelpunkt der Curven in die Achse zu rücken und den Tubus mit dem zu erprobenden Objectiv so weit zu heben, dass der Einstellungspunkt des letzteren den richtigen Abstand Δ erhält, um alles zur Beobachtung bereit zu haben.

ergibt, nachdem der gemeinsame Mittelpunkt aller Curven in die Achse, die Ebene senkrecht zur Achse und in den richtigen Abstand Δ vom aplanatischen Focus gebracht ist, als Bild zwei Scharen von äquidistanten Parallelen, die sich rechtwinklig schneiden. Die krummlinig begrenzten, nach aussen hin immer weiter sich ausdehnenden und immer stärker deformirenden Felder der Objectfigur stellen sich demnach im Bilde sämmtlich als congruente quadratische Felder dar; die Kreuzung der Hyperbeln, die nach aussen hin unter immer spitzer und stumpfer werdenden Winkeln erfolgt, wird allenthalben als eine rechtwinklige Kreuzung wiedergegeben; und auch die entfernteren Curven beider Hyperbelsysteme, deren Aeste in der Figur überhaupt keinen Durchschnitt ergeben, vielmehr sichtlich divergent verlaufen (z. B. die beiden für $u = 0{,}8$), erscheinen im Bild unter rechtwinkliger Kreuzung, ihr Durchschnittspunkt aber freilich — entsprechend dem mathematisch Imaginären — in einem Abstand von der Mitte des Bildes, zu welchem kein vom Luftraum ausgehender Lichtstrahl mehr gelangen kann (ausserhalb desjenigen Kreises in der Bildfläche, welcher der Grenze eines Strahlenkegels von 180 Graden im Luftraum entspricht).

Mit Objectiven von nicht allzukurzer Brennweite — bis zu etwa 3^{mm} herab — lässt sich die beschriebene Erscheinung hinreichend deutlich mit blossem Auge beobachten, indem man nach Entfernung des Oculars aus dem Tubus des Mikroskops vom offenen Ende aus — das Auge möglichst central gehalten und annähernd an die Stelle gebracht, wo beim gewöhnlichen Gebrauch des Objectivs das reelle Bild entstehen würde — auf das über dem Objectiv schwebende Luftbildchen herabsieht. Bei Objectiven mit sehr kurzer Brennweite, welche dieses Bildchen zu klein werden lassen, muss man zur Beobachtung ein schwach vergrösserndes Hilfsmikroskop benutzen, welches in den Haupttubus eingeschoben und auf das Bild eingestellt wird — eine Einrichtung, welche für vielerlei mikrographische Zwecke, z. B. bei Messung der Oeffnungswinkel und Brennweiten von Objectiven, nützliche Dienste leistet. Es muss dabei allerdings darauf Bedacht genommen werden, dass eine den Strahlengang begrenzende Blendung in diesem Hilfsmikroskop wenigstens annähernd an einer solchen Stelle sich befindet, an welcher ihr Ort dem aplanatischen Focus des zu beobachtenden Objectivs conjugirt ist. — Bei dieser Beobachtungsweise stellt das ganze optische System vor dem Auge des Beobachters

augenscheinlich ein Fernrohr mit terrestrischem Ocular dar, durch welches die als Object dienende Zeichnung mit allen sie umgebenden Gegenständen betrachtet wird. Das zu prüfende Mikroskopobjectiv fungirt dabei als Fernrohrobjectiv; sein Oeffnungswinkel ergibt das angulare Sehfeld des Fernrohrs, und das beim gewöhnlichen mikroskopischen Gebrauch des Objectivs als Objectfeld dienende Flächenelement in seinem aplanatischen Focus spielt die Rolle der Eintrittsöffnung bei diesem teleskopischen Gebrauch.

Eine auf diesem Wege ausgeführte Prüfung der verschiedenartigsten in den Händen der Mikroskopiker befindlichen Mikroskopobjective ergibt — wie ich durch zahlreiche Proben constatirt habe — das bemerkenswerthe Resultat, dass alle solchen Linsensysteme, welchen Ursprungs sie auch sein und wie verschieden ihre sonstigen Eigenschaften sich zeigen mögen, ganz übereinstimmend die der Theorie entsprechende anorthoskopische Abbildungserscheinung darbieten, demnach ganz übereinstimmend das oben angeführte specifische Convergenzverhältniss aplanatischer Punkte an den Tag legen, obschon die Grösse der bei diesen Systemen vorkommenden Oeffnungswinkel den allermannigfaltigsten Abweichungen reichlichen Spielraum offen liesse. Die zu beobachtenden Abweichungen beschränken sich überall auf ganz unbedeutende, kaum bemerkbare Irregularitäten, welche die Bilder der entfernten und stark gekrümmten Hyperbeln der oben beschriebenen Probefigur gelegentlich zeigen. Nun existirt aber bis jetzt schwerlich ein Mikroskopobjectiv ausser den hier in Jena in der Zeiss'schen Werkstatt angefertigten, bei dessen Construction der Verfertiger in bewusster Weise die in Rede stehende zweite Bedingung des Aplanatismus zur Richtschnur genommen hat. Wenn trotzdem die Objective aller Optiker auf dem Continent, in England und in Amerika dieser Bedingung genügen, so beweist dieses Factum überzeugender als alle Theorie vermöchte, dass die fragliche Art der Strahlenconvergenz einen unbedingt wesentlichen Bestandtheil der Aplanatismus eines Linsensystems ausmacht, einen so unentbehrlichen, dass sobald erhebliche Oeffnungswinkel in Verwendung kommen, der praktische Gebrauch alle Constructionen von selbst als unbrauchbar verwerfen muss, welche die von der Theorie geforderte Eigenschaft nicht wenigstens in annähernder Vollkommenheit erlangt haben. — Was oben über die praktischen Folgen eines fehlerhaften Convergenzverhältnisses gesagt ist, bezeichnet den Weg, auf welchem die Praxis bei

dieser Art von Constructionen zur unbewussten Realisirung eines richtigen Aplanatismus geführt worden ist, längst bevor die Theorie dessen Bedingungen erschöpfend gekannt hat. Ein Objectiv mit merklichem Convergenzfehler musste, in der Ausdrucksweise der Mikroskopiker zu reden, stets mit einer so groben „Wölbung des Sehfeldes“ behaftet erscheinen, nämlich ausserhalb der Achse so schlechte Bilder ergeben, dass Niemand es hätte gebrauchen mögen. Indem also die Optiker sich bemühen mussten, trotz immer fortschreitender Vergrösserung der zur Anwendung kommenden Oeffnungswinkel möglichst „flaches Feld“ zu erhalten, ergab sich eine weitgehende Anpassung der Constructionen an die theoretischen Erfordernisse des vollkommenen Aplanatismus als ungesuchte Folge.

Das im Vorstehenden beschriebene Experiment ist übrigens in mehreren Beziehungen lehrreich, indem es noch andere theoretische Schlussfolgerungen in Bezug auf die Abbildung durch Strahlenkegel mit grossem Divergenzwinkel, namentlich auch in Bezug auf die Functionen des Oeffnungswinkels beim mikroskopischen Sehen, praktisch illustrirt. Hier sei nur noch auf den einen Punkt kurz hingewiesen: dass die Beobachtung der hyperbolischen Figuren deutliche Winke für eine sachgemässe Schätzung der Oeffnungswinkel bei Linsensystemen für mikroskopischen Gebrauch ergibt. — Die äusserst ungleichen Felder zwischen den hyperbolischen Curven, deren Areal nach aussen hin auf ein ansehnliches Vielfaches vom Areal der innersten Felder steigt, werden sämmtlich als gleich grosse Quadrate abgebildet, und diese lassen, wenn die Probefigur gleichmässig beleuchtet ist, keinerlei Unterschiede der Helligkeit erkennen, obschon in den Quadraten am Rand die Strahlenmenge zusammengedrängt ist, welche von einer vielfach grösseren leuchtenden Fläche, als den mittleren Quadraten entspricht, ausgesandt wird. Dieses Factum macht augenfällig die grosse Ungleichwerthigkeit unter den verschiedenen Theilen des den Oeffnungswinkel eines Systems bildenden Kegelraumes, in Bezug auf ihren Antheil an der Lichtmenge, die dem System zugeführt wird. Es wird dadurch handgreiflich, dass die peripherischen Theile des Oeffnungskegels im Verhältniss zu den centralen Theilen sehr viel weniger Lichtstrahlen in das Objectiv führen, als ihrem angularen Maasse entspricht, und dass demnach der Oeffnungs*winkel* kein richtiger Ausdruck für die wirkliche Oeffnung — nämlich für die Fähigkeit des optischen Systems zur Lichtaufnahme — sein kann.

Diese Erwägung, in naheliegender Weise weiter verfolgt, führt auf empirischem Wege zu demselben Schluss, den auch die Theorie aufstellt: das rationelle Maass für die Oeffnung eines optischen Systems, das einzige, aus welchem sich irgend etwas über die Wirkungsweise entnehmen lässt, ist die „numerische Apertur“, nämlich der Sinus des halben Oeffnungswinkels, so weit es sich nur um Abbildungen vom Luftraum aus handelt, — und das Product aus diesem Sinus mit dem Brechungsindex des Mediums, auf welches der Winkel Bezug hat, wenn der allgemeinere Fall mitbegriffen sein soll.

Kleinere Mittheilungen.

Ueber den Beweis des Satzes,

dass eine gleichmässig mit Masse belegte Kreisfläche auf einen in derselben Ebene ausserhalb befindlichen Massenpunkt bei Zugrundlegung des Kraftgesetzes $\frac{1}{r}$ so wirkt, als wäre die Masse im Mittelpunkt concentrirt.

Von

Prof. Heinrich Streintz.

Der im Titel citirte Satz, der für Massen gilt, die in einer Ebene vertheilt sind, und unter Zugrundelegung des Kraftgesetzes $\frac{1}{r}$, ist bekanntlich das Analogon des Satzes, dass eine homogene Kugel auf einen ausserhalb liegenden Punkt unter Zugrundelegung des Kraftgesetzes $\frac{1}{r^2}$ so wirkt, als wäre die Masse im Mittelpunkt concentrirt. Auf Punkte im inneren freien Raume eines Kreisringes resp. einer Kugelschale findet keine Einwirkung statt.

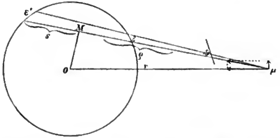
Der Beweis für den letzteren Satz ist äusserst einfach: man braucht nur durch den Massenpunkt zwei unendlich benachbarte Strahlen resp. einen Doppelkegel von unendlich dünner Oeffnung zu legen; diese schneiden aus den Massen zwei Elemente heraus, deren Wirkung sich gegenseitig aufhebt.

Um die Beweise für die äusseren Punkte zu liefern, geht man vom unendlich schmalen Kreisring und der unendlich dünnen Kugelschale aus. Für die Kugelschale ist der Beweis ohne Kunstgriffe durch eine zweite Integration über die ganze Kugeloberfläche leicht geliefert; für die Kreisfläche gelingt in gleicher Weise der Beweis nicht. Hingegen hat C. Neumann einen für beide Fälle gültigen elementaren Beweis geliefert, der jedoch verschiedener Hilfssätze und Constructionen bedarf und mehr scharfsinnig als einfach ist. (Siehe Dr. C. Bender,

„Verschiedene Methoden zur Berechnung der anziehenden Kraft gleichförmig mit Masse belegter Kreislinien und Kugelschalen etc.“, Nördlingen 1873, S. 5 u. 13.)

Ich will nun im Folgenden zeigen, dass der Satz, dass ein unendlich dünner Kreisring auf einen in derselben Ebene liegenden Massenpunkt, wenn die Kraft einfach verkehrt proportional der Entfernung angenommen wird, so wirkt, als wäre die Masse im Mittelpunkt concentrirt, auf sehr einfache, elementare Weise bewiesen werden kann.

Der Beweis bleibt derselbe, wenn man nur eine gleichmässig mit Masse belegte Kreislinie in Betracht zieht, wird aber noch übersichtlicher; ich will mich daher im Folgenden dieser Vorstellung bedienen.



Wir legen vom Massenpunkte μ, der die Masse 1 besitzen soll, zwei sehr benachbarte Strahlen, welche aus dem Kreise die Linienstücke ε und ε' herausschneiden; denkt man sich der Einfachheit halber die Dichte der Massenbelegung auch gleich 1, so sind ε und ε' zugleich die herausgeschnittenen Massentheilchen. Wir legen weiters durch die beiden Strahlen in der Entfernung 1 vom Punkte μ einen zu ε parallelen Schnitt. Das zwischen die Strahlen fallende Linienstückchen heisse ϑ. Wir fällen endlich vom Mittelpunkte O des Kreises auf die Strahlen eine Senkrechte $OM = p$, setzen $M\mu = \varrho$ und die vom Kreise abgeschnittene Sehne $2s$. Dann ist $\varepsilon = \vartheta(\varrho - s)$; eben so ist, da ε' gegen μM unter dem gleichen Winkel wie ε gestellt ist, $\varepsilon' = \vartheta\ (\varrho + s)$. Die Summe der beiden Massen ist daher

$$\varepsilon + \varepsilon' = 2\,\vartheta\varrho. \qquad (1$$

Ferner ist zu bemerken, dass die Kraft ungeändert bleibt, wenn man ε oder ε' parallel zu sich selbst längs der beiden Strahlen verschiebt und es dabei wachsen oder abnehmen lässt in der Weise, dass es immer die Strecke zwischen den beiden Strahlen ausfüllt. Es ist

nämlich die von ε auf μ ausgeübte Kraft gleich dem Quotienten von ε durch die Entfernung von μ, und bei der angegebenen Verschiebung vergrössert sich Zähler und Nenner in demselben Verhältnisse; es bleibt daher die Kraft dieselbe, wenn wir ε und ε' in der beschriebenen Weise nach M verschieben. Durch diesen Vorgang erhalten wir nun aber statt der Masse ε in der ursprünglichen Lage jetzt in M die Masse $\varrho\vartheta$ und eben so durch die Verschiebung von ε' und gleichzeitige Verkleinerung in M ebenfalls die Masse $\varrho\vartheta$, daher sich jetzt in M ebenfalls die Masse $2\varrho\vartheta$ oder nach Gleichung (1) $\varepsilon + \varepsilon'$ befindet. Die Masse $\varepsilon + \varepsilon'$ in M wirkt also mit derselben Kraft wie die getrennten Massen ε und ε' in ihren ursprünglichen Lagen, und zwar ist diese Kraft $\frac{\varepsilon + \varepsilon'}{\varrho}$.

Dieselbe wirkt in der Richtung von μ nach M. Zerlegt man dieselbe in zwei Componenten, von denen die eine nach O gerichtet ist, die andere senkrecht zu $O\mu$ steht, so sieht man, dass die senkrechte Componente sich mit einer gleich grossen heben wird, die von den symmetrisch an der unteren Hälfte des Kreises liegenden Massentheilchen ausgeübt wird. Die nach O gerichtete Componente wird aber erhalten, indem man die nach M gerichtete Kraft mit dem Cosinus des Projectionswinkels multiplicirt; sie hat daher, wenn man $O\mu = r$ setzt, den Werth $\frac{\varepsilon + \varepsilon'}{\varrho} \cdot \frac{\varrho}{r}$ oder $\frac{\varepsilon + \varepsilon'}{r}$ und ist gerade so gross, als hätte man ε und ε' nach O verlegt. Zerlegt man daher den ganzen Kreis durch Schnitte, die von μ ausgehen, durchaus in einzelne Massentheilchen wie ε und ε', so werden wir sie alle, ohne die Kraftwirkung zu ändern, nach O verlegen können. Aus diesem Satze folgt nun unmittelbar, dass auch die Masse einer Kreisfläche im Mittelpunkte concentrirt gedacht werden kann.

Unter Heranziehung dieses Satzes reducirt sich bekanntlich auch das Problem der Berechnung der nach dem Newton'schen Gesetze stattfindenden Wechselwirkung eines unendlich langen Kreiscylinders von beliebig grossem Querschnitt und eines ausserhalb befindlichen Massenpunktes auf die Wechselwirkung zweier Massenpunkte nach dem Kraftgesetze $\frac{1}{r}$. (Siehe meine Abhandlung: „Die elektrischen Nachströme transversal-magnetisirter Eisenstäbe.“ Sitzungsber. d. Wiener k. Akad. d. Wiss. Bd. 76, 2. Abth. 1877.)

Schliesslich will ich noch bemerken, dass für die Kugel das gleiche Beweisverfahren wie beim Kreise nicht anwendbar ist.

Strahlende Elektrodenmaterie.

Von

J. Puluj.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1880 Nr. 10.)

Nach der Ansicht des Verfassers unterscheiden sich die Resultate von Crookes' Untersuchungen über „strahlende Materie" wesentlich gar nicht von den diesbezüglichen Versuchsresultaten Hittorf's, welche 1869 in zwei Mittheilungen: „Ueber die Elektricitätsleitung in Gasen" erschienen sind, und zeichnen sich von den letzteren bloss durch eine elegantere Form des Experimentes aus. Neu sind bloss die Schlussfolgerungen, zu denen Crookes gelangt, indem er zur Erklärung der Versuche den vierten Aggregatzustand statuirt. Die Nothwendigkeit dieser Annahme wird bestritten, sowie die Unrichtigkeit einer anderen, dass der dunkle Raum an der negativen Elektrode die mittlere Weglänge der Moleküle sei, nachgewiesen.

Nach der Ansicht des Verfassers besteht die strahlende Materie aus mechanisch losgerissenen Elektrodentheilchen, welche mit statischer negativer Elektricität geladen sind, mit ungeheurer Geschwindigkeit in gerader Richtung sich bewegen und durch molekulare elektrische Convection die Stromleitung zwischen beiden Polen vermitteln. Damit über das Wesen der Materie kein Zweifel obwalte, wird das Wort „Elektrodenmaterie" vorgeschlagen.

Mit Zugrundelegung der Gesetze elektrischer Convection, welche auch für molekulare Leiter als gültig angenommen werden, gibt der Verfasser eine Erklärung der Wirkung des Magnets auf die strahlende Elektrodenmaterie, der Plücker'schen magnetischen Flächen und der von Hittorf beobachteten spiralförmigen Windungen des Glimmlichtes.

Es folgt die Beschreibung einer elektrischen Lampe und die Erklärung des Phosphorescenzlichtes, sowie der Bewegungserscheinungen in elektrischen Radiometern, welche bei grosser Verdünnung in entgegengesetzter Richtung vor sich gehen, als Crookes sie beobachtet hat.

Schliesslich wird auf Grundlage dieser Untersuchungen die unitarische Ansicht über das Wesen der Elektricität vertheidigt und für den dunklen Raum, der das Glimmlicht vom positiven Lichtbüschel trennt, sowie die Schichtenbildung der Versuch einer Erklärung gegeben.

Erwiderung auf die Auslassungen des Herrn Dr. C. Isenkrahe.

Von

Prof. Dr. K. L. Bauer.

Als ich die Einladung zu der letzten Naturforscherversammlung erhielt, beschloss ich sofort, derselben Folge zu leisten, indem ich mich als badischer Lehrer verpflichtet fühlte, zu den in Baden stattfindenden Verhandlungen ein Scherflein beizutragen. Ich wählte also einen physikalischen Gegenstand, der mir für die Mittelschulen einer besseren Behandlung, als der in den Lehrbüchern üblichen, fähig und bedürftig schien, das Kapitel über die sphärischen Spiegel und Linsen. Wenn ich nicht irre, wurde mein in der Section für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht gehaltener Vortrag mit Interesse und Beifall aufgenommen; keine einzige Stimme erhob sich, um an dem Inhalte oder der Wahl meines Vortrags etwas zu bemängeln. Ueberdies wurde mir die Freude zu Theil, dass von den Lehrern und Gelehrten, welchen ich einen Separatabzug des in diesem Repertorium veröffentlichten Vortrags schickte, alle, die sich überhaupt vernehmen liessen, freundlichst erklärten, meinen Aufsatz mit Interesse und Befriedigung gelesen zu haben.

Auch Herr Dr. Isenkrahe, welcher sich unter den Hörern meines Vortrags befand, spendet mir seine Anerkennung, allein als der Erste in so unfreundlicher Weise, dass das Lob einem Tadel zum Verwechseln ähnlich sieht. Weil weder unsere Anstalt noch ich selbst Abonnent des Repertoriums hin, so geschah es, dass ein befreundeter Mechaniker mich zuerst auf die von Herrn Isenkrahe beliebten Auslassungen aufmerksam machte und zwar mit der charakteristischen Bemerkung: „Da sucht Einer Händel mit Ihnen!“ Nach dem Durchlesen der betreffenden Zeilen, S. 99 und 100 dieses Jahrgangs, wird jeder Unbefangene die Bemerkung als vollkommen zutreffend finden. Obschon sich nun Herr Isenkrahe mit seinem wunderlichen Gerede selbst richtet, so halte ich es gleichwohl für geboten, gegen diese seltsame, und zum Glück auch äusserst seltene Art des Bekrittelns energisch zu protestiren.

Wenn Herr Isenkrahe dem Herrn Prof. Carl gegenüber äusserte, dass ich ein Kapitel der Physik noch etwas leichter und mundgerechter gemacht habe, so war hierin eine Anerkennung enthalten, für welche ich dankbar sein muss, obgleich

freundlichere und nicht weniger competente Beurtheiler auch sonst noch einiges in meiner Arbeit zu finden wussten; wenn Herr Isenkrahe indessen seine Anerkennung dadurch möglichst schmälern zu müssen glaubte, dass er die Lehre von den Spiegeln und Linsen vornehm als ein Kapitel der Optik bezeichnete, welches an sich schon nicht besonders schwierig sei, so ist ihm damit nur eine unbedachte Aeusserung entschlüpft; denn eben weil die Dioptrik ein schwieriges Kapitel ist, welchem viele hervorragende Gelehrte ihre Kräfte widmeten, so hat die Schule alle Ursache, den Weg für spätere, eingehende Studien möglichst zu ebnen.

Das kaum Glaubliche in dreister Unterstellung leistete Herr Isenkrahe, indem er laut Selbstreferat zu dem Herrn Herausgeber des Repertoriums also zu reden fortfuhr: „Es gebe indess andere Kapitel, deren Bewältigung den Schülern der Physik grössere Schwierigkeiten zu bieten pflege, z. B. der Abschnitt über die Interferenzerscheinungen, und daher möchte es Manchem vielleicht erwünschter gewesen sein zu erfahren, wie Herr Prof. Bauer oder der eine oder andere Fachcollege sich diesen Gegenstand für den Unterricht zurecht gelegt habe.“ Ich frage: Was gibt Herrn Isenkrahe das Recht, darüber zu entscheiden, was für andere Zuhörer mehr oder minder erwünscht sei? Warum hat Herr Isenkrahe, wenn es ihn so gewaltig interessirte, nicht in Baden angefragt, wie die Section über die Behandlung der Interferenzerscheinungen dächte? Warum hat er nicht selbst einen Vortrag hierüber gehalten? Und wie hätte es wohl Herrn Isenkrahe gefallen, wenn, gemäss seiner Schreibweise, einige Wochen oder Monate später Jemand die Stirn gehabt hätte, drucken zu lassen:

> „Warum hielt aber dieser Dr. C. Isenkrahe auch gerade einen Vortrag über Pendelexperimente, warum nicht etwa über das Ohm'sche Gesetz, oder über Diamagnetismus? Wozu diese mechanischen Spielereien! Und wussten wir nicht längst aus den Arbeiten des Professors Mach, dass sich die Pendel vortrefflich zu solchen Demonstrationen eignen!“

Nun, eine solche Publication hätte Herr Dr. Isenkrahe kaum zu fürchten brauchen; denn ausser ihm selbst kommt etwas dergleichen schwerlich Jemand in den Sinn. Ich meine, jeder Vortrag, welcher darauf abzielt, diesen oder jenen wunden Fleck im Unterricht zu heilen, müsse uns Lehrern willkommen sein; und dabei erscheine es als vollkommen gleichgültig, ob der Inhalt mehr mathematischer

oder mehr experimenteller Natur sei. Besserung nach beiden Seiten hin thut nns noch vielfältig noth, und nnr durch die gleich sorgsame Pflege und die zweckmässige Verhindung heider lässt sich im physikalischen Unterricht ein gutes Resultat erwarten. An die für preussische Gymnasien geltende Vorschrift hatte ich mich hei meinem Vortrage nicht zu kehren; in der Prüfungsordnung für die Abiturienten der hadischen Realgymnasien (Realschulen erster Ordnung) heisst es bezüglich der Physik: „Die Schüler müssen eine Fertigkeit darin erworben haben, das in der populären Sprache als Qualität Gefasste durch Quantitäten auszudrücken.“

Noch habe ich zn hemerken, dass meine Arheit dem Repertorium nicht aufgedrungen ist, vielmehr erst auf wiederholtes Ersuchen des mir seit lange hefreundeten Herausgebers diesem znm Drucke eingesandt wurde; mein verehrter Freund nimmt demnach an, dass die Leser seiner Zeitschrift nicht so einseitig sind, um ausschliesslich für Vorlesnngsversuche Interesse zu hesitzen.

Herr Isenkrahe schliesst die mir gewidmete Einleitung seines Aufsatzes mit dem hekannten Kernspruche des Sensualisten John Locke, welchen Spruch er als einen beherzigenswerthen, alten Satz bezeichnet. Es gibt indessen noch ältere, und noch weit beherzigenswerthere Sätze, z. B. die nnühertroffenen Bibelsprüche, welche sich auf die gerechte und freundliche Beurtheilung der Mitmenschen beziehen.

Monatsmittel der magnetischen Declination, Inclination und Intensität zu Pawlowsk bei St. Petersburg im Jahre 1878.

(H. Wild, Annalen des physikalischen Centralobservatoriums Jahrgang 1878.)

1878	Declination W	Horizontal-Intensität	Vertical-Intensität	Total-Intensität	Inclination
Januar . . .	1°10,61′	1,6362	4,6686	4,9470	70°41,16′
Februar . .	9,74	1,6356	4,6668	4,9451	41,14
März	9,35	1,6363	4,6689	4,9473	41,16
April	9,03	1,6363	4,6673	4,9458	40,80
Mai	8,01	1,6363	4,6693	4,9477	41,26
Juni	7,77	1,6365	4,6698	4,9482	41,24
Juli	7,43	1,6369	4,6668	4,9456	40,29
August . . .	7,44	1,6368	4,6674	4,9461	40,49
September .	6,81	1,6365	4,6672	4,9458	40,64
October . .	6,11	1,6365	4,6710	4,9494	41,52
November .	5,22	1,6367	4,6704	4,9489	41,25
December .	4,63	1,6364	4,6702	4,9486	41,40
Jahr	1° 7,68′	1,6364	4,6686	4,9471	70°41,03′

Monatsmittel der magnetischen Declination und Horizontal-Intensität zu Budapest im Jahre 1877.

(G. Schenzl, Jahrbücher der kgl. ungar. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus Jahrgang 1877.)

1877	Declination	Horizontal-Intensität
Januar	9°9,9'	2,1113
Februar . . .	9,2	2,1118
März	8,9	2,1115
April	7,9	2,1111
Mai	7,7	2,1114
Juni	8,0	2,1114
Juli	7,4	2,1117
August	7,2	2,1114
September . .	6,6	2,1121
October . . .	5,3	2,1130
November . .	4,7	2,1127
December . .	4,7	2,1131

Literatur.

Dr. S. Blum's Grundriss der Physik und Mechanik für gewerbliche Fortbildungsschulen. 6. Auflage, bearbeitet von W. Dietrich. Leipzig und Heidelberg, Winter'sche Verlagshandlung.

Gal. Ferraris, Teoremi sulla distribuzione delle correnti elettriche costanti. Roma, ovi tipi del Salviucci.

Ch. Fievez, Recherches sur l'intensité relative des raies spectrales de l'hydrogène et de l'azote en rapport avec la constitution des nébuleuses. Bruxelles.

Paul la Cour, la Roue Phonique, Copenhague. Andr. Fréd. Höst & Fils.

A. Naccari e S. Pagliani, Intorno allo Influenza della Pressione sulla resistenza elettrica dei Carboni.

A. Naccari e S. Paglioni, sull' Assorbimento dei Gas noi liquidi e in particolare sulla legge di Henry. Torino.

Dr. Obach's Patent Tangent Galvanometer, with moveable ring, Siemens Bros' Construction. London.

L. Schwendler, Instructions for Testing Lines and the Technical Arrangement of Offices. Vol. I. II. London, Trübner & Co., Ludgate Hill.

Th. N. Thiele, sur la compensation de quelques Erreurs Quasi-systématiques par la méthode des moindres carrés. Copenhague, C. A. Reitzel.

Dr. H. Wettstein, die Strömungen des Festen, Flüssigen und Gasförmigen. Zürich, J. Wurster & Co. 1880. 8 M.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR. PH. CARL,
PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

SECHZEHNTER BAND.

Inhalt des 6. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG, 1880.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Bei Correspondenzen, Bestellungen etc. an die hier anzeigenden Firmen bitten wir das Repertorium für Experimental-Physik gefl. als Quelle zu nennen.

Fortsetzung siehe 3. Seite des Umschlages.

Vollständige Theorie des Bifilarmagnetometers und neue Methoden zur Bestimmung der absoluten Horizontalintensität des Erdmagnetismus sowie der Temperatur- und Inductionscoëfficienten der Magnete.

Von

H. Wild.

(Aus dem Bulletin de l'Academie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Gauss hat im Jahre 1837 die beobachtende Physik mit einem neuen „zur unmittelbaren Beobachtung der Veränderungen in der Intensität des horizontalen Theils des Erdmagnetismus bestimmten Instrument", dem sogenannten Bifilarmagnetometer, beschenkt[1]), von dem er später auch eine eingehende Theorie publicirte[2]).

In dieser Theorie hat Gauss einen der influirenden Factoren, die Torsion der Aufhängedrähte, als sehr klein vernachlässigt und einen zweiten, wahrscheinlich ebenfalls als sehr klein vorausgesezten, nämlich die Induction des Erdmagnetismus auf den Magnetismus des aufgehängten Magnets gar nicht berücksichtigt.

Aus einer aufmerksamen Verfolgung der Constanten der Bifilarmagnetometer im physikalischen Centralobservatorium, die viele Jahre hindurch regelmässig jeden Monat aus dem Vergleich mit den absoluten Messungen der Horizontalintensität des Erdmagnetismus abgeleitet wurden, habe ich indessen schon vor mehreren Jahren erschlossen, dass die Torsion der Aufhängefaden, namentlich wenn es Metalldrähte sind, im Allgemeinen durchaus kein zu vernachlässigender Factor sei, sondern unter Umständen 5% und mehr des Momentes der Schwere betragen könne[3]). Damals schon fiel mir auch auf, dass die Relationen,

1) Resultate aus den Beobachtungen des Magnet. Vereins im Jahre 1837 S. 1.

2) Resultate etc. im Jahre 1840 S. 1.

3) Siehe Einleitung zum Anhang der Annalen des phys. Centralobservatoriums für 1874 S. XX ff.

welche die Gauss'sche Theorie für den sogenannten Torsionswinkel und die Schwingungsdauern des Bifilarmagnometers in der normalen, verkehrten und transversalen Lage ergeben hatte, mit den Beobachtungen nicht in Einklang zu bringen seien. Bei der Unvollkommenheit der Apparate und insbesondere angesichts der Störungen, welchen die magnetischen Messungen in Petersburg ausgesetzt waren, wagte ich indessen nicht, ein bestimmteres Urtheil in dieser Richtung zu fällen; vielmehr fing ich an, mich der Ansicht zuzuneigen, dass die Bifilarmagnetometer verschiedener Umstände halber nicht sehr zuverlässige Instrumente seien und dass ähnliche Erfahrungen dabei Lamont bewogen haben möchten, dieselben für die Beobachtungen der Variationen der Horizontalintensität durch andere, theoretisch jedenfalls weniger vollkommene Instrumente — Unifilarmagnetometer mit Deflectoren — zu ersetzen.

Die vollkommenern Instrumente und Einrichtungen im magnetischen und meteorologischen Observatorium in Pawlowsk und der Ausschluss aller Störungen daselbst erlaubten mir erst mit voller Sicherheit zu erkennen, dass die Messungsresultate beim Bifilarmagnetometer in der That weit über die Grenzen der möglichen Beobachtungsfehler hinaus von den erwähnten, durch die Gauss'sche Theorie gegebenen Relationen abweichen. Eine nähere Ueberlegung musste mich zur Annahme führen, dass der Grund dieser Abweichungen ausser in der vernachlässigten Torsion in der Induction des Erdmagnetismus auf den Magnet zu suchen sei. Demzufolge habe ich die Theorie des Bifilarmagnetometers mit Berücksichtigung dieser beiden Factoren neu entwickelt, und es sind die, wie ich glaube, nicht ganz uninteressanten Resultate dieser vollständigen Theorie, ihrer theilweisen Vergleichung mit der Erfahrung und weiterer daran angeknüpfter Schlüsse, welche ich in aller Kürze, vor der vollständigen Darlegung des Ganzen in einer längeren Denkschrift, heute der Akademie mittheilen möchte.

1. Der Einfluss der Torsion der Aufhängefaden beim Bifilar kann entweder theoretisch aus den Dimensionen derselben und dem Elasticitätscoëfficienten ihrer Substanz oder dann empirisch durch Beobachtungen aus den zu dem Ende nur wenig zu modificirenden Bifilar selbst bestimmt werden. An einem grösseren Bifilar habe ich in dieser Weise eine sehr befriedigende Uebereinstimmung zwischen den bezüglichen Resultaten der Theorie und Erfahrung erhalten. Bei diesem Bifilar mit 4^m langen Messingdrähten betrug das Torsions-

moment des letzteren in runder Zahl 1 % des Drehungsmomentes der Schwere; dagegen erreichte dasselbe beim Bifilarmagnetometer des Magnetographen in St. Petersburg, bei welchem die Aufhängedrähte von Stahl und bloss 0,3 ^{m} lang waren, in runder Zahl 7 % des Schweremoments. Ein Bifilar in Pawlowsk aber mit Coconfaden von 1,2 ^{m} Länge hatte ein bloss 0,3 % des Schweremoments betragendes Moment der Torsion beider Faden. — Es wird überhaupt beim Bifilar das Moment der Torsion der Aufhängefaden gegenüber dem Moment der Schwere um so kleiner, je geringer der Elasticitätscoëfficient der Substanz der Faden und deren Dicke ist und je grösser das angehängte Gewicht und die Entfernungen der Faden werden. Nun hängt die Grösse des Gewichts wieder von der Festigkeit der Faden, also dem Festigkeitscoëfficienten ihrer Substanz und ihrer Dicke ab, und die Entfernung der Faden kann, wenn die Empfindlichkeit des Apparats dieselbe bleiben soll, nur zugleich mit einer Vergrösserung der Länge derselben (im quadratischen Verhältniss) vermehrt werden. Will man also zur Vermeidung von Störungen, welche aus der Veränderlichkeit des Torsionsmomentes der Aufhängefaden mit der Zeit, z. B. durch die elastischen Nachwirkungen entspringen können, dieses im Verhältniss zum Moment der Schwere möglichst klein machen, so ist zu den Aufhängefaden eine Substanz zu wählen, deren Festigkeitscoëfficient im Verhältniss zum Elasticitätscoëfficienten recht gross erscheint, und hat man dieselben möglichst lang zu machen. Der ersteren Bedingung genügt am besten die Coconseide; es wurde daher bei allen Bifilarmagnetometern im Observatorium in Pawlowsk Coconfaden statt Metalldraht zur Aufhängung der Magnete verwendet und diese in luftdichte, durch Schwefelsäure ausgetrocknete Gehäuse eingeschlossen um andererseits Veränderungen durch die hygroskopischen Eigenschaften der Seide zu verhindern.

Der Verlängerung der Aufhängefaden aber wird in der Praxis durch die gegebene Höhe des Beobachtungslocals und den Umstand, dass man den Torsionskreis am oberen Ende des Apparats[1]) abzulesen hat, eine Grenze gesetzt. Das Durchbrechen der Decke des Zimmers

1) Die Einrichtung, welche Gauss zur Vermeidung dessen dem Bifilarmagnetometer gegeben hat, indem er nämlich den Torsionskreis unten beim Magnet anbrachte, lässt sich nur bei so schweren Magneten, wie er sie benutzte, mit Erfolg anwenden. Da man den Gebrauch der letzteren aus guten Gründen seither verlassen hat, so musste auch der Torsionskreis nach oben verlegt werden.

und Anbringung der Aufhängungsvorrichtung in einem oberen Locale zur besseren Erfüllung dieser letzteren Bedingung dürfte der alsdann leicht eintretenden Temperaturverschiedenheiten und dadurch bedingten Luftströmungen halber kaum räthlich sein.

Demgemäss ist es nicht wahrscheinlich, dass das Torsionsmoment auf eine beträchtlich kleinere Grösse als 0,3% des Schweremoments wird reducirt werden können, so dass dasselbe, auch unter Anwendung von Coconfaden, bei genauen Untersuchungen nicht neben dem letzteren als eine sehr kleine Grösse vernachlässigt werden darf.

2. Bei Berücksichtigung der Induction und Torsion verschwinden die Differenzen zwischen Theorie und Beobachtung, und man erhält nach den verschiedenen Methoden sehr nahe identische Werthe der die Empfindlichkeit des Bifilarmagnetometers charakterisirenden Grösse, des sogenannten Torsionswinkels, während dieselben nach der angenäherten Theorie bis zu ½° und mehr verschieden ausfielen.

3. Die vollständige Theorie des Bifilarmagnetometers führte aber auch unmittelbar zu einer vorzüglichen Methode, um aus der directen Beobachtung des Torsionswinkels und der drei Schwingungsdauern des Magnets in der normalen, verkehrten und transversalen Lage die zweierlei Inductionscoëfficienten desselben, nämlich den bei der Schwächung und den bei der Vermehrung des magnetischen Moments durch Induction geltenden, getrennt zu bestimmen.

Die zur Bestimmung des Mittels dieser Coëfficienten gewöhnlich befolgte Methode von Lamont[1]) ist so unsicher, dass sie mir bei wenig variirten Umständen Werthe lieferte, von denen der eine doppelt so gross als der andere war, und noch viel unsicherer erscheint seine Methode zur Bestimmung des Verhältnisses der beiderlei Coëfficienten. Die Methode von W. Weber[2]) aber gibt nur das Mittel beider Coëfficienten und ist in der Ausführung sehr umständlich.

Der Vorzug der neuen Methode besteht hauptsächlich darin, dass dabei nicht die gegenseitige Einwirkung zweier nahen Magnete, der sich nur angenähert berechnen lässt, ins Spiel kommt und dass man nur mit einem einzigen Instrument zu operiren hat.

---

1) Lamont, Handbuch des Erdmagnetismus (Berlin 1849) S. 151.

6) W. Weber, Componenten der erdmagnetischen Kraft in Göttingen. Abhandlungen der Gesellschaft d. Wissensch. zu Göttingen (math. Klasse) 1854 Bd. 6 S. 5.

4. Derselbe Vorzug kommt auch der von mir früher schon angegebenen Methode zu, mit dem Bifilarmagnetometer den Temperaturcoëfficienten der Magnete zu bestimmen[1]).

Ich habe dieselbe indessen erst im Sommer im Observatorium in Pawlowsk, nach Beseitigung der erwähnten Zweifel an der Tauglichkeit des Bifilars überhaupt, zur Ausführung gebracht und dabei Gelegenheit gehabt, mich von der Schärfe der Methode zu überzeugen.

5. Die gegenwärtig allgemein übliche Gauss'sche Methode zur absoluten Bestimmung der Horizontalintensität des Erdmagnetismus[2]) setzt sich aus zweierlei Messungen zusammen, nämlich der Ermittlung der Schwingungsdauer eines unifilar aufgehängten Magnets unter dem Einfluss des Erdmagnetismus und sodann der Beobachtung von Ablenkungen aus dem magnetischen Meridian, welche er aus bestimmter Entfernung an einem andern unifilar aufgehängten Magnet hervorbringt. Sie leidet demgemäss an zwei kleinen Uebelständen. Die Bestimmung der Schwingungsdauer nimmt, wenn sie genau sein soll, eine längere Zeit (½ — 1 Stunde) in Anspruch und doch können die während dieser Zeit erfolgenden Variationen der Intensität nicht wohl in Rechnung gebracht werden, sondern man muss sich mit der Annahme begnügen, dass die erhaltene Schwingungsdauer dem ungefähren Mittel der Horizontalintensität während dieses Zeitintervalls entspreche. Bei der Beobachtung der Ablenkungen sodann hat man zur Reduction der unmittelbar abgelesenen Winkel sowohl die Variationen der Declination als auch die der Horizontalintensität zu berücksichtigen, was die Fehlerquellen nothwendig vermehrt.

Da nach dem Vorigen die dem Bifilarmagnetometer anhaftenden Unsicherheiten als beseitigt zu betrachten sind, so schien es mir eines Versuchs werth, dieses Instrument auch zur absoluten Messung der Horizontalintensität herbeizuziehen. Ich bin so zu folgender neuen Methode der Bestimmung der letzteren Grösse gelangt.

Es seien analog wie bei den Ablenkungsbeobachtungen der Gauss'schen Methode zwei Magnete mit den magnetischen Momenten M und M' gegeben, welche sich abwechselnd in genau fixirter Lage in ein bifilar aufgehängtes Schiffchen einlegen lassen. Man lege zuerst

1) Wild, über die Bestimmung des Temperaturcoëfficienten von Stahlmagneten. Bulletin del'Acad. Imp. d. Sciences de St.-Pétersb. T. 19 p. 20. Repertorium Bd. 9 S. 277.

2) Gauss, intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata. Gottingae 1833.

den Magnet M in das Schiffchen, bringe ihn in der üblichen Weise in die transversale Lage (senkrecht zum magnetischen Meridian) und lese am Torsionskreis den sogenannten Torsionswinkel z ab.

Darauf werde der Magnet M' ins Schiffchen gelegt, der Magnet M in den magnetischen Meridian durch die Drehungsachse des Bifilars seitwärts in bestimmte Entfernung hingelegt, der Magnet M' durch Drehen am Torsionskreis seinerseits in die transversale Lage gebracht und der neue Torsionswinkel z_1 abgelesen.

Kehrt man hierauf den Magnet M um 180° um, so dass er jetzt mit dem Nordpol nach Süden zeigt, wenn er vorher nach Norden gewendet war, so erhält man einen dritten Torsionswinkel z_2, nachdem der Magnet M' wieder in die transversale Lage gebracht worden ist.

Aus den drei diese Gleichgewichtslagen repräsentirenden Gleichungen lassen sich alle unbekannten Grössen eliminiren, so dass ausser den durch Rechnung oder auf empirischem Wege ein- für allemal zu bestimmenden Constanten in der Schlussgleichung nur die durch die jeweilige Beobachtung gegebenen drei Torsionswinkel z, z_1 und z_2 übrig bleiben, während die Intensitätsänderungen, welche allenfalls von der einen zur andern Ablesung der letzteren erfolgt sind, ganz scharf vermittels gleichzeitiger Ablesungen an einem Variationsbifilarmagnetometer in Rechnung zu bringen resp. aus dem Resultat zu eliminiren sind. Dabei hat man nur diese Intensitätsvariationen zu berücksichtigen, weil der Magnet stets nahe senkrecht auf dem magnetischen Meridian steht und deshalb die gewöhnlichen Variationen des letzteren einen sehr geringen Einfluss haben. Es sind also in der That die erwähnten beiden Uebelstände der Gauss'schen Methode hier beseitigt.

Ein weiterer und nicht unerheblicher Vortheil der Methode besteht ferner darin, dass die beiden auf einander einwirkenden Magnete wegen der grösseren Empfindlichkeit des Bifilars zur Erzielung gleich grosser Ablenkungswinkel, wie beim Unifilar der üblichen Methode, in grössere Entfernung von einander als dort gebracht werden können, so dass die Wirkung beider Magnete auf einander mit grösserer Sicherheit zu berechnen ist.

Endlich kann der Umstand die neue Methode auch nur empfehlen, dass bei dem darnach einzurichtenden Instrument die zwei Hilfsgrössen für absolute magnetische Messungen, nämlich die Temperaturcoëfficienten und die beiden Inductionscoëfficienten, ebenfalls ohne

weiteres nach den oben angegebenen sichersten Methoden dafür gemessen werden können.

Das Torsionsmoment der Aufhängefaden ist mit genügender Genauigkeit aus den Abmessungen am Bifilar und dem bekannten Elasticitätscoëfficienten zu berechnen; dagegen wird es besser sein, das Schweremoment aus Schwingungsbeobachtungen am Bifilar abzuleiten, bei denen es in verschiedenen Entfernungen von der Drehungsachse mit Gewichten belastet war. Dieses Verfahren zur Bestimmung dieser Hauptconstanten entspricht dann ganz dem Gauss'schen Verfahren zur Ermittlung des Trägheitsmoments des Magnets bei der bisherigen Methode der Intensitätsbestimmung.

Vollständige Intensitätsmessungen nach der neuen Methode sind bisher noch nicht ausgeführt worden, sondern ich habe mich nur von der Durchführbarkeit derselben durch Vorversuche überzeugt. Instrumente zur Anstellung regelmässiger Beobachtungen nach derselben, die mindestens als eine sehr willkommene Controle der absoluten Messungen nach der bisherigen Methode werden dienen können, sind gegenwärtig in Construction begriffen.

Zum Schluss theile ich die Endformeln für die im Vorigen erwähnten neuen Methoden mit.

1. Das Torsionsmoment der beiden Aufhängefaden des Bifilars zusammen ist genau genug gegeben durch

$$\frac{2\pi\varrho^4\varepsilon \operatorname{arc} z}{5l},$$

wenn ϱ den Radins der Faden, l ihre Länge in Millimetern, ε den Elasticitätscoëfficienten ihrer Substanz — als z. B. für Stahl $18 \cdot 10^9$, für Coconseide $861 \cdot 10^6$ (Millimeter, Milligramme) — endlich z den Torsionswinkel repräsentirt.

2. Wenn man der Kürze halber

$$\frac{G d_0 d_0'}{4 l_0} = D_0 \text{ und } \frac{8\pi\varrho^4\varepsilon}{5 G d_0 d_0'} = \tau$$

setzt, wo G das an den Faden hängende Gewicht in Milligrammen, d_0 ihre untere und d_0' ihre obere Entfernung, endlich l_0 ihre Länge in Millimetern je bei 0° darstellen, so erhält man statt der bisherigen Gleichung für die transversale Lage des Magnets bei 0°:

$$D_0 \sin z = H M_0$$

und statt der bisherigen Relationen zwischen dem sogenannten Torsionswinkel z und den Schwingungsdauern des Magnets T_1 bei normaler, T_2 bei verkehrter und T_3 bei transversaler Lage, nämlich:

$$\sin z = \frac{T_2^2 - T_1^2}{T_2^2 + T_1^2} \quad \text{und} \quad T_3^2 = T_2 \cdot T_1$$

mit Berücksichtigung der Torsion der Aufhängefaden und der Induction des Erdmagnetismus folgende genauere Ausdrücke:

$$D_0 \left(1 + \tau \, \frac{\operatorname{arc} z}{\sin z}\right) \sin z = H M_0$$

$$\sin z = \frac{(T_2^2 - T_1^2)\left[1 + \tau\left(1 - \frac{\operatorname{arc} z}{\sin z}\right)\right]}{T_2^2 + T_1^2 - H(\nu'' T_2^2 - \nu' T_1^2)}$$

$$T_3^2 = T_2 \cdot T_1 \left\{1 + \frac{H}{2}(\nu' + \nu'') \frac{\operatorname{tg} z}{\cos z}\left[\frac{H}{2}(\nu' - \nu'') - \tau\left(1 - \frac{\operatorname{arc} z}{\sin z}\right)\right] \operatorname{tg}^2 z\right\}.$$

wo H die horizontale Componente des Erdmagnetismus,
M_0 das magnetische Moment des Magnets bei 0°,
ν' den Inductionscoëfficienten des Magnets bei Verstärkung und
ν'' denjenigen bei Schwächung seines Magnetismus durch Induction

darstellen und die unmittelbar beobachteten Schwingungsdauern bereits auf unendlich kleine Amplituden und eine Bewegung ohne Hindernisse (Dämpfung) reducirt gedacht sind.

3. Aus der directen Messung des Torsionswinkels z am Torsionskreise und der Beobachtung der drei genannten Schwingungsdauern bei normaler, verkehrter und transversaler Lage des Magnets berechnen sich die obigen Inductionscoëfficienten nach den Formeln:

$$\nu' = \frac{1}{H}\left\{\left[1 + \tau\left(1 - \frac{\operatorname{arc} z}{\sin z}\right) - h_1 + (2e + \mu')(t_1 - t) + \mu'\,(t_1^2 - t^2)\right]\frac{T_3^2}{T_1^2 \cdot \operatorname{tg} z} - \right.$$

$$\left. - 1 - \left[1 + \tau\left(1 - \frac{\operatorname{arc} z}{\sin z}\right) - h_1 + (\beta + \mu')(t_1 - t) + \mu''\,(t_1^2 - t^2)\right]\frac{1}{\sin z}\right\}$$

$$\nu'' = \frac{1}{H}\left\{\left[1 + \tau\left(1 - \frac{\operatorname{arc} z}{\sin z}\right) - h_2 + (2e + \mu')(t_2 - t) + \mu''\,(t_2^2 - t^2)\right]\frac{T_3^2}{T_2^2 \operatorname{tg} z} + \right.$$

$$\left. + 1 - \left[1 + \tau\left(1 - \frac{\operatorname{arc} z}{\sin z}\right) - h_2 + (\beta + \mu')(t_2 - t) + \mu''\,(t_2^2 - t^2)\right]\right\},$$

wo

$$h_1 = \frac{H_1 - H}{H}, \quad h_2 = \frac{H_2 - H}{H}$$

und H, H_1 und H_2 die Horizontalintensitäten, wie t, t_1 und t_2 die Temperaturen zu den Zeiten resp. der Einstellung des Magnets in die transversale Stellung — Messung des Torsionswinkels z — und der Schwingungsdauerbeobachtung in dieser Lage des Magnets, sowie der Schwingungsdauerbeobachtung in der normalen Lage (Index 1) und in der verkehrten Lage (Index 2) des Magnets darstellen. Ferner repräsentirt:

μ' den Temperaturcoëfficienten des Magnets für das lineare und
μ'' denjenigen für das quadratische Glied der Temperatur,
e den Ausdehnungscoëfficienten des Stahls (Magnets), der für die Reduction des Trägheitsmoments auf dieselbe Temperatur in Betracht kommt,
δ den Ausdehnungscoëfficienten des unteren,
δ' den Ausdehnungscoëfficienten des oberen Verbindungsstückes der Faden,
λ den Ausdehnungscoëfficienten der Substanz der Faden selbst,

und in der Formel ist abkürzend gesetzt worden

$$\delta + \delta' - \lambda = \beta.$$

4. Es seien z_1, z_2 und z_3 die in der Transversalstellung des Magnets am Bifilar bei den Temperaturen t_1, t_2 und t_3 beobachteten Torsionswinkel und H_1, H_2 und H_3 die zu diesen Zeiten stattfindenden Horizontalintensitäten; so findet man daraus die Temperaturcoëfficienten und die Ausdehnungscoëfficienten $\delta + \delta' - \lambda = \beta$ nach den Formeln:

$$\mu' + \beta = \frac{1}{t_3 - t_1}\left(\frac{t_3 + t_2}{t_1 - t_2} \cdot \frac{\sin(z_2 - z_1')}{\operatorname{tg}\frac{z_2 + z_1'}{2}} - \frac{t_2 + t_1}{t_2 - t_3} \cdot \frac{(\sin z_3' - z_2)}{\operatorname{tg}\frac{z_3' + z_2}{2}}\right)$$

$$\mu'' = \frac{1}{t_3 - t_1}\left(\frac{\sin(z_3' - z_2)}{(t_2 - t_3)\operatorname{tg}\frac{z_3' + z_2}{2}} - \frac{\sin(z_2 - z_1')}{(t_1 - t_2)\operatorname{tg}\frac{z_2 + z_1'}{2}}\right),$$

wo z_1' und z_3' gegeben sind durch die Ausdrücke:

$$\sin z_1' = \left(2 - \frac{H_1}{H_2}\right) \cdot \sin z_1$$

$$\sin z_3' = \left(2 - \frac{H_3}{H_2}\right) \cdot \sin z_3.$$

Es bedarf kaum der Erwähnung, dass die Grösse β für sich genau genug mit den für die betreffenden Stoffe geltenden bekannten Ausdehnungscoëfficienten berechnet werden kann.

Wie oben, so sind auch hier die Horizontalintensitäten H_1, H_2 etc. den gleichzeitigen Ablesungen oder Registrirungen eines Variationsinstrumentes zu entnehmen.

5. Bei der oben mitgetheilten neuen Methode der Bestimmung der Horizontalintensität mittels des Bifilars berechnet man die letztere aus den drei beobachteten Torsionswinkeln z, z_1 und z_2, wobei jeweilen die Temperaturen t, t_1 und t_2 sowie die Intensitäten H, H_1 und H_2 stattgefunden haben mögen, nach der Formel:

$$H^2 = \frac{2 \cdot D_0 \sin z}{E_0^3} \cdot \frac{a \cdot \sin z_1 + b \cdot \sin z_2}{c \cdot \sin z_1 - d \cdot \sin z_2}\left(1 + \beta t + \iota \frac{\operatorname{arc} z}{\sin z} + \frac{x}{E_0^2}\right),$$

wo D_0, β etc. die frühere Bedeutung haben, ferner E_0 die Entfernung der Mittelpunkte beider Magnete und x eine in der bekannten Weise durch Variirung dieser Entfernung bei einigen Fundamentalversuchen ein- für allemal empirisch zu bestimmende Constante darstellen. Ferner ist

$$1\,a = -\mu'(t_2 - t) - \mu''(t_2^2 - t^2) - 3\,m t_2 + (\beta + \mu_1')(t_1 - t_2) + $$
$$+ \mu_1''(t_1^2 - t_2^2) - \nu'' H - \iota_1 \frac{\operatorname{arc} z_1}{\sin z_1}$$

$$b = 1 - \mu'(t_1 - t) - \mu''(t_1^2 - t^2) - 3\,m t_1 + \nu' H - \iota_1 \frac{\operatorname{arc} z_2}{\sin z_2}$$

$$c = 1 + (\beta + \mu_1')(t_1 - t_2) + \mu_1''(t_1^2 - t_2^2) + h_2 + \iota_1 \frac{\operatorname{arc} z_1}{\sin z_1}$$

$$d = 1 + h_1 + \iota_1 \frac{\operatorname{arc} z_2}{\sin z_2},$$

und hier repräsentiren μ_1' und μ_1'' dieselben Coëfficienten wie oben μ' und μ'', nur bezogen auf den Hilfsmagnet M', ebenso ι_1 dieselbe Grösse wie ι, mit der einzigen Modification, welche das etwas andere Gewicht des Magnets M' im Schweremoment hervorbringt, endlich m den linearen Ausdehnungscoëfficienten der Schiene, auf welche der ablenkende Magnet gelegt wird. h_1 und h_2 werden nach den früheren Ausdrücken aus H, H_1 und H_2 berechnet, und für H in den Ausdrücken a und b genügt es, wegen der Kleinheit der Coëfficienten ν' und ν'', einen angenäherten Werth der Horizontalintensität zu setzen.

Berücksichtigt man, dass diese Formeln bereits alle Reductionsglieder enthalten, so wird man sie nicht complicirter finden als die für die bisherige Messungsmethode geltenden.

Theorie der absorbirenden anisotropen Mittel.

Von

E. Ketteler.

(Aus den Monatsberichten der kgl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Durch gegenwärtige Arbeit glaube ich meinen mehrjährigen Untersuchungen über die Refraction und Absorption des Lichtes auf Grundlage der Annahme des Zusammenschwingens der Aether- und Korpertheilchen[1]) einen gewissen Abschluss zu geben. Ich behandle darin die Theorie der absorbirenden Krystalle. Die Aufgabe, die ich mir gestellt habe und auch wirklich theoretisch gelöst zu haben glaube, dürfte sich etwa folgendermassen aussprechen lassen. Gegeben seien zwei aus irgend welchen trichroitischen und zugleich mit Dispersion der Achsen begabten Krystallen beliebig hergestellte Prismen, und beide seien mit einander zu einer beliebig orientirten Combination verbunden. Es sollen alsdann sämmtliche einem beliebigen Einfallswinkel entsprechende äussere und innere Wellen construirt, die zugehörigen Refractions- und Extinctionscoëfficienten für alle Farben bestimmt und endlich die Amplituden und Phasen aller dieser Wellen berechnet werden. Leider vermag der gegenwärtige Stand der Erfahrung wohl über keine der hier in Betracht kommenden Fragen eine unzweideutige Antwort zu geben; ich bescheide mich indess gern, wenn spätere Versuche den Resultaten dieser Abhandlung (so weit sie namentlich die Dispersion betreffen) wenigstens den Gültigkeitsgrad des Mariotte'schen Gesetzes zuerkennen sollten.

Die specielleren der Untersuchung zu Grunde liegenden Voraussetzungen sind folgende zwei:

---

1) Vgl. die Zusammenstellung am Schluss S. 371.

1. Der intermolekulare Krystalläther unterscheidet sich weder nach Elasticität noch nach Dichtigkeit noch überhaupt nach Anordnung der Theilchen vom Weltäther. Er ist daher insbesondere gleichfalls incompressibel.

2. Mögen die Bahnen der Aether- und Körpertheilchen geradlinig (was stets bei senkrechter Incidenz der Fall ist) oder elliptisch sein, stets schwingen dieselben einander parallel.

Diese zweite Annahme, die wohl die natürlichere und mit der Incompressibilität des Aethers einzig verträgliche ist, habe ich nicht immer gemacht, und es unterscheiden sich überhaupt Resultate und Behandlung dieser Arbeit in nicht unwesentlichen Punkten von denen eines früheren Versuches[1]). Bei etwaigem Vergleiche dürfte dem Leser nicht entgehen, dass der Verfasser, wenn auch bisher allein stehend und langsam, doch nach und nach eine vollkommene Klärung und Sicherheit erzielt hat.

Gehen wir aus von den regelmässigeren Krystallen, die drei auf einander senkrechte Symmetrieachsen haben.

Was zunächst die Schwingungen parallel den Achsenrichtungen betrifft, so verhält sich für dieselben der Krystall wie ein isotropes Mittel, und gelten daher ohne weiteres die für letzteres aufgestellten[2]) Bewegungsgleichungen, die wir der X, Y, Z-Richtung entsprechend schreiben:

$$\left.\begin{aligned}
& m\frac{d^2\xi}{dt^2}\delta x + \Sigma m'\frac{d^2\xi'}{dt^2}\delta x' = \mathfrak{e}\,\mathcal{A}^2_{yz}\,\xi\,\delta x \\
& \quad m\frac{d^2\xi}{dt^2}\delta\mathfrak{x} + m'\frac{d^2\xi'}{dt^2}\delta\mathfrak{x}' = -\left(\varkappa_x\xi' + \gamma\,\frac{d\xi'}{dt}\right)\delta\mathfrak{x}' \\
& \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& m\frac{d^2\eta}{dt^2}\delta y + \Sigma m'\frac{d^2\eta'}{dt^2}\delta y' = \mathfrak{e}\,\mathcal{A}^2_{xz}\,\eta\,\delta y \\
& \quad m\frac{d^2\eta}{dt^2}\delta\mathfrak{y} + m'\frac{d^2\eta'}{dt^2}\delta\mathfrak{y}' = -\left(\varkappa_y\eta' + \gamma_y\frac{d\eta'}{dt}\right)\delta\mathfrak{y}' \\
& \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& m\frac{d^2\zeta}{dt^2}\delta z + \Sigma m'\frac{d^2\zeta'}{dt^2}\delta z' = \mathfrak{e}\,\mathcal{A}^2_{xy}\,\zeta\,\delta z \\
& \quad m\frac{d^2\zeta}{dt^2}\delta\mathfrak{z} + m'\frac{d^2\zeta'}{dt^2}\delta\mathfrak{z}' = -\left(\varkappa_z\zeta' + \gamma_z\frac{d\zeta'}{dt}\right)\delta\mathfrak{z}'. \\
& \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right\} \quad (\mathrm{I}$$

1) Pogg. Ann. Erg.-Bd. 8 S. 444.

2) Repertorium lauf. Bd. S. 221. Wied. Ann. Bd. 7 S. 658.

Darin bedeuten wie früher ξ, η, ζ die Ausschläge der Aethertheilchen, ξ', η', ζ' die der Körpertheilchen, t die laufende Zeit. Es ist m die in der Volumeinheit enthaltene Aethermasse, m' die darin vorkommende optisch gleichartige Körpermasse, und zwar bezieht sich das Summenzeichen in den oberen Gleichungen der drei Gruppen auf die einzelnen heterogenen Molekularqualitäten, so dass die Zahl der je folgenden Gleichungen jeder Gruppe der Anzahl dieser Summanden gleich ist. Ferner bedeutet e die Deformationsconstante des Weltäthers und ist zur Abkürzung gesetzt z. B.

$$\Delta^2_{yz} = \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}.$$

Die $\varkappa$ sind den Quadraten der reciproken Schwingungsdauern der Eigenschwingungen der Körpertheilchen proportional, und die γ bedingen die Stärke der Absorption. Endlich bedeuten die einfachen und gestrichelten δx, δy, δz und $\delta \mathfrak{x}$, $\delta \mathfrak{y}$, $\delta \mathfrak{z}$ kleine Verschiebungen, deren Producte in die zugehörige Kraft ich kurzweg die Beschleunigungs-, resp. Spannungsarbeiten nenne.

Bezeichnet man weiter die drei Hauptrefractionscoëfficienten (so nenne ich diejenigen, die sich bei senkrechter Incidenz den Achsenrichtungen zuordnen) mit a_x, a_y, a_z, die drei Hauptextinctionscoëfficienten mit b_x, b_y, b_z, so lassen sich die bezüglichen Integralausdrücke auf die gemeinsame Form bringen:

$$\left.\begin{aligned} \varrho &= \mathfrak{A}\, e^{\frac{2\pi}{\lambda} bE} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{aE}{\lambda}\right)\right] \\ \varrho' &= \mathfrak{A}' e^{\frac{2\pi}{\lambda} bE} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{aE}{\lambda}\right) - \Delta\right]. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(II}$$

In ihnen bedeuten $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}'$ die Amplituden, e und π die bekannten mit diesen Zeichen belegten Zahlen, T die Schwingungsdauer, λ die Wellenlänge im Weltraum, Δ den Phasenunterschied zwischen Aether- und Körpertheilchen und E die Fortpflanzungsrichtung, so dass, wenn die Cosinus ihrer Winkel mit den Achsen durch u, v, w bezeichnet werden, E die Form hat:

$$E = ux + vy + wz$$

und insbesondere z. B. für die erste Gruppe wegen $u = 0$:

$$E_{yz} = vy + wz.$$

Setzt man vorstehende Ausdrücke in die Differentialgleichungen ein, eliminirt daraus die laufende Zeit, indem man sowohl den Ge-

sammtfactor von $\cos 2\pi \frac{t}{T}$ als den von $\sin 2\pi \frac{t}{T}$ gleich Null setzt, und entfernt zugleich die Deformationsconstante $\mathfrak{e}$ mittels der auch für den intermolekularen Aether gültig bleibenden Relation $\mathfrak{e} = m\frac{\lambda^2}{T^2} = m V^2$, so zerfällt z. B. die erste Gleichung der ersten Gruppe in die beiden einzelnen:

$$\left.\begin{aligned} a_x^2 - b_x^2 - 1 &= \frac{\Sigma m' \mathfrak{A}'_x \cos \varDelta_x \,\delta x'}{m \mathfrak{A}_x \,\delta x} \\ 2 a_x b_x &= \frac{\Sigma m' \mathfrak{A}'_x \sin \varDelta_x \,\delta x'}{m \mathfrak{A}_x \,\delta x}, \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Beziehungen, die sich bei Einführung des complexen Brechungsverhältnisses

$$n = a + b\sqrt{-1} \tag{2}$$

in die kürzere Form zusammenziehen:

$$n_x^2 - 1 = \frac{\Sigma m' \mathfrak{A}'_x (\cos \varDelta_x + \sqrt{-1} \sin \varDelta_x)\,\delta x'}{m \mathfrak{A}_x \,\delta x}. \tag{2b}$$

Dazu liefern dann die folgenden Gleichungen derselben Gruppe:

$$\left.\begin{aligned} \frac{m' \mathfrak{A}'_x \cos \varDelta_x \,\delta \mathfrak{x}'}{m \mathfrak{A}_x \,\delta \mathfrak{x}} &= \frac{\lambda_x^2 (\lambda^2 - \lambda_x^2)}{(\lambda^2 - \lambda_x^2)^2 + g_x^2 \lambda^2} \\ \frac{m' \mathfrak{A}'_x \sin \varDelta_x \,\delta \mathfrak{x}'}{m \mathfrak{A}_x \,\delta \mathfrak{x}} &= \frac{\lambda_x^2 g_x \lambda}{(\lambda^2 - \lambda_x^2)^2 + g_x^2 \lambda^2} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

oder zusammengefasst:

$$\frac{m' \mathfrak{A}'_x (\cos \varDelta_x + \sqrt{-1} \sin \varDelta_x)\,\delta \mathfrak{x}'}{m \mathfrak{A}_x \,\delta \mathfrak{x}} = \frac{\lambda_x^2}{\lambda^2 - \lambda_x^2 - \sqrt{-1}\, g_x \lambda}, \tag{3b}$$

sofern nämlich abkürzungsweise gesetzt wird:

$$\frac{4\pi^2 m'}{\varkappa_x} = \frac{\lambda_x^2}{V'^2} = T_x^2, \quad \frac{2\pi \gamma_x}{\varkappa_x} = \frac{g_x}{V}.$$

Denkt man sich nun die Amplituden $\mathfrak{A}_x$, $\mathfrak{A}'_x$ als äusserlich gegebene, also von der Farbe unabhängige Grössen, so werden sowohl die Quotienten $\frac{\delta x'}{\delta x}, \frac{\delta \mathfrak{x}'}{\delta \mathfrak{x}}$ als der Phasenunterschied $\varDelta_x$ Functionen der Wellenlänge λ. Man erhält in der That gemäss Gleichung (3) für jede einzelne Molekularqualität:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} \varDelta_x &= \frac{g_x \lambda}{\lambda^2 - \lambda_x^2} \\ \frac{m' \mathfrak{A}'_x \, \delta \mathfrak{x}'}{m \, \mathfrak{A}_x \, \delta \mathfrak{x}} &= \frac{\lambda_x^2}{\sqrt{(\lambda^2 - \lambda_x^2)^2 + g_x^2 \lambda^2}} \end{aligned}\right\} \quad (4$$

und ersieht so, dass der Phasenunterschied $\varDelta$ vom Werthe $\varDelta = 0$ für $\lambda = \infty$ zu $\varDelta = \frac{\pi}{2}$ für $\lambda = \lambda_x$ und zu $\varDelta = \pi$ für $\lambda = 0$ ansteigt, dass ferner die Körpertheilchen bei unendlich langen Wellen in Ruhe bleiben und am kräftigsten für die Eigenfarbe $\lambda = \lambda_x$ in Mitschwingungen gerathen[1]).

Dahingegen ist der Zusammenhang zwischen a, b einerseits und $\frac{\delta x'}{\delta x}$, $\varDelta$ andererseits in den Gleichungen (1) nur für den speciellen Fall ein unmittelbarer, wenn das Mittel ein einfaches ist mit einzigem Absorptionsstreifen. Für ein solches hat man:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} \varDelta_x &= \frac{2 a_x b_x}{a_x^2 - b_x^2 - 1} \\ \frac{m' \mathfrak{A}'_x \, \delta x'}{m \, \mathfrak{A}_x \, \delta x} &= \sqrt{(a_x^2 - b_x^2 - 1)^2 + 4 a_x^2 b_x^2} \end{aligned}\right\} \quad (5$$

Wenn gleich also $\frac{\delta x'}{\delta x}$, $\frac{\delta \mathfrak{x}'}{\delta \mathfrak{x}}$ von Farbe zu Farbe variiren, so wird nichtsdestoweniger der Quotient derselben:

$$\frac{\delta x'}{\delta x} : \frac{\delta \mathfrak{x}'}{\delta \mathfrak{x}} = D_x \quad (6$$

von ihr unabhängig sein; er wird eben geradezu für die Stärke der Wechselwirkung, wie sie zwischen den Aether- und Körpertheilchen des Mittels besteht, das Maass abgeben. Sofern diese Dispersionsconstante D sich als von der Orientirung abhängig herausstellt, so wird man sich dieselbe etwa genähert der linearen Dichte der Körpertheilchen proportional denken, entsprechend ihrem Verhalten in den isotropen Mitteln, in welchen sie sich thatsächlich mit dem Molekularabstand verändert.

Durch Combination der beiden Ausdrücke (2b) und (3b) erhält man endlich für die sogenannte brechende Kraft die Form:

---

1) Auf letzteres Verhalten gründet bekanntlich Lommel seine Theorie der Fluorescenz.

$$\left.\begin{aligned} n_x^2 - 1 &= \sum \frac{D_x \lambda_x^2}{\lambda^2 - \lambda_x^2 - \sqrt{-1}\, g_x \lambda} \\ n_y^2 - 1 &= \sum \frac{D_y \lambda_y^2}{\lambda^2 - \lambda_y^2 - \sqrt{-1}\, g_y \lambda} \\ n_z^2 - 1 &= \sum \frac{D_z \lambda_z^2}{\lambda^2 - \lambda_z^2 - \sqrt{-1}\, g_z \lambda}, \end{aligned}\right\} \qquad (7$$

sofern die den beiden anderen Achsen entsprechenden analogen Ausdrücke hinzugefügt werden.

Noch muss ich hervorheben, dass, wenn die erwähnten Schwingungen anders in den Krystall eintreten als durch normale Brechung ihrer zugehörigen Wellen, an die Stelle z. B. von a_x und b_x ein variabler Refractionscoëfficient ν_x und variabler Extinctionscoëfficient q_x tritt, welche beide mit a_x, b_x und dem Brechungswinkel r durch gewisse, später (S. 351) abzuleitende Relationen verbunden sind.

Charakteristisch also für absorbirende Mittel sind nicht die mit der Incidenz veränderliche Geschwindigkeit ihrer Wellen und Stärke ihrer Absorption, sondern einzig die beiden festbleibenden Arbeitsverhältnisse $\dfrac{m'\mathfrak{A}'_x \cos \Delta_x\, \delta x'}{m \mathfrak{A}_x\, \delta x} \ldots ; \dfrac{m'\mathfrak{A}'_x \sin \Delta_x\, \delta x'}{m \mathfrak{A}_x\, \delta x} \ldots .$

Nachdem so die Bestimmungsstücke der axialen Richtungen vollzählig gewonnen sind, wenden wir uns zu denen der intermediären Richtungen. Einer jeden derselben ordnet sich bekanntlich eine Welle zu, an welcher man Strahl und Wellennormale zu unterscheiden hat. Da nun die Zwischenräume zwischen den ponderablen Theilchen durch den wellenbildenden Aether ausgefüllt werden, so wird dessen Elasticität die extremen Schwingungsverhältnisse der axialen Richtungen durch continuirliche Zwischenglieder in einander überführen. Und da zudem eine jede nach beliebiger Richtung ausgeführte Arbeit sich in Componenten parallel den Achsen zerlegen lässt, so genügt es, die drei früheren Arbeitsgleichungen des Aethers durch passende Zusatzglieder derart zu erweitern, dass sie sich auch auf intermediäre Schwingungsrichtungen anwenden. Bei diesem Verfahren brauchen dann die Arbeitsgleichungen der Körperkräfte nur so weit berücksichtigt zu werden, als sich etwa aus den vermittelnden Beziehungen neue Bedingungen ergeben für die wechselseitige Abhängigkeit der in jenen vorkommenden Constanten D_x, D_y, D_z; λ_x, λ_y, λ_z; g_x, g_y, g_z.

Der nun einzuschlagende einzig mögliche Weg wird an die Definition des Strahlbegriffes, nicht also des Normalbegriffes anknüpfen. Ich denke mir dabei den Coordinatenanfangspunkt als Ausgangsort der Wellen im Innern des Krystalles und lasse folglich Extinctionsrichtung und Propagationsrichtung zusammenfallen.

Wir betrachten zunächst einen rein ideellen Vorgang und lassen es bei der Erörterung desselben ganz dahingestellt, ob Longitudinalschwingungen der Körpertheilchen neben transversalen Aetherschwingungen möglich seien oder nicht. Man fixire irgend welche Reihe von Körpertheilchen als Richtung eines Strahles und lege durch dieselbe diejenige Ebene, in welcher bei der natürlichen Ausbreitung des Lichtes die entsprechenden linearen Schwingungen liegen. Parallel dieser Ebene nun versetze man die Aethertheilchen senkrecht zur Strahlrichtung in (virtuelle) transversale Schwingungen, ohne sich direct um die mitentstehende Bewegung der Körpertheilchen zu kümmern. Es könnte das in der Art geschehen, dass man die Aethertheilchen mittels einer äusseren Kraft erfasst, oder auch dadurch, dass man zwischen ihnen derartige Verbindungen hergestellt denkt, die eben nur Schwingungen senkrecht zur Strahlrichtung zulassen. Jedenfalls wird dann zwischen den Beschleunigungsarbeiten der Aethertheilchen und der von diesen in Mitschwingungen versetzten Körpertheilchen einerseits und der Spannkraftsarbeit des Aethers andererseits die Beziehung bestehen:

$$\left(m\frac{d^2\xi}{dt^2}\delta x + \Sigma m'\frac{d^2\xi''}{dt^2}dx''\right) + \left(m\frac{d^2\eta}{dt^2}\delta y + \Sigma m'\frac{d^2\eta''}{dt^2}\delta y''\right) + \cdots =$$
$$= \mathfrak{e}(\Delta_2\xi\delta x + \Delta_2\eta\delta y + \Delta_2\zeta\delta z). \qquad \text{(III}$$

Darin bedeuten ξ, η, ζ; δx, δy, δz die rechtwinkligen Projectionen des Ausschlages ϱ, resp. des Wegelementes δs der Aethertheilchen senkrecht zum Strahle; dieselben sind also den axialen Amplituden $\mathfrak{A}_x$, $\mathfrak{A}_y$, $\mathfrak{A}_z$ als den Projectionen von $\mathfrak{A}$ parallel. Dagegen sind ξ'', η'', ζ''; $\delta x''$, $\delta y''$, $\delta z''$ die Schwingungscomponenten resp. axialen Wegelemente der Körpertheilchen, die sich für die axialen Richtungen den bezüglichen Aetherverschiebungen in fester und unabänderlicher Weise zuordnen. Zur Abkürzung steht endlich:

$$\Delta_2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}.$$

Da nämlich die Elasticität des Aethers nicht unmittelbar, sondern nur mittelbar auf die Körpertheilchen einwirkt, sofern ein Theil der gesammten Beschleunigungsarbeit auf dieselben übergeht, so ist klar, dass z. B. die Zerfällung der Gesammtleistung parallel der X-Achse in die Mengen $m\frac{d^2\xi}{dt^2}\delta x$ und $\Sigma m'\frac{d^2\xi''}{dt^2}\delta x''$ nach ganz denselben Gesetzen vor sich geht, als wenn die elastische Anregung $\mathfrak{e}\Delta_2\xi$ für sich allein bestände. Die resultirende Bewegung der Körpertheilchen mag dabei eine elliptische oder, wenn lineare, so doch schief liegende Bahn bewirken.

Natürlich leistet der Aether eine gleiche Arbeit wie vorhin, wenn man bei gleicher Bewegung der Aethertheilchen mit ihnen auch zugleich die Körpertheilchen zu transversalen Bahnen zwingt. In diesem Falle hätte man:

$$m\left(\frac{d^2\xi}{dt^2}\delta x+\frac{d^2\eta}{dt^2}\delta y+\frac{d^2\zeta}{dt^2}\delta z\right)+\Sigma m'\left(\frac{d^2\xi'}{dt^2}\delta x'+\frac{d^2\eta'}{dt^2}dy'+\frac{d^2\zeta'}{dt^2}\delta z'\right)=$$
$$=\mathfrak{e}(\Delta_2\xi\delta x+\Delta_2\eta\delta y+\Delta_2\zeta\delta z), \qquad \text{(IV}$$

unter $\xi', \eta', \zeta'; \delta x', \delta y', \delta z'$ die Componenten der transversal liegenden Grössen $\varrho', \delta s'$ verstanden. Man wird daher im Allgemeinen zwar nicht Gleichung (III), wohl aber Gleichung (IV) auf die einfachere Form bringen können:

$$m\frac{d^2\varrho}{dt^2}\delta s+\Sigma m'\frac{d^2\varrho'}{dt^2}\delta s'=\mathfrak{e}\,\Delta_2\varrho\delta s. \qquad \text{(IVb}$$

Vergleicht man jetzt Gleichung (III) und (IV), so erhält man die Identitätsbedingung:

$$\Sigma m'\left(\frac{d^2\xi''}{dt^2}\delta x''+\frac{d^2\eta''}{dt^2}\delta y''+\frac{d^2\zeta''}{ut^2}\delta z''\right)=$$
$$=\Sigma m'\left(\frac{d^2\xi'}{dt^2}dx'+\frac{d^2\eta'}{dt^2}\delta y'+\frac{d^2\zeta'}{dt^2}\delta z'\right)=\Sigma m'\frac{d^2\varrho'}{dt^2}\delta s'. \qquad \text{(V}$$

Um dieselbe zu integriren, setzen wir:

$$\left.\begin{array}{l}\xi''=\mathfrak{A}''_x e^{\frac{2\pi}{\lambda}bE}\cos(\varphi-\Delta_x), \quad \eta''=\mathfrak{A}''_y e^{\frac{2\pi}{\lambda}bE}\cos(\varphi-\Delta_y)\cdots\\ \xi'=\mathfrak{A}'_x e^{\frac{2\pi}{\lambda}bE}\cos(\varphi-\Delta), \quad \eta'=\mathfrak{A}'_y e^{\frac{2\pi}{\lambda}bE}\cos(\varphi-\Delta)\cdots\\ \varphi=2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{aE}{\lambda}\right).\end{array}\right\} \qquad (8$$

Führen wir diese Ausdrücke ein, so geht die Differentialgleichung über in:

$$\Sigma m'\mathfrak{A}_x'' \cos(\varphi - \Delta_x)\,\delta x'' + \Sigma m'\mathfrak{A}_y'' \cos(\varphi - \Delta_y)\,\delta y'' + \\ + \Sigma m'\mathfrak{A}_z'' \cos(\varphi - \Delta_z)\,\delta z'' = \Sigma m'\mathfrak{A}' \cos(\varphi - \Delta)\,\delta s'.$$

Sie zerfällt ferner durch Eliminirung der variablen Phase φ in die beiden Einzelgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \Sigma m'\mathfrak{A}_x'' \cos\Delta_x\,\delta x'' + \Sigma m'\mathfrak{A}_y'' \cos\Delta_y\,\delta y'' + \Sigma m'\mathfrak{A}_z'' \cos\Delta_z\,\delta z'' &= \\ = \Sigma m'\mathfrak{A}' \cos\Delta\,\delta s', \\ \Sigma m'\mathfrak{A}_x'' \sin\Delta_x\,\delta x'' + \Sigma m'\mathfrak{A}_y'' \sin\Delta_y\,\delta y'' + \Sigma m'\mathfrak{A}_z'' \sin\Delta_z\,\delta z'' &= \\ = \Sigma m'\mathfrak{A}' \sin\Delta\,\delta s'. \end{aligned}\right\} \quad (9$$

Dividiren wir eine jede derselben durch $\mathfrak{A}\,\delta s$, nennen die Cosinus der drei Winkel zwischen Aetherschwingung und Aehsen U, V, W und beachten, dass wegen des Parallelismus von ϱ und δs sich schreiben lässt:

$$\frac{1}{\mathfrak{A}\,\delta s} = \frac{U^2}{\mathfrak{A}_x\,\delta x} = \frac{V^2}{\mathfrak{A}_y\,\delta y} = \frac{W^2}{\mathfrak{A}_z\,\delta z},$$

so erhält z. B. die erstere Gleichung die Form:

$$\frac{\Sigma m'\mathfrak{A}' \cos\Delta\,\delta s'}{m\,\mathfrak{A}\,\delta s} = \frac{\Sigma m'\mathfrak{A}_x'' \cos\Delta_x\,\delta x''}{m\,\mathfrak{A}_x\,\delta x}\,U^2 + \frac{\Sigma m'\mathfrak{A}_y'' \cos\Delta_y\,\delta y''}{m\,\mathfrak{A}_y\,\delta y}\,V^2 + \ldots$$

Und da offenbar die rechts stehenden Quotienten identisch sind mit denen der S. 338, so gewinnen wir die beiden einfacheren Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} a^2 - b^2 - 1 &= (a_x^2 - b_x^2 - 1)\,U^2 + (a_y^2 - b_y^2 - 1)\,V^2 + (a_z^2 - b_z^2 - 1)\,W^2 \\ 2ab &= 2a_x b_x U^2 + 2a_y b_y V^2 + 2a_z b_z W^2. \end{aligned}\right\} \quad (10$$

Sie ziehen sich in die symbolische Form zusammen:

$$n^2 - 1 = (n_x^2 - 1)\,U^2 + (n_y^2 - 1)\,V^2 + (n_z^2 - 1)\,W^2. \quad (10b$$

Doch kehren wir zu den ursprünglichen Gleichungen (9) zurück. Wäre das vorausgesetzte Mittel ein einfaches, nur aus einer einzigen Molekularqualität bestehendes, so würde die Coëxistenz beider an die Bedingungen geknüpft sein:

$$\left.\begin{aligned} \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = \Delta \\ m'\mathfrak{A}_x''\,\delta x'' + m'\mathfrak{A}_y''\,\delta y'' + m'\mathfrak{A}_z''\,\delta z'' = m'\mathfrak{A}'\delta s'. \end{aligned}\right\} \quad (11$$

Diese nämlichen Bedingungen müssen aber auch für zusammengesetzte Mittel gültig bleiben. Aus der ersteren ergibt sich, dass sich die anisotropen Mittel bezüglich des Phasenunterschiedes zwischen Aether- und Körpertheilchen gerade

verhalten wie isotrope Mittel. Und was die zweite betrifft, die für jede einzelne Molekularqualität erfüllt ist, so lässt sich dieselbe noch mittels der ersteren umformen.

Ist in der That Δ für alle Richtungen constant, so dass sich die Ausschläge ξ'' und ξ', η'' und η' . . . nur mehr durch die Amplitude unterscheiden, so lässt sich die frühere Dreizahl der charakteristischen Elemente der axialen Richtung jetzt dadurch auf eine einzige reduciren, dass man setzt:

$$\xi''\delta x'' = \xi'\delta x_0', \quad \eta''\delta y'' = \eta'\delta y_0', \quad \zeta''\delta z'' = \zeta'\delta z_0'. \qquad (12$$

Mit Rücksicht hierauf wird dann:

$$\mathfrak{A}_x'\delta x_0 + \mathfrak{A}_y'\delta y_0 + \mathfrak{A}_z'\delta z_0' = \mathfrak{A}'\delta s'$$

oder kürzer:

$$\delta x_0' U + \delta y_0' V + \delta z_0' W = \delta s'.$$

Es ist also die virtuelle transversale Verrückung $\delta s'$ der einzelnen Körpertheilchen gleich der Summe der auf ihre Richtung geführten Projectionen der charakteristischen axialen Verrückungen.

An die Beziehungen (10) und (11) knüpfen sich praktisch wichtige Folgerungen. Wegen der Unabhängigkeit des Phasenunterschiedes von der Orientirung hat man zufolge Gleichung (4) die dreifache Gleichung:

$$\frac{g_x}{\lambda^2 - \lambda_x^2} = \frac{g_y}{\lambda^2 - \lambda_y^2} = \frac{g_z}{\lambda^2 - \lambda_z^2}, \qquad (13$$

so dass also die Schwingungsdauern der Eigenschwingungen der Körpertheilchen für alle Richtungen gleich sind und dass dieselben überall hin mit gleicher Stärke gedämpft werden. Lassen wir also im Folgenden g unaccentuirt und ersetzen $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z$ durch λ_m, um anzudeuten, dass diese Wellenlängen sich den ungefähren Mittellinien der einzelnen Absorptionsstreifen zuordnen, so kommt in Rücksicht auf Gleichung (10b):

$$\left.\begin{aligned} n^2 - 1 &= \sum \frac{D\lambda_m^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2 - \sqrt{-1}\, g\lambda} \\ D &= D_x U^2 + D_y V^2 + D_z W^2, \end{aligned}\right\} \qquad (\mathrm{VI}$$

welche Ausdrücke mit denen der isotropen Mittel zusammenfallen, sobald $D_x = D_y = D_z$ wird.

Ob in der That die Mittellinien der Absorptionsstreifen der Krystalle für alle Richtungen gleich liegen, darauf vermag die Spectralanalyse wohl leider noch keine genügend sichere Antwort zu geben.

Haben wir bisher wesentlich den Umstand betont, dass alle Molekularqualitäten um dieselben drei auf einander senkrechten Achsen gruppirt seien, so mag nunmehr auch hervorgehoben werden, dass diese Achsen Symmetrieachsen sein sollen. Nun verlangt wohl die Symmetrie, dass die Quotienten der den einzelnen heterogenen Elementen entsprechenden Constanten D für alle drei Achsen gleich sind, so dass also z. B. für die 1ste und μte Molekularqualität die Proportion statthat:

$$D_{x1} : D_{x\mu} = D_{y1} : D_{y\mu} = D_{z1} : D_{z\mu}.$$

Es ist aber z. B.

$$a_x^2 - b_x^2 - 1 = \frac{D_{x1}\lambda_{m1}^2(\lambda^2 - \lambda_{m1}^2)}{(\lambda^2 - \lambda_{m1}^2)^2 + g_1^2\lambda^2} + \frac{D_{x2}\lambda_{m2}^2(\lambda^2 - \lambda_{m2}^2)}{(\lambda^2 - \lambda_{m2}^2)^2 + g_2^2\lambda^2} + \cdots$$

$$2a_x b_x = \frac{D_{x1}\lambda_{m1}^2 g_1 \lambda}{(\lambda^2 - \lambda_{m1}^2) + g_1^2\lambda^2} + \frac{D_{x2}\lambda_{m2}^2 g_2 \lambda}{(\lambda^2 - \lambda_{m2}^2) + g_2^2\lambda^2} + \cdots$$

Und da sich die analogen Ausdrücke für die beiden übrigen Achsen nur durch die Factoren D unterscheiden, so zieht man den Schluss:

$$\frac{2a_x b_x}{a_x^2 - b_x^2 - 1} = \frac{2a_y b_y}{a_y^2 - b_y^2 - 1} = \frac{2a_z b_z}{a_z^2 - b_z^2 - 1} = \frac{2ab}{a^2 - b^2 - 1}. \quad (14$$

Es ist also das Product aus Refractionscoëfficient und Extinctionscoëfficient, dividirt durch die um Eins verminderte Differenz der Quadrate von ersterem und letzterem, von der Orientirung unabhängig. Kraft dieser Gleichheit werden folglich die beiden durch Gleichung (10) dargestellten Ellipsoide *einander ähnlich.*

Dass dieser Satz für einfache Mittel bestehen muss, ist ohne weiteres klar. *Sollte er sich auch für irgend welche zusammengesetzte Mittel experimentell als richtig erweisen, so würde man schliessen, dass diese Mittel im oben definirten Sinne des Wortes symmetrisch sind.* Es ist übrigens nicht nöthig, seine Zulässigkeit gerade mit Beihilfe der durch Gleichung (6) definirten Coëfficienten D aus der Symmetrie der Anordnung abzuleiten. Die mehrfache Gleichung (14) lässt sich nämlich auch auf die Form bringen:

$$\frac{m_1'\mathfrak{A}_{x1}' \sin \Delta_1 \delta x_{01}' + m_2'\mathfrak{A}_{x2}' \sin \Delta_2 \delta x_{02}' + \cdots}{m_1'\mathfrak{A}_{x1}' \cos \Delta_1 \delta x_{01}' + m_2'\mathfrak{A}_{x2}' \cos \Delta_2 \delta x_{02}' + \cdots} =$$

$$= \frac{m_1'\mathfrak{A}_{y1}' \sin \Delta_1 \delta y_{01}' + m_2'\mathfrak{A}_{y2}' \sin \Delta_2 \delta y_{02}' + \cdots}{m_1'\mathfrak{A}_{y1}' \cos \Delta_1 \delta y_{01}' + m_2'\mathfrak{A}_{y2}' \cos \Delta_2 \delta y_{02}' + \cdots},$$

und diese wird befriedigt, wenn das Verhältniss besteht:

$$m'_1\mathfrak{A}'_{x1}\,\delta x'_{01} : m'_\mu\mathfrak{A}'_{x\mu}\,\delta x'_{0\mu} = m'_1\mathfrak{A}'_{y1}\,\delta y'_{01} : m'_\mu\mathfrak{A}'_{y\mu}\delta y'_{0\mu}\,,$$

wenn also sämmtliche Bestandtheilo auf allen Axenrichtungen im gleichen Verhältniss an den Beschleunigungsarbeiten participiren. Diese Voraussotzung dürfte aber in der That dem Charakter einer stricten Krystallsymmetrie entsprechen. Wenn ich bei einem späteren Anlass auf den verwandten Begriff des „reducirten Phasenunterschiedes" zurückkomme, so möchte ich vorstehende Erörterung mit den Sätzen schliessen: **Da es in der Natur keine absorptionsfreien ponderablen Mittel gibt, so ist der sogenannte Dichroismus, resp. Trichroismus eine Eigenschaft aller Krystalle. Jeder optisch einachsige Krystall ist immer zugleich auch dichroitisch, jeder optisch zweiachsige trichroitisch.**

Wenn die bis jetzt erlangten Resultate ganz unabhängig davon sind, ob man die Möglichkeit von Longitudinalschwingungen der Körpertheilchen zugibt oder leugnet, so erweist sich doch die Idee solcher Schwingungen als fruchtbar. Fügen wir nämlich der rechten Seite der Gleichung (V), die sich zufolge den Ausdrücken (12) nunmehr auch so schreibt:

$$\Sigma m'\left(\frac{d^2\xi}{dt^2}\,\delta x'_0 + \frac{d^2\eta'}{dt^2}\,\delta y'_0 + \frac{d^2\zeta}{dt^2}\,\delta z'_0\right) =$$
$$= \Sigma m'\left(\frac{d^2\xi}{dt^2}\,\delta x' + \frac{d^2\eta'}{dt^2}\,\delta y' + \frac{d^2\zeta}{dt^2}\,\delta z'\right),$$

die Summe der drei Arbeitscomponenten $Ku\,.\,\delta x\,,\ Kv\,.\,\delta y\,,\ Kw\,.\,\delta z$ einer gewissen longitudinalen Beschleunigung K hinzu, so bleibt zwar vermöge der Transversalität der vorausgesetzten Aetherschwingungen und der sich daraus ergebenden Bedingung

$$u\,\delta x + v\,\delta y + w\,\delta z = 0$$

die addirte Totalarbeit gleich Null, aber es lässt sich jetzt, wie der Erfolg lehren wird, die Gleichung selbst in die drei folgonden Einzelgleichungen zerfällen:

$$\left.\begin{aligned} \Sigma m'\,\frac{d^2\xi}{dt^2}\,\delta x'_0 &= \Sigma m'\,\frac{d^2\xi}{dt^2}\,\delta x' + Ku\,\delta x \\ \Sigma m'\,\frac{\delta^2\eta'}{dt^2}\,\delta y'_0 &= \Sigma m'\,\frac{d^2\eta'}{dt^2}\,\delta y' + Kv\,\delta y \\ \Sigma m'\,\frac{d^2\zeta'}{dt^2}\,\delta z'_0 &= \Sigma m'\,\frac{d^2\zeta}{dt^2}\,\delta z' + Kw\,\delta z. \end{aligned}\right\} \quad \text{(VII}$$

Ihnen zufolge würde demnach die Beschleunigungsarbeit der Körpertheilchen, welche sich längs einer axialen Richtung der Arbeitscomponente der virtuellen Aetherschwingungen in unabänderlich festem Verhältniss zuordnet, so lange man die Bewegung der Körpertheilchen frei gibt, gleich sein der Beschleunigungsarbeit der zu tranversalen Mitschwingungen gezwungenen Körpertheilchen plus einer ergänzenden longitudinalen Beschleunigung derselben, beide genommen nach der gleichen Achse.

Um K selbst zu erhalten, genügt es, vorstehende Gleichungen resp. durch δx, δy, δz zu dividiren, dann mit u, v, w zu multipliciren und darauf zu addiren. Wegen der Proportionalität von ξ', η', ζ' mit ξ, η, ζ und δx, δy, δz und der daraus hervorgehenden Bedingung

$$u\frac{d^2\xi'}{dt^2} + v\frac{d^2\eta'}{dt^2} + w\frac{d^2\zeta'}{dt^2} = 0$$

erhält man den verhältnissmässig einfachen Ausdruck:

$$K = \Sigma m' \left(\frac{d^2\xi'}{dt^2}\cdot\frac{\delta x_0'}{\delta x}u + \frac{d^2\eta'}{dt^2}\cdot\frac{\delta y_0'}{\delta y}v + \frac{d^2\zeta'}{dt^2}\cdot\frac{\delta z_0'}{\delta z}w\right).$$

Diese Longitudinalbeschleunigung würde sich demnach ergeben, wenn man die axialen Beschleunigungsarbeiten der Körpertheilchen durch die betreffende Aetherverrückung dividirt, also auf eine Aetherverrückung $= 1$ reducirt, sie dann auf die Strahlrichtung projicirt und ihre Summe nimmt.

Integrirt man die Gleichungen (VII) mittels Einführung der Ausdrücke (8), so zerfällt wieder jede derselben durch Eliminirung von φ in zwei getrennte. Bleibt man zunächst bei den Summationsformeln stehen, dividirt dieselben beiderseits resp. durch $\mathfrak{A}\,\delta x$, $\mathfrak{A}\,\delta y$, $\mathfrak{A}\,\delta z$ und beachtet, dass

$$\begin{aligned} U^2 + V^2 + W^2 &= 1 \\ u^2 + v^2 + w^2 &= 1 \\ Uu + Vv + Ww &= 0, \end{aligned}$$

so erhält man z. B. die beiden ersteren in der Form:

$$a^2 - b^2 = a_x^2 - b_x^2 - [(a_x^2 - b_x^2)\,Uu + (a_y^2 - b_y^2)\,Vv + (a_z^2 - b_z^2)\,Ww]\,{}^{u}_{U}$$

$$2ab = 2a_x b_x - (2a_x b_x\,Uu + 2a_y b_y\,Vv + 2a_z b_z\,Ww)\,{}^{u}_{U}.$$

Fasst man dieselben in die symbolische complexe Form zusammen und fügt die übrigen hinzu, so bilden sie das System:

$$\left.\begin{aligned}(n_x^2 - n^2)\, U &= \Re u\\ (n_y^2 - n^2)\, V &= \Re v\\ (n_z^2 - n^2)\, W &= \Re w.\end{aligned}\right\} \qquad (15$$

Aus diesen Gleichungen leitet man dann in bekannter Weise ab:

$$\left.\begin{aligned}n^2 &= n_x^2 U^2 + n_y^2 V^2 + n_z^2 W^2\\ \frac{u^2}{n_x^2 - n^2} &+ \frac{v^2}{n_y^2 - n^2} + \frac{w^2}{n_z^2 - n^2} = 0\\ \Re &= n_x^2 Uu + n_y^2 Vv + n_z^2 Ww.\end{aligned}\right\} \qquad (16$$

Beziehungen, von denen die erstere mit der früher entwickelten Gleichung (10b) übereinstimmt.

Man schliesst ferner aus der Coëxistenz der je zwei zusammengehörigen aus der Integration hervorgehenden Summationsgleichungen, dass für jeden einzelnen heterogenen Bestandtheil des Mittels z. B. die Gleichung besteht:

$$\frac{m'\mathfrak{A}'\delta s'}{m\mathfrak{A}\delta s} = \frac{m'\mathfrak{A}'\delta x_0'}{m\mathfrak{A}\delta x} - \left(\frac{m'\mathfrak{A}'\delta x_0'}{m\mathfrak{A}\delta x} Uu + \frac{m'\mathfrak{A}'\delta y_0'}{m\mathfrak{A}\delta y} Vv + \frac{m'\mathfrak{A}'\delta z_0'}{m'\mathfrak{A}\delta z} Ww\right)\frac{u}{U}$$

Oder kürzer:

$$\left(\frac{\delta x_0'}{\delta x} - \frac{\delta s'}{\delta s}\right) U = \left(\frac{\delta x_0'}{\delta x} Uu + \frac{\delta y_0'}{\delta y} Vv + \frac{\delta z_0'}{\delta z} Ww\right) u.$$

Oder noch einfacher:

$$\delta x_0' - \delta s' U = (\delta x_0' u + \delta y_0' v + \delta z_0' w)\, u.$$

Man kann dieselben durch einfache Summirung auf alle Molekularqualitäten ausdehnen, also beispielsweise statt der ersten schreiben:

$$\left(\frac{\Sigma m'\mathfrak{A}'\delta x_0'}{m\mathfrak{A}\delta x} - \frac{\Sigma m'\mathfrak{A}'\delta s'}{m\mathfrak{A}\delta s}\right) U = \left(\frac{\Sigma m'\mathfrak{A}'\delta x_0'}{m\mathfrak{A}\delta x} Uu + \frac{\Sigma m'\mathfrak{A}'\delta y_0'}{m\mathfrak{A}\delta y} Vv + \cdots\right) u.$$

Man kann ferner etwa zuerst mit $\cos \varDelta$ oder $\sin \varDelta$ multipliciren und darauf addiren u. s. w. Heben wir schliesslich die bemerkenswertheste Umformung heraus, so ist es folgende:

$$\left(\frac{\sqrt{(\Sigma m'\mathfrak{A}'\cos\varDelta\,\delta x_0')^2 + (\Sigma m'\mathfrak{A}'\sin\varDelta\,\delta x_0')^2}}{m\mathfrak{A}\delta x} - \frac{\sqrt{(\Sigma m'\mathfrak{A}'\cos\varDelta\,\delta s')^2 + (\Sigma m'\mathfrak{A}'\sin\varDelta\,\delta s')^2}}{m\mathfrak{A}\delta s}\right) U =$$

$$= \left(\frac{\sqrt{(\Sigma m'\mathfrak{A}'\cos\varDelta\,\delta x_0')^2 + (\Sigma m'\mathfrak{A}'\sin\varDelta\,\delta x_0')^2}}{m\mathfrak{A}\delta x} Uu + \frac{\sqrt{(\Sigma m'\mathfrak{A}'\cos\varDelta\,\delta y_0')^2 + (\Sigma m'\mathfrak{A}'\sin\varDelta\,\delta y_0')^2}}{m\mathfrak{A}\delta y} Vv + \cdots\right) u.$$

Dieselbe ist identisch mit der durch unsere früheren Entwicklungen schon legitimirten Form:

$$\left(\sqrt{(a_x^2 - b_x^2 - 1)^2 + 4\,a_x^2 b_x^2} - \sqrt{(a^2 - b^2 - 1)^2 + 4\,a^2 b^2}\right) U =$$
$$\left(\sqrt{(a_x^2 - b_x^2 - 1)^2 + 4\,a_x^2 b_x^2}\; Uu + \sqrt{(a_y^2 - b_y^2 - 1)^2 + 4\,a_y^2 b_y^2}\; Vv + \cdots\right) u.$$

Setzt man darin zur Abkürzung

$$\sqrt{(a^2 - b^2 - 1)^2 + 4\,a^2 b^2} = N^2 - 1,$$

so lässt sich sonach auch schreiben:

$$\left.\begin{aligned} (N_x^2 - N_s^2)\; U_s &= C_s N_s^2 u_s \\ (N_y^2 - N_s^2)\; V_s &= C_s N_s^2 v_s \\ (N_z^2 - N_s^2)\; W_s &= C_s N_s^2 w_s. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VIII}$$

Aus allen diesen Gleichungen zieht man Beziehungen, die ganz den Beziehungen (16) analog sind. Begnügen wir uns mit der Behandlung der letzten, so kommt:

$$\left.\begin{aligned} N_s^2 &= N_x^2 U_s^2 + N_y^2 V_s^2 + N_z^2 W_s^2 \\ \frac{u_s^2}{N_x^2 - N_s^2} &+ \frac{v_s^2}{N_y^2 - N_s^2} + \frac{w_s^2}{N_z^2 - N_s^2} = 0 \\ C_s &= \frac{N_x^2 U_s u_s + N_y^2 V_s v_s + N_z^2 W_s w_s}{N_s^2}. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(17}$$

Das hier überall angehängte s soll andeuten, dass sich diese Gleichungen ebenso der Strahlrichtung zuordnen wie die weiter entwickelten ähnlichen Gleichungen (24) der Normalrichtung. Dieselben unterscheiden sich von den Beziehungen (16) wesentlich dadurch, dass in ihnen bloss reelle Grössen vorkommen.

Es ist hier nun der Ort, in die Untersuchung einen neuen Begriff einzuführen, der zwar für isotrope Mittel eine geringe, für anisotrope Mittel dagegen eine um so grössere Bedeutung hat. Es ist dies der Begriff des von mir sogenannten „reducirten Brechungsverhältnisses“, zu dessen Erläuterung wenige Worte genügen werden. Betrachten wir zu dem Ende die für eine beliebige Richtung eines beliebigen Mittels bei senkrechtem Einfall bestehende Gleichung:

$$m \frac{d^2 \varrho}{d t^2} \delta s + \Sigma m' \frac{d^2 \varrho'}{d t^2} \delta s' = c \Delta_2 \varrho\, \delta s.$$

Gibt man etwa mittels directen Eingreifens seitens einer äusseren Kraft bei einer bestimmten Farbe λ den Aether- und Körpertheilchen die bestimmten Amplituden $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}'$ und beiden einen beliebigen, variabel

gedachten Phasenunterschied Δ, so hat man zunächst bei Fortlassung des Summenzeichens, d. h. bei einfachem Mittel, für den entstehenden Brechungs- und Extinctionsindex die bekannten Beziehungen:

$$\frac{m'\mathfrak{A}'\cos\Delta\,\delta s'}{m\mathfrak{A}\,\delta s} = a^2 - b^2 - 1, \quad \frac{m'\mathfrak{A}'\sin\Delta\,\delta s'}{m\mathfrak{A}\,\delta s} = 2ab.$$

Aus ihnen leitet man ab:

$$2a^2 = 1 + \frac{m'\mathfrak{A}'\cos\Delta\,\delta s'}{m\mathfrak{A}\,\delta s} + \sqrt{1 + 2\frac{m'\mathfrak{A}'\cos\Delta\,\delta s'}{m\mathfrak{A}\,\delta s} + \left(\frac{m'\mathfrak{A}'\delta s'}{m\mathfrak{A}\,\delta s}\right)^2}$$

$$b = \frac{1}{2a}\cdot\frac{m'\mathfrak{A}'\sin\Delta\,\delta s'}{m\mathfrak{A}\,\delta s}\cdot$$

$$\frac{m'\mathfrak{A}'\delta s'}{m\mathfrak{A}\,\delta s} = \sqrt{(a^2-b^2-1)^2 + 4a^2b^2}, \quad \operatorname{tg}\Delta = \frac{2ab}{a^2-b^2-1}.$$

Während demnach sowohl a als b bei veränderlichem Δ variiren, bleibt nichtsdestoweniger der letzte aus beiden gebildete Wurzelausdruck constant. Derselbe ist nichts Anderes als der Ueberschuss des Quadrates des Brechungsverhältnisses über die Einheit für die Bedingung $\Delta = 0$. Bezeichnen wir denselben als die „reducirte brechende Kraft $(N^2 - 1)$“ und die um Eins vermehrte brechende Kraft als das Quadrat des „reducirten Brechungsverhältnisses (N)“, so hat man eben:

$$m\mathfrak{A}\,\delta s + m'\mathfrak{A}'\,\delta s = m\mathfrak{A}\,\delta s\,N^2.$$

Da nun bei festgehaltener Farbe einer jeden Krystallrichtung eine ähnliche Gleichung entspricht, so leuchtet ein, dass die Art und Weise, wie die Elasticität des Aethers wenigstens in einem einfachen Mittel die Attribute der axialen Richtungen durch die der intermediären vermittelt, ausschliesslich von dem Arbeitsverhältniss der Körper- und Aethertheilchen, nicht dagegen von der etwaigen Absorption des Mittels bei freier Bewegung seiner Theilchen, resp. von dem dann von den Körpertheilchen herbeigeführten Phasenunterschied zwischen ihnen und den Aethertheilchen abhängig ist. Mit anderen Worten: es müssen in einem solchen Mittel die reducirten Brechungsverhältnisse aller Richtungen durch eben so feste Beziehungen mit einander verknüpft sein, wie wenn dasselbe durchsichtig wäre.

Was schliesslich die zusammengesetzten Mittel betrifft, so beanspruchen dieselben eine gleiche Spannkraftsarbeit des Aethers wie ein einfaches Mittel mit den Attributen M', A', Δ', S', sofern nämlich gesetzt wird:

$$\Sigma m' \mathfrak{A}' \cos \varDelta \delta s' = M' A' \cos \varDelta' \delta S'$$
$$\Sigma m' \mathfrak{A}' \sin \varDelta \delta s' = M' A' \sin \varDelta' \delta S'.$$

Demnach hat man für die reducirte brechende Kraft des zusammengesetzten Mittels:

$$\frac{\sqrt{(\Sigma m' \mathfrak{A}' \cos \varDelta \delta s')^2 + (\Sigma m' \mathfrak{A}' \sin \varDelta \delta s')^2}}{m \mathfrak{A} \delta s} =$$
$$= \sqrt{(a^2 - b^2 - 1)^2 + 4 a^2 b^2} = N^2 - 1. \quad \text{(IX}$$

Und analog wird dann:

$$\frac{\Sigma m' \mathfrak{A}' \sin \varDelta \delta s'}{\Sigma m' \mathfrak{A}' \cos \varDelta \delta s'} = \frac{2 a b}{a^2 - b^2 - 1} = \operatorname{tg} \varDelta' \quad \text{(IX b}$$

als die trigonometrische Tangente des „reducirten Phasenunterschiedes" bezeichnet werden können. Der früher (S. 345) abgeleitete Satz lässt sich daher auch dahin aussprechen, dass der reducirte Phasenunterschied in den symmetrischen Mitteln von der Orientirung unabhängig ist.

Kehren wir nach dieser Abschweifung zu den Resultaten der abgebrochenen Untersuchung zurück, so lehrte dieselbe, wie man für irgend eine Strahlrichtung die reducirte brechende Kraft aus den entsprechenden axialen berechnet. Multiplicirt man dieselbe sodann mit dem Cosinus, resp. Sinus des reducirten constanten Phasenunterschiedes $\varDelta'$, so erhält man die zugehörigen physikalischen Refractions- und Extinctionscoëfficienten mittels der Beziehungen:

$$a_e^2 - b_e^2 - 1 = (N_e^2 - 1) \cos \varDelta', \quad 2 a_e b_e = (N_e^2 - 1) \sin \varDelta'. \quad \text{(18}$$

Wenden wir uns hiernach zum Normalbegriff, so verstehen wir darunter diejenige Gerade, die auf den inneren Wellen senkrecht steht. Der Refractionscoëfficient der Normalen (ν) entspricht dem Huygens'schen Princip, resp. dem daraus folgenden Snellius'schen Gesetz, so dass $\nu = \frac{\sin e}{\sin r}$ ist, unter e den Einfalls- und unter r den Brechungswinkel verstanden. Die Extinction ferner, deren Coëfficient q heisse, geschieht nach Ebenen, die der Trennungsfläche parallel sind. Man wird sich also in absorbirenden Mitteln die Wellebenen nicht mehr als ausgedehnte gleichartige Zustände ihrer Punkte denken dürfen, sondern bloss als Ebenen gleicher Phase, auf denen die Amplituden von Element zu Element variiren.

Für die Normalrichtung gilt natürlich gleichfalls die auf beliebige Mittel anwendbare Differentialgleichung (IV), nämlich

$$m\left(\frac{d^2\xi}{dt^2}\delta x+\frac{d^2\eta}{dt^2}\delta y+\frac{d^2\zeta}{dz}\delta z\right)+\Sigma m'\left(\frac{d^2\xi'}{dt^2}\delta x'+\frac{d^2\eta'}{dt^2}\delta y'+\frac{d^2\zeta'}{dt^2}\delta z'\right)=$$
$$=\mathfrak{e}\,(\Delta_2\,\xi\,\delta x+\Delta_2\,\eta\,\delta y+\Delta_2\,\zeta\,\delta z).$$

Da das dabei vorausgesetzte Coordinationssystem willkürlich ist, so möge es so gewählt werden, dass die Z-Achse in die Richtung der Extinction fällt. Die bezüglichen Integralausdrücke erhalten alsdann die allgemeine, elliptischen Schwingungen entsprechende Form:

$$\left.\begin{aligned}\xi &= \mathfrak{A}_x\,e^{\frac{2\pi}{\lambda}qz}\cos(\varphi-\chi_x), \quad \xi'=\mathfrak{A}'_x\,e^{\frac{2\pi}{\lambda}qz}\cos(\varphi-\chi'_x)\\ \eta &= \mathfrak{A}_y\,e^{\frac{2\pi}{\lambda}qz}\cos(\varphi-\chi_y), \quad \eta'=\mathfrak{A}'_y\,e^{\frac{2\pi}{\lambda}qz}\cos(\varphi-\chi'_y)\ldots\\ \varphi &= 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{\nu(ux+vy+wz)}{\lambda}\right).\end{aligned}\right\}\qquad \text{(X}$$

Hierbei mag ausdrücklich erwähnt werden, dass weder $\sqrt{\mathfrak{A}_x^2+\mathfrak{A}_y^2+\mathfrak{A}_z^2}$ noch $\sqrt{(\delta x)^2+(\delta y)^2+(\delta z)^2}$ transversal liegende Grössen zu sein brauchen.

Führt man diese Ausdrücke ein, so gewinnt man nach Eliminirung der laufenden Zeit und Wiederzusammenfassung der Theilausdrücke die symbolische Form:

$$\nu^2-q^2-1+2\nu q\cos\varrho\sqrt{-1}=$$
$$\frac{\Sigma m'\,[\mathfrak{A}'_x(\cos\chi'_x+\sqrt{-1}\sin\chi'_x)\,\delta x'+\mathfrak{A}'_y(\cos\chi'_y+\sqrt{-1}\sin\chi'_y)\,\delta y'+\cdots]}{m\,[\mathfrak{A}_x(\cos\chi_x+\sqrt{-1}\sin\chi_x)\,\delta x+\mathfrak{A}_y(\cos\chi_y+\sqrt{-1}\sin\chi_y)\,\delta y+\cdots]}$$

Darin bedeutet ϱ den Winkel zwischen Extinctions- und Propagationsnormale. Zieht man noch die zusammengehörigen Arbeitscomponenten zusammen, indem man schreibt:

$$\begin{aligned}\mathfrak{A}_x\cos\chi_x\,\delta x+\mathfrak{A}_y\cos\chi_y\,\delta y+\mathfrak{A}_z\cos\chi_z\,\delta z &= \mathfrak{A}\cos\chi\,\delta s\\ \mathfrak{A}_x\sin\chi_x\,\delta x+\mathfrak{A}_y\sin\chi_y\,\delta y+\mathfrak{A}_z\sin\chi_z\,\delta z &= \mathfrak{A}\sin\chi\,\delta s\\ \mathfrak{A}'_x\cos\chi'_x\,\delta x'+\mathfrak{A}'_y\cos\chi'_y\,\delta y'+\mathfrak{A}'_z\cos\chi'_z\,\delta z' &= \mathfrak{A}'\cos(\chi+\Delta)\,\delta s'\\ \mathfrak{A}'_x\sin\chi'_x\,\delta x'+\mathfrak{A}'_y\sin\chi'_y\,\delta y'+\mathfrak{A}'_z\sin\chi'_z\,\delta z' &= \mathfrak{A}'\sin(\chi+\Delta)\,\delta s',\end{aligned}$$

ersetzt also die gegebene elliptische Schwingung durch eine äquivalente restaurirte von gleicher Schwingungsarbeit mit den neuen Amplituden $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}'$ und Anomalien χ, $\chi+\Delta$, so schreibt sich kürzer:

$$\nu^2-q^2-1+2\nu q\cos\varrho\sqrt{-1}=\frac{\Sigma m'\,\mathfrak{A}'\,(\cos\Delta+\sqrt{-1}\sin\Delta)\,\delta s'}{m\,\mathfrak{A}\,\delta s}.$$

Man hat folglich:

$$\left.\begin{aligned} \nu^2 - q^2 - 1 &= \frac{\Sigma m' \mathfrak{A}' \cos \Delta\, \delta s'}{m \mathfrak{A}\, \delta s} \\ 2\, \nu\, q \cos \varrho &= \frac{\Sigma m' \mathfrak{A}' \sin \Delta\, \delta s'}{m \mathfrak{A}\, \delta s} \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Zum gleichen Resultate gelangt man auch auf folgendem Wege, der bei dem Vorzug grösserer Kürze zugleich in einfachster Weise zeigt, dass die Bahnen der Aether- und Körpertheilchen immer parallel sind. Man ersetze nämlich Gleichung (IV) durch die eben so allgemeinen drei folgenden Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} m \frac{d^2 \xi}{dt^2} \delta x + \Sigma m' \frac{d^2 \xi'}{dt^2} \delta x' &= \mathfrak{e}\, \Delta_2\, \xi\, \delta x \\ m \frac{d^2 \eta}{dt^2} \delta y + \Sigma m' \frac{d^2 \eta'}{dt^2} \delta y' &= \mathfrak{e}\, \Delta_2\, \eta\, \delta y \\ m \frac{d^2 \zeta}{dt^2} \delta z + \Sigma m' \frac{d^2 \xi'}{dt^2} \delta z' &= \mathfrak{e}\, \Delta_2\, \zeta\, \delta z \end{aligned}\right\} \tag{IVc}$$

und integrire dieselben durch die Ausdrücke (X). Dadurch erhält man die Beziehungen (19) an die Bedingungen geknüpft:

$$\chi'_x - \chi_x = \chi'_y - \chi_y = \chi'_z - \chi_z = \Delta$$

$$\frac{\mathfrak{A}'_x\, \delta x'}{\mathfrak{A}_x\, \delta x} = \frac{\mathfrak{A}'_y\, \delta y'}{\mathfrak{A}_y\, \delta y} = \frac{\mathfrak{A}'_z\, \delta z'}{\mathfrak{A}_z\, \delta z} = \frac{\mathfrak{A}'\, \delta s'}{\mathfrak{A}\, \delta s},$$

in welchen ersichtlich nicht die absolute Richtung der Schwingungen, sondern nur ihr Parallelismus verlangt wird.

Sofern nun Arbeitsverhältniss und Phasenunterschied als die eigentlich charakteristischen Constanten der gegebenen Fortpflanzungsrichtung erscheinen, also insbesondere von ϱ unabhängig sind, so hat man auch:

$$\nu^2 - q^2 = a^2 - b^2, \quad \nu\, q \cos \varrho = a\, b, \tag{20}$$

wo a und b sich auf denjenigen Specialfall ($\varrho = 0$) beziehen, für welchen Extinctions- und Propagationsrichtung zusammenfallen. Ich nenne daher a_n und b_n den Hauptrefractions-, resp. Hauptextinctionscoëfficient der entsprechenden Normalrichtung. Aus beiden bilden wir die Beziehungen:

$$\sqrt{(a_n^2 - b_n^2 - 1)^2 + 4\, a_n^2\, b_n^2} = N_n^2 - 1, \quad \operatorname{tg} \Delta'_n = \frac{2\, a_n\, b_n}{a_n^2 - b_n^2 - 1}.$$

Gesetzt dann, es sei für dieselbe die reducirte brechende Kraft sowie der reducirte Phasenunterschied irgendwie bekannt, so hätte man:

$$\left.\begin{aligned} \nu_n^2 - q_n^2 - 1 = a_n^2 - b_n^2 - 1 = (N_n^2 - 1)\cos \Delta_n' \\ 2\,\nu_n\,q_n \cos\varrho = 2\,a_n\,b_n = (N_n^2 - 1)\sin \Delta_n'. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Unsere weitere Aufgabe besteht jetzt darin, das reducirte Brechungsverhältniss N_n für jede beliebige Normalrichtung aus den bezüglichen axialen Werthen N_x, N_y, N_z zu berechnen. Denn dass andererseits das zugehörige Δ_n' von der Orientirung unabhängig sei, dass also auch

$$\frac{2\,a_n\,b_n}{a_n^2 - b_n^2 - 1} = \frac{2\,a_s\,b_s}{a_s^2 - b_s^2 - 1},$$

unterliegt nach dem Bisherigen wohl keinem Zweifel.

Das reducirte Brechungsverhältniss N_n steht aber zu dem zugeordneten Brechungsverhältniss N_s in einem einfachen, wesentlich geometrischen Zusammenhang. Verwendet man nämlich das Arbeitsverhältniss $\frac{M'A'\delta S'}{m\mathfrak{A}\delta s'}$ der S. 351 zur Hervorrufung transversaler Wellen um irgend eine Richtung als Fortpflanzungsrichtung des Strahles, so entsteht, dem Obigen zufolge, eine Fläche von der Gleichung:

$$\frac{u_s^2}{N_x^2 - N_s^2} + \frac{v_s^2}{N_y^2 - N_s^2} + \frac{w_s^2}{N_z^2 - N_s^2} = 0.$$

Construirt man dieselbe so, dass man den reciproken Werth von N zum Radius vector nimmt, so heisst sie bekanntlich die Wellenfläche und messen ihre Radien die reducirte Fortpflanzungsgeschwindigkeit der bezüglichen Strahlen. Die dabei vorausgesetzten Schwingungen sind virtuelle, weil nur durch directen äusseren Zwang, resp. durch passende Verbindungen zu ermöglichen. Man kann sie indess — ohne Aenderung der Fortpflanzungsverhältnisse selbst — durch solche Schwingungen ersetzen, die, schief auf der Richtung des Strahles, mit dem Oberflächenelement der Wellenfläche zusammenfallen. Haben wir nämlich für erstere:

$$m\mathfrak{A}_s\delta s_s + \sqrt{(\Sigma m'\mathfrak{A}_s'\cos\Delta\,\delta s_s')^2 + (\Sigma m'\mathfrak{A}_s'\sin\Delta\,\delta s_s')^2} = N_s^2\,m\mathfrak{A}_s\delta e_s$$

und entsprechend für letztere:

$$m\mathfrak{A}_n\delta s_n + \sqrt{(\Sigma m'\mathfrak{A}_n'\cos\Delta\,\delta s_n')^2 + (\Sigma m'\mathfrak{A}_n'\sin\Delta\,\delta s_n')^2} = N_n^2\,m\mathfrak{A}_n\delta s_n,$$

so ist offenbar die zu erfüllende Bedingung die, dass für jede Volumeinheit in jedem Augenblick bei dem einen oder anderen Verfahren die totalen Beschleunigungs- und Spannkraftsarbeiten, also sowohl die linken wie die rechten Seiten beider Gleichungen identisch werden. Daraus folgt dann:

$$N_s^2 \mathfrak{A}_s \, \delta s_s = N_n^2 \mathfrak{A}_n \, \delta s_n ,$$

welche Beziehung wegen der Proportionalität von δs_s, δs_n zu $\mathfrak{A}_s$, $\mathfrak{A}_n$ auch so geschrieben werden kann:

$$N_s \mathfrak{A}_s = N_n \mathfrak{A}_n . \qquad (22$$

Sofern endlich Strahl und Normale mit einander einen Winkel δ einschliessen, so dass die Strahl- und Normalgeschwindigkeiten verknüpft sind durch die Gleichung

$$N_s = N_n \cos \delta ,$$

so folgt:

$$\mathfrak{A}_n = \mathfrak{A}_s \cos \delta . \qquad (23$$

In Folge dieser Substitution der Strahlschwingungen durch Normalschwingungen von der berechneten Grösse werden nun auch die bisherigen festen Verbindungen überflüssig, sofern wenigstens die Körpertheilchen des Mittels keine Phasenverschiebung zwischen ihnen und den Aethertheilchen zu erzwingen streben, das anisotrope Mittel also als ein ideel durchsichtiges bezeichnet werden darf. Wo nicht, so darf man zwar auch die Schwingungsrichtung und Schwingungsgrösse frei gehen, erhält aber dann wegen der entstehenden Phasendifferenzen Δ die sich dem ideellen Index N thatsächlich zuordnenden Indices a und b. Der erste Theil dieser Sätze begründet sich dadurch, dass bei der freien Ausbreitung des Lichtes um einen Punkt und bei der dadurch eingeleiteten Bildung ebener Wellen zwar nie die geschlossene vollständige Wellenfläche, wohl aber kleinere Segmente derselben zu Stande kommen, und dass eine Schwingungsrichtung, welche nicht in die Oberfläche derselben, resp. in die durch die Succession der Oberflächenelemente gebildete ebene Welle hineinfiele, der Incompressibilität des Aethers widerstreiten würde.

Auf Grund dieser Erwägungen findet man nun auf geometrischem Wege, dass

$$\operatorname{tg} \delta = \pm C_s \qquad (24a$$

(vgl. Gleichung 17), dass ferner die Geschwindigkeitsfläche der sich den Strahlen zuordnenden Normalen, d. h. diejenige Fläche, die durch die Umhüllung der Wellenfläche entsteht, die Gleichung hat:

$$\frac{u_n^2}{\frac{1}{N_x^2} - \frac{1}{N_n^2}} + \frac{v_n^2}{\frac{1}{N_y^2} - \frac{1}{N_n^2}} + \frac{w_n^2}{\frac{1}{N_z^2} - \frac{1}{N_n^2}} = 0, \qquad (24b$$

und dass sich endlich dem sogenannten Plücker'schen Ellipsoide ein Fresnel'sches zuordnet, welches durch die Gleichung bestimmt ist:

$$\frac{1}{N_n^2} = \frac{U_n^2}{N_x^2} + \frac{V_n^2}{N_y^2} + \frac{W_n^2}{N_z^2}.\,[1] \tag{24c}$$

Alle diese Beziehungen lassen sich nun ersichtlich auf drei Gleichungen zurückführen, die ganz den Gleichungen (VIII) analog sind:

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{1}{N_x^2} - \frac{1}{N_n^2}\right) U_n &= C_n \frac{1}{N_n^2} u_n \\ \left(\frac{1}{N_y^2} - \frac{1}{N_n^2}\right) V_n &= C_n \frac{1}{N^2} v_n \\ \left(\frac{1}{N_z^2} - \frac{1}{N_n^2}\right) W_n^2 &= C_n \frac{1}{N_n^2} w_n. \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Darin ist überdies noch $C_n = - C_s$. Bekanntlich pflegt man bisher gerade diese letzteren Gleichungen zum Ausgang der Theorie der doppelten Brechung zu machen, so dass also das hier eingeschlagene Verfahren als die Umkehrung des üblichen erscheint. Den *angeführten Gleichungen jedoch eine andere als indirecte Begründung zu geben, dazu sehe ich mich ausser Stande.* Freilich würde man auch hier durch Hinzuziehung longitudinaler Beschleunigungen zu einem Scheinresultate gelangen können[2].

---

1) Die statt Gleichung (24c) von Hrn. Lommel (Repertorinm Bd. 15 S 168; Wied. Ann. Bd. 4 S. 65) für durchsichtige Mittel aufgestellte Beziehung:

$$\frac{1}{N^2 - 1} = \frac{U^2}{N^2_x - 1} + \frac{V^2}{N^2_y - 1} + \frac{W^2}{N^2_z - 1}$$

dürfte in offenem Widerspruch stehen mit den neueren Messungen von Stokes, Abria und Kohlrausch.

2) Es liesse sich nämlich der Ansatz machen:

$$m\left(\frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{d^2\xi_l}{dt^2}\right)\delta x + \Sigma m'\left(\frac{d^2\xi'}{dt^2} + \frac{d^2\xi'_l}{dt^2}\right)\delta x'_0 = \mathfrak{c}\, \Delta_2 \xi\, \delta x,$$

in den man die Ausdrücke:

$$\xi = \mathfrak{A}\, U \cos\varphi, \quad \xi_l = C\mathfrak{A}\, u \cos\varphi$$
$$\xi' = \mathfrak{A}' U \cos\varphi, \quad \xi'_l = C\mathfrak{A}' u \cos\varphi$$

einzuführen hätte. Ich mache übrigens hier nochmals darauf aufmerksam, dass die oben für den Strahl aufgestellten Differentialgleichungen (VII) im Wesentlichen auf die Form hinauskommen:

$$m_x \frac{d^2\xi}{dt^2} + K u = \mathfrak{c}\, \Delta_2 \xi, \quad m_y \frac{d^2\eta}{dt^2} + K v = \mathfrak{c}\, \Delta_2 \eta \ldots$$

(vgl. Carl's Repertorium Bd. 15 S. 337, Wied. Ann. Bd. 7 S. 94); während die Differentialgleichungen der üblichen Theorie sich schreiben lassen:

$$m \frac{d^2\xi}{dt^2} + K u = \mathfrak{c}_x\, \Delta_2 \xi, \quad m \frac{d^2\eta}{dt^2} + K v = \mathfrak{c}_y\, \Delta_2 \eta \ldots$$

Der neueren Vorstellnng entsprechend wird daher der Strahl nach manchen Richtungen hin die bisherige bevorzugte Rolle der Normalen übernehmen müssen.

In der That lehrt die Untersuchung der unregelmässiger constituirten Krystalle mit Dispersion der optischen Achsen, dass den Differentialgleichungen (VII) wohl kaum eine eigentlich physikalische Bedeutung zukommt, sondern dass sie vielmehr als Regeln zu betrachten sind, welche die stetigen Aenderungen der Arbeitsverhältnisse der Körper- und Aethertheilchen zu berechnen gestatten und welche den von Fresnel auf langwierigem Wege gefundenen Zusammenhang der einzelnen in Betracht kommenden Flächen mit einem Schlage übersehen lassen. Für den allgemeineren Fall der jetzt zu behandelnden Mittel bleibt eben, um von der (virtuellen) Schwingungsrichtung zur Strahlrichtung zu gelangen, nichts Anderes übrig, als zum bekannten Plücker-Fresnel'schen Verfahren zurückzugreifen.

Knüpfen wir zu dem Ende an die frühere Gleichung (V), nämlich

$$\Sigma m' \left(\frac{d^2 \xi}{dt^2} \delta x'_0 + \frac{d^2 \eta'}{dt^2} \delta y'_0 + \frac{d^2 \zeta}{dt^2} \delta z'_0 \right) = \Sigma m' \frac{d^2 \varrho'}{dt^2} \delta s',$$

so bezog sich die Seite links auf erzwungene Transversalschwingungen der Aethertheilchen unter Gestattung von schief stehenden Schwingungen der Körpertheilchen, die Seite rechts auf erzwungene parallele Transversalschwingungen der Aether- und der Körpertheilchen. Wenn ferner bei den regelmässigen Krystallen die symmetrische Anordnung um drei identische Achsen für alle Molekularqualitäten genügte, so denke man sich jetzt eine jede derselben für sich symmetrisch um drei senkrechte Achsen gruppirt, aber alle diese Einzel-Achsensysteme gegen einander regellos zerstreut. Beispielsweise sei die Masse m'_μ angeordnet um die Achsen X_μ, Y_μ, Z_μ, und ihre Schwingungscomponenten parallel denselben seien ξ_μ, η'_μ, ζ_μ. Der Natur ihrer Herleitung zufolge wird dann obige Gleichung auch jetzt noch anwendbar bleiben. Wir erhalten dabei weiter:

$$m' (\mathfrak{A}'_x \delta x'_0 + \mathfrak{A}'_y \delta y'_0 + \mathfrak{A}'_z \delta z'_0) = m' \mathfrak{A}' \delta s'$$

oder auch:

$$\sum \frac{m'}{m} \cdot \frac{\mathfrak{A}'}{\mathfrak{A}} \left(\frac{\delta x'_0}{\delta x} \mathfrak{U}^2 + \frac{\delta y'_0}{\delta y} \mathfrak{V}^2 + \frac{\delta z'_0}{\delta z} \mathfrak{W}^2 \right) (\cos \Delta + \sqrt{-1} \sin \Delta) =$$

$$= \frac{\Sigma m' \mathfrak{A}' (\cos \Delta + \sqrt{-1} \sin \Delta) \delta s'}{m \mathfrak{A} \delta s},$$

sofern die Cosinus der Winkel zwischen den Einzelachsen und der gegebenen Schwingungsrichtung durch $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{V}$, $\mathfrak{W}$ bezeichnet werden. Dafür lässt sich dann schreiben:

$$n^2 - 1 = \sum \frac{(D_r \mathfrak{U}^2 + D_\mathfrak{v} \mathfrak{V}^2 + D_\mathfrak{z} \mathfrak{W}^2)\,\lambda_m^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2 - \sqrt{-1}\, g\,\lambda}, \qquad \text{(VIb}$$

ein Ausdruck, der im Vergleich zu Ausdruck (VI) offenbar erwartet werden durfte.

Es lässt sich nun zeigen, dass derselbe auch jetzt noch zwei Einzelellipsoide darstellt, die indess nach Form wie nach Lage ihrer Hauptachsen **nicht mehr ähnlich** sind. Setzen wir nämlich

$$\left.\begin{aligned} a^2 - b^2 - 1 &= \frac{1}{r'^2}, \quad f = \frac{\lambda_m^2 (\lambda^2 - \lambda_m^2)}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + g^2 \lambda^2} \\ 2\,a\,b &= \frac{1}{r''^2}, \quad f' = \frac{\lambda_m^2\, g\, \lambda}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + g^2 \lambda^2} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(26}$$

und bezeichnen die wirksame Molekularqualität durch angehängte $1, 2, 3 \ldots \mu$, so haben beide Ellipsoide die gemeinschaftliche Gleichung:

$$\frac{1}{r^2} = f_1 (D_{r1}\, \mathfrak{U}_1^2 + D_{\mathfrak{v}1}\, \mathfrak{V}_1^2 + D_{\mathfrak{z}1}\, \mathfrak{W}_1^2) +$$
$$+ f_2 (D_{r2}\, \mathfrak{U}_2^2 + D_{\mathfrak{v}2}\, \mathfrak{V}_2^2 + D_{\mathfrak{z}2}\, \mathfrak{W}_2^2) + \cdots$$

Man füge nun diesen μ Achsensystemen ein neues allgemeines System hinzu, für welches die Cosinus der Winkel mit der gegebenen Schwingungsrichtung durch U, V, W bezeichnet werden mögen und gegen welches die einzelnen Specialachsen um Winkel geneigt seien, deren Cosinus $\alpha_r, \beta_r, \gamma_r$; $\alpha_\mathfrak{v}, \beta_\mathfrak{v}, \gamma_\mathfrak{v}$; $\alpha_\mathfrak{z}, \beta_\mathfrak{z}, \gamma_\mathfrak{z}$ heissen. Alsdann wird beispielsweise

$$\mathfrak{U}_1 = U\alpha_{r1} + V\beta_{r1} + W\gamma_{r1}$$
$$\mathfrak{V}_1 = U\alpha_{\mathfrak{v}1} + V\beta_{\mathfrak{v}1} + W\gamma_{\mathfrak{v}1}$$
$$\mathfrak{W}_1 = U\alpha_{\mathfrak{z}1} + V\beta_{\mathfrak{z}1} + W\gamma_{\mathfrak{z}1}.$$

Führt man diese Werthe in vorstehende Gleichung ein, so erhält dieselbe die Gestalt:

$$\frac{1}{r^2} = L\,U^2 + M\,V^2 + N\,W^2 + 2\,P\,U\,V + 2\,Q\,U\,W + 2\,R\,V\,W, \qquad \text{(27}$$

und darin sind die Coëfficienten $L \ldots . R$ zugleich mit der relativen Lage der partiellen Achsensysteme sowie der Werthe D und f gegeben. Es ist beispielsweise

$$L = \Sigma f (D_r\, \alpha_r^2 + D_\mathfrak{v}\, \alpha_\mathfrak{v}^2 + D_\mathfrak{z}\, \alpha_\mathfrak{z}^2), \cdots$$
$$P = \Sigma f (D_r\, \alpha_r\, \beta_r + D_\mathfrak{v}\, \alpha_\mathfrak{v}\, \beta_\mathfrak{v} + D_\mathfrak{z}\, \alpha_\mathfrak{z}\, \beta_\mathfrak{z}), \cdots$$

Da nun für jede einzelne Molekularqualität $f' = f \operatorname{tg} \Delta$ und Δ willkürlich ist, so ist auch das Verhältniss der Coëfficienten $L'' \ldots . R''$ zu den Coëfficienten $L' \ldots . R'$ eben so willkürlich. **Beide Ellipsoide**

sind daher im Allgemeinen unähnlich und ihre Hauptachsen ungleich gerichtet.

Daraus folgt zunächst, dass der Quotient

$$\operatorname{tg} \Delta' = \frac{2\,a\,b}{a^2 - b^2 - 1}$$

nicht bloss mit den Coëfficienten *f*, sondern auch mit der Richtung *U, V, W* variirt.

Denken wir uns ferner die Quadrate der reciproken Radienvectoren beider Ellipsoide für alle Richtungen *U, V, W* addirt, aus der Summe derselben die Wurzel gezogen und dazu die Einheit addirt, so dass also die Grösse

$$1 + \sqrt{(a^2 - b^2 - 1)^2 + 4\,a^2 b^2} = N^2$$

gebildet wird, so lässt sich *N* wiederum als reciproker Radius vector einer neuen Fläche behandeln. Ohne in eine specielle geometrische Untersuchung derselben einzutreten, so lässt sich doch so viel sagen, dass dieselbe durch jeden durch ihren Mittelpunkt geführten Schnitt in zwei gleiche Hälften zerlegt wird und dass jede dieser Schnittflächen mindestens zwei Durchmesser hat, die senkrecht stehen auf den an ihren Endpunkten errichteten Tangenten. Das genügt aber, um aus den bekannten Gründen der Symmetrie die gesammte Plücker-Fresnel'sche Construction auf die in Rede stehende Fläche, welche kurzweg die P-Fläche heisse, anwenden zu können.

Denken wir uns also diese P-Fläche, die für $b = 0$ mit dem Plücker'schen Ellipsoid identisch wird, einem gegebenen Krystall entsprechend und für eine gegebene Wellenlänge construirt. Es reicht dann hin, in dem Endpunkte des durch *U, V, W* gezogenen Radius vector eine Tangentialebene zu errichten, auf dieselbe vom Mittelpunkt *O* aus ein Perpendikel zu fällen und das so gebildete Dreieck in seiner Ebene um *O* um 90° herumzudrehen. Der Radius vector kommt dann in die Lage des Strahles, die Tangentialebene in die der thatsächlichen Wellebene, das Perpendikel in die der Wellennormale, und das im Berührungspunkte des Radius vector liegende Flächenelement der P-Fläche wird zu einem Flächenelement der verallgemeinerten Wellenfläche. Endlich wird die Projection der Strahlrichtung auf die Wellebene parallel der wirklichen Schwingungsrichtung.

Was ferner den geometrischen Ort der Fusspunkte aller Senkrechten betrifft, welche auf die an der P-Fläche errichteten Tangentialebenen gefällt werden, so heisse derselbe kurz **die F-Fläche**; sie wird für $b = 0$ identisch mit dem **Fresnel**'schen oder reciproken Ellipsoid. Nach seiner vorbeschriebenen Drehung um 90^0 bildet das mitgenommene Flächenelement dieser F-Fläche ein Flächenelement der verallgemeinerten Geschwindigkeitsfläche der Wellennormalen.

Es sind demnach für die hier behandelten Mittel sowohl N als Δ' zugleich mit Farbe und Schwingungsrichtung variabel. Durch beide endlich bestimmen sich die physikalisch zugänglichen Coëfficienten ν und q mittels der Gleichungen:

$$\nu^2 - q^2 - 1 = (N_n^2 - 1) \cos \Delta'$$
$$2 \nu q \cos \varrho = (N_n^2 - 1) \sin \Delta'.$$

Ob freilich die hier zu Grunde gelegte Vorstellung von der Anordnung der Bestandtheile der dissymmetrischen Krystalle der natürlichen Constitution derselben entspricht und durch welche Eigenschaften oder Kräfte dieselbe ermöglicht wird, darüber enthalte ich mich des Urtheils. Jedenfalls bietet sie eine genügende Grundlage für die allgemeinste Entwicklung der bezüglichen optischen Gesetze.

Eine mehr ins Einzelne gehende Untersuchung ist natürlich umständlich und verspricht wenig übersichtliche Resultate. So verwickelte Combinationen natürlich ersonnen werden können, so ist doch andererseits der denkbar einfachste Fall derjenige, der aus der **Mischung eines einachsigen einfachen anisotropen mit einem einfachen isotropen Mittel** hervorgeht und dessen Behandlung in so fern selbst eine gewisse praktische Bedeutung haben mag, als es bekanntlich **Sénarmont** und Anderen gelungen ist, doppelbrechende Krystalle mit amorphen Farbstoffen zu imprägniren. Die Entwicklung gestaltet sich hier in Kürze so.

Da es sich um die Verbindung zweier Umdrehungsellipsoide von gleicher Achsenrichtung mit zwei Kugeln handelt, so sind die zusammengesetzten Flächen gleichfalls Rotationsellipsoide mit parallelen Achsen. Wir haben daher für die Meridianschnitte der letzteren die Gleichungen:

$$a^2 - b^2 - 1 = L' U^2 + M' V^2$$
$$2 a b = L'' U^2 + M'' V^2,$$

wo abkürzungsweise gesetzt ist

$$L = f_1 D_{x1} + f_2 D_2, \quad M = f_1 D_{y1} + f_2 D_2.$$

Daraus folgt weiter:

$$N^2 = \frac{1}{r^2} = 1 + \sqrt{(L'^2 + L''^2)\,U^4 + (M'^2 + M''^2)\,V^4 + 2(L'M' + L''M'')\,U^2 V^2}$$

als Gleichung eines Meridianschnittes der P-Fläche. Dreht man sodann die bezügliche Figur um 90^0 herum oder ersetzt vielmehr die Cosinus U, V durch $v = \sin\gamma$, $u = \cos\gamma$, so ist

$$\frac{1}{r^2} = 1 + \sqrt{(M'^2 + M''^2)\,u^4 + (L'^2 + L''^2)\,v^4 + 2(M'L' + M''L')\,u^2 v^2}$$

die Gleichung eines Meridianschnittes der extraordinären Schale der Wellenfläche. Setzt man darin

$$M'^2 + M''^2 - 1 = A,\ L'^2 + L''^2 - 1 = B,\ M'L' + M''L'' - 1 = C,$$

so erhält dieselbe in Punktcoordinaten die Form:

$$1 = A\,x^4 + B\,y^4 + 2\,C\,x^2 y^2 + 2\,(x^2 + y^2).$$

Mittels dieser Gleichung findet man für die Länge des sich dem Radius vector zuordnenden, vom Mittelpunkt auf die bezügliche Tangente gefällten Perpendikels nach bekanntem Verfahren:

$$p = \frac{1 - (x^2 + y^2)}{\sqrt{x^2\,(A\,x^2 + C\,y^2 + 1)^2 + y^2\,(C\,x^2 + B\,y^2 + 1)^2}}.$$

Dieser Ausdruck repräsentirt folglich den Meridianschnitt der zugehörigen Schale der Geschwindigkeitsfläche der Wellennormalen. Für das Verhältniss $p:r$ ferner ergibt sich:

$$\cos\delta = \frac{\sqrt{(1 + A)\,u^4 + (1 + B)\,v^4 + 2\,(1 + C)\,u^2 v^2}}{\sqrt{[1 + r^2\,(A\,u^2 + C\,v^2)]^2\,u^2 + [1 + r^2\,(C\,u^2 + B\,v^2)]^2\,v^2}}$$

als der Cosinus des Winkels zwischen Strahl und Normale. Endlich wird für die behandelte extraordinäre Welle

$$\operatorname{tg} J' = \frac{M''u^2 + L''v^2}{M'u^2 + L'v^2}.$$

Noch bleibt die Intensitätsbestimmung des an Krystallflächen gespiegelten und gebrochenen Lichtes zu besprechen übrig. Diese Aufgabe habe ich bereits früher für ideell durchsichtige Krystalle[1]) durchgeführt und für absorbirende[2]) zu lösen versucht. Es scheiterte indess der betreffende Versuch an einer unrichtigen Auffassung des Winkels zwischen Strahl und Normale, sofern ich denselben beim Uebergang

1) Carl's Repertorium Bd. 15 S. 361. Wied. Ann. Bd. 7 S. 121.
2) Ebend. Bd. 3. S. 103.

von durchsichtigen zu undurchsichtigen Mitteln zugleich mit dem Brechungsindex complex setzte, entsprechend der Formel:

$$\operatorname{tg}\delta = n_n^2\left(\frac{U_n u_n}{n_x^2} + \frac{V_n v_n}{n_y^2} + \frac{W_n w_n}{n_z^2}\right).$$

Wenn ich dagegen nunmehr hierin die complexen n durch die reellen reducirten N ersetze, also schreibe:

$$\operatorname{tg}\delta = N_n^2\left(\frac{U_n u_n}{N_x^2} + \frac{V_n v_n}{N_y^2} + \frac{W_n w_n}{N_z^2}\right), \tag{28}$$

so berechtigt dazu nicht bloss die Erzielung grösserer Einfachheit in den sonst unübersehbar complicirten Intensitätsformeln, sondern wesentlich der in gegenwärtiger Untersuchung durchgeführte Gedanke, dass sich die Vermittlung zwischen den axialen Richtungen und insbesondere das Verhältniss zwischen Strahl und Normale jedenfalls in reeller Form werde darstellen lassen.

Die Grenz- oder Uebergangsbedingungen des Lichtes sind folgende vier:

$$\left.\begin{aligned}
\sum\left(\alpha\frac{d\zeta}{dz}\right)_1 &= \sum\left(\alpha\frac{d\zeta}{dz}\right)_2 \\
\sum\left(\frac{d\xi}{dx}-\frac{d\xi}{dz}\right)_1 &= \sum\left(\frac{d\zeta}{dx}-\frac{d\xi}{dz}\right)_2 \\
\sum\left(\frac{d\eta}{dx}-\frac{d\xi}{dy}\right)_1 &= \sum\left(\frac{d\eta}{dx}-\frac{d\xi}{dy}\right)_2 \\
\sum\left(\frac{d\eta}{dz}-\frac{d\zeta}{dy}\right)_1 &= \sum\left(\frac{d\eta}{d\zeta}-\frac{d\zeta}{dy}\right)_2
\end{aligned}\right\}
\begin{aligned} x&=0\\ y&=0\\ z&=0\end{aligned} \tag{XI}$$

Sie gelten für die Combination zweier beliebiger Mittel, die sich in ebener Trennungsfläche berühren, und beziehen sich die Indices 1, 2 auf das erste, resp. zweite Mittel, die Summenzeichen auf die Zahl der in jedem Mittel vorkommenden Wellen. Da die Grenzgleichungen Dilatation und Drehungscomponenten des raumerfüllenden Aethers beider Mittel verbinden, so kommen die Körperschwingungen nicht in Betracht. α ist ein von der Orientirung und vom Doppelbrechungsvermögen abhängiger Coëfficient, der sich für isotrope Mittel auf die Einheit reducirt. Vorausgesetzt ist endlich ein Coordinatensystem, dessen Z-Achse in die Richtung des Einfallslothes fällt.

Mit den genannten vier Grenzgleichungen verbinden wir noch das Princip der Incompressibilität des Aethers, dessen analytischer Ausdruck die Gleichung ist:

$$\frac{d\xi}{dx}+\frac{d\eta}{dy}+\frac{d\zeta}{dz}=0 \qquad \text{(XII}$$

sowie das passend erweiterte Huygens'sche Princip.

Für die weitere Behandlung gelangen wir übrigens zu einer erheblichen Vereinfachung der Formeln, wenn wir die XZ-Ebene des Coordinatensystems mit der sogenannten Einfallsebene zusammenfallen lassen, so dass die Y-Achse auf derselben senkrecht steht. Dies vorausgesetzt ist der allgemeinste Fall folgender.

Ins Innere eines absorbirenden Krystalles sei etwa durch Brechung an einer ersten Eintrittsfläche eine ebene Welle eingetreten und nähere sich jetzt der angenommenen Trennungsfläche zwischen dem Krystall und irgend welchem zweiten ähnlichen Mittel. Der einfallende Schwingungszustand wird dann dargestellt werden können durch die Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned}
\xi &= \mathfrak{A}_x\, e^{\frac{2\pi}{\lambda} q(u'x+v'y+w'z)} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{\nu(ux+wz)}{\lambda}\right)-\psi_x\right]\\
\eta &= \mathfrak{A}_y\, e^{\frac{2\pi}{\lambda} q(u'x+v'y+w'z)} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{\nu(ux+wz)}{\lambda}\right)-\psi_y\right]\\
\zeta &= \mathfrak{A}_z\, e^{\frac{2\pi}{\lambda} q(u'x+v'y+w'z)} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{\nu(ux+wz)}{\lambda}\right)-\psi_z\right],
\end{aligned}\right\} \text{(XIII}$$

wo u', v', w' die Cosinus der Winkel zwischen der Extinctionsnormale und den Achsen, u, $v\ (=0)$, w die Cosinus der Winkel zwischen der Propagationsnormale und den Achsen bedeuten. Unter Einführung des Einfallswinkels e wird also sein

$$u = \sin e, \quad w = \cos e.$$

Wir nehmen an, dass die Propagationsrichtung nicht bloss in Bezug auf das Einfallsloth, sondern auch durch die drei weiteren Cosinus u'', v'', w'' in Bezug auf die Krystallachsen bekannt sei. Da ausserdem ν und q sowie der Winkel ϱ zwischen Extinctionsrichtung und Propagationsrichtung vermöge der Relation

$$\cos\varrho = u\,u' + v\,v' + w\,w', \quad v = 0$$

gegebene Grössen sind, so vermag man mittels der Beziehungen

$$\nu^2 - q^2 = a^2 - b^2, \quad \nu\,q\cos\varrho = a\,b \qquad \text{(29}$$

die sich der einfallenden Welle zuordnenden Hauptrefractionscoëfficienten a und Hauptextinctionscoëfficienten b zu berechnen. a und b würden sich freilich auch direct aus den bezüglichen bekannten axialen Coëfficienten gewinnen lassen.

An der Trennungsfläche zerfällt alsdann die einfallende Welle in zwei gespiegelte und zwei gebrochene Wellen.

Was zunächst die gespiegelten Wellen betrifft, so heisse der Spiegelungswinkel r_R. Es ist alsdann zufolge des Huygens'schen Princips

$$\frac{\sin e}{\sin r_R} = \frac{u}{u_R} = \frac{\nu_R}{\nu}, \tag{30}$$

und die gespiegelte Propagationsrichtung bleibt in der Einfallsebene. Ohne uns weiter auf die sehr verwickelte Construction oder Rechnung einzulassen, mittels welcher der Winkel r_R ermittelt werden könnte, betrachten wir denselben lieber als durch die Beobachtung gegeben. Dieser Richtung entsprechen dann die drei Cosinus u_R^n, v_R^n, w_R^n und die beiden charakteristischen Coëfficienten a_R, b_R. Ist aber neben letzteren vermöge obiger Relation auch r_R bekannt, so hat man weiter:

$$\nu_R^2 - q_R^2 = a_R^2 - b_R^2, \quad \nu_R q_R \cos \varrho_R = a_R b_R. \tag{31}$$

Aus der ersteren dieser Gleichungen ergibt sich sodann q_R, aus der zweiten der Werth von

$$\cos \varrho_R = u_R u_R' + v_R v_R' + w_R w_R', \quad v_R = 0.$$

Beachtet man dabei, dass die Extinctionsnormalen der einfallenden und gespiegelten Welle in Bezug auf die Trennungsfläche ohne Zweifel symmetrisch sind, jedenfalls mit Abnahme des Doppelbrechungsvermögens der Symmetrie zustreben und dieselbe für den isotropen Zustand thatsächlich erreichen, so sind damit auch die Einzelwerthe u_R', w_R' eindeutig bestimmt. Wenn endlich bemerkenswertherweise die beiden Cosinus v', v_R' aus allen bisher aufgestellten Beziehungen herausfallen, so werden wir nicht fehl gehen, wenn wir in Rücksicht auf die eben erwähnte Symmetrie setzen:

$$v_R' = v'.$$

Damit ist dann die reflectirte Wellenbewegung bis auf Amplitude und Phase bekannt.

Was eben so die gebrochenen (durchgehenden) Aetherwellen betrifft, deren Attribute durch angehängte D bezeichnet werden sollen, so ist zufolge des Huygens'schen Princips

$$\frac{\sin e}{\sin r_D} = \frac{u}{u_D} = \frac{\nu_D}{\nu}. \tag{32}$$

Die bezügliche Propagationsrichtung denken wir uns wieder als durch Beobachtung gegeben. Und da die zugeordnete Extinctionsnormale auf der Trennungsfläche senkrecht steht, so dass $u'_D = v'_D = 0$, $w'_D = 1$ wird, so ist sonach

$$\cos \varrho_D = w_D = \cos r_D.$$

Nennen wir endlich die charakteristischen Constanten der gebrochenen Wellenrichtung, die mit ihr selbst gegoben seien, a_D, b_D, so ergibt sich das zu ν_D gehörige q_D aus einer der beiden Beziehungen:

$$\nu_D^2 - q_D^2 = a_D^2 - b_D^2, \quad \nu_D \, q_D \cos r_D = a_D \, b_D. \tag{33}$$

Hiermit ist denn auch die gebrochene Wellenbewegung bis auf Amplitude und Phase bekannt.

Es ist nun nicht meine Absicht, das in Rede stehende Problem in seiner vollen Allgemeinheit hier für Krystalle eben so durchzuführen, wie ich es früher für isotrope Mittel gethan habe[1]). Um Wiederholungen zu vermeiden, beschränke ich mich auf den einfacheren Fall, dass das erste der beiden an einander angrenzenden Mittel der freie Aether ist, so dass an der Trennungsfläche nur eine und zwar eine transversal elliptische gespiegelte Welle zu Stande kommt. Will man die beiden in den Krystall eintretenden gebrochenen Wellen wirklich construiren, so beachte man, dass die beiden letzten Gleichungen bei Einführung des Einfallswinkels e ergeben:

$$\left.\begin{aligned} 2\nu_D^2 &= a_D^2 - b_D^2 + \sin^2 e + \sqrt{(a_D^2 - b_D^2 - \sin^2 e)^2 + 4\, a_D^2 \, b_D^2} \\ q_D &= \frac{a_D \, b_D}{\sqrt{\nu_D^2 - \sin^2 e}}. \end{aligned}\right\} \tag{34}$$

Erwägt man nun, dass zufolge den Gleichungen

$$a_D^2 - b_D^2 - 1 = (N_D^2 - 1)\cos \Delta_D, \quad 2\, a_D \, b_D = (N_D^2 - 1)\sin \Delta_D$$

die rechte Seite des Ausdrucks von ν_D für jede Krystalllinie als Normalrichtung berechnet werden kann, so bilden sonach die reciproken Werthe von ν eine geschlossene (von e abhängige) Fläche, die für die Construction der gebrochenen Wellen in absorbirenden Krystallen

1) Wied. Ann. Bd. 7 S. 115. Carl's Repertorium Bd. 15 S. 355. Von den vier in Betracht kommenden Gleichungen sind, abgesehen von den Summenzeichen und der Verschiedenheit auf der einfallenden und gespiegelten Richtung, drei mit den früheren identisch, und die übrig bleibende vierte unterscheidet sich nur durch die gleich zu besprechenden Factoren α.

in gleicher Weise zu verwenden ist wie die Fresnel'sche Fläche Gleichung (24b) in ideell durchsichtigen.

Führen wir jetzt die Integralausdrücke (X) in die Grenzgleichungen ein, so erhalten dieselben bei Weglassung der angehängten D die Form:

$$\left.\begin{aligned}
&\sin e \cos e \left[\mathfrak{E}_p \sin\varphi + \mathfrak{R}_p \sin(\varphi - \chi_R^p)\right] = \\
&= \Sigma \alpha \mathfrak{D}_x \left[p \sin(\varphi - \chi_x) - q \cos(\varphi - \chi_x)\right] \\
&\mathfrak{E}_p \sin\varphi - \mathfrak{R}_p \sin(\varphi - \chi_R^p) = \\
&= \Sigma \{\mathfrak{D}_z \sin e \sin(\varphi - \chi_z) + \mathfrak{D}_x[p \sin(\varphi - \chi_x) - q \cos(\varphi - \chi_x)]\} \\
&\mathfrak{E}_s \sin\varphi + \mathfrak{R}_s \sin(\varphi - \chi_R^s) = \\
&= \Sigma \mathfrak{D}_y \sin(\varphi - \chi_y) \\
&\cos e \left[\mathfrak{E}_s \sin\varphi - \mathfrak{R}_s \sin(\varphi - \chi_R^s)\right] = \\
&= \Sigma \mathfrak{D}_y \left[p \sin(\varphi - \chi_y) - q \cos(\varphi - \chi_y)\right].
\end{aligned}\right\} \quad (35$$

Darin bedeuten $\mathfrak{D}_x$, $\mathfrak{D}_y$, $\mathfrak{D}_z$ die axialen Amplituden des gebrochenen Lichtes; die Amplituden des einfallenden und (restaurirten) reflectirten Lichtes sind zunächst parallel und senkrecht zur Einfallsebene in die Componenten $\mathfrak{E}_p$, $\mathfrak{R}_p$, resp. $\mathfrak{E}_s$, $\mathfrak{R}_s$ zerlegt gedacht. φ steht zur Abkürzung für die Phase des einfallenden linear polarisirten Lichtes, die bekanntlich die allen Wellen gemeinsame Form hat:

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{\nu(z w + x u)}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{z p + x \sin e}{\lambda}\right)$$

wo

$$p = \nu w = \nu \cos r = \sqrt{\nu^2 - \sin^2 e}. \quad (36$$

Und da, wie erwähnt, das reflectirte Licht im Allgemeinen transversal elliptisch ist, sich also parallel und senkrecht zur Einfallsebene in zwei lineare Schwingungen mit Phasendifferenz zerlegen lässt, so hat man für dasselbe die beiden von einander verschiedenen Verzögerungen χ_R^p, χ_R^s.

Die Incompressibilitätsforderung Gleichung (XII) gibt ferner für jede der beiden gebrochenen Wellen die Bedingung:

$$\mathfrak{D}_x \left[p \sin(\varphi - \chi_x) - q \cos(\varphi - \chi_x)\right] = \mathfrak{D}_z \sin e \sin(\varphi - \chi_z). \quad (37$$

Dieselbe zerfällt durch Eliminirung von φ in die Einzelbedingungen:

$$\operatorname{tg}(\chi_x - \chi_z) = \frac{q}{p}, \quad \mathfrak{D}_z = \mathfrak{D}_x \frac{\sin e}{\sqrt{p^2 + q^2}},$$

und zieht man aus letzterer den Schluss, dass (in anisotropen und isotropen Mitteln) die sogenannten restaurirten Linearschwingungen im Allgemeinen schief stehen auf der Richtung der Wellennormale. Aus der ersteren ergibt sich:

$$\cos 2(\chi_x - \chi_z) = \frac{p^2 - q^2}{p^2 + q^2} = \frac{\nu^2 - q^2 - \sin^2 e}{p^2 + q^2} = \frac{a^2 - b^2 - \sin^2 e}{p^2 + q^2}$$

$$\sin 2(\chi_x - \chi_z) = \frac{2pq}{p^2 + q^2} = \frac{2ab}{p^2 + q^2}.$$

Man kann diese Beziehungen zur Vereinfachung der zweiten der Gleichungen (35) benutzen. Setzen wir endlich vorübergehend

$$\mathfrak{D}_p = \sqrt{\mathfrak{D}_x^2 + \mathfrak{D}_z^2} = \mathfrak{D}_z \frac{\sqrt{\nu^2 + q^2}}{\sin e} = \mathfrak{D}_x \frac{\sqrt{\nu^2 + q^2}}{\sqrt{p^2 + q^2}}$$

und führen die Azimute Θ, Θ_R, Θ_D der restaurirten Linearschwingungen gegen die Einfallsebene ein, so erhalten unsere Grenzgleichungen die Gestalt:

$$\left.\begin{aligned}
&[\mathfrak{E} \cos \Theta \sin \varphi + \mathfrak{R} \cos \Theta_R \sin (\varphi - \chi_R^p)] \cos e = \\
&= \Sigma \alpha \mathfrak{D} \cos \Theta_D \frac{1}{\sqrt{\nu^2 + q^2}} [p \sin (\varphi - \chi_z) - q \cos (\varphi - \chi_z)] \\
&\mathfrak{E} \cos \Theta \sin \varphi - \mathfrak{R} \cos \Theta_R \sin (\varphi - \chi_R^p) = \\
&= \Sigma \mathfrak{D} \cos \Theta_D \frac{1}{\sqrt{\nu^2 + q^2}} [(a^2 - b^2) \sin (\varphi - \chi_x) - 2ab \cos (\varphi - \chi_z)] \\
&\mathfrak{E} \sin \Theta \sin \varphi + \mathfrak{R} \sin \Theta_R \sin (\varphi - \chi_R^s) = \\
&= \Sigma \mathfrak{D} \sin \Theta_D \sin (\varphi - \chi_y) \\
&[\mathfrak{E} \sin \Theta \sin \varphi - \mathfrak{R} \sin \Theta_R \sin (\varphi - \chi_R^s)] \cos e = \\
&= \Sigma \mathfrak{D} \sin \Theta_D [p \sin (\varphi - \chi_y) - q \cos (\varphi - \chi_y)].
\end{aligned}\right\} \quad (38$$

Wo schon angeführt, unterscheiden sich diese Gleichungen von denen der isotropen Mittel einzig dadurch, dass in der ersten derselben die Coëfficienten α vorkommen. Was dann den Werth dieser Coëfficienten betrifft, so habe ich denselben in einer früheren Arbeit[1]) mittels Zuziehung des Princips der Erhaltung der lebendigen Kräfte für ideell durchsichtige Mittel bestimmt und für diese Mittel die Beziehung gewonnen:

$$\alpha = 1 - \frac{\operatorname{tg} r \operatorname{tg} \delta}{\cos \Theta_D} = 1 - \frac{\sin e \operatorname{tg} \delta}{p \cos \Theta_D}, \quad (39$$

1) a. a. O. S. 123, resp. S. 362.

unter δ den Winkel zwischen Strahl und Normale verstanden. Will man nun den Nachweis führen, dass vorstehender Ausdruck auch für absorbirende anisotrope Mittel gültig bleibt, so lässt sich derselbe wohl am einfachsten auf die Erwägung stützen, dass die Absorption in der unendlich dünnen äussersten Grenzschicht des Mittels unendlich klein ist und dass sich folglich die während der Zeiteinheit durch sie hindurchgehende lebendige Kraft nur um unendlich wenig von derjenigen lebendigen Kraft unterscheidet, die unter gleichen äusseren Bedingungen durch die gleiche Grenzschicht eines ideell durchsichtigen Mittels mit gleichen Brechungsverhältnissen hindurchgehen würde.

Multipliciren wir zu dem Zweck die erste und zweite sowie die dritte und vierte der Gleichungen (38). Um insbesondere das Product der beiden ersten auf eine übersichtliche Form zu bringen, setze ich wie in früheren Abhandlungen

$$\frac{q}{p} = \operatorname{tg}(\chi_x - \chi_y) = \operatorname{tg}(\varepsilon + v), \quad \frac{2ab}{a^2 - b^2} = \operatorname{tg} 2\varepsilon$$

und berechne daraus:

$$\operatorname{tg}(\varepsilon - v) = \frac{q}{p} \cdot \frac{p^2 + q^2 - \sin^2 e}{p^2 + q^2 + \sin^2 e}, \quad \cos(\varepsilon - v) = \frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}} \cdot \frac{p^2 + q^2}{a^2 + b^2}.$$

Bei Einführung dieser neuen Variabeln ergibt sich dann leicht:

$$[\mathfrak{E}^2 \cos^2 \Theta \sin^2 \varphi - \mathfrak{R}^2 \cos^2 \Theta_R \sin^2(\varphi - \chi_R^p)] \cos e =$$
$$= a\, \mathfrak{D}^2 \cos^2 \Theta_D\, p\, [\sin^2(\varphi - \chi_x) - \operatorname{tg}(\varepsilon - v) \sin(\varphi - \chi_x) \cos(\varphi - \chi_x)]$$
$$[\mathfrak{E}^2 \sin^2 \Theta \sin^2 \varphi - \mathfrak{R}^2 \sin^2 \Theta_R \sin^2(\varphi - \chi_R^s)] \cos e =$$
$$= \mathfrak{D}^2 \sin^2 \Theta_D\, p\, [\sin^2(\varphi - \chi_y) - \operatorname{tg}(\varepsilon + v) \sin(\varphi - \chi_y) \cos(\varphi - \chi_y)],$$

sofern wenigstens die Summenzeichen fortgelassen, die Versuchsbedingungen also unter Einhaltung der sogenannten uniradialen Azimute so gewählt gedacht werden, dass von den beiden möglichen gebrochenen Wellen nur eine einzige zu Stande kommt.

Man multiplicire nun beide Gleichungen mit dt und integrire sie zwischen Grenzen, die um die Zeiteinheit aus einander liegen, so dass etwa $\mu T = 1$ wird. Es bestehen dann zwischen den totalen Energien die einfachen Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E}^2 \cos^2 \Theta - \mathfrak{R}^2 \cos^2 \Theta_R &= \Sigma\, \mathfrak{D}^2 \cos^2 \Theta_D \frac{a p}{\cos e} \\ \mathfrak{E}^2 \sin^2 \Theta - \mathfrak{R}^2 \sin^2 \Theta_R &= \Sigma\, \mathfrak{D}^2 \sin^2 \Theta_D \frac{p}{\cos e}. \end{aligned}\right\} \quad (40$$

Da aber die linken Seiten derselben die gesammte lebendige Kraft repräsentiren, welche während längerer Zeit parallel und senkrecht zur Einfallsebene durch ein Volumelement (= 1) der Trennungsfläche hindurchgeht und welche im allgemeineren Falle zur Bildung beider gebrochenen Wellen verbraucht wird, so werden diese Gleichungen auch dann noch gelten müssen, wenn man die unterdrückten Summenzeichen wieder herstellt.

Addirt man dieselben und ersetzt α durch seinen vorstehenden hypothetischen Werth, so kommt:

$$\mathfrak{E}^2 - \mathfrak{R}^2 = \Sigma\, \mathfrak{D}^2 \frac{p}{\cos e} \,(1 - \operatorname{tg} r \operatorname{tg} \delta \cos \Theta)$$

und in Rücksicht auf die Bedeutung von p:

$$\sin e \cos e\, (\mathfrak{E}^2 - \mathfrak{R}^2) = \Sigma\, \mathfrak{D}^2 \sin r \cos r\, (1 - \operatorname{tg} r \operatorname{tg} \delta \cos \Theta)\, \nu^2$$

oder bekanntlich auch:

$$V \cos e\, (\mathfrak{E}^2 - \mathfrak{R}^2) = \Sigma\, \mathfrak{D}^2\, \omega_s \cos r_s\, \nu^2,$$

wo ω_s, r_s Geschwindigkeit, resp. Brechungswinkel des Strahles bedeuten. Nennt man die beiden einander äquivalenten Aethervolumina kürzer M, M_D, so ist die Beziehung

$$M\, (\mathfrak{E}^2 - \mathfrak{R}^2) = \Sigma\, M_D\, \mathfrak{D}^2\, \nu^2 \tag{41}$$

dieselbe, wie sie sich für ein ideell durchsichtiges Mittel von den gleichen Fortpflanzungsverhältnissen ableitet. Auf Grund dessen erachte ich den Beweis der Richtigkeit des Coëfficienten

$$\alpha = 1 - \frac{\operatorname{tg} r \operatorname{tg} \delta}{\cos \Theta}$$

für absorbirende Mittel als wirklich erbracht.

Man kann übrigens die beiden Gleichungen (40) als neue Formen den vier Grenzgleichungen (XI) hinzufügen. Durch passende Combination derselben ergeben sich dann die Phasenänderungen χ_{s1}, χ_{s2} und χ_{p1}, χ_{p2} der beiden gebrochenen Wellen, die aus derselben einfallenden Welle entstehen.

Wollte man die Gleichungen (38) experimentell zu verificiren suchen, so dürfte es sich empfehlen, sie zunächst auf die für Rechnungen bequeme complexe Form zu bringen. Setzt man dabei zur Abkürzung

$$\mathfrak{R}_p (\cos \chi_R^p + \sqrt{-1} \sin \chi_R^p) = R_p$$
$$\chi_s + \varepsilon = X_p, \quad \mathfrak{D}_p = D_0 \frac{\sqrt{p^2 + q^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$
$$D_0 (\cos X_p + \sqrt{-1} \sin X_p) = D_p$$
$$\mathfrak{R}_s (\cos \chi_R^s + \sqrt{-1} \sin \chi_R^s) = R$$
$$\chi_y = X_s$$
$$\mathfrak{D}_y (\cos X_s + \sqrt{-1} \sin X_s) = D_s,$$

so gewinnt man die sehr übersichtlichen Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} \cos e\,(\mathfrak{E}_p + R_p) &= \Sigma\, \alpha D_p \frac{p + q\sqrt{-1}}{a + b\sqrt{-1}} \\ \mathfrak{E}_p - R_p &= \Sigma\, D_p (a + b\sqrt{-1}) \\ \mathfrak{E}_p + R_s &= \Sigma\, D_s \\ \cos e\,(\mathfrak{E}_s - R_s) &= \Sigma\, D_s (p + q\sqrt{-1}). \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

Da der Symmetrie wegen die restaurirten Schwingungen der gebrochenen Wellen in die Ebene von Strahl und Normale hineinfallen, so sind sonach die Schwingungsazimute Θ_D zugleich auch die Azimute dieser Ebenen. Am zweckmässigsten wird man nun so verfahren, dass man bei bekanntem e; a, b; p, q von den beiden dem Einfallswinkel e entsprechenden einstrahligen Azimuten Θ_E ausgeht, aus den acht zugehörigen einfach aufzulösenden Grenzgleichungen die je zwei Werthe von R_p, R_s; D_p, D_s ableitet und mittels ihrer alle einzelnen Verzögerungen χ ermittelt. Diese letzteren bleiben dann constant, wenn man zu anderen beliebigen Azimuten übergeht. Und kennte man für diese die beiden Θ_D, so liessen sich $\mathfrak{R}_p$, $\mathfrak{R}_s$ sowie $\mathfrak{D}_1$, $\mathfrak{D}_2$ berechnen.

Am einfachsten gestalten sich natürlich die Verhältnisse, wenn man den sogenannten Hauptschnitt eines Krystalles mit der Einfallsebene zusammenfallen lässt und ausserdem $\Theta_E = 0$ setzt, so dass nur die extraordinäre Brechung zu Stande kommt. Man erhält dann beispielsweise aus den beiden oberen Gleichungen:

$$R = \frac{a(p + q\sqrt{-1}) - (a + b\sqrt{-1})^2 \cos e}{a(p + q\sqrt{-1}) + (a + b\sqrt{-1})^2 \cos e}\,\mathfrak{E}, \tag{43}$$

ein Ausdruck, aus dem man nach bekanntem Verfahren $\mathfrak{R}$ und χ_R ableitet und der sich für $b = q = 0$ auf die bekannte Neumann-Seebeck'sche Form, dagegen für $a = 1$ auf die entsprechende Cauchy'sche Form bringen lässt.

Auch die Gleichungen (42) gelten selbstverständlich für isotrope Mittel, sofern ja deren Doppelbrechungsvermögen als unendlich klein betrachtet werden kann. Und um den absorbirenden Krystallen die ideell durchsichtigen zu subsumiren, hat man statt $p + q\sqrt{-1}$ einfach $n \cos r$ und statt $\frac{p + q\sqrt{-1}}{a + b\sqrt{-1}}$ einfach $\cos r$ zu setzen.

Nähme man dagegen die Formeln der durchsichtigen Krystalle zum Ausgang, so wäre das in umgekehrter Richtung einzuschlagende Verfahren in so fern ein inconsequentes, als zwar $n \cos r$ und $\cos r$ complex zu nehmen wären, nichtsdestoweniger aber der $\operatorname{tg} r$ und $\operatorname{tg} \delta$ enthaltende, also in doppeltem Sinne von r abhängige Ausdruck für α nach wie vor reell bliebe. Die Nichtbeachtung dieser Regel rächt sich durch unrichtige und äusserst verwickelte Formeln.

Da ich vorläufig auf die Behandlung der Interferenzerscheinungen absorbirender Krystalle im polarisirten Lichte glaube verzichten zu sollen, so schliesse ich mit einer speciellen Aufzählung derjenigen Erscheinungen, welche durch meine bisherigen Arbeiten schon befriedigend und einheitlich erklärt, d. h. auf die Annahme des Zusammenschwingens der Aether- und Körpertheilchen zurückgeführt sind. Die erwähnten Arbeiten enthalten:

1. Theorie der Refraction und Absorption oder der Dispersion des Lichtes in absorbirenden anisotropen Mitteln, einschliesslich des Dichroismus und der Dispersion der Achsen.
2. Theorie der bewegten absorbirenden anisotropen Mittel.
3. Theorie des Ueberganges des Lichtes zwischen absorbirenden anisotropen Mitteln und insbesondere der sogenannten Metallreflexion.
4. Theorie des Ueberganges des Lichtes zwischen bewegten Mitteln.
5. Theorie der Totalreflexion an durchsichtigen isotropen Mitteln.
6. Andeutungen zur Theorie der früher sogenannten elliptischen Polarisation der durchsichtigen Mittel.
7. Andeutungen bezüglich der Möglichkeit einer Erklärung der Fluorescenz auf Grundlage der angenommenen Wechselwirkung zwischen Aether- und Körpermaterie.

Beschreibung der Wäge-Instrumente neuester Construction, nebst Constructionsmotiven

von

Paul Bunge,

Mechaniker und Constructeur im Waagenfach.

(Mit Tafel X.)

Seit ich zuletzt im Jahre 1876 eine Beschreibung meiner Präcisionswaagen veröffentlichte, haben dieselben im Interesse ihrer Vervollkommnung wesentliche Umformungen erfahren, hat sich ausserdem das Gebiet meiner Constructionen im Waagenfach nicht unwesentlich erweitert, so dass ich mich veranlasst sehe, im Nachstehenden eine Beschreibung der von mir gefertigten Wägeinstrumente in ihrer heutigen Form, sowie die Skizzen einiger derselben, Verkleinerungen meiner Arbeitszeichnungen, zu geben.

Was ich, so viel mir bekannt, als der Erste im Jahre 1867 mathematisch nachwies, dass man bei genügender Sorgfalt in der Auswahl des Materials und hinreichend exacter Ausführung durch entsprechende Massenvertheilung einen kurzarmigen Waagebalken empfindlicher machen kann als einen langarmigen, ohne durch zu grosse Verlangsamung der Schwingungen denselben namentlich für Wägungen hygroskopischer oder sonst im Gewicht veränderlicher Körper unpraktisch zu machen, ist inzwischen praktisch bewährt und allgemein anerkannt; so dass es füglich an der Zeit wäre, den noch immer in den mechanischen Lehrbüchern stereotypen Satz: „Eine Waage ist um so empfindlicher, je länger und leichter der Balken ist", der einen Widerspruch in sich trägt und auf unrichtigem Verständniss einer richtigen Formel beruht, zu cassiren und durch den den Sinn dieser Formel richtig ausdrückenden Satz zu ersetzen:

„Eine Waage ist um so empfindlicher, je näher der Schwerpunkt des Balkens und die Verbindungslinie oder Ebene der Endschneiden, oder je näher der Gesammtschwerpunkt der schwingenden Masse unter dem Unterstützungspunkte, der Mittelschneide, liegt, je grösser ferner der Radius und je schärfer die Beobachtungsweise ist, mit welcher der Neigungswinkel, oder besser, dessen Tangente, abgelesen wird.“

Die dynamischen Verhältnisse einer Waage bleiben in jenen Lehrbüchern unberücksichtigt, und diese eben plaidiren für den kurzen Balken.

Die oben erwähnte Formel wird folgendermassen abgeleitet:

Es bedeute a die Entfernung des Schwerpunktes eines Waagebalkens von der Mittelschneide, $2l$ den Abstand der Endschneiden von einander, b das Loth von der Mittelschneide auf die Verbindungslinie der Endschneiden, G das Gewicht des Balkens, P das Gewicht dessen, was jede Endschneide trägt. Durch ein kleines Zulagegewicht p werde der Balken um den Winkel α gedreht. Die auf die nunmehrige Gleichgewichtslage wirkenden Kräfte P, $P+p$, G haben entsprechend in Bezug auf die Mittelschneide die Arme $(l\cos\alpha + b\sin\alpha)$, $(l\cos\alpha - b\sin\alpha)$, $a\sin\alpha$, und es besteht folgende Gleichung:

$$P(l\cos\alpha + b\sin\alpha) + Ga\sin\alpha = (P+p)(l\cos\alpha - b\sin\alpha)$$

oder

$$P(l\cos\alpha + b\sin\alpha) + Ga\sin\alpha = P(l\cos\alpha - b\sin\alpha) + p(l\cos\alpha - b\sin\alpha)$$

$$2Pb\sin\alpha + Ga\sin\alpha = p(l\cos\alpha - b\sin\alpha)$$

und durch $\cos\alpha$ dividirt: $(2P+p)b\,\mathrm{tg}\,\alpha + Ga\,\mathrm{tg}\,\alpha = pl$;

hieraus $$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{pl}{(2P+p)b + Ga}.$$

So weit die Lehrbücher. Nun weiter:

Setzt man, um die Grösse des Ausschlagwinkels für ein gewisses Zulagegewicht unabhängig von der Grösse der Belastung zu machen, $b=0$, d. h. die drei Schneiden in eine Ebene, wie solches bei Präcisionswaagen der Fall sein soll, so vereinfacht sich obige Formel dahin:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{pl}{Ga}. \qquad (1$$

Für die den meinen ähnliche, günstigste Form des Balkens, wo er beiderseits aus einer auf absolute und einer oder zwei auf rückwirkende Festigkeit beanspruchten Stangen und einem verticalen Pfeiler über der Mittelschneide besteht, würde das Gewicht des Balkens für gleiche Tragfähigheit und bei Zulassung einer proportional der Balkenlänge wachsenden Durchbiegung doch mindestens im geraden Verhältniss der Länge wachsen.

Für die Schwingungsdauer t eines physischen Pendels gibt die Dynamik folgende annähernde Formel:

$$t = \pi \sqrt{\frac{J}{m\,e\,g}},$$

wo π das Verhältniss der Peripherie zum Durchmesser des Kreises, J das Trägheitsmoment der schwingenden Masse m in Bezug auf die Drehachse, e den Schwerpunktsabstand der Masse von der letzteren, g die Beschleunigung der Schwere bedeuten. Da in unserem Falle $m = \frac{G + 2\,P}{g}$, so ist hier

$$t = \pi \sqrt{\frac{J}{(G + 2\,P)\,e}}. \qquad (2$$

Das Trägheitsmoment des Balkens ist annähernd $= \frac{G\,l^2}{3\,g}$, das der Belastungen der Endschneiden $= \frac{2\,P\,l^2}{g}$, die Summe beider daher

$$J = \frac{(G + 6\,P)\,l^2}{3\,g}.$$

Diesen Werth in Formel (2) substituirt ergibt:

$$t = \pi \sqrt{\frac{(G + 6\,P)\,l^2}{3\,e\,g\,(G + 2\,P)}}.$$

Liegen die Schneiden in einer Ebene, so ist

$$e\,(G + 2\,P) = a\,G, \text{ folglich } t = \pi\,l \sqrt{\frac{G + 6\,P}{3\,G\,a\,g}}.$$

Hiernach ist die Schwingungsdauer einer Waage proportional der Balkenlänge und umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Entfernung des Gesammtschwerpunktes von der Mittelschneide. Für eine bestimmte Schwingungsdauer muss diese Entfernung also mit dem Quadrat der Balkenlänge wachsen. Wollte man die Balken-

länge auf das $n$fache vergrössern, dabei aber für gleiche Belastung nur gleiche Schwingungsdauer gestatten, so würde in Formel (1) anstatt G, nG, anstatt a, n^2a zu setzen sein; also

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{p\,l\,n}{n\,G\,.\,n^2 a} = \frac{p\,l}{n^2 a\,G}.$$

Hiernach würde beispielsweise eine Waage mit 5 Zoll langem Balken 9mal so empfindlich sein als eine solche von 15 Zoll Balkenlänge, wenn beide Waagen gleiche Schwingungsdauer haben.

Die allgemeine Anerkennung meiner Waagenconstructionen ist inzwischen besonders dadurch documentirt, dass sich eine stets wachsende Anzahl meiner Herren Fachgenossen der Nachahmung derselben mit mehr oder weniger Geschick befleissigt (s. Berliner Industrie-Ausstellung 1879). Wenn ich in meinem Prospect vom Jahre 1876 versprach, diesen Nachahmern gegenüber nicht durch Patente, sondern in dem Bestreben Schutz zu suchen, durch stetig fortschreitende Verbesserung meiner Erzeugnisse dieselben über dem Niveau solcher Nachahmungen zu halten, so glaube ich nachstehend den Beweis zu führen, dass ich mit einigem Glück diesem Versprechen nachzukommen bestrebt war.

Hauptsächlich wurde ich zur Erstrebung tieferer Einsicht in die Theorie der Waage und ihrer Hilfseinrichtungen und zu den darauf basirten Vervollkommnungen und Fortschritten angespornt durch die mir gewordene Aufgabe der Construction der auf Taf. X skizzirten

Präcisionswaage ersten Ranges für Kilogrammvergleichungen im Vacuum mit einer Manövrir- und Observationsdistanz von 4 Metern

für das Bureau International des poids et mesures in Sèvres bei Paris.

Nachdem alle Versuche missglückt waren, eine geeignete Glasumhüllung für diese Waage zu beschaffen, fertigte ich ein Gehäuse aus Phosphorbronze, dessen Deckel sowie die oben und an 4 Seiten befindlichen dicken Spiegelglasscheiben zur Vermeidung von Fettdämpfen durch Kautschukringe gedichtet sind. Es wird hierdurch die Manipulation des Oeffnens und Schliessens sehr erleichtert, doch dürften die Kautschukringe öfteren Ersatzes bedürfen.

Ein brückenähnlicher Doppelträger legt sich beiderseits auf einen einspringenden Rand der Wandung und trägt das feste Mittellager, die Führungen der Arretirung, das Repositorium für Zulagegewichte, die Zungenscala, ein Glasprisma, Thermometer, Hygrometer.

Bei der Construction des Balkens war ich von vorn herein zum Verlassen meiner bisherigen Balkenform dadurch genöthigt, dass mir der lange Zeiger zur Compensation der sonst hoch über dem Unterstützungspunkt gelagerten Masse des Balkens fehlte, und dadurch, dass die Auflagelinie der Mittelachse eine ununterbrochene sein sollte. Der Balken sollte, ohne Rücksicht auf Herstellungskosten, Leichtigkeit mit Starrheit so viel irgend möglich verbinden, und die Achsen sollten in jeder Richtung derart justirbar sein, dass dadurch jede andere Richtung in keiner Weise beeinflusst wird und sowohl der Balken wie die Achsen keinerlei Deformation und Verspannung ausgesetzt werden. Die aus der Zeichnung im Querschnitt ersichtliche, mit Hilfe der Skizzen der ähnlich geformten Balken der 50 und der 5 Kilo-Waage wohl verständliche Form des Balkens erscheint vor allen anderen Constructionen geeignet, allen obigen Bedingungen am vollständigsten zu genügen. Die Mittelachse befindet sich in einem in allen Richtungen abgesteiften kastenähnlichen Gestell, von welchem beiderseits zwei horizontale, in halber Länge mit einander verbundene Streben convergirend nach den Endachsenkloben laufen, die durch je einen über einem Mittelpfeiler verbundenen Anker abgesteift werden. Behufs Ausgleichung der Hebelarme ist die Mittelachse durch Schrauben verrückbar; doch ist absolut ausgeschlossen, dass die neue Lage nicht vollkommen parallel der alten wäre. Die Endachsen sind in Kloben eingepasst und in jeder Richtung justirbar.

Sämmtliche Achsen und Lager der Waage habe ich behufs versuchsweiser Ermittelung des geeigneten Materials aus Stahl, Achat, Quarz, Edeltopas und mit ziemlich hohen Opfern auch aus Diamanten hergestellt.

Die Diamantmittelachse lag mit einer Linie von 12 mm Länge auf dem planen Diamantmittellager, die Endachsen, 7 mm lang, auf den planen Endlagern von Diamant auf. Die Achsen aus anderen Materialien hatten eine Auflagelänge von 24 mm für die Mittelachse und von 15 mm für die Endachsen.

Quarz und Edeltopas erwiesen sich ihrer hohen Sprödigkeit halber von vorn herein als unbrauchbar.

Die Beobachtung ergab, dass jeder Schwingungsbogen der Waage bei Diamant um ca. $^2/_5$ %, bei Achat um ca. $^3/_4$ %, bei Stahl um ca. $2^1/_2$ % kürzer war als der vorhergehende.

Zieht man die kürzere und auch weniger vollkommene Auflage-

linie der Diamanten und ferner in Betracht, dass eigentlich von den sich hieraus ergebenen Reibungswerthen noch eine Constante für Luftreibung zu kürzen wäre, so erweist sich die Achsenreibung beim Diamant, wie übrigens zu erwarten war, als die weitaus geringste; aber auch bei Achat erweist sich dieselbe als wesentlich geringer als beim Stahl. Nachdem sich auch bei einer Belastung von 100 kgr die Achatschneide bewährt hat, glaube ich es als erwiesen betrachten zu dürfen, dass Achat das geeignetste Material für Achsen und Lager für jede Belastung überall da ist, wo durch eine vollständige Arretirung die Schneiden vor Stössen und unregelmässiger Inanspruchnahme geschützt sind. Auch bei diesem Instrument habe ich schliesslich für Achat entschieden, weil trotz zahlreicher Versuche ich keine Mittel fand, die unregelmässigen Diamanten genügend unwandelbar in ihren Kloben zu befestigen.

Während bei meinen früheren Waagen behufs der Auslösung der Balken durch das Mittellager aus der Arretirung gehoben wurde, nachdem die Senkung der Gehänge auf die Endschneiden vorangegangen war, ordnete ich hier ein festes Mittellager und eine für Balken und Gehänge gemeinsame, behufs der Auslösung sich senkende Arretirung an, wodurch ich den Fehler der bisherigen doppelten Arretirung ausschloss, dass nämlich, da die Arretirung der Gehänge leicht in ihren Führungen gleiten muss, dieselben einer Lageränderung und in Folge dessen die Gehänge einer Aenderung ihrer Auflagelinie auf der Endachse ausgesetzt sind und dadurch wieder die Gefahr der Inconstanz näher tritt.

Es galt aber auch des Vortheils nicht verlustig zu gehen, den ich seiner Zeit durch Einführung der doppelten Arretirung erzielte, dass nämlich beim Arretiren der Balken erst horizontal gestellt wird, bevor die Gehänge abgehoben werden, da im anderen Falle ein schädliches Gleiten der Lagerflächen auf den Schneiden veranlasst werden würde.

All diesen Bedingungen entsprach ich und schuf die einfachste und vollkommenste Arretirung zugleich dadurch, dass ich die seitlichen Stützen des Balkens in die Verlängerung der Achslinie und um ca. 1/4 des Hubes der Arretirung über dieselbe legte.

Bei geneigtem Balken hat der dem Drehpunkt entferntere Stützpunkt des Balkens einen grösseren Verticalweg durchlaufen als die Stützen des Gehänges, wird also auch von der Arretirung eher getroffen.

Balken und Gehänge berühren mit Achatkugelflächen die Achatrinnen und die Achathohlconen der Arretirung.

Rechtwinklig zur Endachse, in dem Lagerstück des Gehänges, möglichst dicht über der Lagerfläche ist eine zweite Schneide angeordnet, worauf ein zweites, nicht planes, sondern nach beiden Seiten geneigtes Lager spielt, welches wieder eine unter dem Balken liegende, mit der Endachse gleichlaufende Schneide trägt, auf welcher dann endlich die Schale selbst hängt. Diese ist, ihrer wirklichen Lage nach um 90° gedreht, in der Skizze gezeichnet.

Die Arretirung, oben in 4 Rollen, unten in einem Cylinder sich führend, wird durch Vermittelung eines Hebels etc. durch ein Excenter in Thätigkeit gesetzt, dessen Welle noch ein zweites Excenter trägt, welches die Verticalbewegung der Transpositionsvorrichtung bewirkt, so dass eine Linksdrehung die Auslösung der Waage, eine Rechtsdrehung in zwei fühlbar getrennten Absätzen die Hebung des Transporteurs bewirkt.

Auf dem aus dem Grundriss deutlich ersichtlichen kammförmigen Repositorium liegt ein Satz kleiner Gewichte in länglicher Plattenform. Um dieser Gewichtsreihe einen möglichst grossen Umfang zu geben, empfahl ich schon bei früherer Lieferung einer ähnlichen Waage an die kaiserliche Normal-Eichungscommission in Berlin, die übliche Gewichtsreihe 1, 2 2, 5, 10 u. s. w. durch die geometrische Reihe mit dem Exponenten = 3 zu ersetzen, also 1, 3, 9, 27 u. s. w.

Die oben an den Schalen, in gleicher Höhe mit dem Repositorium befestigten Gabeln dienen zur Aufnahme einer beliebigen Anzahl dieser Gewichte.

Zu diesem Zweck dreht man den oben am Transporteur befindlichen Löffel unter das betreffende Gewicht, dreht die Excenter nach rechts bis zur fühlbaren Marke und hebt dadurch den Löffel mit dem Gewicht; soll noch ein zweites Gewicht aufgelegt werden, so dreht man den Löffel und senkt ihn seitlich am Repositorium vorbei, führt ihn unter das zweite Gewicht, hebt wieder, wobei das erste Gewicht frei passirt, und dreht nun den Löffel nach links oder rechts bis zum Anschlag, senkt ihn und die Gewichte liegen auf der Gabel, d. h. auf der Schale. Soll irgend eines der auf der Gabel liegenden Gewichte entfernt werden, so hebt man sämmtliche Gewichte ab, führt sie über die dem einen Gewicht entsprechende Staffel und senkt sie; so bleibt

nur dies eine Gewicht auf dem Repositorium, die übrigen legt man wieder auf die Gabel u. s. w.

Bei all diesen Manipulationen passirt der untere Theil des Transporteurs frei unter der eigentlichen kreuzförmigen Schale. Will man die darauf stehenden Kilogramme unter einander vertauschen, so dreht man den Transporteur bis zum Anschlag, hebt ihn zur vollen Höhe, wobei die kreuzförmig ausgeschnittenen Platten die Kilogramme von den Schalen heben, dreht den Transporteur bis zum entgegengesetzten Anschlag, senkt ihn wieder, und die Umtauschung ist bewirkt. Die Umdrehung der Excenters wie diejenige des Transporteurs werden durch luftdicht eingeschliffene Stopfen vermittelt. Um diese Bewegungen von dem ca. 4^{m} entfernten Manövrirtisch aus zu bewirken, konnte ich einfache Stangen und auch die käuflichen Rohre nicht verwenden. Ich construirte vielmehr für die Drehung der Excenter ein gegen Durchbiegung und gegen Torsion gleich festes und dabei nur 5^{kgr} wiegendes System, das aus drei Stahlgurtungen besteht, von denen jede in kurzen Intervallen mit den beiden andern durch Kreuze verbunden ist.

Die Drehung des Transporteurs bewirke ich folgendermassen:

Auf dem Manövrirtisch dreht sich um eine verticale Achse auf Rollen ein Handrad, welches an seiner Peripherie zwei Zapfen trägt, die mit der Achse als Scheitel einen rechten Winkel einschliessen. Diese tragen die beiden, in der Zeichnung einander deckenden, aus je zwei verstrebten Stahlgurtungen zusammengesetzten Zugstangen. Während die eine dieser Zugstangen am anderen Ende mit einem Stift in die Kurbel des verticalen Stopfens greift, dient die zweite nur zur Ueberwindung des Todtpunktes durch Vermittelung der an einem Bock unter dem Gehäuse drehbaren rechtwinkligen Doppelkurbel, welche zugleich die Zugstangen trägt.

Um nun die Transpositionen beider Art vom Manövrirtisch aus sicher bewirken zu können, sind auf diesem die Schalen, das Repositorium und der Transporteur so weit copirt, dass man sehend auf dem Manövrirtisch ausführen kann, was man im Gehäuse auszuführen beabsichtigt.

Durch ein über dem Tisch befindliches Fernrohr, das im Gehäuse befindliche Prisma und einen am Balken horizontal befestigten Spiegel erblickt man den Nullpunkt eines über dem Fernrohr befestigten, in der Skizze nur im Querschnitt angedeuteten, gut beleuchteten Maass-

stabes. Wenn der Balken schwingt, so passiren in Folge der Neigung des Spiegels die Theilstriche des Maassstabes das Fadenkreuz des Fernrohrs. Man hat relativ denselben Effect, als wenn man die Schwingung an einem 8 m langen Zeiger ablesen würde, und ist hierdurch in den Stand gesetzt, bei 1 kgr Belastung jeder Schale hundertstel Milligramme abzulesen, ohne dass die Waage über Gebühr langsam schwingt.

Nachdem ich die drei Achsen der Waage so genau parallel gestellt hatte, dass eine Verschiebung der Angriffspunkte der Belastungen in der Richtung der Schneiden um 2 mm keine nachweisbare Aenderung der Gleichgewichtslage hervorbrachte, erwies sich die Waage auch dank vollständiger Abhaltung störender Wärmeeinflüsse dieser Ablesungschärfe gemäss constant.

Leider hatte ich bei Leitung des Lichtstrahls ausser Acht gelassen, dass ich hier nicht die Tangente des Ausschlagswinkels multiplicirt mit der doppelten Entfernung, sondern die Tangente des doppelten Ausschlagswinkels multiplicirt mit der einfachen Entfernung des Fernrohrs vom Spiegel ablese und dass aus diesem Grunde die Ablesungswerthe dem Uebergewichte nicht proportional bleiben, wie ich das bei nachstehender Complementenwaage wirklich erreiche.

Das Material sämmtlicher Theile des Instrumentes, die dies ermöglichen, ist Phosphorbronze gleicher Mischung. Zwei Hähne vermitteln die Communication mit dem Barometer und der Luftpumpe.

Eine officielle Kritik dieses Instrumentes steht leider noch aus.

Complementen-Waage für analytische Zwecke, für Wägungen in Vacuum oder im Exsiccator.

Bei Wägungen von Substanzen, welche getrocknet und aus dem Exsiccator genommen werden, und sonstiger hygroskopischer Substanzen macht sich der grosse Uebelstand geltend, dass sich während der Wägung deren Gewicht stetig ändert, man daher von wirklich genauer Gewichtsbestimmung bei solchen Substanzen absehen muss.

Zur Umgehung dieses Uebelstandes dient das unter dem Namen Complementenwaage skizzirte Instrument, welches zugleich durch seine Einrichtungen für Wägungen äusserster Schärfe geeignet ist.

Das Instrument ist auf einem Pfeiler oder Consol so befestigt, dass es nach dem Loth gerichtet werden kann.

Seine metallene Kapsel besteht aus zwei Theilen, die dicht über dem horizontalen Stopfen luftdicht zusammenstossen.

Der Waagebalken ist zweiachsig und trägt an einem Ende in der bei der Pariser Waage angewandten Kreuzschneideaufhängung die unter der Kapsel hängende Doppelschale, deren obere Platte, event. ein Haken, zur Aufnahme des Wägeobjects dient, in deren untere Platte man dagegen annähernd so viel Gewichte zu legen hat, als das Gewicht des Wägeobjects zu 200^gr completiren, so dass man überzeugt ist, durch spätere Auflage kleinerer Gewichte das Gleichgewicht herbeiführen zu können.

Am anderen Ende trägt der Waagebalken neben Vertical- und Horizontaljustirgewichten das Gewicht, welches die Waage ins Gleichgewicht bringt, wenn genau 200^gr auf der Schale liegen.

Die zweiachsige Waage hat neben dem zunächst hier bezweckten noch den Vortheil, dass die beiden Achsen auf viel einfachere Weise einander genau parallel und in eine Ebene justirbar gemacht werden können, als dies bei 3 Achsen möglich ist.

Die von derjenigen der Pariser Waage in ihrer Construction durchaus abweichende Arretirung wirkt trotzdem ganz in derselben Weise wie jene.

Die Drehung der Excenter durch Vermittelung der Stopfens und der Kurbel nach links bewirkt dis Senkung der Arretirung und die Auslösung der Waage. Durch Rechtsdrehung wird mit der Arretirung dio ganze Waage noch um 7^mm gehoben. Der über dem Gehänge aufgeschraubte Metallstreifen wird dann eben so viel über dem polypenförmigen Repositorium für die kleineren Gewichte stehen, wie er vorher tiefer stand. Es ist nun wohl klar, wie durch Drehung des Polypen mittels des oberen und durch Heben und Senken der Waage mittels des seitlichen Stopfens im luftdichten Raume die auf dem Polypen gelagerten kleinen Gewichte in länglich platter Form in beliebiger Zahl und Auswahl auf den Metallstreifen, d. h. die Schale, gelegt und wieder entfernt werden können. Ueber dem Metallstreifen ist der Deckel der Kapsel durchbrochen und durch eine Glasplatte abgeschlossen. Zwei weitere Oeffnungen vorn und rechts in der Wandung werden ebenfalls durch planparallele Gläser gedichtet. Vor der vorderen Oeffnung ist ein Fernrohr auf ein am Balken befestigtes Glasprisma gerichtet, in welchem sich ein Theil des rechts in 2—4^m Entfernung aufgestellten verticalen Maasstabes zeigt. Beim Schwingen

des Balkens werden auch hier die Theilstriche vor dem Fadenkreuz vorbei passiren, man wird aber hier wirklich die Tangenten der Neigungswinkel ablesen. Ueber den ganzen Bereich der Scala, bei 4^m Entfernung 500^{mm} nach beiden Seiten des Nullpunktes, werden daher die abgelesenen Zahlenwerthe dem Uebergewicht proportional sein, man wird also bei ziemlich kurzer Schwingungsdauer hundertstel Milligramme ablesen, ohne ein kleineres Gewicht als das 1 Centigrammstück zu verwenden. Durch richtige Position des kleinen Glasprismas ist es auch zu erreichen, dass die Ruhelage der mit 200^{gr} in der Schale belasteten Waage in jeder Luftspannung, also auch im Vacuum dieselbe bleibt.

Eine weitere Erläuterung des Verfahrens beim Wägen ist wohl überflüssig. Das gesuchte Gewicht der Substanz ist hier das Complement der in der Schale und oben auf dem Streifen liegenden Gewichtsumme zu 200^{gr} unter Berücksichtigung der durch Interpoliren mit den Zahlenwerthen der Schwingungen sich ergebenden dritten, vierten, fünften u. s. w. Decimale.

Das nur zur Hälfte gezeichnete Gestell erleichtert das Manipuliren mit der Glocke.

In der Glocke können seitlich Thermometer, abgekürztes Barometer und auf dem Boden auch die Trockensubstanz Platz finden.

Man kann die erhitzten Substanzen auf die zu diesem Zweck aus Platin gefertigte Schale setzen, nachdem schon vorher die Gewichte auf der unteren Schale bestimmt sind, und dann wie im Exsiccator trocknen oder dieses durch Evacuation in Gegenwart von Schwefel- oder Phosphorsäure bewirken. Ein seitlicher Hahn vermittelt die Communication mit der Luftpumpe.

Diese Waage, meine neueste, in allen Theilen durchaus originelle Construction, ist natürlich in allen gewünschten Grössen, mit allen möglichen Varianten den Wünschen der Herren Besteller gemäss ausführbar.

Sie scheint mir geeignet, sich bald in den Laboratorien einzubürgern, weil sie die präcise Ausführung manchen Versuches ermöglichen oder vereinfachen wird, welche sonst gar nicht oder nur auf umständlichere Weise möglich wäre.

Physikalische Waagen.

Waagen für präcise Gewichtsvergleichungen.

Diese nur durch einige räumliche Verhältnisse von einander abweichenden Waagenklassen sind auf der Tafel durch die Skizzen der

in Arbeit befindlichen, für die Ingenieurschule in Rom, die Bergakademie in Berlin, die hiesige Seewarte und das Universitätslaboratorium in Upsala bestimmten physikalischen Waagen à 5 ^{kgr} Maximalbelastung jeder Schale, wie durch die Skizze der für die oberste Eichbehörde in Stockholm im Vorjahre gefertigten Centnerwaage vertreten. Die Construction des Balkens, der Gehänge, der Arretirung dieser Waagen ist der der Pariser Waage gleich. Als Compensation für den langen Zeiger konnte ich hier den Balken höher absteifen als dort. Die Schalen sind in geeigneter Weise verstrebt, daher verhältnissmässig leicht und starr. Die Arretirung stützt dieselben von unten, nachdem die Arretirung des Balkens und der Gehänge erfolgt ist. Bei Auslösung werden zuerst die Stützen der Schalen gesenkt; man kann also durch wiederholtes Heben und Senken dieser Stützen die Schalen beruhigen, ohne Gehänge und Balken zu beeinflussen.

Der Balken trägt vorn mit der Oberkante genau in der Achslinie und mit dem Nullpunkt in der Verlängerung der Mittelschneide ein getheiltes leichtes Lineal, auf welchem der Reiter in sehr sicherer und bequemer Weise verschoben werden kann. Die Achsen und Lager sind auch hier von Achat, die Kreuzschneiden der Gehänge und deren Lager von Stahl; Balken und Gehänge stützen sich mit Achatkugelflächen in die Achat- oder hartstählernen Rinnen und Hohlconus der Arretirungspfeiler.

Der Balken, die Arretirung und das ganze Stativ sind mit allem Zubehör aus Bronze derselben Mischung hergestellt.

Die physikalischen Waagen können, wie skizzirt, so eingerichtet werden, dass links oder rechts die Stützen der Schalen und das betr. Stück der Arretiruugswelle entfernt werden können, um sehr voluminöse Gegenstände in dem weiteren Behälter, auf welchem die Waage steht, wägen zu können. Um das Aufsetzen und Abheben grösserer Gewichte möglichst ohne Erschütterungen ausführen zu können, wird der skizzirte Rollkrahn benutzt.

Zur Erzielung kürzerer Schwingungsdauer bei hoher Empfindlichkeit dürfte sich bei diesen Waagen die bei der Complementenwaage angewandte Fernrohrscalenablesung sehr empfehlen, eben so eine Einrichtung zum Arretiren aus der Ferne, sowie eine solche zum Verschieben des Reiters oder Auflegen von Gewichten, da nachweisbar der störende Einfluss der Körperwärme des Laboranten ein wesentlicher ist.

Chemisch analytische Waagen.

Probirwaagen für Legirungen.

Dieselben sind im Allgemeinen den physikalischen Waagen gleich construirt. Der geringeren Dimensionen halber war ich jedoch genöthigt, von oben beschriebener Balkenform abzuweichen.

Der geringeren Inanspruchnahme entsprechend, konnte ich hier unbedenklich die beiden Horizontalstreben zu einer vereinigen. Die bei vorstehenden Waagen angewandte vollkommene Justirvorrichtung der Schneiden würde hier gar zu minutiös und daher unsicher wirkend ausfallen. Ich habe es daher vorgezogen, durch besondere maschinelle Vorrichtungen die Achsen genau prismatisch herzustellen und sie von vorn herein so genau parallel in dem Balken zu befestigen, als dies mit Hilfe einer genauen Fraisevorrichtung eben möglich ist, und dann den Balken nur bezüglich seiner Armlänge, der Höhenlage der Endschneiden und seiner Schwerpunktslage justirbar zu machen. Die neue Arretirung in Verbindung mit der Kreuzschneidenaufhängung der Schale sichert diesen Waagen dauernd vollkommene Constanz.

Sämmtliche Achsen und Lager sind auch hier aus Achat gefertigt.

Der Balken und die Gehänge stützen sich mit Achatkugelflächen in die ebenfalls aus Achat gefertigten Rinnen resp. Hohlconus der Arretirungspfeiler. Es wird dadurch der mehrfach gerügte Uebelstand beseitigt, dass in Folge öfteren Beschlagens beim Oeffnen des Gehäuses der noch kalten Waage im eben geheizten Zimmer die sonst metallenen Contactflächen allmählich oxydiren, die dadurch veranlasste Adhäsion durch das geringe Trägheitsmoment der Waage nicht überwunden wird und daher der erste Ausschlag in einer Weise erfolgt, wie sie der Ruhelage nicht entspricht. Die hierdurch bedingte Vertheuerung des Instrumentes wird durch den erreichten Vortheil, stets aus dem ersten Ausschlage die Ruhelage zu erkennen, reichlich compensirt.

Die Bodenplatte des Gehäuses ist weisser Marmor. Das Material für sämmtliche Theile der Waage, die dies irgend gestatten, ist Bronze ein und derselben Mischung; Balken und Schale sind vergoldet.

Die Anwendung der Aluminiums als Balkenmaterial erscheint mir nicht gerechtfertigt, trotzdem sie von vielen Seiten empfohlen wird. Meiner Ansicht nach (Versuche habe ich darüber nicht angestellt) ist Aluminium kaum fester als Zink; man würde also durch die

nöthige Verstärkung des Balkens einhüssen, was man durch das gegeringere specifische Gewicht gewinnen will.

Legirungen des Aluminiums sind mir mit Ausnahme der Aluminiumkupferbronze nicht näher bekannt. Aber auch wenn sich diese durch grössere Festigkeit auszeichnen sollten, würde ich gegen deren Anwendung deshalb Bedenken tragen, weil ich es für einen Fehler halte, ohne zwingende Gründe den Balken und die Arretirung aus verschiedenen Materialien herzustellen und dadurch unnöthigerweise Wärmebeeinflussungen in Folge verschiedener Ausdehnungen herbeizuführen. Ein solcher zwingender Grund ist die Erleichterung des mit einer mittleren Belastung mehrere hundert Gramm wiegenden schwingenden Systems um wenige Gramm keineswegs.

Wägeautomaten zum Controliren von Münzplatten für Münzwerkstätten und zum Aussondern unterwerthiger Goldmünzen für Banken.

Um bei diesen Maschinen ein Maximum der Leistung zu erzielen, d. h. eine möglichst grosse Zahl von Münzen möglichst genau in gegebener Zeit zu sortiren, hat der Constructeur sein Augenmerk darauf zu richten, dass ein möglichst grosser Theil der Dauer eines ganzen Turnus für die eigentliche Wägung reservirt bleibt, dass eine möglichst geringe Höhenlagenänderung der Schale oder der Endschneide am Schluss der Wägung ausreicht, um durch den Mechanismus die Platte in die ihr zukommende Kategorie zu befördern, und dass endlich diese Höhenlagenänderung in möglichst kurzer Zeit durch ein möglichst geringes Manco oder Uebergewicht bewirkt werde.

Dass merkwürdigerweise zur Erfüllung dieser letzten Bedingung die Länge des Balkens an sich ganz ohne Einfluss ist, dass also beispielsweise ein Milligramm Uebergewicht bei einer Balkenlänge von 0,3 m und einer solchen nur 0,1 m in genau dem gleichen Zeitraum die Schale um einen Millimeter senken würde, vorausgesetzt dass Gesammtgewicht und Massenvertheilung in beiden Theilen die gleichen wären, ist mathematisch folgendermassen nachzuweisen:

Wir hatten oben die Formel $\operatorname{tg} \alpha = \frac{p\,l}{G\,a}$. Bei kleinem Ausschlagwinkel können wir für $\operatorname{tg} \alpha$ den Werth von $\sin \alpha = \frac{h}{l}$ setzen, wo h die durch das Uebergewicht p bewirkte Senkung der Schale bedeutet. Also:

$$\frac{h}{l} = \frac{p\,l}{G\,a}, \quad a = \frac{p\,l^2}{h\,G}.$$

Für die Schwingungsdauer der Waage hatten wir ferner die Formel $t = \pi\, l \sqrt{\frac{G + 6\, P}{3\, G\, a\, g}} = \pi \sqrt{\frac{(G + 6\, P)\, l^2}{3\, G\, a\, g}}$. Setzen wir nun hierin obigen Werth für a, so ergibt dies $t = \pi \sqrt{\frac{(G + 6\, P)\, h}{3\, g\, p}}$. Diese Formel ergibt die Schwingungsdauer der Waage, wenn a, die Entfernung des Gesammtschwerpunktes von der Mittelschneide, derart bestimmt ist, dass p die Ruhelage der Waage um den Winkel, dessen Tangente $= \frac{h}{l}$ ist, ändert. Es wird demnach der Hälfte dieses Zeitmaasses bedürfen, um eine Senkung der Schale um h zu bewirken, und zwar auch in dem Falle, dass die Empfindlichkeit der Waage vergrössert, also a reducirt wird. Denn dividire ich a durch n^2, so wird die Schwingungsdauer $= n\, t$. In dem $n$ten Theil der Zeit aber, in welchem nun die Schale den Weg $= n^2 h$ durchläuft, wird sie den Weg h durchlaufen. Es ist also sowohl die Länge des Balkens wie der Schwerpunktsabstand von der Mittelschneide unter dem durch die erforderliche Empfindlichkeit bedingten Maasse vollkommen ohne Einfluss auf die Leistungsfähigkeit der Maschine. Durch Verlängerung des Balkens bewirkt man nur in so fern eine Verzögerung, als eine Vermehrung der Masse davon unzertrennlich ist. Dieser Nachtheil ist aber weniger von Belang gegenüber dem Vortheil des langen Balkens, dass eine Abnutzung der hier mehr als irgendwo durch nie ganz zu vermeidende gewaltsame Lagenänderungen beanspruchten Schneiden weniger von Einfluss ist als beim kurzen Balken.

Man soll also hier angemessen lange Balken verwenden.

Die Maschine functionirt in folgender Weise:

Die Münzplatten werden rollenweise in die auf der Maschine stehenden geschlitzten Rohre gefüllt. Unter diesen werden sie einzeln hervorgezogen, gleiten auf einer schiefen Ebene hinab und stellen sich auf den Rücken eines Dinges, das ich die Hand nenne. Die Hand senkt sich nun mit der Münze, während die Schale mit der zuletzt gewogenen Münze arretirt wird, geht zurück, schiebt mit den Fingern letztere Münze in die betreffende Coulisse und legt die neue Münze auf die inzwischen in der Mittelhöhe festgestellten Schale. Diese wird nun befreit und die Stütze der Schale und diejenige des anderen Balkenendes sinken mit gleichmässig beschleunigter Geschwindigkeit.

Wiegt nun die Münze mehr als das Minimal-, doch weniger als das Maximalgewicht, so hebt sich die Schale ein wenig, bis ihre oberen verbreiterten Bügelenden gegen ein drahtförmiges Gewicht stossen, welches gleich der Differenz der Maximal- und Minimalgewichte ist. Ist die Münze leichter als das Minimalgewicht, so hebt die Schale sich mit dem Differenzgewicht weiter. Ist die Münze dagegen schwerer als das Maximalgewicht, so sinkt die Schale. Inzwischen ist die Hand wieder erhoben, geht über der Schale vor, während eine neue Münze unter dem Cylinder vorgeschoben wird und die schiefe Ebene herab wieder auf den Rücken der Hand fällt, und der Turnus beginnt von neuem.

Bei den zweiklassigen Maschinen für Banken fällt natürlich das erwähnte Differenzgewicht weg.

Für das einige Kraft beanspruchende Herausschieben der untersten Münze aus dem gefüllten Cylinder und für die Wägung selbst, was beides gleichzeitig geschieht, sind voll drei Viertel der Dauer des ganzen Turnus reservirt; das Gewicht der schwingenden Masse ist thunlichst reducirt, und erklärt sich daraus die Mehrleistung meiner Maschine anderen Constructionen gegenüber, welche von Autoritäten in diesem Fach hervorgehoben wird.

Meine Maschinen haben vor denen anderer Systeme ausser den oben hervorgehobenen den Vorzug, dass sie wenig Raum beanspruchen, ohne weitere Fundirung in jedem Raum, auch auf dem Zähltisch des Kassiers aufgestellt und ohne Anspruch auf besondere Gleichmässigkeit in der Bewegung durch jeden Motor, in Ermangelung eines solchen durch Fusstritt oder Handkurbel in Bewegung gesetzt werden können.

Damit die Geschwindigkeit nicht in einem die Zuverlässigkeit gefährdenden Grade übertrieben werde, ist ein Alarmapparat angebracht, der die Maximalgeschwindigkeit durch Läuten markirt. —

Am Schlusse dieser Zeilen kann ich es mir nicht versagen, meinen aufrichtigen Dank den Herren Gelehrten gegenüber zum Ausdruck zu bringen, die durch ihren sachkundigen Rath, durch offene Darlegung der meinen Neuheiten anhaftenden Mängel und durch Stellung neuer Aufgaben es mir möglich machten, in meinem Fache fortzuschreiten, wie ich es erstrebte und es auch ferner erstreben werde.

Kleinere Mittheilungen.

Nachtrag zu der Beschreibung des Lang'schen Spectrometers.

(Aus einem Schreiben des Herrn Universitäts-Mechanikers Miller in Innsbruck an den Herausgeber.)

Das Spectrometer, dessen Beschreibung ich Ihnen einsandte[1]), kann auch dazu benutzt werden, den Winkel zu messen, den die beiden optischen Achsen in einem doppelthrechenden Krystalle einschliessen. Zu diesem Behufe werden die beiden Röhren vom Instrumente weggenommen und durch solche ersetzt, wie sie in Müller's Physik (8. Aufl.) Bd. 2. S. 584 und im Repertorium Bd. 3 S. 201 beschrieben sind. Der etwas modificirte Krystallhalter wird an das Tischchen geklemmt.

Soll das Instrument vorzugsweise als Goniometer verwendet werden, so bekommen Fernrohr und Collimator Objective von geringerer Oeffnung und Brennweite, letzteres überdies statt der verstellbaren Lichtspalte ein Fadenkreuz.

Beschreibung eines Universal-Zirkels.

Von

Dr. Leonhard Weber

in Kiel.

(Mit Fig. 9 Tafel X.)

Die bisher gebräuchlichen Messvorrichtungen, welche, unter den Bezeichnungen des Schnabelmaasses, des Kalibermaasstabes, des Stangenzirkels etc. bekannt, mit einem Maassstabe verbunden waren und dadurch die zwischen Spitzen oder Flächen abgemessene Entfernung sofort in Millimetern abzulesen gestatteten, leiden an dem Mangel, dass die Ausmessung von Lücken, inneren Weiten etc. entweder gar nicht oder nur von einer bestimmten von der Dicke der Schnäbel abhängigen Weite an möglich war. Um diesem Uebelstande abzuhelfen ist hierselbst nach meinen Angaben ein Zirkel construirt, dessen Einrichtung und Verwendbarkeit im Wesentlichen aus Fig. 9 Taf. X ersichtlich ist. Die Figur zeigt denselben in geöffneter Stellung. Die Ablesung des auf dem verschiebbaren Stücke *B* angebrachten Nonius gibt gleichzeitig die Entfernung der beiden Spitzen *a* und *b*, der beiden Schneiden *ac* und *bd*, sowie der beiden Flächen *f* und *g*. Schliesst man den Zirkel, so schiebt sich das Stück *bd* hinter dem Stücke *ac* vorbei bis zur unmittelbaren Berührung der beiden Schneiden *ac* und *bd*. Gleichzeitig fallen auch die Flächen *f* und *g*, *h* und *k*, sowie die Punkte *a* und *b* zusammen. Die Fig. 9a zeigt den Querschnitt der beiden Stücke *ac* und *bd* bei geschlossenem Zirkel und die Fig. 9b das Profil dieser Stücke bei einer Oeffnung, welche geringer ist als die Breite der beiden Stücke *ac* und *bd*. Die constructiven Details des oberen Theiles der Stücke *B* und *C* sind einem von Herrn Kern in Aarau gefertigten Kalibermaassstabe entnommen.

1) Siehe S. 250 des laufenden Bandes. *C.*

Fortsetzung von der 2. Seite des Umschlages.

Rasirmesser und ihre Instandhaltung, Skalpelle, Scheeren, Mikrotome, Nadeln, Stahlpincetten, Schraubstock, Objektträger und Deckgläser; um die Einschlussflüssigkeiten: Kanada-Balsam, Glycerin, Glycerin Gelatine; um Zusatzflüssigkeiten und Reagentien: Wasser, Aether, Alkohol, Essigsäure, Kali, doppeltchromsaures Kali, Nelkenöl, Terpentingeist; um Tinktionsmittel: Karmin, Pikrokarmin, Anilinroth, Anilinblau, Pikroanilin, Hämatoxylin; endlich um Verschlusslack, Drehtisch und Objektpresser. Die zweite Reihe beschäftigt sich mit Herstellung einfacher Trockenpräparate, ferner von pflanzlichen und entomologischen Präparaten, wie mit solchen von Mollusken, Blutzellen und mikroskopischen Wasserbewohnern, dann mit Herstellung von Schliffpräparaten, mit Finnen und Trichinen, mit Konservirung der Bakterien, mit Herstellung von Präparaten der normalen Histologie der Wirbelthiere, mit dem Studium der fertigen Präparate, mit Notizbuch und Präparations-Journal, mit Etikettiren und Aufbewahren der Dauerpräparate. Ein Anhang veranschlagt auch die für die Herrichtung eines kleinen Laboratoriums für mikroskopische Untersuchungen erwachsenden Kosten; ein Register begünstigt die leichte Handhabung des Buches. Man sieht, dass es sich um ein gewissenhaftes Buch handelt, dem wir nur den besten Erfolg wünschen können. Die Natur 1880 Nr. 3.

Das vorliegende Werk kommt einem wirklichen Bedürfnisse entgegen und darf auf die freundlichste Aufnahme rechnen. Gaea 1880.

XVI. Band. **7. u. 8. Heft.**

JUL 31 1880

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR. PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

SECHZEHNTER BAND.

Inhalt des 7. u. 8. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG, 1879.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Bei Correspondenzen, Bestellungen etc. an die hier anzeigenden Firmen bitten wir das Repertorium für Experimental-Physik gefl. als Quelle zu nennen.

Fortsetzung siehe 3. Seite des Umschlages.

Untersuchungen über die Wärmeleitung in Flüssigkeiten.

Von

H. F. Weber.

(Aus den Berichten der Züricher naturforschenden Gesellschaft vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Der Vorgang der Wärmeleitung in Flüssigkeiten ist in den letzten zehn Jahren wiederholt messenden Untersuchungen unterworfen worden, welche theils in absolutem, theils in relativem Maasse die Grösse der Wärmeleitungsfähigkeit der Flüssigkeiten feststellen sollten.

Eine kritische Durchsicht dieser verschiedenen Untersuchungen führt zu dem Resultat: so viele Male die Wärmeleitung der Flüssigkeiten untersucht wurde, eben so viele verschiedene, einander total widersprechende Resultate wurden gewonnen.

Ich übergebe die Resultate, welche Herr Guthrie in einer ausgedehnten Arbeit[1]) über die relativen Leitungsfähigkeiten der Flüssigkeiten für Wärme erhalten hat, weil sie sich sofort als völlig irrig herausstellen. Herr Guthrie hat eine im Princip leistungsfähige Methode in gänzlich fehlerhafter Weise gehandhabt und hat die durch diese Methode gewonnenen Beobachtungsdaten in eben so fehlerhafter Weise interpretirt.

Die ersten absoluten Messungen der Wärmeleitungsfähigkeit einer Reihe verschiedener Flüssigkeiten hat Herr Lundquist[2]) mit Hilfe der Methode ausgeführt, welche Ångström einige Jahre früher zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit der Metalle ausgebildet hatte. Die hauptsächlichsten Resultate, welche Herr Lundquist durch Anwendung dieser ausserordentlich zuverlässigen, nur etwas zeitraubenden Methode erhalten hat, mögen in folgender kleinen Tabelle Platz finden. Das absolute Wärmeleitungsvermögen von Wasser, Kochsalzlösung und Zinkvitriollösung (Gramm, Centimeter, Minute und 1° C. als Einheiten

1) On the Thermal Resistance of Liquids. By Frederick Guthrie, communicated by Prof. Tyndall. Philosophical Transactions Vol 159 p. 637.

2) Undersökning af några vätskors ledningsförmåga for värme. Upsala Universitets arsskrift. 1869.

zu Grunde gelegt) wurde bei einer mittleren Temperatur $\bar{t}$ und bei den angeführten Werthen der Dichte ϱ und der specifischen Wärme c gleich folgenden Werthen gefunden:

	k	$\bar{t}$	ϱ	c
Wasser	0,0933	40,8°	1,000	1,000
Kochsalzlösung	0,0895	43,9	1,178	0,785
Zinkvitriollösung	0,0964	44,1	1,242	0,816
Zinkvitriollösung	0,0949	45,2	1,382	0,770

Fünf Jahre später hat Herr Winkelmann den von Herrn Stefan zur Bestimmung des absoluten Wärmeleitungsvermögens der Gase angegebenen Apparat dazu benutzt, das Wärmeleitungsvermögen von 6 Flüssigkeiten in absolutem Maasse festzustellen[1]). Die definitiven Werthe der absoluten Wärmeleitungsvermögen (ausgemessen mit Hilfe der oben angegebenen Einheiten), welche Herr Winkelmann aus seinen Beobachtungen ableitete, sind in der folgenden Tabelle enthalten:

Wasser	0,0924
Kochsalzlösung	0,1605
Chlorkaliumlösung	0,1147
Glycerin	0,0448
Alkohol	0,0904
Schwefelkohlenstoff	0,1202

Diese Resultate sind mit denen des Herrn Lundquist unvereinbar: während beide Beobachter für das Leitungsvermögen des Wassers nahezu denselben Werth gefunden haben, ist für Kochsalzlösung das von Herrn Winkelmann gefundene Leitungsvermögen fast doppelt so gross als das von Herrn Lundquist gefundene; nach den Ergebnissen des einen Beobachters würden die wässerigen Salzlösungen die Wärme nur wenig anders leiten als Wasser, nach den Resultaten des anderen Beobachters würden im Gegentheil wässerige Salzlösungen bei weitem bessere Wärmeleiter sein als ihr Lösungsmittel.

In nicht viel besserer Uebereinstimmung stehen die von Herrn Winkelmann erhaltenen Resultate mit den Ergebnissen einer ausgedehnten Arbeit, welche Herr Beetz in neuester Zeit über die relativen Wärmeleitungsfähigkeiten der Flüssigkeiten ausgeführt hat[2]). Herr Beetz ermittelte mit Hilfe eines Apparates, der im Princip mit dem

1) Ueber das Wärmeleitungsvermögen von Flüssigkeiten. Pogg. Annalen Bd. 153 S. 481—498.

2) Ueber das Wärmeleitungsvermögen der Flüssigkeiten. Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der k. b. Akademie der Wissenschaften 1879 Heft 1 S. 86—115 und Wied. Annalen Bd. 8 (1879) S. 435—460.

von Herrn Winkelmann benutzten identisch ist, die relativen Werthe der Wärmeleitungsvermögen einer grossen Anzahl von Flüssigkeiten für die beiden Temperaturintervalle 8° bis 14° und 28° bis 36° C. Für das erstere Temperaturintervall fand er für folgende (auch von Herrn Winkelmann bei derselben Temperatur untersuchte) Flüssigkeiten folgende Werthe des relativen Wärmeleitungsvermögens:

	Beetz	Winkelmann
Wasser	100	100
Kochsalzlösung	105	174
Glycerin	82	48
Alkohol	87	98
Schwefelkohlenstoff	124	130

Die Arbeit des Herrn Winkelmann gibt dagegen denselben Flüssigkeiten bei derselben Temperatur als relative Werthe des Wärmeleitungsvermögens Zahlenwerthe, welche die letzte Spalte der vorstehenden Tabelle enthält. Eine Vergleichung der Zahlen beider Spalten lässt sofort erkennen, wie weit die Ergebnisse dieser beiden Untersuchungen aus einander laufen. Während z. B. Herr Beetz dem Glycerin ein doppelt so grosses Wärmeleitungsvermögen gibt als Herr Winkelmann, ertheilt der letztere Beobachter der Kochsalzlösung fast den zweifachen Werth des Leitungsvermögens, welches Herr Beetz derselben zukommen lässt.

Diese Angaben werden genügen, die Richtigkeit der eingangs gemachten Bemerkung über die grosse Divergenz der bisher über die Wärmeleitung in Flüssigkeiten festgestellten Resultate zu belegen und hinreichend zur Evidenz zu bringen, dass im Gebiete der Wärmeleitung der Flüssigkeiten trotz der ausgeführten Untersuchungen wohl noch alles fraglich ist.

Diese Sachlage deutet an, dass entweder ein Theil oder die Gesammtheit der bisher zur Untersuchung der Wärmeleitung benutzten Methoden fehlerhaft ist, oder dass die durch richtige Methoden gewonnenen Beobachtungen falsch ausgelegt wurden.

Um Klarheit in diesen Widerstreit der Angaben zu bringen, ist nothwendig, eine von den bisher benutzten Untersuchungsmethoden verschiedene und möglichst fehlerfreie neue Untersuchungsmethode in Anwendung zu bringen und die durch die neue Beobachtungsmethode gelieferten Daten einer vollkommen strengen, auf die Principien der Theorie der Wärmeleitung basirten Berechnung zu unterwerfen. Die

meinen Untersuchungen über das Elementargesetz der Hydrodiffusion zu Grunde liegende Methode führte mich auf den Gedanken, eine ganz analoge Untersuchungsform auf den Vorgang der Wärmeleitung in Flüssigkeiten anzuwenden. Schon die ersten Probeversuche liessen erkennen, dass man mit Hilfe dieser Methode den Verlauf der Wärmeleitung in Flüssigkeitslamellen mit derselben Schärfe, derselben Sicherheit und demselben minimalen Zeitaufwande messend verfolgen kann, mit der ich früher den Verlauf der Hydrodiffusion untersuchen konnte. Und bei der definitiven Durchführung dieser Untersuchungsmethode stellte sich heraus, dass dieselbe eine erheblich feinere Messung der sehr kleinen Wärmeleitungsvermögen der Flüssigkeiten gestattet, als die bisher zur Bestimmung der viele hundert Mal grösseren Wärmeleitungsfähigkeiten der Metalle benutzten Methoden zu geben vermögen.

In der folgenden Abhandlung gebe ich

1) eine eingehende Beschreibung und eine möglichst vollständig entwickelte Theorie dieser benutzten Versuchsmethode;

ich theile sodann 2) die Resultate mit, welche ich bei Anwendung dieser Methode auf die Wärmeleitung in 14 verschiedenen nichtmetallischen Flüssigkeiten erhalten habe;

ich leite 3) aus diesen Resultaten ein allgemeines Gesetz ab, welches die Grösse des Wärmeleitungsvermögens nichtmetallischer Flüssigkeiten in einen einfachen Zusammenhang mit der specifischen Wärme der Volumseinheit bringt;

4) löse ich die Widersprüche auf, welche einerseits zwischen meinen Resultaten und denen der Herren Lundquist, Winkelmann und Beetz und welche andererseits zwischen den Resultaten dieser Beobachter bestehen,

und füge 5) eine Reihe von Messungen über die Wärmeleitungsfähigkeit einer metallischen Flüssigkeit, des Quecksilbers, bei, um den fundamentalen Unterschied zwischen den Vorgängen der Wärmeleitung in metallischen und nichtmetallischen Flüssigkeiten vor Augen zu führen.

I. Beschreibung und Theorie der Untersuchungsmethode.

1.

Auf eine circa $0{,}5^{cm}$ dicke, planparallele cylindrische Kupferplatte von etwa 200^{qcm} Basisfläche werden drei genau gleich dicke, und zwar nur einige Millimeter dicke, planparallele Stückchen — von je $0{,}1^{qcm}$

Fläche — einer sehr schlecht wärmeleitenden festen Substanz (Glas, Hartgummi etc.) gelegt; auf diese wird hierauf eine in ihrer unteren Fläche genau eben geschliffene cylindrische Kupferplatte von circa 1 bis $1{,}5^{cm}$ Dicke und einem Radius genau gleich dem Radius der unteren Platte gesetzt. Nachdem dieses Plattensystem genau horizontal gestellt worden ist, wird der dünne Zwischenraum zwischen den beiden Kupferplatten mit der auf die Wärmeleitung zu untersuchenden Flüssigkeit so weit ausgefüllt, dass die Flüssigkeit mit leicht gekrümmtem capillaren Bauche rings an den Plattenrändern hervortritt.

Das so vorgerichtete Plattensystem wird einer mässig hohen constanten Temperatur, etwa der Zimmertemperatur, so lange ausgesetzt, bis es dieselbe durch seine ganze Masse hindurch angenommen hat. Darauf wird das Plattensystem in irgend einem Zeitmomente, den wir als Moment Null bezeichnen wollen, bei genau horizontaler Stellung vorsichtig auf eine planparallel geschliffene, 3 bis 8^{cm} dicke und exact horizontal gestellte Eisplatte von 0^{0} herabgelassen, rasch mit einer auf 0^{0} abgekühlten Hülle von Kupferblech überdeckt und der Abkühlung überlassen. Nach Ablauf einer sehr kurzen Zeit ist die untere Kupferplatte auf 0^{0} abgekühlt und bleibt von da an genau auf dieser Temperatur, da das bedeutende Gewicht des Plattensystems das sich unter der unteren Fläche der unteren Platte bildende Schmelzwasser unmittelbar nach seiner Bildung herauspresst und die untere Fläche der letztgenannten Platte so kräftig an die Eisfläche andrückt, dass es Mühe macht diese Verbindung zu lösen. Es entsteht nun eine stetige Wärmeströmung aus der oberen, wärmeren Kupferplatte heraus durch die Flüssigkeitslamelle hindurch nach der unteren Kupferplatte hin. Dadurch sinkt die Temperatur der oberen Kupferplatte und jeder horizontalen Schicht der Flüssigkeitslamelle im Laufe der Zeit nach einem leicht zu ermittelnden Gesetz und es lässt sich aus dem gemessenen zeitlichen Verlaufe der Temperatur irgend einer Flüssigkeitsschicht die Grösse des Wärmeleitungsvermögens der Flüssigkeit berechnen. Als Flüssigkeitsschicht, deren zeitlichen Temperaturverlauf wir messend verfolgen, wählen wir die obere Grenzschicht der Lamelle, weil sich für diese der Temperaturverlauf in einfachster und schärfster Weise ermitteln lässt. Die Temperatur dieser oberen Grenzfläche ist nämlich in jedem Zeitmomente gleich der Temperatur der unteren Grenzfläche der oberen Kupferplatte; von der letzteren Temperatur aber lässt sich leicht einsehen, dass sie in jedem beliebigen Zeit-

momente gleich der gleichzeitigen Temperatur irgend eines beliebigen Massenelementes der oberen Kupferplatte ist. Misst man also den zeitlichen Verlauf der Temperatur einer beliebigen Stelle der oberen Kupferplatte, so erhält man damit zugleich den zeitlichen Verlauf der Temperatur der oberen Grenzschicht der Flüssigkeitslamelle.

Bei dieser Versuchsanordnung sind die dichtesten Flüssigkeitsschichten immer am tiefsten gelegen; diese Versuchsanordnung lässt also den hauptsächlichsten Fehler, der die Vorgänge der Wärmeleitung in Flüssigkeiten leicht trüben kann und der in der That die Resultate mehrerer der bisher ausgeführten Untersuchungen in der erheblichsten Weise gefälscht hat — die Wärmefortführung auf dem Wege der Flüssigkeitsströmungen — principiell fortfallen. Ein weiterer Vortheil dieser Versuchsmethode besteht darin, dass die eine Voraussetzung in der zu entwickelnden Theorie der Methode — die untere Grenzfläche der Flüssigkeitslamelle habe permanent die Temperatur 0° — immer erfüllt ist; die Schwere des Apparates sorgt selbst dafür, dass alles Schmelzwasser durch Verdrängung beseitigt wird und keine allmähliche Temperatursteigerung der unteren Grenzfläche der Lamelle durch Stagnation des Schmelzwassers eintritt.

Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, dass die Anwesenheit der drei kleinen planparallelen Stückchen eines festen schlechten Wärmeleiters den Vorgang der Wärmeleitung in der Flüssigkeitslamelle kaum modificirt. Diese Substanzen haben ein Wärmeleitungsvermögen, das nahezu von gleicher Grössenordnung ist wie das der Flüssigkeiten, und die Summe der diesen drei Stückchen zukommenden Flächen macht noch nicht den fünfhundertsten Theil der Fläche aus, durch welche die Wärmeleitung in der Flüssigkeitslamelle vor sich geht.

2.

Die Annahme, dass in jedem beliebigen Zeitmomente die Temperatur aller Massenpunkte der oberen Kupferplatte dieselbe ist, bildet eine der Grundlagen der benutzten Methode. Da man vielleicht wegen der ganz beträchtlichen Dicke der benutzten Platte geneigt sein dürfte, diese Annahme nur als grobe Annäherung gelten zu lassen, halte ich es für angemessen, die volle Richtigkeit dieser Annahme jedem Zweifel zu entrücken.

Sämmtliche Volumelemente der beiden Kupferplatten und der eingeschalteten Flüssigkeitslamelle mögen die anfängliche Temperatur U haben. In dem Zeitmomente $t = 0$ werde das ganze Plattensystem

in horizontaler Stellung auf eine ebene Eisplatte gestellt und gleichzeitig einer Umgebung von 0° ausgesetzt. Die untere Kupferplatte (und damit auch die untere Grenzfläche der Flüssigkeitslamelle) wird in sehr kurzer Zeit auf 0° Grad abgekühlt, und es entwickelt sich ein continuirlicher Wärmestrom von abnehmender Stärke aus der oberen Kupferplatte heraus durch die Flüssigkeitslamelle hindurch gegen die untere Kupferplatte hin. Gleichzeitig gibt die obere Kupferplatte von ihrer oberen Basisfläche und ihrer Mantelfläche Wärme auf dem Wege der äusseren Wärmeleitung an die kühlere Umgebung ab. Es soll die Temperaturvertheilung bestimmt werden, die in Folge dieser Vorgänge der Wärmeleitung in irgend einem Zeitmomente in der oberen Kupferplatte stattfindet.

Es möge ein cylindrisches Coordinatensystem (x, r, φ) der Betrachtung zu Grunde gelegt werden, dessen Achse mit der Achse der cylindrischen Platte coïncidirt und dessen Nullpunkt in der unteren Basisfläche der Kupferplatte liegt. Die Dicke der Platte sei $\varDelta_1$, ihr Radius sei R; die Dichte, die specifische Wärme und die innere Wärmeleitungsfähigkeit des Kupfers sollen mit ϱ_1, c_1, k_1 bezeichnet sein. Da bei den soeben geschilderten Vorgängen der Wärmeleitung die Wärmeströmung von der Richtung φ unabhängig ist, so hat die Temperatur u in jedem Zeitmomente t und in jedem Massenelemente im Innern der Platte folgende partielle Differentialgleichung zu erfüllen:

$$\varrho_1 c_1 \frac{\partial u}{\partial t} = k_1 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \right). \qquad (1$$

Dieser linearen partiellen Differentialgleichung liegt natürlich die Annahme zu Grunde, dass die drei Elemente: Dichte, specifische Wärme und Wärmeleitungsvermögen des Kupfers von der Temperatur unabhängig sind. Die bisherigen Erfahrungen lehren, dass diese Annahme für keines dieser drei Elemente genau zutrifft, dass vielmehr die Dichte und das Wärmeleitungsvermögen ausserordentlich langsam mit steigender Temperatur abnehmen, während die specifische Wärme in messbarer Weise mit wachsender Temperatur ansteigt. Die Folgerungen aus der oben gemachten Annahme können also nur Annäherungen an den wirklichen Sachverhalt sein; sie werden aber sehr grosse Annäherungen sein, da das Intervall, innerhalb dessen sich die Temperatur der Kupferplatte in unseren Versuchen bewegt, nur wenige Grade umfasst.

Ausserdem hat die Temperatur u vier Grenzgleichungen Genüge zu leisten. Für die an Luft grenzenden Elemente der oberen Basisfläche muss in jedem Momente die Gleichung erfüllt sein:

$$k_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x = \Delta_1} + h_1 u_{x = \Delta_1} = 0, \tag{2}$$

wo h_1 die Grösse des äusseren Wärmeleitungsvermögens von Kupfer in Luft bedeutet.

Für alle Elemente der Mantelfläche gilt die analoge Gleichung:

$$k_1 \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r = R} + h_1 u_{r = R} = 0. \tag{3}$$

Die auf die untere Basisfläche der Platte bezügliche Grenzgleichung enthält die Thatsache, dass der Wärmegewinn jedes Elementes dieser Grenzfläche in jedem Zeitelemente gleich Null ist, dass also jedem Elemente dieser Grenzfläche in jedem Zeitelemente so viel Wärme durch die Flüssigkeitsleitung in der Lamelle entzogen wird, als es durch die metallische Leitung aus der Kupfermasse heraus zugeführt bekommt. Nennen wir die Temperatur in dieser unteren Basisfläche $u_{x=0}$ und bezeichnen wir die Dicke und das innere Wärmeleitungsvermögen der äusserst dünnen Flüssigkeitslamelle mit Δ und k, so ist der Inhalt dieser Grenzgleichung:

$$k_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x = 0} - \frac{k}{\Delta} \cdot u_{x = 0} = 0. \tag{4}$$

Die letzte Grenzgleichung bildet die Anfangsbedingung:

$$u = U \left\{ \begin{array}{l} \text{für } t = 0 \\ \text{und für alle } x \text{ und } r \end{array} \right\} \tag{5}$$

Eine einfache Lösung, welche der Differentialgleichung (1) genügt, ist:

$$u = (A \cos qx + B \sin qx)\; I^0_{mr}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1}(q^2 + m^2) t}$$

wo I^0_{mr} die Bessel'sche Function erster Gattung mit dem Index 0 und dem Argument mr bezeichnet und wo die A, B, q und m 4 Constante bedeuten, deren Werthe aus den obigen vier Grenzgleichungen heraus zu bestimmen sind.

Die Grenzgleichung (4) liefert zunächst die Beziehung:

$$B = \frac{k}{k_1} \cdot \frac{1}{\Delta q} \cdot A,$$

wodurch die angegebene einfache Lösung die Form annimmt:

$$u = A \left(\cos qx + \frac{k}{k_1} \cdot \frac{1}{\Delta q} \sin qx\right) I^0_{mr}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1}(q^2 + m^2) t}.$$

Zur Bestimmung der Grösse q dient die Grenzgleichung (2). Soll die vorliegende einfache Lösung der Grenzgleichung (2) genügen, so müssen für q diejenigen Werthe gewählt werden, welche sich aus der Gleichung ergeben:

$$-k_1 q \sin q\Delta_1 + \frac{k}{\Delta} \cos q\Delta_1 + h_1 \cos q\Delta_1 + h_1 \frac{k}{k_1} \cdot \frac{1}{\Delta q} \sin q\Delta_1 = 0$$

oder

$$-q\Delta_1 \left(1 - \frac{h_1}{k_1} \cdot \frac{k}{k_1} \cdot \frac{\Delta_1^2}{\Delta} \cdot \frac{1}{(q\Delta_1)^2}\right) \sin q\Delta_1 + \frac{k}{k_1} \cdot \frac{\Delta_1}{\Delta} \left(1 + \frac{h_1}{k} \Delta\right) \cos q\Delta_1 = 0.$$

In unseren Versuchen war Δ_1 in runder Zahl gleich 1^{cm}; die Dicke Δ der Flüssigkeitslamelle betrug circa $0{,}2^{cm}$. Aus den weiter unten angeführten Beobachtungsreihen ergibt sich für h_1 0,006 und für k im Mittel für alle Flüssigkeiten etwa 0,050, falls für die Auswerthung dieser beiden Wärmeleitungsvermögen die Einheiten: Gramm, Centimeter, Minute und 1° C. benutzt werden. Der Werth von k_1 liegt, in denselben Einheiten ausgedrückt, nach meinen und Anderer Messungen für die verschiedenen Kupfersorten zwischen 45 und 66. Unter diesen Umständen darf man, ohne einen erheblichen Fehler in die Rechnung einzuführen, die vorstehende Gleichung durch die folgende einfachere ersetzen:

$$q\Delta_1 \sin q\Delta_1 = \frac{k}{k_1} \cdot \frac{\Delta_1}{\Delta} \cos q\Delta_1 = 0{,}004 \cos q\Delta_1,$$

in welcher für k_1 der Mittelwerth 55 eingeführt ist.

Der erste Wurzelwerth dieser transcendenten Gleichung ist angenähert $q\Delta_1 = \frac{1}{16}$; die zweite Wurzel ist ein wenig grösser als π, die dritte etwas grösser als 2π u. s. w.

Ertheilen wir also der Grösse q der obigen einfachen Lösung die (nur angenähert berechneten) Werthe $\frac{1}{16} \cdot \frac{1}{\Delta_1}, \frac{\pi}{\Delta_1}, \frac{2\pi}{\Delta_1} \ldots$ [diese Wurzelwerthe sollen Kürze halber von jetzt an mit $q_1, q_2, q_3 \ldots$ bezeichnet werden], so erhalten wir eine einfache Lösung der Differentialgleichung, welche zugleich auch die Bedingungsgleichung (2) erfüllt. Eine allgemeinere Lösung ist dann:

$$u = \Big[A_1 \left(\cos q_1 x + \frac{k}{k_1} \cdot \frac{1}{\Delta q_1} \sin q_1 x\right) e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} q_1^2 t} +$$

$$+ A_2 \left(\cos q_2 x + \frac{k}{k_1} \cdot \frac{1}{\Delta q_2} \sin q_2 x\right) e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} q_2^2 t} + \cdots \Big] P^0_{mr} e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} m^2 t}.$$

Diese allgemeinere Lösung hat nun weiter der Grenzgleichung (3) zu entsprechen. Sie entspricht dieser Gleichnng, sobald die in ihr vorkommende Grösse m aus der transcendenten Gleichung bestimmt wird:

$$mR \frac{I^1_{mr}}{I^0_{mr}} = \frac{h_1}{k_1} R.$$

Die verschiedenen Wurzelwerthe (mR) dieser Gleichung können aus den von **Hansen** berechneten Tafeln der **Bessel**'schen Functionen I^0_{mr} und I^1_{mr} entnommen werden. Da $\frac{h_1}{k_1}$ nach den oben gemachten Angaben den Werth von etwa $\frac{1}{9000}$ besitzt und der Radius R der Kupferplatte 8^{cm} beträgt, so hat die rechte Seite der letzten Gleichung den abgerundeten Werth $\frac{1}{1100}$. Die unendlich vielen reellen Wurzelwerthe dieser Gleichung sind:

$$mR = 0{,}043\,,\ 3{,}84\,,\ 7{,}02\,,\ 10{,}7\ \ldots,$$

und daraus ergeben sich die folgenden unendlich vielen reellen Werthe von m, welche die Bedingungsgleichung (3) befriedigen:

$$m_1 = \frac{0{,}043}{R}\,,\quad m_2 = \frac{3{,}84}{R}\,,\quad m_3 = \frac{7{,}02}{R}\,,\quad m_4 = \frac{10{,}17}{R}\ \ldots$$

Die allgemeinste Lösung der Differentialgleichung (1), welche sämmtliche Grenzgleichungen (2) bis (4) erfüllt, ist demnach:

$$u = \Big[A_1 \Big(\cos q_1 x + \frac{k}{k_1} \cdot \frac{1}{\Delta q_1} \sin q_1 x\Big) e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} q_1^2 t} +$$

$$+ A_2 \Big(\cos q_2 x + \frac{k}{k_1} \cdot \frac{1}{\Delta q_2} \sin q_2 x\Big) e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} q_2^2 t} + \cdots \Big] \times$$

$$\Big[B_1\, I^0_{m_1 r} e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} m_1^2 t} + B_2\, I^0_{m_2 r} e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} m_2^2 t} + B_3\, I^0_{m_3 r} e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} m_3^2 t} + \cdots \Big]. \quad (6$$

Es bleibt jetzt noch übrig, die letzte Aufgabe zu lösen: die Constanten $A_1, A_2, A_3 \ldots$ und $B_1, B_2, B_3 \ldots$ so zu bestimmen, dass der Anfangsbedingung (5)

$$u = U \text{ für } t = 0 \text{ und für alle } x \text{ und } r$$

Rechnung getragen wird. Die gegebene allgemeine Lösung wird dieser Anfangsbedingung genügen, sobald die Constanten $A_1, A_2, A_3 \ldots$ und $B_1, B_2, B_3 \ldots$ so gewählt werden, dass

$$U = A_1\left(\cos q_1 x + \frac{k}{k_1}\cdot\frac{1}{\Lambda q_1}\sin q_1 x\right) + A_2\left(\cos q_2 x + \frac{k}{k_1}\cdot\frac{1}{\Lambda q_2}\sin q_2 x\right) + \cdots \quad (7$$

und

$$1 = B_1 I^0_{m_1 r} + B_2 I^0_{m_2 r} + B_3 I^0_{m_3 r} + \cdots \quad (8$$

ist. Die strenge Bestimmung der Constanten A in der Gleichung (7) führt auf verwickelte Rechnungen; hier möge nur eine sehr angenäherte Lösung der Aufgabe gegeben werden. Die Grössen

$$\frac{k}{k_1}\cdot\frac{1}{\Lambda q_1}\sin q_1 x, \quad \frac{k}{k_1}\cdot\frac{1}{\Lambda q_2}\sin q_2 x, \quad \frac{k}{k_1}\cdot\frac{1}{\Lambda q_3}\sin q_3 x \cdots$$

sind sehr klein gegenüber den Grössen

$$\cos q_1 x, \; \cos q_2 x, \; \cos q_3 x \cdots,$$

indem sie höchstens die Werthe $\frac{1}{200}, \frac{1}{690}, \frac{1}{1380} \cdots$ erreichen. Mit sehr grosser Annäherung wird daher die Gleichung (7) durch die folgende ersetzt werden dürfen:

$$U = A_1 \cos q_1 x + A_2 \cos q_2 x + A_3 \cos q_3 x + \cdots \quad (7a$$

Für diese Gleichung lässt sich die Constantenbestimmung leicht ausführen. Wie **Fourier** zuerst gezeigt hat, gelten die Relationen:

$$\int_0^{\Lambda_1} \cos q_n x \cdot \cos q_m x \cdot dx = 0 \text{ für } n \text{ verschieden von } m$$

und

$$\int_0^{\Lambda_1} \cos q_n x \cdot \cos q_n x \cdot dx = \frac{1}{2}\left(\Lambda_1 + \frac{\sin 2 q_n \Lambda_1}{2 q_n}\right).$$

Demnach ist

$$\int_0^{\Lambda_1} U \cos q_n x \cdot dx = U\,\frac{\sin q_n \Lambda_1}{q_n} = A_n \cdot \frac{1}{2}\left(\Lambda_1 + \frac{\sin 2 q_n \Lambda_1}{2 q_n}\right)$$

oder

$$A_n = 2\,U\,\frac{\sin q_n \Lambda_1}{q_n \Lambda_1}\cdot\frac{1}{\left(1 + \frac{\sin 2 q_n \Lambda_1}{2 q_n \Lambda_1}\right)}.$$

Zur Bestimmung der Constanten B_n der Gleichung

$$1 = B_1 I^0_{m_1 r} + B_2 I^0_{m_2 r} + B_3 I^0_{m_3 r} + \cdots,$$

in welcher die $m_1, m_2, m_3 \ldots$ die successiven Wurzeln der transcendenten Gleichung

$$m R\,\frac{I^1_{mR}}{I^0_{mR}} = \frac{h_1}{k_1} R$$

bedeuten, dienen die aus der Theorie der **Bessel**'schen Functionen bekannten Beziehungen:

$$\int_0^R r \cdot I^0_{m_n r} \cdot I^0_{m_i r} \cdot dr = 0 \text{ für } n \text{ verschieden von } i$$

und

$$\int_0^R r \cdot I^0_{m_n r} \cdot I^0_{m_n r} \cdot dr = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{h_1^2}{k_1^2} \cdot \frac{1}{m_n^2}\right) R^2 \cdot \left(I^0_{m_n R}\right)^2.$$

Durch Anwendung dieser Relationen auf die Gleichung (8) erhalten wir:

$$\frac{R}{m_n} I^1_{m_n R} = B_n \cdot \frac{1}{2}\left(1 + \frac{h_1^2}{k_1^2} \cdot \frac{1}{m_n^2}\right) R^2 \cdot \left(I^0_{m_n R}\right)^2$$

und daraus:

$$B_n = \frac{2\, I^1_{m_n R}}{\left(I^0_{m_n R}\right)^2} \cdot \frac{1}{m_n R\left(1 + \frac{h_1^2}{k_1^2 m_n^2}\right)}.$$

Zieht man die oben gegebenen Wurzelwerthe $q_1 \Delta_1, q_2 \Delta_1, q_3 \Delta_1 \cdots$ in Betracht, so erkennt man leicht, dass der Coëfficient A_1 fast genau gleich U, die Coëfficienten $A_2, A_3, A_4 \ldots$ aber von Null nur sehr wenig verschieden sind.

Aehnliches gilt von den Coëfficienten $B_1, B_2, B_3 \ldots$. Durch Einführung der oben gegebenen Wurzelwerthe $m_1 R,\ m_2 R,\ m_3 R \ldots$ in den für B_n angegebenen Werth ersieht man, dass B_1 nahezu gleich 1 ist und $B_2, B_3, B_4 \ldots$ nahezu den Nullwerth haben.

Daraus folgt, dass in der oben gegebenen allgemeinen Lösung der Differentialgleichung (1)

$$u = \left[A_1\left(\cos q_1 x + \frac{k}{k_1} \cdot \frac{1}{\Delta q_1} \sin q_1 x\right) e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} q_1^2 t} + \right.$$

$$\left. + A_2\left(\cos q_2 x + \frac{k}{k_1} \cdot \frac{1}{\Delta q_2} \sin q_2 x\right) e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} q_2^2 t} + \cdots\right] \times$$

$$\left[B_1 I^0_{m_1 r} e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} m_1^2 t} + B_2 I^0_{m_2 r} e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} m_2^2 t} + B_3 I^0_{m_3 r} e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} m_3^2 t} + \cdots\right]$$

alle auf das erste Glied folgenden Glieder in beiden Klammern sehr klein sind gegenüber dem ersten Gliede. Da aber die Wurzelwerthe $q_1, q_2, q_3 \ldots$ nahezu in dem Verhältniss $1 : 20 : 40 \ldots$ und die Wurzelwerthe $m_1,\ m_2,\ m_3 \ldots$ ungefähr in dem Verhältniss $1 : 90 : 175$ zunehmen, so sind diese auf das erste Glied folgenden Glieder in jeder der beiden Klammern sogar nach äusserst kurzen Zeitlängen völlig bedeutungslos gegenüber dem ersten Gliede jeder Klammer.

Die gesuchte Temperaturvertheilung in der cylindrischen Kupferplatte ist daher in jedem beliebigen Zeitmomente t (mit Ausschluss der

allerersten Zeitmomente nach Beginn des Processes der Wärmeleitung) durch die folgende Form gegeben:

$$u = U\left(\cos q_1 x + \frac{k}{k_1}\cdot\frac{1}{\Delta q_1}\sin q_1 x\right) I^0_{m_1 r}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1}(q_1^2 + m_1^2)t}$$

oder, wenn die Werthe $q_1 = \frac{1}{16}\cdot\frac{1}{\Delta_1}$, $m_1 = \frac{0{,}043}{R}$ und $\frac{k}{k_1}\cdot\frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1}{220}$ eingesetzt werden:

$$u = U\left[\cos\left(\frac{1}{16}\cdot\frac{x}{\Delta_1}\right) + \frac{1}{220}\cdot\frac{\sin\left(\frac{1}{16}\cdot\frac{x}{\Delta_1}\right)}{\left(\frac{1}{16}\cdot\frac{x}{\Delta_1}\right)}\right] I^0_{\frac{0{,}043}{R}\cdot r}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1}\left[\left(\frac{1}{16\cdot\Delta_1}\right)^2\left(+\frac{0{,}043}{R}\right)^2\right]t}.$$

Diese Form des Schlussresultates lässt aber sofort erkennen, **dass sich die Temperatur keines Massenpunktes der cylindrischen Kupferplatte in irgend einem Zeitmomente von dem Mittelwerthe der Temperatur der Platte um mehr als höchstens $\frac{1}{500}$ Grad entfernt.** Der von der Kupferplatte erfüllte Raum ist also in jedem Zeitmomente ein **isothermischer**; die untere Begrenzungsfläche der Kupferplatte und mithin auch die obere Grenzfläche der Flüssigkeitslamelle ist in jedem Augenblicke eine **isotherme** Fläche. Messen wir in irgend einem Zeitmomente die Temperatur irgend eines Massenpunktes der Kupferplatte, so erhalten wir in dieser Temperatur die in diesem Momente vorhandene Temperatur der oberen Grenzfläche der Flüssigkeitslamelle.

3.

Nachdem der Nachweis gegeben worden ist, dass in jedem Augenblicke die obere Kupferplatte ein isothermer Raum und die obere Grenzfläche der Flüssigkeitslamelle eine isotherme Fläche von demselben Temperaturwerthe ist, soll jetzt die Temperaturvertheilung näher betrachtet werden, die sich in einem beliebigen Zeitmomente während des Processes der Leitung der Wärme aus der oberen Kupferplatte heraus durch die Flüssigkeitslamelle hindurch in der letzteren herstellt. Zur Aufstellung der Differentialgleichung und der verschiedenen Grenzgleichungen, aus denen heraus diese Temperaturvertheilung ermittelt werden kann, legen wir, wie oben, ein cylindrisches Coordinatensystem zu Grunde (x, r, φ), dessen Achse mit der Achse der Flüssigkeitslamelle zusammenfällt und dessen Nullpunkt in der unteren Grenzfläche der

Lamelle liegt. Nach unserer Versuchsanordnung ist auch in der Wärmeleitung innerhalb der Flüssigkeitslamelle die Wärmeströmung unabhängig von der Richtung der φ, und es hat daher die partielle Differentialgleichung, welche die Temperaturbewegung innerhalb der Lamelle ausdrückt, die Form:

$$\varrho \cdot c \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \right), \qquad (1$$

wenn ϱ und c Dichte und specifische Wärme und k die Grösse der inneren Wärmeleitungsfähigkeit der betrachteten Flüssigkeit bedeuten. Von diesen drei Grössen nehmen wir zunächst an, dass sie unabhängig von der Temperatur u sind.

Die Lösung dieser partiellen Differentialgleichung hat fünf Grenzgleichungen zu genügen:

Für $x = 0$ ist $u = 0$ für alle t. (2

Für $x = \Delta$ ist u unabhängig von r für alle t. (3

Eine weitere für $x = \Delta$ gültige Grenzgleichung hat die Thatsache auszudrücken, dass sich der Wärmevorrath der oberen Kupferplatte auf zweifache Weise vermindert: durch innere Wärmeleitung innerhalb der Flüssigkeitslamelle gegen die untere, auf 0° abgekühlte Kupferplatte hin und durch äussere Wärmeleitung von der an Luft grenzenden oberen Basis- und der Mantelfläche aus in die auf 0° abgekühlte Umgebung hinein. Die Wärmemenge, welche die Platte auf dem ersten Wege in der Zeiteinheit verliert, ist gleich $F \cdot k \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=\Delta}$, wenn F die Grösse der Basisfläche der Platte bedeutet. Machen wir die Annahme, dass die äussere Wärmeleitungsgrösse h_1 unabhängig von der Temperatur ist, und bezeichnen wir die Summe von oberer Basisfläche und Mantelfläche der oberen Kupferplatte mit F_1, so ist die Wärmemenge, welche die obere Platte durch die äussere Wärmeleitung in derselben Zeit verliert, gleich $h_1 F_1 \cdot u_{x=\Delta}$ zu setzen. Die Summe dieser beiden in der Zeiteinheit erfolgenden Wärmeverluste ist gleich der gesammten, während dieser Zeit erfolgenden Wärmeabnahme der oberen Platte, d. h. gleich $-M_1 c_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{x=\Delta}$, wo M_1 die Masse und c_1, wie oben, die specifische Wärme der Kupferplatte bezeichnet. Als weitere Grenzgleichung gilt also:

$$\text{für } x = \Delta \text{ ist: } -M_1 c_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{x=\Delta} = k F \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=\Delta} + h_1 F_1 u_{x=\Delta} \qquad (4$$

Für alle Orte der Mantelfläche der cylindrischen Flüssigkeitslamelle hat die Lösung der obigen Differentialgleichung die Bedingung zu erfüllen:

$$\text{Für } r = R:\ k\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=R} + hu_{r=R} = 0. \tag{5}$$

Endlich muss die gesuchte Lösung der Differentialgleichung auch die anfängliche, die zur Zeit $t = 0$, bestehende Temperaturvertheilung enthalten. Es möge zu Anfang durch das ganze Plattensystem dieselbe constante Temperatur U geherrscht haben. Dann lautet die letzte zu erfüllende Grenzgleichung:

$$\text{Für } t = 0:\ u = U = \text{unabhängig von } x \text{ und } r. \tag{6}$$

Eine einfache Lösung der Differentialgleichung (1) ist:

$$u = A e^{-\frac{k}{\varrho c} q^2 t} \sin qx + B e^{-\frac{k}{\varrho c}(p^2 + m^2) t} \sin px\, I^0_{mr}. \tag{7}$$

Diese Lösung genügt der Grenzgleichung (2); damit sie zugleich auch die Bedingungsgleichung (3) erfülle, muss die Constante p als Wurzel der Gleichung $\sin(p\varDelta) = 0$ gewählt werden, muss die Constante p also den Werth $\frac{n\pi}{\varDelta}$ haben, wo n der Reihe nach die Zahlen 1, 2, 3 ... bezeichnet. Der Bedingungsgleichung (5) ist genügt, sobald die Constante m als Wurzel der transcendenten Gleichung

$$m R \frac{I^1_{mR}}{I^0_{mR}} = \frac{h}{k} R$$

gewählt wird. Belegen wir die unendlich vielen reellen Werthe von m, welche dieser Gleichung entsprechen, der Reihe nach mit den Zeichen $m_1, m_2, m_3 \cdots$, so können wir als allgemeinere Lösung der obigen Differentialgleichung, welche dreien der obigen fünf Grenzgleichungen genügt, die folgende Form nehmen:

$$\begin{aligned} u = {} & A e^{-\frac{k}{\varrho c} q^2 t} \sin qx + \\ & + \Big[B_1 \sin\left(\frac{\pi}{\varDelta} x\right) e^{-\frac{k}{\varrho c}\cdot\frac{\pi^2}{\varDelta^2} t} + B_2 \sin\left(\frac{2\pi}{\varDelta} x\right) e^{-\frac{k}{\varrho c}\cdot\frac{4\pi^2}{\varDelta^2} t} + \\ & \qquad + B_3 \sin\left(\frac{3\pi}{\varDelta} x\right) e^{-\frac{k}{\varrho c}\cdot\frac{9\pi^2}{\varDelta^2} t} + \cdots \Big] \times \\ & \Big[C_1 I^0_{m_1 r} e^{-\frac{k}{\varrho c} m_1^2 t} + C_2 I^0_{m_2 r} e^{-\frac{k}{\varrho c} m_2^2 t} + C_3 I^0_{m_3 r} e^{-\frac{k}{\varrho c} m_3^2 t} + \cdots \Big]. \end{aligned} \tag{8}$$

In diesem Ausdrucke wären nun noch die Constanten A und q, die B_n und die C_n so zu bestimmen, dass den beiden Grenzgleichungen (4) und (6) Genüge geleistet wird. Diese Bestimmung mit aller Strenge durchzuführen ist mir nicht gelungen. Ich habe aber diese Schwierigkeit in folgender Weise, unbeschadet der Genauigkeit der Berechnung der auszuführenden Versuche, zu umgehen vermocht. Die zuletzt angegebene Lösung für u lässt ersehen, dass durch passende Wahl der Dicke $\varDelta$ der Flüssigkeitslamelle die Grösse $\frac{k}{\varrho c} \cdot \frac{n^2}{\varDelta^2} \pi^2$ so gross gemacht werden kann, dass schon nach Ablauf einiger Secunden seit Anfang des Processes der Wärmeleitung jedes Glied innerhalb der ersten Klammer einen verschwindend kleinen Werth annimmt. In den weiter unten mitgetheilten Versuchen war $\varDelta$ von der Ordnung $\frac{1}{5}$ cm; die Grösse $\frac{k}{\varrho c}$ ergab sich für alle untersuchten Flüssigkeiten als nahezu constant und zwar nahezu gleich 0,070 (unter Zugrundelegung der oben genannten Einheiten der Länge und der Zeit). Es war also für alle untersuchten Flüssigkeiten $\frac{k}{\varrho c} \cdot \frac{\pi^2}{\varDelta^2} n^2 = 17{,}5\, n^2$. Unter diesen Umständen hatte jedes der innerhalb der ersten der obigen beiden Klammern stehenden Glieder schon nach Ablauf weniger Secunden einen ausserordentlich geringen Werth. Von dieser Zeit an ist die Temperaturvertheilung in der Lamelle unabhängig von r; die isothermen Flächen laufen dann den ebenen Grenzflächen der Lamelle parallel, und der Ausdruck der Temperaturvertheilung reducirt sich auf das erste Glied der zuletzt angegebenen Lösung:

$$u = A\, e^{-\frac{k}{\varrho c} q^2 t} \sin q x.$$

Zur Bestimmung der Constante q dient nun die Grenzgleichung (4):

$$- M_1 c_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{x=\varDelta} = k F \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=\varDelta} + h_1 F_1 u_{x=\varDelta}.$$

Der vorstehende Ausdruck für u erfüllt diese Grenzgleichung, falls für die Constante q eine der Wurzeln der Gleichung

$$M_1 c_1 \cdot \frac{k}{\varrho c} \cdot q^2 \cdot \sin (q \varDelta) = k F q \cos (q \varDelta) + h_1 F_1 \sin (q \varDelta)$$

d. h. der Gleichung

$$q\Delta \operatorname{tg} q\Delta = \frac{F\Delta\varrho c}{M_1 c_1\left(1 - \frac{h_1 F_1 \varrho c \Delta^2}{k M_1 c_1}\cdot\frac{1}{(q\Delta)^2}\right)}$$

setzt. Auf die Berechnung der unendlich vielen Wurzeln q dieser Gleichung, sie mögen mit q_1, q_2, q_3 ... bezeichnet werden, soll hier nicht näher eingegangen werden; wir werden weiter unten darauf zurückkommen. Einstweilen brauchen wir nur zu wissen, dass q_1 im ersten, q_2 im dritten, q_3 im fünften Quadranten u. s. w. liegt. Wird irgend eine dieser Wurzeln für q in die Form

$$A \sin q x e^{-\frac{k}{\varrho c} q^2 t}$$

eingesetzt, so resultirt eine singuläre Lösung unserer Aufgabe. Die allgemeine Lösung hat also die Form:

$$u = A_1 \sin q_1 x e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t} + A_2 \sin q_2 x e^{-\frac{k}{\varrho c} q_2^2 t} + A_3 \sin q_3 x e^{-\frac{k}{\varrho c} q_3^2 t} + \cdots \quad (9$$

In dieser allgemeinen Lösung wären nun noch die Constanten A_1, A_2, A_3 ... so zu bestimmen, dass der Anfangsbedingung

$$u = U \text{ für } t = 0 \text{ und für alle } x$$

Rechnung getragen wird. Es wären also die Werthe für A_1, A_2, A_3 ... zu ermitteln, welche die Gleichung

$$u_0 = A_1 \sin q_1 x + A_2 \sin q_2 x + A_3 \sin q_3 x + \cdots$$

richtig machen. Die Berechnung dieser Constanten mag indess hier unausgeführt bleiben, da für die auszuführenden Versuche die numerischen Werthe dieser Constanten gar nicht bekannt zu sein brauchen.

Die Quadrate der Wurzelwerthe q_1, q_2, q_3 ... nehmen mit wachsender Indexzahl rasch an Grösse zu; in den später zu besprechenden Versuchen über die Wärmeleitung des Wassers war z. B.

$$q_1^2 = 4{,}778, \quad q_2^2 = 194{,}88, \quad q_3^2 = 751{,}31.$$

Die Werthe der einzelnen singulären Lösungen in dem allgemeinen Ausdrucke (9) nehmen demnach mit grösser werdender Indexzahl ausserordentlich rasch ab, und um so rascher, je länger der Zeitraum t ist, der seit Beginn des Processes der Wärmeleitung abgelaufen ist. Nach Ablauf einer gewissen Zeit kann also schon das zweite Glied des Ausdruckes (9) neben dem ersten vernachlässigt werden. Diese Zeitlänge war wegen der sehr klein gewählten Dicke Δ der Flüssigkeitslamelle in allen ausgeführten Beobachtungsreihen eine ausserordentlich kurze. In der Untersuchung der Wärmeleitung des Wassers war z. B. schon nach Ablauf von 30 Secunden seit Beginn der Wärmeleitung

der Werth des Exponentialfactors des zweiten Gliedes des obigen Ausdrucks auf die kleine Grösse $\frac{1}{1050}$ herabgesunken. Und selbst für die schlechtesten der untersuchten flüssigen Wärmeleiter trat das Nämliche schon nach Verfluss von circa 60 Secunden ein.

Es ergibt sich also: Wird von dem Vorgange der Wärmeleitung in der Flüssigkeitslamelle während der ersten 60 Secunden abgesehen — diese Zeitlänge möge mit T bezeichnet werden — und wird nur der Verlauf der Temperaturbewegung in den auf die ersten 60 Secunden folgenden Zeitmomenten in Betracht gezogen, so ist der exacte Ausdruck derjenigen Temperaturvertheilung, die in irgend einem Zeitmomente, der um t Zeiteinheiten später als der Endpunkt von T eintritt, in der Flüssigkeitslamelle stattfindet, der folgende:

$$u = A_1 e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 T} \sin q_1 x \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t} = U_1 \cdot \sin q_1 x \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t}.$$

Die benutzte Beobachtungsmethode gestattet nur die Messung der Temperatur der obersten Grenzschicht der Flüssigkeitslamelle (die Messung der Temperatur der oberen Kupferplatte); der zeitliche Verlauf dieser Temperatur ist durch den Ausdruck gegeben:

$$u_{x=\Delta} = u' = U_1 \sin q_1 \Delta \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t} = U'_1 \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t}.$$

Aus dem gemessenen zeitlichen Verlaufe dieser Temperatur kann sodann das Wärmeleitungsvermögen k ermittelt werden, sobald die Grössen ϱ und c, sowie die Constante q_1 bekannt sind. Sind für eine Reihe von (etwa gleich weit von einander abstehenden) Zeitmomenten t_0, t_1, t_2, t_3 ... die Temperaturen der oberen Kupferplatte gleich u'_0, u'_1, u'_2, u'_3 ... gefunden worden, so ist das Wärmeleitungsvermögen k aus diesem System beobachteter Grössen durch folgende Formel ableitbar:

$$k = \frac{1}{t_{i+n} - t_i} \cdot \frac{1}{q_1^2} \cdot \varrho c \cdot \log\left(\frac{u'_i}{u'_{i+n}}\right).$$

4.

Die kleine Dicke Δ der benutzten Flüssigkeitslamellen hat zur Folge, dass trotz der verhältnissmässig geringen Wärmeleitungsfähigkeit aller Flüssigkeiten die Temperatur der oberen Kupferplatte so rasch abfällt, dass sie schon in einigen Minuten von ihrem anfänglichen Werthe (Zimmertemperatur) auf nahezu 0° herabsinkt. Zur Messung des zeitlichen Verlaufes dieser Temperatur muss daher ein Verfahren

benutzt werden, das im Stande ist, richtige Momentanwerthe dieser Temperatur liefern zu können. Dieses leistet eine thermoelektrische Bestimmung der Temperatur der oberen Kupferplatte.

In der Gegend der Mitte der oberen Basisfläche dieser Kupferplatte wurden zwei sehr dünne Drähte zweier verschiedener Metalle eingelöthet. Die andere Löthstelle dieser Drähte wurde dauernd in Eis auf 0° erhalten. Diese Thermoëlemente waren aus solchen Metallen gebildet, dass innerhalb der nur um wenige Grade von einander abstehenden Temperaturen der beiden Löthstellen die erregten thermoelektromotorischen Kräfte den wirkenden Temperaturdifferenzen der Löthstellen bis auf verschwindend kleine Abweichungen proportional waren. In dem Zeitmomente, den wir oben als Moment T bezeichnet haben, wurde das Thermoëlement in den Kreis eines aperiodisch gestellten Galvanometers eingeschaltet, und nach Verlauf von weiteren 20 Secunden wurde der Stand des Galvanometermagnets mit Hilfe von Fernrohr, Spiegel und Scala bei gut wärmeleitenden Flüssigkeiten von je 10 zu 10 Secunden, bei schlechter leitenden von 15 zu 15 Secunden abgelesen. Es lässt sich leicht einsehen, dass die in den einzelnen Zeitmomenten abgelesenen Abweichungen des Galvanometermagnets von seiner Ruhelage ein genaues relatives Maass der Temperaturen geben, welche die obere Kupferplatte, mithin auch die obere Grenzfläche der Flüssigkeitslamelle, in diesen Zeitmomenten besitzt.

Der Galvanometermagnet möge sich zu Anfang im Ruhezustande befunden haben. Im Zeitmomente T werde das Galvanometer plötzlich in den thermoëlektrischen Kreis eingeschaltet und dauernd darin gelassen. Um den Ausschlag zu erhalten, welchen der Galvanometermagnet nach Verlauf der Zeitlänge t seit dem Momente der Schliessung zeigt, gehen wir von der allgemeinen Gleichung aus, welche die Bewegung des durch den thermoëlektrischen Strom abgelenkten Magnets bestimmt. Zur Zeit t ist die Temperaturdifferenz der beiden Löthstellen des Thermoëlements:

$$u' = U'_1 \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t};$$

die in diesem Zeitmomente wirksame thermoëlektromotorische Kraft ist dann nach der oben gemachten Bemerkung:

$$E = \alpha \cdot U' \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t}.$$

Nennen wir W die Summe aller Widerstände des thermoëlektrischen Kreises, so ist die Intensität des zur Zeit t erzeugten thermoëlektrischen Stromes:

$$i = a \frac{U'}{W} \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t} \quad ;$$

das Drehungsmoment, welches dieser Strom auf den Galvanometermagnet ausübt, ist (sobald die Ablenkung einige Grade nicht übertseigt):

$$M G \cdot \frac{a U'}{W} \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t} \quad ;$$

wo M das Moment des Magnets und G die Constante des Galvanometers bezeichnet. Wird das Trägheitsmoment des Magnets Q, die Grösse des Dämpfungsmomentes für die Einheit der Winkelgeschwindigkeit D, die horizontale Componente der wirksamen magnetischen Richtkraft H und die Grösse des zur Zeit t vorhandenen Ausschlages des Magnets x genannt, so ist die allgemeine Bewegungsgleichung des Galvanometermagnets:

$$Q \frac{d^2 x}{dt^2} + D \frac{dx}{dt} + M H x - M G \cdot \frac{a U'}{W} \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t} = 0$$

oder

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + A \frac{dx}{dt} + B x - C e^{-gt} = 0,$$

wenn zur Abkürzung

$$A = \frac{D}{Q} \quad \Big| \quad B = \frac{MH}{Q} \quad \Big| \quad C = \frac{M G a U'}{Q \cdot W} \qquad g = \frac{k}{\varrho c} q_1^2$$

gesetzt wird. Das allgemeine Integral dieser Bewegungsgleichung hat die Form:

$$x = P_1 e^{-\lambda_1 t} + P_2 e^{-\lambda_2 t} + N e^{-gt},$$

wo λ_1 und λ_2 die (reellen) Grössen

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{A}{2} + \sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 - B} \\ \lambda_2 &= \frac{A}{2} - \sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 - B} \end{aligned}\right| \text{ bezeichnen, } N \text{ den Werth } \frac{C}{g^2 - Ag + B}$$

darstellt und wo P_1 und P_2 Constante sind, welche durch den Anfangszustand des Magnets bestimmt werden müssen. Zur Zeit $t = 0$ war der Ausschlag des Magnets Null, seine Winkelgeschwindigkeit hatte

aber einen von Null verschiedenen Werth, etwa den Werth γ_0. Die beiden Constanten P_1 und P_2 sind also durch die Gleichungen bestimmt:

$$0 = P_1 + P_2 + N$$
$$-\gamma_0 = \lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 + g N,$$

und der Ausschlag des Galvanometers zur Zeit t ist:

$$x = \left(-\frac{\gamma_0}{\lambda_1 - \lambda_2} - \frac{N(g-\lambda_2)}{\lambda_1 - \lambda_2}\right) e^{-\lambda_1 t} + \left(\frac{\gamma_0}{\lambda_1 - \lambda_2} + \frac{N(g-\lambda_1)}{\lambda_1 - \lambda_2}\right) e^{-\lambda_2 t} + N e^{-gt}.$$

Die Werthe λ_1 und λ_2 wurden in bekannter Weise möglichst gross gegenüber g gemacht; in allen den ausgeführten Versuchsreihen waren λ_1 und λ_2 gegen 160 bis 290 mal so gross als g. In Folge davon waren schon wenige Secunden nach der Schliessung des thermoëlektrischen Stromes die beiden ersten Glieder des vorstehenden Ausdruckes völlig bedeutungslos gegenüber dem letzten Gliede; der Ausschlag des Galvanometermagnets war also (abgesehen von den ersten Secunden nach der Schliessung) in jedem Zeitmomente t durch die Form gegeben:

$$x = N e^{-gt} = \frac{MG \cdot a \cdot U_1'}{Q \cdot W} \cdot \frac{1}{\left(\frac{k}{\varrho c} q_1^2\right)^2 - A \frac{k}{\varrho c} q_1^2 + B} \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t}.$$

Die Ablenkung des Galvanometermagnets ist also unter diesen Umständen in jedem Zeitmomente der Temperatur proportional, die in diesem Zeitmomente in der oberen Grenzschicht der Flüssigkeitslamelle vorhanden ist. Aus den Galvanometerausschlägen $x_0, x_1, x_2 \ldots$, die in den Zeitmomenten $t_0, t_1, t_2 \ldots$ auftreten, lässt sich daher die Wärmeleitung der untersuchten Flüssigkeit nach der Formel berechnen:

$$k = \frac{\varrho c}{q_1^2} \cdot \frac{1}{t_{n+i} - t_i} \log\left(\frac{x_i}{x_{n+i}}\right).$$

Die Grösse q_1 der rechten Seite dieser Gleichung ist die kleinste Wurzel der transcendenten Gleichung

$$qJ \operatorname{tg} qJ = \frac{FJ\varrho c}{M_1 c_1} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{h_1 F_1 \varrho c J^2}{k M_1 c_1} \cdot \frac{1}{(qJ)^2}\right)},$$

deren rechte Seite durch die Ersetzung der Masse M_1 durch das Product $J_1 F_1 \varrho_1$ in die mehr symmetrische Form gebracht werden kann:

$$qJ \operatorname{tg} qJ = \frac{J\varrho c}{J_1 \varrho_1 c_1} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{h_1 F_1 \varrho c J^2}{k F \varrho_1 c_1 J_1} \cdot \frac{1}{(qJ)^2}\right)}.$$

Da das, nur mit Hilfe der bekannten Wurzelwerthe q_n ermittelbare, Wärmeleitungsvermögen k in diese Gleichung eingeht, ist eine exacte, ganz allgemeine Bestimmung dieser Wurzelwerthe unmöglich. Indess lässt sich sofort übersehen, dass sich diese Wurzeln q_n bei passender Gestaltung der Versuchsmethode durch ein Annäherungsverfahren mit jeder gewünschten Genauigkeit berechnen lassen. Da die Grösse h_1 durch ein sogleich zu besprechendes Verfahren gleich 0,0057 und der Werth von k für die untersuchten Flüssigkeiten gleich 0,02 bis 0,08 gefunden wurde, da ferner die Lamellendicke Δ nur den kleinen Werth von 0,23$^{\text{cm}}$, Δ_1 dagegen die beträchtliche Grösse 1,02$^{\text{cm}}$ besass und die Flächengrössen F und F_1 wegen der Plattengestalt nur wenig von einander verschieden sind, war in den ausgeführten Versuchen der Factor $\frac{h_1 F_1 c \Delta^2}{k F \varrho_1 c_1 \Delta_1}$ nur eine sehr kleine Grösse; in den Versuchen über die Wärmeleitung des Wassers betrug er z. B. nur 0,0063. Der erhebliche Grössenwerth des Factors $\frac{\Delta \varrho c}{\Delta_1 \varrho_1 c_1}$ lässt die kleinste Wurzel $q\Delta$ nie sehr klein ausfallen; für Wasser war z. B. der kleinste Wurzelwerth $(q\Delta)_1$ gleich 0,5. Zur Bestimmung des kleinsten Wurzelwerthes $(q\Delta)_1$ der obigen transcendenten Gleichung kann man also in erster, ziemlich grosser Annäherung von dem Gliede $\frac{h_1 F_1 \varrho c \Delta^2}{k F \varrho_1 c_1 \Delta_1} \cdot \frac{1}{(q\Delta)^2}$ absehen. Man berechnet die erste Wurzel der Gleichung

$$q\Delta \operatorname{tg} q\Delta = \frac{\Delta \varrho c}{\Delta_1 \varrho_1 c_1},$$

ermittelt daraus die Grösse q_1^2, sucht mit Hilfe derselben aus den gemachten Temperaturbeobachtungen den (bis auf einige Procente angenähert richtigen) Grössenwerth des Wärmeleitungsvermögens k, setzt diesen angenäherten Werth von k in die unverkürzte transcendente Gleichung ein und leitet jetzt den exacteren Werth von q_1 und daraus den richtigen Werth von k ab.

5.

Zur genauen Berechnung des Wärmeleitungsvermögens k aus den angestellten Beobachtungen ist zunächst die Kenntniss der Grösse des äusseren Wärmeleitungsvermögens h_1 der oberen Kupferplatte erforderlich. Diese Grösse wurde wiederholt durch besondere Versuchsreihen ermittelt. Die Kupferplatte mit dem eingelötheten Thermoëlemente

wurde an zwei dünnen Fäden in derselben auf 0° abgekühlten Hülle aufgehangen, in welcher die Wärmeleitung der Flüssigkeiten vor sich ging. Ist die Temperatur der Kupfermasse M_1 in dem Momente t gleich u und besitzt die Kupferplatte die gesammte Oberfläche O, so besteht in dem Zeitmomente t folgender Differentialzusammenhang zwischen u und t:

$$-M_1 c_1 du = h_1 O \cdot u \cdot dt,$$

woraus sich der folgende Integralzusammenhang ergibt:

$$\log\left(\frac{u_0}{u}\right) = \frac{h_1 O}{M_1 c_1} \cdot t,$$

sobald mit u_0 die zur Zeit $t = 0$ vorhandene Temperatur bezeichnet und gleichzeitig die (sehr angenähert richtige) Annahme getroffen wird, dass die Grösse h_1 innerhalb des engen Temperaturintervalles der Abkühlung constant ist. Zur Bestimmung des Temperaturquotienten $\frac{u_0}{u}$ wurde die andere Löthstelle des Thermoëlements dauernd auf 0° abgekühlt und das Thermoëlement dauernd in den Kreis eines aperiodisch gestellten Galvanometers eingeschaltet. Da nach der oben geführten Rechnung die Temperaturen u_0 und u den in denselben Zeitmomenten stattfindenden Ausschlägen x_0, x der Galvanometernadel proportional sind, so lässt sich an die Stelle der letzten Gleichung auch die folgende setzen:

$$\log\left(\frac{x_0}{x}\right) = \frac{h_1 O}{M_1 c_1} \cdot t.$$

In den ausgeführten Versuchsreihen überliess man die Kupferplatte der Abkühlung von Zimmertemperatur an circa 60 bis 80 Minuten hindurch und notirte von 12. Minute zu 12. Minute die vorhandene Ablenkung der Galvanometernadel. Um etwa eintretende Aenderungen der Ruhelage eliminiren zu können, wurde von 15 zu 15 Minuten diese Ruhelage von neuem bestimmt.

Die folgende Tabelle gibt die Resultate der ersten zur Bestimmung von h_1 ausgeführten Versuchsreihe. In der ersten Spalte stehen die Zeitmomente der Ablesungen; die zweite Spalte gibt die auf Bögen reducirten Ablenkungen des Galvanometermagnets in Einheiten der benutzten Millimeterscala; die dritte Spalte enthält die den Ablenkungen entsprechenden Temperaturen der Kupferplatte; die vierte Spalte liefert die gewöhnlichen Logarithmen der Ablenkungen, und die letzte Spalte gibt die Differenzen dieser auf einander folgenden Logarithmen.

3 h	6'	392,5 mm	23,03°	2,59384	
					0,08009
	18	326,1	19,20	2,51375	
					0,07966
	30	271,7	15,99	2,43409	
					0,07787
	42	227,1	13,36	2,35622	
					0,07747
	54	190,0	11,18	2,27875	
					0,07927
	66	158,3	9,31	2,19948	
					0,77661
	78	132,7	7,80	2,12287	

Hieraus ergibt sich im Mittel für die Differenz der natürlichen Logarithmen je zweier um 1 Minute aus einander liegender Temperaturen:

$$\frac{h_1\, O}{M_1\, c_1} = 0{,}01504.$$

Zwei andere, später ausgeführte Versuchsreihen ergaben für dieselbe Grösse die Mittelwerthe 0,01518 und 0,01515. Aus dem allgemeinen Mittelwerthe 0,01512 und den weiteren Daten: $O = 456{,}43^{qcm}$, $M_1 = 1851{,}2^{gr}$ und $c_1 = 0{,}0932$ resultirt für das äussere Wärmeleitungsvermögen der Kupferplatte der Werth

$$h_1 = 0{,}00570,$$

welchem Werthe Gramm, Centimeter, Minute und 1° C. als Einheiten zu Grunde liegen.

II. Resultate der benutzten Versuchsmethode.

1.

Nachdem der Werth dieser Hilfsgrösse h_1 ermittelt worden war, konnte zur Bestimmung des inneren Wärmeleitungsvermögens der verschiedenen Flüssigkeiten geschritten werden. Die Herstellung der Flüssigkeitslamelle, deren Wärmeleitung untersucht werden sollte, geschah in folgender Weise. Auf die genau horizontal gestellte, gut plan abgeschliffene untere Kupferplatte von $16{,}03^{cm}$ Durchmesser und circa $0{,}5^{cm}$ Dicke wurden drei genau gleich dicke — $0{,}231^{cm}$ dicke — Glasstückchen von 2^{mm} Breite und 3^{mm} Länge gelegt; auf diese drei Glasstückchen wurde die obere, auf ihrer unteren Fläche möglichst plan geschliffene Kupferplatte von genau demselben Durchmesser, $16{,}03^{cm}$, aufgesetzt. In der Mitte der oberen Kupferplatte war eine etwa 1^{mm} weite, nach oben etwas erweiterte Durchbohrung angebracht, durch welche mittels einer eng ausgezogenen Glasröhre die zu untersuchende Flüssigkeit zwischen die Platten gefüllt wurde. Während des Füllens wurde dafür Sorge getragen, dass alle Luft aus dem Zwischenraum beider Platten durch die Flüssigkeit verdrängt wurde, und die Zufuhr an Flüssigkeit wurde unterbrochen, sowie sich die Flüssigkeit rings an den Platten-

rändern mit einem circa 1 mm dicken, regelmässig gekrümmten Bauche herausdrängte. Die zäheren Flüssigkeiten, wie Wasser, Salzlösungen, Oele, Glycerin, wurden durch die Capillarkräfte so fest an den Plattenrändern gehalten, dass dieselbe Füllung beliebig viele Male zu Versuchen benutzt werden konnte. Gewöhnlich wurde die Füllung nach je drei Versuchen wieder erneuert.

Die durch die Wärmeleitung allmählich erfolgende Abnahme der Temperatur der Flüssigkeitslamelle hatte natürlich eine geringe Contraction derselben zur Folge. Durch diese Contraction zog sich die Ausbauchung der Flüssigkeitslamelle allmählich zurück und ging gegen das Ende des Versuches in eine geringe Einbauchung an den Plattenrändern über. Beim Einfüllen der Flüssigkeit wurde die Weite der Ausbauchung so gross gewählt, dass die nach erfolgter Abkühlung stattfindende Einbauchung von nahezu gleicher Grösse war. Die Existenz dieser geringen Aus- resp. Einbauchung der Flüssigkeitslamelle ändert natürlich an den Resultaten der Rechnung, die darauf keine Rücksicht nahm, nur äusserst wenig, da ja die Flächengrösse F, durch welche die Wärmeleitung vor sich geht, mehr als 200 qcm umfasst.

Zur Untersuchung der sehr leichtflüssigen und rasch verdampfenden Flüssigkeiten, wie Aether, Schwefelkohlenstoff, Benzin u. s. w., wurde die Herrichtung der Lamelle in etwas anderer Weise vorgenommen. Auf dieselbe untere Kupferplatte wurde ein sehr dünner, nur 0,75 mm dicker, circa 2 cm hoher Glasring von genau demselben Durchmesser 16,03 cm mit Gummi aufgekittet. Der Durchmesser der oberen Kupferplatte war so weit verkleinert worden (bis auf 15,90 cm), dass dieselbe bequem in diesen Ring eingesetzt, resp. herausgenommen werden konnte. Nachdem die drei oben erwähnten Glasstückchen auf die untere Kupferplatte gelegt worden waren, wurde die obere Kupferplatte vorsichtig in den Glasring eingesetzt und sodann die zu untersuchende Flüssigkeit in langsamer Strömung so lange in den Zwischenraum zwischen beiden Platten eingefüllt, bis alle Luft verdrängt war. Hierauf wurde noch so viel Flüssigkeit nachgefüllt, dass der sehr enge Zwischenraum zwischen der Mantelfläche der oberen Kupferplatte und der inneren Fläche des dünnen Glascylinders bis zum vierten Theile seiner Höhe gefüllt wurde, damit trotz der geringen Contraction, die durch die allmähliche Abkühlung der Flüssigkeitslamelle während des Versuches in letzterer eintreten musste, der Zwischenraum zwischen beiden Platten stets vollständig mit Flüssigkeit erfüllt blieb.

Nach der Füllung überliess man das Plattensystem eine Zeit lang der Zimmertemperatur und beobachtete während dieser Zeit die Ruhelage des Galvanometermagnets 10 Minuten hindurch von Minute zu Minute. Es wurde nur dann zur Ausführung einer Beobachtungsreihe geschritten, wenn die Aenderungen der magnetischen Declination in gleichen Zeitlängen nahezu gleich gross waren. Grössere Aenderungen der Ruhelage des Galvanometermagnets während einer Minute als 1,2 Scalentheil kamen im Laufe aller Versuchsreihen nicht vor. War die Ruhelage des Galvanometermagnets und ihre Aenderung pro Minute hinreichend sicher festgelegt, so wurde das Plattensystem an einer über Rollen laufenden Schnur vorsichtig auf eine rasch untergeschobene planparallel geschliffene und horizontal gestellte Eisplatte herabgelassen und sofort mit einer dauernd auf 0° abgekühlten hohlen cylindrischen Kappe aus Kupferblech überdeckt. Zwei Minuten später wurde das Thermoëlement, dessen eine Löthstelle, wie schon oben erwähnt wurde, permanent in Eis gehalten wurde, in den Galvanometerkreis eingeschaltet, und nach Ablauf weiterer 20 Secunden begannen die Ablesungen der Ablenkungen des Galvanometermagnets. Für die besseren Wärmeleiter, wie Wasser, Salzlösungen u. s. w., wurden diese Ablesungen mit dem Schlage jeder 10. Secunde, für die schlechteren Wärmeleiter, wie Alkohol, Benzin u. s. w., mit dem Schlage jeder 15. oder 20. Secunde vorgenommen. War die Ablenkung des Galvanometermagnets auf circa 100 Scalentheile herabgesunken, was nach 4 bis 8 Minuten eintrat, so wurde die Versuchsreihe abgebrochen, der Galvanometerkreis geöffnet, die neue Ruhelage des Magnets bestimmt und die minutliche Aenderung dieser Ruhelage während weiterer 10 Minuten beobachtet. Mit Hilfe der Annahme, dass die während der Versuchsreihe stattgefundene minutliche Aenderung der Ruhelage gleich dem Mittel aus der vor und aus der nach der Versuchsreihe constatirten minutlichen Aenderung war (eine Annahme, die in Anbetracht des kurzen zwischen den Beobachtungen der Ruhelagen liegenden Zeitintervalles von 6 bis 10 Minuten ganz unbedenklich ist), liess sich für jeden Zeitmoment der Ablesungen der Magnetablenkungen die zugehörige Ruhelage herausrechnen.

Zur Veranschaulichung der Leistungsfähigkeit der benutzten Methode mögen jetzt die vollständigen Protokolle von 3 Versuchsreihen folgen. Die erste Versuchsreihe ist die erste, die ich an dem besten nichtmetallischen flüssigen Wärmeleiter, an Wasser, ausgeführt habe; die

zweite ist die erste Versuchsreihe, die an Glycerin, einer Flüssigkeit von mittlerem Wärmeleitungsvermögen, ausgeführt wurde; die letzte Tabelle enthält die letzte Versuchsreihe, die ich mit dem schlechtesten nichtmetallischen flüssigen Wärmeleiter, mit Benzin, unternommen habe.

Die erste Spalte in jeder dieser 3 Tabellen enthält die Beobachtungszeit. Die zweite Spalte gibt die Ablenkung x des Galvanometermagnets (in Millimeter ausgedrückt und bereits auf Bogen reducirt); die dritte Spalte liefert die der Ablenkung x entsprechende Temperatur u der oberen Grenzschicht der Flüssigkeitslamelle; die vierte Spalte enthält die gewöhnlichen Logarithmen der Ablenkungen, und die fünfte Spalte gibt die Differenzen der Logarithmen je zweier Ablenkungen, die um die Zeiteinheit, die Minute, von einander abstehen.

Wärmeleitung des Wassers.

Zeit	x	u	$\log x$	$\Delta \log x$
3ʰ 2′ 0″	266,5	15,59°	2,42570	0,16611
10	251,3	14,69	2,40019	0,16567
20	235,4	13,76	2,37181	0,16579
30	219,9	12,86	2,34223	0,16354
40	207,3	12,12	2,31660	0,16248
50	193,6	11,32	2,28691	0,16208
3 0	181,8	10,63	2,25959	0,16197
10	171,6	10,04	2,23452	0,16337
20	160,7	9,41	2,20602	0,16031
30	150,9	8,76	2,17869	0,15916
40	142,6	8,34	2,15412	0,16024
50	133,3	7,80	2,12483	0,15822
4 0	125,2	7,33	2,09760	0,15609
10	117,8	6,89	2,07115	0,15628
20	111,1	6,49	2,04571	0,15529
30	104,6	6,12	2,01953	0,15265
40	98,6	5,76	1,99388	0,15502
50	92,6	5,41	1,96661	0,15571
5 0	87,4	5,14	1,94151	0,15618
10	82,2	4,78	1,91487	
20	77,7	4,54	1,89042	
30	73,6	4,30	1,86688	
40	69,0	4,04	1,83886	
50	64,7	3,80	1,81090	
6 0	61,0	3,56	1,78533	

Wäre der Werth des Quotienten $\frac{k}{\varrho c}$ beim Wasser eine von der Temperatur unabhängige Grösse, so müssten die in der letzten Spalte

stehenden Differenzen durch die ganze Beobachtungsreihe constant bleiben. Dieses ist durchaus nicht der Fall: die Werthe dieser Differenzen sinken stetig mit abnehmender Temperatur. Die Mittelwerthe dieser Differenzen während der beiden ersten, der beiden mittleren und der beiden letzten Temperaturen sind z. B.

0,16428, 0,16054 und 0,15524.

Diese Aenderungen des Quotienten $\frac{k}{\varrho c}$ sind so beträchtlich und haben eine solche Richtung, dass sie aus einer Variation des Werthes ϱc, d. h. der specifischen Wärme der Volumseinheit nicht erklärt werden können; denn diese letztere Grösse wächst mit steigender Temperatur und der Coëfficient der Zunahme für 1°C. ist für das benutzte Temperaturintervall höchstens von der Ordnung 0,0005. Schon diese erste Beobachtungsreihe legt also die Thatsache auf das evidenteste dar, dass die Wärmeleitungsfähigkeit des Wassers mit steigender Temperatur zunimmt und zwar ganz erheblich zunimmt.

Diese erste für Wasser ausgeführte Versuchsreihe ist die unregelmässigste von allen, die ich ausgeführt habe. In allen später ausgeführten änderten sich die Differenzen der letzten Spalte bei weitem regelmässiger. Die in dieser ersten Versuchsreihe vorhandenen Sprünge in den Differenzen der letzten Spalte rühren unzweifelhaft von kleinen unregelmässigen Schwankungen der Ruhelage des Galvanometermagnets her, die nicht controlirt werden konnten. Die der Physik im eidgenössischen Polytechnikum zugewiesenen Räume sind leider so gelegen und von solcher Beschaffenheit, dass kleine unregelmässige Schwankungen der Ruhelage eines fein gestellten Galvanometermagnets nicht verhindert werden können. In anderen, speciell für physikalische Zwecke eingerichteten Instituten wird man die benutzte Methode viel besser auswerthen können, als es mir in unseren, auch den bescheidensten physikalischen Forderungen kaum genügenden Räumlichkeiten möglich war.

Auch aus den folgenden Versuchsreihen über die Wärmeleitung im Glycerin und Benzin lassen sich dieselben Folgerungen ziehen, die soeben für die Wärmeleitung im Wasser aus der zuerst angeführten Versuchsreihe gezogen worden sind.

Warmeleitung des Glycerins.

Zeit	x	u	$\log x$	$\Delta \log x$
4h 16' 0"	325,5	19,49°	2,51255	0,08832
10	315,2	18,87	2,49859	0,09001
20	304,0	18,20	2,48287	0,08982
30	294,2	17,62	2,46864	0,08933
40	284,2	17,02	2,45362	0,08982
50	275,0	16,47	2,43933	0,09025
17 0	265,6	15,90	2,42423	0,08938
10	256,2	15,34	2,40858	0,08843
20	247,2	14,80	2,39305	0,08770
30	239,5	14,34	2,37931	0,08839
40	231,1	13,84	2,36380	0,08826
50	223,4	13,38	2,34908	0,08710
18 0	216,2	12,94	2,33485	0,08762
10	209,0	12,51	2,32015	0,08715
20	202,0	12,09	2,30535	0,08708
30	195,4	11,70	2,29092	0,08707
40	188,6	11,29	2,27554	0,08633
50	182,8	10,95	2,26198	0,08676
19 0	176,7	10,58	2,24723	0,08676
10	171,0	10,24	2,23300	
20	165,3	9,90	2,21827	
30	159,9	9,57	2,20385	
40	154,6	9,26	2,18921	
50	149,7	8,97	2,17522	
20 0	144,7	8,66	2,16047	

Die Mittelwerthe der Differenzen der letzten Spalte für die beiden ersten, die beiden mittleren und die beiden letzten Minuten sind:

0,08959, 0,08821 und 0,08697.

Wärmel itung des Benzins.

Zeit	x	u	$\log x$	$\Delta \log x$
7h 3' 0"	223,4	14,41°	2,34908	0,05023
20	215,0	13,87	2,33244	0,05027
40	206,8	13,34	2,31555	0,05002
4 0	199,0	12,26	2,29885	0,04965
20	191,5	12,35	2,28217	0,04917
40	184,3	11,89	2,26553	0,04857
5 0	177,5	11,45	2,24920	0,04808
20	171,0	11,03	2,23300	0,04774
40	164,8	10,63	2,21696	0,04729
6 0	158,9	10,25	2,20112	0,04700
20	153,2	9,88	2,18526	0,04696
40	147,8	9,54	2,16967	0,04713

Zeit	x	u	$\log x$	$\Delta \log x$
7ʰ 7' 0"	142,6	9,20°	2,15412	0,04759
20	137,5	8,87	2,13830	0,04698
40	132,6	8,56	2,12254	0,04626
8 0	127,8	8,24	2,10653	0,04508
20	123,4	7,96	2,09132	
40	119,2	7,69	2,07628	
9 0	115,2	7,43	2,06145	

Die Mittelwerthe der Differenzen der letzten Spalte für das erste, das zweite und das letzte Drittel der Beobachtungsreihe sind:

0,04987, 0,04773 und 0,04667.

Eine ähnlich grosse Abnahme der Differenz der Logarithmen je zweier um eine Zeitminute abstehender Ausschläge des Galvanometermagnets zeigte sich im Verlaufe jeder Beobachtungsreihe und bei allen untersuchten Flüssigkeiten. Die Wärmeleitungsfähigkeit der 14 untersuchten Flüssigkeiten nimmt daher mit steigender Temperatur so erheblich zu, dass dieses Factum schon aus einer Versuchsreihe, die sich nur über ein Temperaturintervall von circa 10° hin erstreckt, in der ausgeprägtesten Weise hervortritt.

Die Annahme, die wir oben zur Entwickelung der Theorie der Versuche gemacht haben, die Wärmeleitungsfähigkeit k der Flüssigkeiten sei eine Constante, bestätigt sich also nicht. Es wäre daher jetzt nothwendig, die Theorie der ausgeführten Versuche auf Grund der Annahme zu entwickeln, dass die innere Wärmeleitungsfähigkeit k der Flüssigkeiten eben so wie die Dichte und die specifische Wärme eine Function der Temperatur, etwa in erster Annäherung eine lineare Function der Temperatur ist. Ich habe versucht, die Theorie auf Grund dieser Annahme in möglichster Strenge zu entwickeln, bin aber bei der Ausführung der Rechnung auf Schwierigkeiten gestossen, die ich bis jetzt nicht vollkommen zu meiner Zufriedenheit heben konnte.

Ich begnüge mich daher vorläufig mit einer ersten Annäherung: ich berechne das Wärmeleitungsvermögen aus den Mittelwerthen der Differenzen der Logarithmen der um die Zeiteinheit von einander abstehenden Galvanometerausschläge und sehe in diesem Werthe einen sehr angenähert richtigen Mittelwerth des Wärmeleitungsvermögens, welcher einer Temperatur entspricht, die gleich kommt der mittleren Temperatur der Flüssigkeitslamelle.

Die folgenden Tabellen enthalten die Resultate von 89 Versuchsreihen, die ich an 14 verschiedenen nichtmetallischen Flüssigkeiten

und für nahezu dieselbe mittlere Temperatur ausgeführt habe. Die Reihenfolge der untersuchten Flüssigkeiten ist nach der Intensität des Wärmeleitungsvermögens geordnet, und zwar beginnt die Reihe mit dem besten flüssigen nichtmetallischen Wärmeleiter, dem Wasser. Unter dem Namen der untersuchten Flüssigkeit befinden sich diejenigen Werthe, welche die Dichte ϱ und die specifische Wärme c derselben für die benutzte mittlere Versuchstemperatur besitzen. Darauf folgen die Mittelwerthe der Differenzen der gewöhnlichen Logarithmen der um eine Zeitminute von einander abstehenden Galvanometerausschläge und die zugehörige Mitteltemperatur der Flüssigkeitslamelle. Daran reiht sich der allgemeine Mittelwerth dieser Differenz und der dazu gehörige allgemeine Mittelwerth der Lamellentemperatur, und daran schliesst sich endlich der aus diesem allgemeinen Mittelwerthe berechnete Mittelwerth des Wärmeleitungsvermögens der Flüssigkeit an. Diese letztere Grösse wurde nach der früher besprochenen Weise mittels der Daten berechnet:

$$\varDelta = 0{,}231^{\text{cm}} \qquad \varrho_1 = 8{,}865 \qquad h_1 = 0{,}0057$$

$$\varDelta_1 = 1{,}023^{\text{cm}} \qquad c_1 = 0{,}0932 \qquad \frac{F_1}{F} = 1{,}252.$$

Wasser.
$\varrho = 1{,}000$
$c = 1{,}000$

0,15786	4,1°
0,15428	4.2
0,15537	4,1
0,15415	4,2
0,15738	4,3
0,15736	4,0
0,15521	4,1
0,15810	4,2
0,15677	4,0
0,15521	4,0
0,15619	4,1°

$k = 0{,}0745$

Kupfervitriollösung.
$\varrho = 1{,}160$
$c = 0{,}848$

0,14931	4,5°
0,14762	4,2
0,15030	4,3
0,14961	4,7
0,14884	4,4
0,14743	4,2
0,14780	4,6
0,14870	4,4°

$k = 0{,}0710$

In dem Falle der Wärmeleitung des Wassers ist allerdings das Auftreten von Flüssigkeitsströmungen in Folge von Dichtigkeitsunterschieden nicht vollständig durch die Versuchsanordnung ausgeschlossen. Die anomale Variation der Dichte des Wassers zwischen 0° und 8° lässt in den unteren Partien der Wasserlamelle während der ganzen Versuchsdauer und in der ganzen Dicke der Wasserlamelle während der letzten Stadien des Versuchs dichtere Schichten über weniger

dichten entstehen. Es lässt sich indess sofort begreifen, dass wegen der sehr geringen Differenz der Wasserdichten zwischen 0° und 8° — dieser Unterschied beträgt nur 0,0001 des Mittelwerths der Dichte dieses Temperaturintervalls —, wegen der sehr grossen Zähigkeit des Wassers in diesen niederen Temperaturen und wegen der sehr geringen Dicke der benutzten Wasserlamelle eine irgend erhebliche Flüssigkeitsströmung nicht zu Stande kommen und mithin auch die durch Strömungen bewirkte Modification des Vorganges der Wärmeleitung nur eine ganz geringe sein kann. Dass dieses in der That der Fall ist, liess sich mit aller Schärfe experimentell darlegen. Ganz verdünnte wässerige Salzlösungen, wie äusserst schwach concentrirte Lösungen von Kochsalz und Zinkvitriol, welche keine anomale Variation der Dichte zwischen 0° und 8° besitzen, zeigten Werthe für das Wärmeleitungsvermögen, die so gut wie vollständig genau mit dem gefundenen Wärmeleitungsvermögen des Wassers übereinstimmten.

Zinkvitriollösung.

$\varrho = 1{,}134$

$c = 0{,}861$

0,15198	4,6°
0,15172	4,7
0,14827	4,5
0,14707	4,4
0,14974	4,5
0,14797	4,5
0,14946	4,5°

$k = 0{,}0711$

Zinkvitriollösung.

$\varrho = 1{,}272$

$c = 0{,}765$

0,14551	4,7°
0,14749	4,5
0,14665	4,3
0,14716	4,4
0,14570	4,5
0,14690	4,4
0,14650	4,5°

$k = 0{,}0698$

Zinkvitriollösung.

$\varrho = 1{,}362$

$c = 0{,}706$

0,14764	4,7°
0,14533	4,5
0,14377	4,6
0,14544	4,5
0,14511	4,4
0,14442	4,5
0,14529	4,5°

$k = 0{,}0691$

Kochsalzlösung.

$\varrho = 1{,}178$

$c = 0{,}800$

0,14671	4,3°
0,14822	4,4
0,14783	4,5
0,14837	4,4
0,14671	4,2
0,14638	4,5
0,14737	4,4°

$k = 0{,}0692$

Glycerin.

$\varrho = 1,220$
$c = 0,605$

0,08802	6,7°
0,08828	6,4
0,08718	6,2
0,08793	6,2
0,08884	6,5
0,08744	6,4
0,08795	6,4°

$k = 0,0402$

Alkohol.

$\varrho = 0,795$
$c = 0,566$

0,06592	5,1°
0,06651	4,9
0,06607	5,2
0,06631	5,3
0,06670	5,4
0,06542	5,3
0,06615	5,2°

$k = 0,0292$

Schwefelkohlenstoff.

$\varrho = 1,271$
$c = 0,254$

0,05988	5,5°
0,05924	5,4
0,05842	5,2
0,05849	5,3
0,05931	5,6
0,05910	5,5
0,05907	5,4°

$k = 0,0250$

Aether.

$\varrho = 0,728$
$\varrho = 0,520$

0,05667	5,4°
0,05701	5,5
0,05535	5,2
0,05625	5,3
0,05582	5,3
0,05679	5,5
0,05631	5,4°

$k = 0,0243$

Olivenöl.

$\varrho = 0,911$
$c = 0,471$

0,05412	6,8°
0,05505	6,7
0,05390	6,8
0,05401	6,5
0,05435	6,5
0,05471	6,6
0.05436	6,6°

$k = 0,0235$

Chloroform.

$\varrho = 1,485$
$c = 0,233$

0,05194	6,5°
0,05116	6,2
0,05148	6,3
0,05165	6,6
0,05098	6,4
0,05142	6,3
0,05127	6,4°

$k = 0,0220$

Citronenöl.

$\varrho = 0,818$
$c = 0,438$

0,05057	5,4°
0,05060	5,6
0,04939	5,4
0,04996	5,3
0,05113	5,7
0,04917	5,1
0,05001	5,4°

$k = 0,0210$

Benzin.

$\varrho = 0,701$
$c = 0,381$

0,04794	5,2°
0,04821	5,0
0,04722	5,3
0,04780	4,9
0,04753	5,2
0,04792	5,1
0,04777	5,1°

$k = 0,0200$

2.

Die in den vorstehenden Tabellen enthaltenen Resultate stelle ich jetzt, mit Beibehaltung derselben Reihenfolge, übersichtlich zusammen.

	k	ϱ	c	$\gamma = \varrho \cdot c$	$\eta = \frac{k}{\varrho c}$
Wasser	0,0745	1,000	1,000	1,000	0,0745
Kupfervitriollösung	0,0710	1,160	0,848	0,984	0,0722
Zinkvitriollösung I	0,0711	1,134	0,861	0,976	0,0729
Zinkvitriollösung II	0,0698	1,272	0,765	0,973	0,0721
Zinkvitriollösung III	0,0691	1,362	0,706	0,962	0,0718
Kochsalzlösung	0,0692	1,178	0,800	0,942	0,0735
Glycerin	0,0402	1,220	0,605	0,738	0,0545
Alkohol	0,0292	0,795	0,566	0,450	0,0649
Schwefelkohlenstoff	0,0250	1,271	0,254	0,325	0,0769
Aether	0,0243	0,728	0,520	0,378	0,0643
Olivenöl	0,0235	0,911	0,471	0,429	0,0548
Chloroform	0,0220	1,485	0,233	0,346	0,0636
Citronenöl	0,0210	0,818	0,438	0,358	0,0587
Benzin	0,0200	0,701	0,381	0,270	0,0741

Eine Vergleichung der für das Wärmeleitungsvermögen erhaltenen Werthe mit den Werthen des Products aus Dichte und specifischer Wärme, d. h. mit den Werthen der specifischen Wärme der Volumseinheit (dieser specifischen Wärme wurde in der Tabelle das Zeichen γ beigelegt) lässt erkennen, dass die Wärmeleitungsfähigkeit ganz ausnahmslos in strengster Abhängigkeit von der specifischen Wärme der Volumseinheit steht. Die Flüssigkeit mit der grössten specifischen Wärme der Volumseinheit, das Wasser, hat auch das grösste Wärmeleitungsvermögen; die Flüssigkeit, welcher die kleinste specifische Wärme der Volumseinheit zukommt, das Benzin, zeigt auch den kleinsten Werth des Wärmeleitungsvermögens. Alle wässerigen Salzlösungen zeigen nahezu die gleiche specifische Wärme der Volumseinheit und zwar eine nur um einige Procente kleinere als die des Wassers, und ihre Wärmeleitungsfähigkeiten sind ebenfalls nahezu gleich gross und zwar ebenfalls um einige Procente kleiner als die Wärmeleitungsfähigkeit des Wassers. Es ist deswegen der letzten Tabelle eine Columne angefügt worden, in welcher der Quotient aus dem beobachteten Wärmeleitungsvermögen k und der specifischen Wärme der Volumseinheit γ verzeichnet ist. Die Grösse dieses Quotienten bleibt nahezu dieselbe für alle die vierzehn untersuchten Flüssigkeiten, obschon sich diese Flüssigkeiten in der extremsten Weise von einander unterscheiden, wie z. B. der ausserordentlich leicht-

flüssige Schwefelkohlenstoff und die äusserst dickflüssige, stark concentrirte Lösung III von schwefelsaurem Zink.

Um einen besseren Ueberblick über den Grad der Uebereinstimmung der verschiedenen Werthe dieses Quotienten η zu geben, lasse ich in der folgenden Tabelle die verschiedenen untersuchten Flüssigkeiten in derselben Reihenfolge nach einander folgen, in welcher sich die ihnen zugehörigen Werthe von η ordnen.

	k	η	$\eta = \frac{k}{\eta}$
Schwefelkohlenstoff	0,0250	0,325	0,0769
Benzin	0,0200	0,270	0,0741
Wasser	0,0745	1,000	0,0745
Kupfervitriollösung	0,0710	0,984	0,0722
Zinkvitriollösung I	0,0711	0,976	0,0729
Zinkvitriollösung II	0,0698	0,973	0,0721
Zinkvitriollösung III	0,0691	0,962	0,0718
Kochsalzlösung	0,0692	0,942	0,0735
Alkohol	0,0292	0,450	0,0649
Aether	0,0243	0,378	0,0643
Chloroform	0,0220	0,346	0,0636
Citronenöl	0,0210	0,358	0,0587
Olivenöl	0,0235	0,429	0,0548
Glycerin	0,0402	0,738	0,0545

Aus dieser Zusammenstellung geht hervor, dass die Grösse des Wärmeleitungsvermögens der untersuchten Flüssigkeiten in erster Linie der specifischen Wärme der Volumseinheit proportional ist. Die für Schwefelkohlenstoff, Benzin, Wasser und die fünf Salzlösungen gewonnenen Resultate lassen wohl kaum einen Zweifel an dieser Thatsache aufkommen. Zweifellos ergibt sich aber auch das weitere Factum, dass der Quotient η für ausserordentlich zähe Flüssigkeiten, wie Glycerin, Olivenöl, einen etwas kleineren Werth besitzt als für leichtflüssige Flüssigkeiten, dass also die Grösse der inneren Reibung einigen Einfluss auf die Höhe der Wärmeleitungsfähigkeit ausübt. Indess ist dieser Einfluss nur ein sehr kleiner; in den Zinkvitriollösungen I, II, III nimmt die innere Reibung mit wachsender Concentration fast bis zum zwanzigfachen Werthe der inneren Reibung des Wassers zu, und es nimmt der Quotient η nur in eben noch merkbarer Weise ab; und für Glycerin, dessen innere Reibung mehr als achthundertmal so gross ist als die der leichtflüssigen Flüssigkeiten, ist der Werth von η immer

noch vergleichbar mit den Werthen dieses Quotienten, den die leichtflüssigen Flüssigkeiten liefern. Ausser der Constante der inneren Reibung scheinen noch andere Eigenschaften der Flüssigkeiten einigen Einfluss auf die Grösse des Quotienten η auszuüben; denn die drei Flüssigkeiten Alkohol, Aether und Chloroform, deren innere Reibungsconstanten mit denen von Wasser und Benzin vollkommen vergleichbar sind, zeigen etwas kleinere Werthe für η als die beiden zuletzt genannten Flüssigkeiten.

Als allgemeines Resultat der ausgeführten Untersuchungen lässt sich also hinstellen: Der Werth der Wärmeleitungsfähigkeit einer Flüssigkeit lässt sich durch die Form ausdrücken:

$$k = \eta \cdot \varrho \cdot c,$$

in welcher η einen Coëfficienten bedeutet, welcher sich von Flüssigkeit zu Flüssigkeit nur wenig ändert. Weitere Untersuchungen, die in der nächsten Zeit ausgeführt werden sollen, müssen entscheiden, in welcher Abhängigkeitsform der Coëfficient η von der Constante der inneren Reibung steht und welche anderen Eigenschaften der Flüssigkeiten die Grösse dieses Coëfficienten in merkbarer Weise beeinflussen.

Das Resultat, dass die Wärmeleitungsfähigkeit nichtmetallischer, durchsichtiger Flüssigkeiten der specifischen Wärme der Volumseinheit, d. h. dem Wärmevorrath in der Volumseinheit sehr angenähert proportional ist und dass die innere Reibung und sonstige Eigenschaften der Flüssigkeiten nur einen kleinen, secundären Einfluss auf die Grösse des Wärmeleitungsvermögens haben, scheint mir für die noch zu begründende Theorie des flüssigen Aggregatzustandes von der hervorragendsten Wichtigkeit zu sein.

Die gefundene Thatsache, dass der Quotient $\frac{k}{\varrho c}$ eine für alle Flüssigkeiten nahezu constante Grösse ist, lässt sich noch in anderer Form ausdrücken. Die durch die Wärmeleitung bedingte Bewegung der Temperatur u innerhalb einer unbegrenzten Flüssigkeit ist durch die partielle Differentialgleichung bestimmt:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k}{\varrho c}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right).$$

Ist nun die Grösse $\frac{k}{\varrho c}$ für die verschiedenen Flüssigkeiten nahezu constant, so ist auch die Temperaturbewegung, die sich in den verschiedensten Flüssigkeiten aus derselben anfänglichen Temperaturvertheilung heraus entwickelt, angenähert genau dieselbe. Sind also z. B. die anfänglichen

Temperaturvertheilungen in einer Reihe verschiedener Flüssigkeiten identisch, so gleichen sich die bestehenden Temperaturgleichheiten in allen diesen Flüssigkeiten nahezu gleich rasch aus. Führen wir für die Grösse $\frac{k}{\varrho c}$ die Bezeichnung „Temperaturleistungsfähigkeit" ein — eine Bezeichnung, die im Gebiete der Theorie der Wärmeleitung bereits von verschiedenen Physikern gebraucht wurde —, so lässt sich das gefundene allgemeine Resultat am kürzesten so formuliren: **Durchsichtige, nichtmetallische Flüssigkeiten haben bei gleicher Temperatur nahezu die gleiche Temperaturleitungsfähigkeit.**

3.

Wie schon oben erwähnt wurde, liess sich aus jeder der besprochenen 89 Versuchsreihen deutlich erkennen, dass das Wärmeleitungsvermögen aller untersuchten Flüssigkeiten mit steigender Temperatur zunimmt. Um die Grösse dieser Zunahme festzustellen, habe ich das Wärmeleitungsvermögen für vier verschiedene Flüssigkeiten bei einer **höheren** Temperatur, bei einer mittleren Temperatur von circa 25°, nach demselben Verfahren bestimmt.

Die untere Kupferplatte wurde auf einen von vier starken Füssen getragenen, möglichst fest aufgestellten Ring von starkem Kupferblech wasserdicht aufgesetzt. Nachdem der Zwischenraum zwischen den beiden Kupferplatten mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt worden war, wurde das ganze Plattensystem auf eine constante Temperatur von nahezu 45° erwärmt. War diese Temperatur gleichmässig durch das ganze System verbreitet, so wurde von einem bestimmten Zeitmomente an der Wasserstrahl der vollständig geöffneten Wasserleitung des Laboratoriums senkrecht gegen die untere Basisfläche der unteren Kupferplatte gerichtet. Dadurch wurde die Temperatur der unteren Kupferplatte nach ausserordentlich kurzer Zeit auf die constante Temperatur U des Wassers der Wasserleitung zurückgeführt und dauernd auf dieser Temperatur erhalten, da die grosse Wassermasse (40 Liter pro Minute), die gegen die Platte sprühte, in jedem Zeitelemente die aus der Flüssigkeitslamelle der unteren Platte zugeleitete Wärme vollständig fortführte. In dem Momente, in welchem die Abkühlung begann, wurde weiter über das ganze Plattensystem eine Hülle mit derselben constanten Temperatur U gestülpt. Die eine Löthstelle des zur Temperaturmessung benutzten Thermoëlements war, wie früher, in der

oberen Kupferplatte eingelöthet; die andere Löthstelle war der constanten Temperatur U des abkühlenden Wassers ausgesetzt.

Das Beobachtungsverfahren war genau das frühere, und die zur Berechnung der Beobachtungsresultate dieser Versuchseinrichtung dienenden Formeln sind genau dieselben wie die früher entwickelten; es bedeutet nur u nicht mehr wie früher die Temperatur der oberen Kupferplatte, sondern den Ueberschuss der Temperatur der oberen Kupferplatte über die constante Temperatur U der Umgebung. Nach den früher gegebenen Bemerkungen über das benutzte Thermoëlement wird aber dieser Temperaturüberschuss u direct durch den auf Bogen reducirten Galvanometerausschlag in relativem Maasse geliefert.

Nach diesem Verfahren habe ich für Wasser, für die früher untersuchte Kochsalzlösung, für die obige Zinkvitriollösung III und für Glycerin die Wärmeleitungsfähigkeit für eine mittlere Temperatur von circa 24° bestimmt. Um auch für diese Abänderung der Versuchsmethode eine deutliche Vorstellung von der Leistungsfähigkeit der Methode geben zu können, lasse ich zunächst das volle Protokoll der für Wasser ausgeführten ersten Versuchsreihe folgen. Die Bedeutung der Zahlen der einzelnen Spalten ist genau dieselbe wie in den früher gegebenen gleichartigen Tabellen.

8h 39'	0"	18,02°	246,9	2,39252	0,18137
	15	16,31	223,5	2,34928	0,18274
	30	14,58	199,8	2,30060	0,17871
	45	13,17	180,4	2,25624	0,18033
40	0	11,86	162,5	2,21085	0,17904
	15	10,69	146,4	2,16554	0,17654
	30	9,67	132,4	2,12189	0,17691
	45	8,69	119,1	2,07591	0,17664
41	0	7,86	107,6	2,03181	0,17872
	15	7,11	97,5	1,98900	0,17475
	30	6,43	88,1	1,94498	0,17339
	45	5,79	79,3	1,89927	
42	0	5,20	71,3	1,85309	
	15	4,77	65,2	1,81425	
	30	4,31	59,1	1,77159	

Hiernach war der Mittelwerth von $\frac{1}{t_{n+i} - t_n} \log \left(\frac{u_n}{u_{n+i}}\right)$ gleich 0,17741. Da der mittlere Ueberschuss der Temperatur der Wasserlamelle über die Temperatur U der unteren Platte gleich 4,81° war und die Temperatur U 18,50° betrug, so entsprach dem Mittelwerthe 0,17741 eine mittlere Temperatur der Wasserlamelle gleich 23,31°.

Die folgenden Tabellen geben alle die gefundenen Mittelwerthe der Grösse $\frac{1}{t_{n+i} - t_n} \log \left(\frac{u_n}{u_{n+i}} \right)$ und die zugehörigen mittleren Lamellentemperaturen. Unter jeder Tabelle stehen zunächst die resultirenden Mittelwerthe, und zuletzt folgt der Werth des Wärmeleitungsvermögens, der sich aus diesen beobachteten Mittelwerthen und aus den weiteren Daten für M_1, c_1, h_1, F, F_1 und Δ, die wir bereits oben angegeben haben, berechnet.

Wasser.

$\varrho = 0{,}998$	$c = 1{,}000$
0,17803	23,8°
0,17874	23,9
0,18186	23,4
0,17778	23,6
0,17811	23,9
0,17934	23,8
0,17993	23,6
0,17853	23,8
0,17875	23,6
0,17909	23,67°

$k = 0{,}0857$

Kochsalzlösung.

$\varrho = 1{,}175$	$c = 0{,}804$
0,17061	26,3°
0,17141	26,0
0,17282	26,7
0,17153	26,1
0,17260	26,0
0,17100	26,6
0,17166	26,28°

$k = 0{,}0809$

Zinkvitriollösung.

$\varrho = 1{,}358$	$c = 0{,}709$
0,16301	23,67°
0,16342	23,51
0,15976	23,00
0,16365	23,60
0,16112	23,42
0,16279	23,41°

$k = 0{,}0776$

Glycerin.

$\varrho = 1{,}206$	$c = 0{,}613$
0,09135	25,4°
0,09517	25,3
0,09140	25,1
0,09308	25,0
0,09500	25,3
0,09151	25,1
0,09140	25,20°

$k = 0{,}0433$

Nach den Ergebnissen aller ausgeführten Versuchsreihen ist hiernach das Wärmeleitungsvermögen für

Wasser:	$k = 0{,}0754$	für die mittlere Temperatur	4,10°
	$k = 0{,}0857$	„ „ „ „	23,67
Kochsalzlösung:	$k = 0{,}0692$	für die mittlere Temperatur	4,40°
	$k = 0{,}0809$	„ „ „ „	26,28
Zinkvitriollösung:	$k = 0{,}0691$	für die mittlere Temperatur	4,50°
	$k = 0{,}0776$	„ „ „ „	23,44
Glycerin:	$k = 0{,}0402$	für die mittlere Temperatur	6,25°
	$k = 0{,}0433$	„ „ „ „	25,20

Nehmen wir an, das Wärmeleitungsvermögen dieser Flüssigkeiten wächst zwischen 4° und 25° in linearer Weise mit steigender Temperatur, setzen wir also $k = k_0 (1 + \alpha u)$, und leiten wir die Constanten k_0 und α aus den angegebenen Beobachtungsdaten ab, so finden wir für

Wasser:	$k_0 = 0{,}0722$	$\alpha = 0{,}00786$
Kochsalzlösung:	$k_0 = 0{,}0669$	$\alpha = 0{,}00790$
Zinkvitriollösung:	$k_0 = 0{,}0670$	$\alpha = 0{,}00670$
Glycerin:	$k_0 = 0{,}0391$	$\alpha = 0{,}00423$

Für sämmtliche dieser vier Flüssigkeiten ist der Coëfficient α dem Wärmeleitungsvermögen k_0 nahezu proportional; ob dieses auch für die übrigen Flüssigkeiten stattfindet, müssen weitere Beobachtungen entscheiden.

III. Vergleichung der erhaltenen Resultate mit den Ergebnissen früherer Beobachter.

1.

Vergleichung der gewonnenen Resultate mit den Resultaten des Herrn Lundquist.

In der in der Einleitung citirten Abhandlung hat Herr Lundquist in Upsala nach der Ångström'schen Methode die Wärmeleitungsfähigkeit für Wasser, für eine Kochsalzlösung, für drei verschiedene Zinkvitriollösungen und für drei verschiedene Schwefelsäure-Wassermischungen ermittelt. Laut den Angaben auf S. 27 seiner Abhandlung erhielt er für die auch von mir untersuchten Flüssigkeiten unter Zugrundelegung derselben Einheiten, die in dieser Untersuchung gewählt wurden, folgende absolute Werthe der Wärmeleitungsfähigkeit für die beigeschriebenen Mitteltemperaturen:

A. Für Kochsalzlösung		B. Für Wasser.	
$\varrho = 1{,}178$	$c = 0{,}785$	$\varrho = 1{,}00$	$c = 1{,}00$
$k = 0{,}0966$	43,9°	$k = 0{,}0908$	39,2°
0,0881	43,9	0,0955	43,3
0,0906	44,8	0,0934	41,0
0,0898	45,1	0,0946	41,8
0,0925	43,3	0,0939	38,5
0,0894	43,1	0,0940	41,1
0,0824	39,5	Im Mittel: 0,0937	40,8°
0,0885	47,8		
Im Mittel: 0,0897	43,9°		

C. Für Zinkvitriollösung.

$\varrho = 1{,}382 \quad c = 0{,}770$

	$k = 0{,}0935$	$42{,}3^0$
	0,0949	45,6
	0,0972	47,7
Im Mittel	0,0952	$45{,}2^0$

Für dieselben drei Flüssigkeiten habe ich nach meiner Methode erhalten:

für Wasser: für die mittlere Temperatur $4{,}10^0 \quad k = 0{,}0745$
" " " " $23{,}67 \quad k = 0{,}0857$

für Kochsalzlösung $\begin{pmatrix} \varrho = 1{,}178 \\ c = 0{,}800 \end{pmatrix}$:

für die mittlere Temperatur $4{,}40^0 \quad k = 0{,}0692$
" " " " $26{,}28 \quad k = 0{,}0809$

für Zinkvitriollösung $\begin{pmatrix} \varrho = 1{,}362 \\ c = 0{,}706 \end{pmatrix}$:

für die mittlere Temperatur $4{,}51^0 \quad k = 0{,}0691$
" " " " $23{,}44 \quad k = 0{,}0776$

Nehmen wir an, dass sich die Wärmeleitungsfähigkeiten dieser drei Flüssigkeiten von 0° an bis gegen 50° hin in linearer Form mit steigender Temperatur vergrössern (was offenbar sehr angenähert der Fall sein wird), so erhalten wir für die von Herrn Lundquist benutzten Mitteltemperaturen folgende Werthe der Wärmeleitungsvermögen:

		Weber	Lundquist
für Wasser und für die Temperatur	40,8°	0,0953	0,0937
für Kochsalzlösung und für die Temperatur	43,9	0,0901	0,0897
für Zinkvitriollösung und für die Temperatur	45,2	0,0872	0,0952

Für die beiden ersten Flüssigkeiten sind die Unterschiede in den Resultaten beider Versuchsreihen sehr unbedeutend, sie erreichen im Mittel noch nicht den Werth 1%; um so auffallender ist die grosse Abweichung in den Angaben über die Wärmeleitungsfähigkeit der Zinkvitriollösung. Dieser Widerspruch löst sich aber bei näherer Durchsicht der Angaben des Herrn Lundquist vollkommen auf. Herr Lundquist hat die specifische Wärme der Zinkvitriollösung nicht selbst bestimmt, sondern diese Grösse durch die Herren Höglund und Thalander bestimmen lassen. Der von diesen Herren gefundene Werth $c = 0{,}770$ ist aber völlig unrichtig; wiederholt ausgeführte Messungen haben mir stets den Werth $c = 0{,}697$ ergeben. Wird dieser richtige Werth an die Stelle von 0,770 eingesetzt, so ergibt sich aus den Messungen des Herrn Lundquist das Wärmeleitungsvermögen

der Zinkvitriollösung gleich 0,0862, während ich den nur um Weniges grösseren Werth 0,0827 gefunden habe.

Nach Berichtigung dieses Fehlers ergibt sich also: Die von Herrn Lundquist für Wasser, Kochsalzlösung und Zinkvitriollösung ausgeführten Messungen der Wärmeleitungsfähigkeit stimmen fast bis auf ein Hundertstel mit den von mir nach einer gänzlich verschiedenen Methode erhaltenen Wärmeleitungsvermögen überein.

2.

Vergleichung meiner Beobachtungsresultate mit den von Herrn Winkelmann gefundenen.

Von den sechs Flüssigkeiten, für welche Herr Winkelmann die absolute Wärmeleitungsfähigkeit bestimmt hat, habe ich fünf meiner Messungsmethode innerhalb derselben Temperaturgrenzen unterworfen. Ich stelle die von Herrn Winkelmann und die von mir gefundenen absoluten Wärmeleitungsvermögen in der folgenden Tabelle zusammen (wie bisher wurde auch hier die Minute als Zeiteinheit angenommen).

	Winkelmann	Weber
Wasser	0,0924	0,0745
Kochsalzlösung	0,1605	0,0692
Alkohol	0,0904	0,0292
Schwefelkohlenstoff	0,1186	0,0250
Glycerin	0,0419	0,0402

Ein Blick auf diese Tabelle lehrt, dass die Abweichungen in den Resultaten der beiden Beobachtungsreihen ganz ausserordentlich grosse sind; es ist ja u. A. der von Herrn Winkelmann gefundene Werth des Wärmeleitungsvermögens von Schwefelkohlenstoff nahezu fünfmal so gross als der von mir angegebene. Nur für die zäheste dieser fünf Flüssigkeiten, für Glycerin, liefern die beiden Beobachtungsreihen Werthe, die sich nicht sehr weit von einander entfernen.

Die grosse, durchgehende Disharmonie der Beobachtungsresultate deutet mit Gewissheit an, dass die eine oder die andere der besprochenen Versuchsmethoden einen principiellen Fehler einschliesst. Eine Durchsicht der Berechnungsweise, welche Herr Winkelmann auf seine Versuche angewendet hat, lässt erkennen, dass dieser principielle Fehler in der eigenthümlichen Interpretation enthalten ist, mit welcher Herr Winkelmann seine Resultate auslegt. Um diesen Fehler klar legen zu können, muss ich etwas näher auf die Winkelmann'sche Beobachtungsmethode und auf deren directe Resultate eingehen.

Herr Winkelmann benutzte zur Messung des Wärmeleitungsvermögens der Flüssigkeiten die Beobachtungsmethode, welche von Herrn Stefan vor 7 Jahren zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit der Gase angegeben wurde. Der dünne Zwischenraum zwischen den beiden coaxial gestellten Messingcylindern des Stefan'schen Apparates wurde mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt; der gefüllte Apparat wurde zunächst eine Zeit lang der Zimmertemperatur ausgesetzt und sodann von einem gewissen Zeitmomente an in seiner ganzen äusseren Begrenzungsfläche dauernd auf 0° in einer Mischung von Wasser und Eis abgekühlt. Die dadurch hervorgerufene allmähliche Abkühlung des inneren Messingcylinders wurde nach der Stefan'schen Methode messend verfolgt, und aus der ermittelten Abkühlungsgeschwindigkeit dieses Cylinders, aus den Dimensionen und Massen des Apparates und der Dichte ϱ und specifischen Wärme c der untersuchten Flüssigkeit wurde sodann ein Rückschluss auf die Grösse des Wärmeleitungsvermögens der Flüssigkeit gemacht. Wie Herr Winkelmann ausführlich entwickelt hat, ist der Zusammenhang zwischen dem Wärmeleitungsvermögen der Flüssigkeit und den erwähnten Grössen von der Form:

$$k = v\,(A \cdot \varrho \cdot c + B),$$

wo die Abkühlungsgeschwindigkeit v des inneren Cylinders die Grösse $\frac{1}{t_2 - t_1} \log\left(\frac{u_1}{u_2}\right)$ darstellen und wo die Grössen A und B Werthe sind die lediglich von der Form und den Dimensionen des Apparates und der Masse des inneren Cylinders abhängen.

Es wurden drei verschiedene Apparate benutzt, die Apparate I, II, III, in welchen der Abstand der beiden Messingcylinder der Reihe nach die Längen 0,20, 0,26 und 0,50cm betrug. Die mit diesen drei Apparaten erhaltenen absoluten Werthe des Leitungsvermögens waren:

	Apparat I	Apparat II	Aparat III
Wasser	0,0624	0,0696	0,0850
Kochsalzlösung	0,0651	0,0869	0,1262
Alkohol	0,0294	0,0359	0,0650
Schwefelkohlenstoff	0,0357	0,0446	0,0826
Glycerin	0,0404	0,0413	0,0435

Wie die Zahlen dieser Tabelle zeigen, unterscheiden sich die von den verschiedenen Apparaten gelieferten Werthe der Wärmeleitungsfähigkeit derselben Flüssigkeit so bedeutend von einander, dass sich nicht einmal die Grenzen abstecken lassen, innerhalb deren die wahren Werthe dieser Leitungsvermögen liegen.

Die Ursache dieser ausserordentlich grossen Divergenz der von den verschiedenen Apparaten gelieferten Werthe glaubt Herr Winkelmann angeben zu können und weiter auf Grund dieser Kenntniss eine Correctionsformel aufstellen zu können, welche einen sicheren Rückschluss aus den beobachteten unrichtigen Werthen auf den wahren Werth des Wärmeleitungsvermögens gestatten soll. Zur Erzielung einer möglichst constanten Abkühlungsgeschwindigkeit des inneren Cylinders musste Herr Winkelmann einen Rührer anbringen, welcher die in die Mischung von Wasser und Eis tauchende äussere Begrenzungsfläche des Apparates dauernd auf 0° zu erhalten hatte; ohne dieses Rührwerk bildete sich über der äusseren Begrenzungsfläche rasch eine stagnirende Schicht höher temperirten Wassers, welche die Abkühlungsgeschwindigkeit des inneren Cylinders zu klein und stetig abnehmend ausfallen liess. Dieser Rührer beeinflusste aber nicht alle Theile der äusseren Begrenzungsfläche in gleichem Maasse; er entfernte wohl die stagnirende Wasserschicht von der cylindrischen Mantelfläche, vermochte aber nicht die an die horizontalen Basisflächen des äusseren Cylinders grenzenden Wasserschichten stetig und vollkommen zu erneuern. In Folge dieses Umstandes mussten nach Herrn Winkelmann die Basisflächen in allen Stadien des Versuches stets eine etwas höhere Temperatur haben als die Mantelfläche, und das beobachtete Leitungsvermögen musste in Folge davon zu klein ausfallen. An den beobachteten Werthen des Leitungsvermögens wäre also eine Vergrösserung, eine positive Correction, anzubringen; diese Correction glaubt Herr Winkelmann als proportional der beobachteten Abkühlungsgeschwindigkeit und proportional dem Verhältniss zwischen der Summe der beiden Basisflächen zur Mantelfläche des äusseren Cylinders setzen zu müssen. Bedeutet K die wahre Wärmeleitungsfähigkeit, k die von dem Apparat gelieferte fehlerhafte, stellt p das genannte Verhältniss der beiden Flächen und n eine von Flüssigkeit zu Flüssigkeit verschiedene Constante dar, so setzt Herr Winkelmann:

$$K = k + n \cdot p \cdot v.$$

Aus den drei, den drei Apparaten entsprechenden Gleichungen

$$K = k_1 + n \cdot p_1 \cdot v_1$$
$$K = k_2 + n \cdot p_2 \cdot v_2$$
$$K = k_3 + n \cdot p_3 \cdot v_3$$

leitet er den Werth der Constanten n ab und berechnet sodann mit Hilfe des Mittelwerthes von n den wahren Werth des Wärmeleitungs-

vermögens. Auf diesem Wege wurden die oben genannten Winkelmann'schen Werthe gewonnen.

Diese Annahme über die Ursachen, welche die Wärmeleitungsfähigkeit von Apparat zu Apparat so sehr verschieden ausfallen lassen, und diese vorgetragene Auffassungsweise bezüglich der Herleitung des wahren Werthes der Wärmeleitungsfähigkeit ist sicherlich unrichtig.

Eine erhebliche Differenz zwischen der Temperatur der horizontalen Basisflächen und der Temperatur der Mantelfläche kann wegen des verhältnissmässig sehr grossen Wärmeleitungsvermögens des Messings selbst dann kaum resultiren, wenn der Rührer nur die Mantelfläche abfegt und die horizontalen Basisflächen ganz unberührt lässt. Damit wird aber auch die Form der angebrachten Correction hinfällig.

Die beobachteten Werthe sprechen überdies selbst dafür, dass die wahre Wärmeleitungsfähigkeit in einer anderen Weise berechnet werden muss als nach der angegebenen Correctionsformel; denn die Grösse n ist laut den Beobachtungsdaten nicht constant. So ergeben sich aus der Combination der an den Apparaten I, II, III gemachten Beobachtungen für Kochsalzlösung für n die drei Werthe:

$$n = 0{,}094,\ 0{,}179,\ 0{,}157$$

und für Wasser:

$$n = 0{,}065,\ 0{,}0492,\ 0{,}0548.$$

Die mit wachsender Dicke der benutzten Flüssigkeitsschicht erfolgende Zunahme des beobachteten Wärmeleitungsvermögens muss demnach in anderer Weise erklärt werden; sie ist nach meiner Auffassung eine unmittelbare Folge der Flüssigkeitsströmungen, die sich in dem benutzten Apparate während der ganzen Dauer der Versuche herstellen müssen. Alle Flüssigkeitstheilchen, die auf der Mantelfläche des inneren Cylinders und in deren Nähe liegen, müssen in eine nach oben gerichtete, und alle die Flüssigkeitstheilchen, die sich auf der Mantelfläche des äusseren Cylinders und in deren Nähe befinden, müssen in eine nach unten gerichtete Strömung hineingezogen werden. Eine weitere, jedoch viel energischere Strömung muss sich über der oberen Basisfläche des inneren Cylinders entwickeln, denn dort liegen permanent kühlere Schichten über wärmeren in verticaler Schichtung.

Die von Herrn Winkelmann beobachteten Wärmeleitungsfähigkeiten sind also nicht kleiner als ihre wahren Werthe, sie sind im Gegentheil viel zu gross; die an den

beobachteten Werthen anzubringende Correction muss eine negative sein.

Eine aufmerksame Durchmusterung der von Herrn Winkelmann an den drei Apparaten erhaltenen Resultate, die ich noch einmal an dieser Stelle anführen will, lässt die Richtigkeit dieser Annahme sofort in die Augen springen. Für jede der benutzten Flüssigkeiten wächst das beobachtete (scheinbare) Wärmeleitungsvermögen in beschleunigter Weise mit wachsender Dicke der Flüssigkeitslamelle:

	Apparat I	Apparat II	Apparat III
	Dicke d. Schicht 0,20cm	Dicke d. Schicht 0,26cm	Dicke d. Schicht 0,50cm
Wasser	0,0624	0,0697	0,0850
Kochsalzlösung	0,0658	0,0869	0,1261
Alkohol	0,0294	0,0359	0,0650
Schwefelkohlenstoff	0,0357	0,0446	0,0826
Glycerin	0,0404	0,0413	0,0435

weil sich die Flüssigkeitsströmungen mit wachsender Dicke der Flüssigkeitsschicht in intensiverer und intensiverer Weise entwickeln können. Die Intensität der bei gegebenen Temperaturunterschieden in engbegrenzten Räumen entstehenden Flüssigkeitsströmungen hängt in strengster Weise von der Grösse der inneren Reibung der Flüssigkeiten ab; sie ist der letzteren Grösse umgekehrt proportional. Die Zunahmen, welche Herr Winkelmann für die beobachtete Wärmeleitungsfähigkeit bei wachsender Dicke der Flüssigkeitsschicht gefunden hat, müssen also bei der leichtflüssigsten der obigen fünf Flüssigkeiten, bei dem Schwefelkohlenstoff, am grössten und bei der allerzähesten der Flüssigkeiten, dem Glycerin, kaum bemerkbar sein. Die für Schwefelkohlenstoff und für Glycerin in der obenstehenden Tabelle gegebenen Zahlenwerthe bestätigen diese Folgerung in der befriedigendsten Weise.

Ist aber die mit wachsender Dicke der Flüssigkeitsschicht constatirte Zunahme der beobachteten Wärmeleitungsfähigkeit eine Folge der Flüssigkeitsströmungen, dann muss der wahre Werth der Wärmeleitungsfähigkeit von jeder der untersuchten Flüssigkeiten kleiner sein als der für die kleinste Dicke der Flüssigkeitsschicht mit Hilfe des Apparates I gefundene Werth, und es wird der wahre Werth des Wärmeleitungsvermögens diesem letzteren Werthe um so näher stehen, je grösser die innere Reibung der betreffenden Flüssigkeit ist. Die in der folgenden Tabelle stehenden, aus den Beobachtungen am Apparat I berechneten Werthe

	Winkelmann	Weber
Wasser	0,0624	0,0745
Kochsalzlösung	0,0658	0,0692
Alkohol	0,0295	0,0292
Schwefelkohlenstoff	0,0357	0,0250
Glycerin	0,0404	0,0402

können also nur um Weniges grösser sein als die wahren Werthe der Wärmeleitungsfähigkeit. In der letzten Spalte dieser Tabelle stehen die Werthe, welche ich für dieselben Flüssigkeiten bei derselben Temperatur nach einer Methode erhalten habe, welche die Flüssigkeitsströmungen vollständig ausschliesst. Eine Vergleichung der beiden Zahlenreihen lässt erkennen, dass die Resultate der richtig interpretirten Winkelmann'schen Versuche und die Resultate meiner Beobachtungsreihen in der besten Uebereinstimmung stehen. Für Kochsalzlösung, Alkohol und Glycerin ist die Uebereinstimmung eine fast vollkommene; für die leichtflüssigste Flüssigkeit, den Schwefelkohlenstoff, muss der Winkelmann'sche Werth etwas grösser als der meinige ausfallen, da sich in diesem leicht beweglichen Medium auch innerhalb sehr dünner Schichten noch merkliche Strömungen entwickeln müssen. Was die Ursache der für Wasser bestehenden Differenz sein könnte, vermag ich nicht mit Sicherheit anzugeben. Ich habe mich jedoch durch zahlreiche Versuche nach meiner, so weit ich sehe fehlerfreien, Methode überzeugt, dass Wasser in der That das angegebene Wärmeleitungsvermögen besitzt und dass sein Leitungsvermögen zweifellos ganz erheblich grösser ist als das Leitungsvermögen wässeriger Salzlösungen. Ich glaube deswegen die Vermuthung aussprechen zu dürfen, dass in die von Herrn Winkelmann über die Wärmeleitungsfähigkeit des Wassers ausgeführten Versuche ein kleiner Fehler eingeflossen ist.

Die Versuche des Herrn Winkelmann liefern also bei richtiger Interpretation Resultate, welche mit den von mir erhaltenen Ergebnissen (bis auf eine einzige, nicht sehr erhebliche Ausnahme) in bester Uebereinstimmung stehen.

3.

Vergleichung der erhaltenen Resultate mit den Resultaten des Herrn Beetz.

Wie schon in den einleitenden Worten dieser Abhandlung hervorgehoben wurde, hat Herr Beetz in neuester Zeit eine umfassende Arbeit ausgeführt, in welcher er sich die Aufgabe stellte, nicht sowohl neue Zahlenwerthe für die absoluten Leitungsfähigkeiten der verschiedenen

Flüssigkeiten beizubringen, als vielmehr die Umstände aufzusuchen, welche auf das Leitungsvermögen von Einfluss sind, und die Richtung kennen zu lernen, in welcher dasselbe durch diese Umstände verändert wird. Zu diesem Zwecke hat er eine grosse Anzahl von Flüssigkeiten der Untersuchung unterworfen mittels eines einfachen Apparates, den Herr Kundt angewandt hat, um die Unterschiede im Leitungsvermögen verschiedener Gase evident zu machen. Dieser Apparat besteht aus einem Reagensglase, welches von einem zweiten, an dasselbe angeschmolzenen Glasrohr so nahe umgeben ist, dass der Abstand der beiden Rohre nur etwa 2^{mm} beträgt. Diesen Zwischenraum füllte Herr Beetz mit der zu untersuchenden Flüssigkeit bis zu einer Marke an, füllte das innere Glas mit einer stets gleich grossen Quecksilbermasse und senkte in diese das Gefäss eines in Zehntelsgrade getheilten Quecksilberthermometers. Hierauf tauchte er den Apparat bis zu einer passenden Höhe in ein bis zu einer bestimmten Temperatur erkältetes, resp. erwärmtes Wasserbad, liess denselben die Temperatur des Bades annehmen und führte ihn sodann in ein anderes Wasserbad mit der constanten Temperatur 20°. Mit Hilfe einer Secundenschlaguhr wurden nun die Zeitmomente notirt, in welchen das Thermometer eine Temperaturerhöhung, resp. eine Temperaturerniedrigung um je 2° anzeigte. Aus dem gemessenen Gange des Erwärmens oder Erkaltens glaubte Herr Beetz einen einfachen Rückschluss auf das Wärmeleitungsvermögen k der untersuchten Flüssigkeit machen zu können. Bedeuten u_1 und u_2 die negativen oder positiven Temperaturüberschüsse des Thermometers über die Temperatur des Wärme- oder Kühlwassers in den Zeitmomenten t_1 und t_2 und wird

$$v = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \log \frac{u_1}{u_2}$$

gesetzt, so ist nach Herrn Beetz

$$v = A \cdot k.$$

wo A eine für alle mit Hilfe desselben Apparates ausgeführten Messungen constant bleibende Grösse bedeutet. Die Wärmeleitungsfähigkeiten k der verschiedenen Flüssigkeiten verhalten sich also nach Herrn Beetz direct wie die gemessenen Abkühlungsgeschwindigkeiten v.

Nach diesem Verfahren hat Herr Beetz eine sehr grosse Anzahl von Flüssigkeiten untersucht und zwar innerhalb zweier verschiedener Temperaturintervalle: zwischen 8° und 14° und zwischen 28° und 36°. Die hauptsächlichsten Resultate seiner Untersuchung sind:

Die leichtflüssigen Flüssigkeiten, wie Schwefelkohlenstoff, Benzin, Chloroform u. s. w., sind bei weitem bessere Wärmeleiter als die schwerer flüssigen; am schlechtesten leiten Olivenöl, Glycerin und concentrirte Schwefelsäure, während Wasser ungefähr in der Mitte zwischen guten und schlechten Wärmeleitern steht.

In niederen Temperaturen leiten alle verdünnten Salzlösungen besser als Wasser; ihr Leitungsvermögen wächst mit steigender Concentration, um bei noch höheren Werthen der Concentration wieder abzunehmen.

In höheren Temperaturen ist aber das Wasser ein besserer Wärmeleiter als alle wässerigen Salzlösungen, und das Leitungsvermögen der letzteren wird stetig kleiner mit steigender Concentration.

Das Wärmeleitungsvermögen aller untersuchten Flüssigkeiten nimmt mit steigender Temperatur stetig zu.

Alle diese Resultate, mit Ausnahme des letzten, stehen mit den von mir gefundenen Thatsachen in vollständigem Widerspruch. Wie weit die Divergenz zwischen meinen und den von Herrn Beetz gefundenen Resultaten geht, mag u. A. folgende kleine Tabelle zeigen, in welcher die absoluten und relativen Werthe der Leitungsvermögen von neun von mir und von Herrn Beetz untersuchten Flüssigkeiten zusammengestellt sind.

	Weber		Beetz
	k (absolut)	k (relativ)	k (relativ)
Wasser	0,0745	100,0	100,0
Kochsalzlösung	0,0692	92,0	104,8
Glycerin	0,0402	53,9	82,3
Alkohol	0,0292	39,2	87,1
Schwefelkohlenstoff	0,0250	33,6	124,2
Aether	0,0243	32,6	112,6
Olivenöl	0,0235	31,6	64,4
Chloroform	0,0220	29,5	113,3
Benzin	0,0200	26,8	99,0

Der durchgehende, immense Widerspruch in den beiden letzten Zahlenreihen deutet an, dass entweder die von mir benutzte oder die von Herrn Beetz angewandte Beobachtungsmethode einen schweren Fehler einschliessen muss. Ich glaube, dass dieser Irrthum in der Interpretation enthalten ist, die Herr Beetz auf seine Beobachtungen angewandt hat.

Die von Herrn Beetz gemachte Annahme, dass der Werth der Abkühlungsgeschwindigkeit

$$v = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \log \left(\frac{u_1}{u_2}\right)$$

einzig und allein von der Wärmeleitungsfähigkeit k der untersuchten Flüssigkeit und von der Form und den Dimensionen des Apparates abhängt, ist durchaus unrichtig; auch die Dichte ϱ und die specifische Wärme c der untersuchten Flüssigkeit haben den durchgreifendsten Einfluss auf die Grösse v.

Um dieses evidend zu machen, entwickele ich die Theorie der Versuche des Herrn Beetz mit möglichster Strenge.

Der Beetz'sche Versuchsapparat darf mit sehr grosser Annäherung als ein System zweier coaxialer, sehr langer und sehr dünner Cylinder aufgefasst werden, deren dünner Zwischenraum mit der auf die Wärmeleitung zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt ist. Es darf ferner unbedenklich angenommen werden, dass die während der Versuche entstehenden Flüssigkeitsströmungen sich innerhalb der dünnen Flüssigkeitsschicht nur so schwach entwickeln können, dass die durch diese Strömungen fortgeführte Wärme sehr klein ist gegenüber der durch die Leitung translocirten Wärme. Der Raum des inneren Cylinders soll durch eine Masse erfüllt sein, die ein so gutes Wärmeleitungsvermögen besitzt, dass in jedem Zeitmomente die Temperaturen aller ihrer Massenelemente als gleich gross betrachtet werden dürfen. Diese Annahme konnte allerdings in dem Beetz'schen Apparate nicht in aller Strenge erfüllt sein, da Herr Beetz zur Füllung des inneren Cylinders den schlechtesten aller metallischen Leiter, das Quecksilber, wählte; indess wird der hieraus fliessende Fehler nur ein Fehler zweiter Ordnung sein können gegenüber dem oben erwähnten Versehen, das Herr Beetz in der Interpretation seiner Beobachtungsresultate begangen hat. Der anfängliche, durch das ganze Cylindersystem gleichförmig bestehende negative, resp. positive Ueberschuss der Temperatur des Cylindersystems über die constante Temperatur des Wasserbades, in welchem die Erwärmung, resp. Erkältung vor sich geht, sei u_0. Im Zeitmomente $t = 0$ soll das Cylindersystem in das Wasserbad eingeführt und von diesem Zeitpunkte an soll der Gang der Temperatur des inneren Cylinders messend verfolgt werden. Es ist das Gesetz anzugeben, nach welchem der Temperaturüberschuss u irgend eines Massenelements der zwischen den beiden Cylinderflächen eingeschalteten Flüssigkeit im Laufe der Zeit variirt.

Es möge der Betrachtung ein cylindrisches Coordinatensystem (x, r, φ) zu Grunde gelegt werden, dessen Achse mit der Achse des Cylindersystems zusammenfällt und dessen Nullpunkt etwa in der Mitte der zuletzt genannten Achse liegen soll. Der Temperaturüberschuss irgend eines Volumelements der Flüssigkeit hat dann in jedem Zeitmomente die particelle Differentialgleichung zu erfüllen:

$$\varrho c \frac{\partial u}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}\right).$$

In den Versuchen des Herrn Beetz war die Wärmeleitung unabhängig von der Richtung φ, und es hatte das Cylindersystem eine solche Länge, dass nahezu alle normal zur Achse gelegten Querschnitte unter identischen Temperaturverhältnissen standen. Den ausgeführten Versuchen entsprach also die folgende einfachere Form der Differentialgleichung:

$$\varrho c \frac{\partial u}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial r}\right). \qquad (1a$$

Neben dieser Differentialgleichung hat u zwei Grenzbedingungen zu erfüllen. Zunächst ist

$$\text{für } r = r_2 \quad u = 0 \quad \text{für alle } t; \qquad (2$$

weiter ist die dem inneren Cylinder in jedem Zeitelemente entführte Wärmemenge gleich dem Wärmequantum, das durch die innere Grenzfläche der cylindrischen Flüssigkeitslamelle auf dem Wege der inneren Wärmeleitung während desselben Zeitintervalls hindurchtritt, d. h. es ist

$$-M_1 c_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{r=r_1} = -k F_1 \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=r_1} \quad \text{für alle } t, \qquad (3$$

wenn M_1, c_1 die Masse und die specifische Wärme des inneren mit Quecksilber gefüllten Cylinders bedeutet und F_1 die innere Begrenzungsfläche der Flüssigkeitslamelle darstellt.

Schliesslich hat u der Anfangsbedingung zu genügen:

$$u = u_0 \text{ für } t = 0 \text{ und für alle } r. \qquad (4$$

Eine particuläre Lösung der Differentialgleichung (1a) ist:

$$u = e^{-\frac{k}{\varrho c} m^2 t} \left(A\, I^0_{mr} + B\, Y^0_{mr}\right), \qquad (5$$

wo m, A, B näher zu bestimmende Constanten bedeuten, I^0_{mr} die Bessel'sche Function erster Gattung mit dem Index 0 und dem Argument mr und Y^0_{mr} die Bessel'sche Function zweiter Gattung mit demselben Index und dem nämlichen Argument darstellt, wo also I^0_{mr} und Y^0_{mr} die Zeichen für die beiden particulären Integrale folgender Differentialgleichung sind:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{du}{dr} + m^2 r = 0.$$

Damit die gegebene einfache Lösung (5) die Grenzgleichung (2) erfüllt, muss

$$A\, I^0_{mr_2} + B\, Y^0_{mr_2} = 0$$

sein, muss also

$$B = -A\, \frac{I^0_{mr_2}}{Y^0_{mr_2}}$$

gewählt werden.

Die Bestimmung der Constanten m ist so zu treffen, dass die einfache Lösung

$$u = A\, e^{-\frac{k}{\varrho c} m^2 t}\left(I^0_{mr_1} - \frac{I^0_{mr_2}}{Y^0_{mr_2}}\, Y^0_{mr}\right) \qquad (6$$

auch die Grenzgleichung (3) erfüllt; die Grösse m ist also durch die Wurzeln der Gleichung bestimmt:

$$M_1 c_1 \frac{k}{\varrho c} m^2\left(I^0_{mr_1} - \frac{I^0_{mr_2}}{Y^0_{mr_2}}\, Y^0_{mr_1}\right) = -k F_1\left(\frac{d I^0_{mr}}{dr} - \frac{I^0_{mr_2}}{Y^0_{mr_2}}\cdot\frac{d Y^0_{mr}}{dr}\right)_{r=r_1}.$$

Der rechten Seite dieser Gleichung kann eine andere Form gegeben werden. Aus der Theorie der Bessel'schen Functionen ist bekannt, dass

$$\frac{d I^0_{mr}}{dr} = -m\, I^1_{mr} \text{ und } \frac{d Y^0_{mr}}{dr} = -m\, Y^1_{mr}$$

ist, wo I^1_{mr} und Y^1_{mr} die Bessel'schen Functionen erster und zweiter Gattung mit dem Index 1 bezeichnen. Nimmt man ausserdem in Betracht, dass sich die Masse M_1 durch $\pi r_1^2 H \varrho_1$ und die Fläche F_1 durch $2\pi r_1 H$ ersetzen lässt (wo ϱ_1 die Dichte des Quecksilbers und H die Länge des cylindrischen Systems bedeutet), so lässt sich die zuletzt gegebene Gleichung in die folgende Form überführen:

$$m r_1 \frac{I^0_{mr_1} - \frac{I^0_{mr_2}}{Y^0_{mr_2}}\, Y^0_{mr_1}}{I^1_{mr_1} - \frac{I^0_{mr_2}}{Y^0_{mr_2}}\, Y^1_{mr_1}} = 2\, \frac{\varrho c}{\varrho_1 c_1}$$

oder in die mehr symmetrische Form:

$$m r_1 \frac{I^0_{mr_1} Y^0_{mr_2} - I^0_{mr_2} Y^0_{mr_1}}{I^1_{mr_1} Y^0_{mr_2} - I^0_{mr_2} Y^1_{mr_1}} = 2\, \frac{\varrho c}{\varrho_1 c_1}. \qquad (7$$

Diese Gleichung (7) liefert unendlich viele Wurzelwerthe für m; diese mögen der Reihe nach (mit dem kleinsten Werthe beginnend) mit m_1, m_2, m_3 ... bezeichnet werden. Wird irgend einer dieser Wurzelwerthe in die oben gegebene einfache Lösung (6) eingesetzt, so befriedigt diese Lösung die Gleichungen (1) bis (3). Um der letzten Bedingungsgleichung

Genüge zu leisten, bilden wir die allgemeine Lösung für u durch Summation aller zulässigen particulären Lösungen und erhalten so als allgemeinsten Ausdruck:

$$\left.\begin{aligned} u = A_1\left(I^0_{m_1 r} - \frac{I^0_{m_1 r_2}}{Y^0_{m_1 r_2}}\, Y^0_{m_1 r}\right) e^{-\frac{k}{\varrho c} m_1^2 t} + \\ + A_2\left(I^0_{m_2 r} - \frac{I^0_{m_2 r_2}}{Y^0_{m_2 r_2}}\, Y^0_{m_2 r}\right) e^{-\frac{k}{\varrho c} m_2^2 . t} + \cdots \end{aligned}\right\} \quad (8$$

Die hierin vorkommenden Constanten A_1, A_2 ... sind so zu wählen, dass die Anfangsbedingung (4)

$$u = u_0 \text{ für } t = 0 \text{ für alle } r$$

erfüllt wird, also so zu bestimmen, dass die Gleichung besteht:

$$u_0 = A_1\left(I^0_{m_1 r} - \frac{I^0_{m_1 r_2}}{Y^0_{m_1 r_2}}\, Y^0_{m_1 r}\right) + A_2\left(I^0_{m_2 r} - \frac{I^0_{m_2 r_2}}{Y^0_{m_2 r_2}}\, Y^0_{m_2 r}\right) + \cdots$$

Auf diese sehr schwierige Constantenbestimmung soll hier nicht näher eingegangen werden, da sie zur Berechnung der besprochenen Versuche durchaus nicht erforderlich ist.

Eine nähere Betrachtung der Gleichung (7) lässt erkennen, dass die auf einander folgenden Wurzelwerthe m mit wachsender Indexzahl rasch an Grösse zunehmen. Die Werthe der auf das erste Glied folgenden Glieder der allgemeinen Lösung (8) sind also schon nach verhältnissmässig kurzer Zeit sehr klein gegenüber dem Werthe des ersten Gliedes; von einer gewissen Zeit an dürfen also diese Glieder als verschwindend klein gegenüber dem ersten Gliede betrachtet werden. Von dieser Zeit an ist der Ausdruck des Temperaturüberschusses der cylindrischen Flüssigkeitsschicht im Abstande r von der Achse:

$$u = A_1\left(I^0_{m_1 r} - \frac{I^0_{m_1 r_2}}{Y^0_{m_1 r_2}}\, Y^0_{m_1 r}\right) e^{-\frac{k}{\varrho c} m_1^2 . t}.$$

Demnach ist der Temperaturüberschuss der inneren Grenzschicht der Flüssigkeitslamelle und folglich auch der Temperaturüberschuss der Quecksilbermasse des inneren Cylinders:

$$u_{r=r_1} = u' = A_1\left(I^0_{m_1 r_1} - \frac{I^0_{m_1 r_2}}{Y^0_{m_1 r_2}}\, Y^0_{m_1 r_1}\right) e^{-\frac{k}{\varrho c} m_1^2 . t} = A e^{-\frac{k}{\varrho c} m_1^2 t}.$$

Sind also in den Zeitmomenten t_0, t_1, t_2 ... die Temperaturüberschüsse u'_0, u'_1, u'_2 ... gemessen worden, so lässt sich aus denselben das innere Wärmeleitungsvermögen der untersuchten Flüssigkeit nach der Formel berechnen:

$$k = \frac{\varrho c}{m_1^2} \cdot \frac{1}{t_{i+n} - t_n} \cdot \log\left(\frac{u'_i}{u'_{i+n}}\right)$$

oder

$$k = \frac{\varrho c}{m_1^2} \cdot v\,,$$

wenn wir mit Herrn Beetz die Grösse $\frac{1}{t_{i+n} - t_n} \cdot \log\left(\frac{u'_n}{u'_{i+n}}\right)$ als „Abkühlungsgeschwindigkeit“ v bezeichnen.

Aus diesen Betrachtungen geht hervor: Zur Bestimmung des Wärmeleitungsvermögens ist neben der Kenntniss der Abkühlungsgeschwindigkeit v die Kenntniss von ϱ und c und der ersten Wurzel m_1 erforderlich, und diese Wurzel hängt von den Grössen ϱ, c, ϱ_1, c_1, r_1 und r_2 ab.

Diesen Umstand hat Herr Beetz gänzlich übersehen: er setzt irrthümlich $k = A \cdot v$, wo die Constante A nur von der Form und den Dimensionen des Apparates, nicht aber von der Dichte und der specifischen Wärme der untersuchten Flüssigkeit abhängig sein soll. In Folge davon hat er auch seine Versuchsresultate falsch interpretirt.

Nur für diejenigen Flüssigkeiten, für welche das Product ϱc (die specifische Wärme der Volumseinheit) denselben Werth besitzt, ist die Beetz'sche Annahme richtig, ist das Verhältniss der Abkühlungsgeschwindigkeiten gleich dem Verhältniss der Wärmeleitungsfähigkeiten. Dieses tritt auch aus den Beobachtungen an Schwefelkohlenstoff und Chloroform auf das deutlichste heraus.

		Weber		Beetz
	$\varrho \cdot c$	k (absolut)	k (rel., Wasser = 100)	k (rel., Wasser = 100)
Schwefelkohlenstoff	0,325	0,0250	33,6	124,2
Chloroform	0,346	0,0220	29,5	113,3

Das Verhältniss der Leitungsfähigkeiten dieser beiden Flüssigkeiten ist nach meinen Beobachtungen 1,14; die Zahlenwerthe des Herrn Beetz liefern fast genau denselben Werth, nämlich 1,10.

Für alle Flüssigkeiten mit verschiedenen Werthen von ϱc müssen die von Herrn Beetz berechneten relativen Leitungsfähigkeiten unrichtig sein, und zwar um so unrichtiger, je extremere Werthe die specifische Wärme der Volumseinheit besitzt. Die auf S. 437 gegebenen Zahlen belegen die Richtigkeit dieser Folgerung auf das deutlichste: Für Schwefelkohlenstoff, Aether, Chloroform und Benzin, Flüssigkeiten, deren specifische Wärme der Volumseinheit zwischen 0,27 und 0,38 oscillirt, hat Herr Beetz für die relativen Leitungsfähigkeiten (die

Leitungsfähigkeit des Wassers gleich 100 gesetzt) Werthe gefunden, die **fast viermal grösser** sind als ihre wahren Werthe.

Sobald Herr Beetz seine Beobachtungen nach den Formeln der soeben entwickelten Theorie berechnen wird, wird er — dieses haben mir angenäherte provisorische Rechnungen gezeigt — Resultate erhalten, die mit den von mir gefundenen in gutem Einklang stehen. Die exacte Bestimmung der ersten Wurzel m_1 der obigen transcendenten Gleichung wird jedoch keine so ganz einfache Sache sein; es werden erst eine Reihe von Hilfssätzen über die Bessel'schen Functionen abgeleitet werden müssen, ehe an eine bequeme Bestimmung dieses Wurzelwerthes gegangen werden kann. Ich komme vielleicht bei einer anderen Gelegenheit auf diesen Gegenstand zurück. Ich habe die exacte Berechnung der Beetz'schen Versuche hier nicht durchgeführt, weil Herr Beetz keine genauen Angaben über die Grösse der Radien r_1 und r_2 gemacht hat und weil die nach dieser Beobachtungsmethode gewonnenen Resultate doch schwerlich genau sein können. Zunächst ist auf keinen Fall die Temperatur aller Massenelemente des inneren Quecksilbercylinders die gleiche und genau dieselbe wie die Temperatur der inneren Begrenzungsfläche; sodann modificirt das Dazwischentreten der beiden cylindrischen Glaswandungen (mit einer Dicke, die mit der Dicke der Flüssigkeitslamelle vergleichbar ist, und mit einem Wärmeleitungsvermögen, das von gleicher Grössenordnung ist wie das der Flüssigkeiten) den ohne diese Glaswandungen stattfindenden Verlauf der Wärmeleitung in der Flüssigkeitsschicht auf das erheblichste, und endlich lässt sich das Wärmequantum schwer in Rechnung ziehen, das auf dem Wege der inneren Glasleitung von dem inneren Glascylinder nach dem äusseren übergeführt wird.

Dass in der That die von der Beetz'schen Methode gelieferten Beobachtungsdaten mit Fehlern behaftet sein müssen, geht aus diesen Daten auf das deutlichste hervor. Herr Beetz hat die Wärmeleitung aller untersuchten Flüssigkeiten innerhalb zweier Temperaturintervalle bestimmt: zwischen 8° und 14° und zwischen 28° und 36°. Während nun die Abkühlungsgeschwindigkeit bei allen Flüssigkeiten in dem höher gelegenen Temperaturintervalle ausserordentlich viel grösser war als in dem tiefer gelegenen, blieb trotzdem der Werth der Abkühlungsgeschwindigkeit während jeder Beobachtungsreihe constant, während er doch bei fehlerfreier Methode innerhalb eines jeden dieser beiden Intervalle mit steigender Temperatur hätte wachsen müssen.

Mit diesen Fehlerquellen hängt wohl auch der Umstand auf das engste zusammen, dass Herr Beetz für alle untersuchten Flüssigkeiten eine viel grössere Zunahme des Wärmeleitungsvermögens mit steigender Temperatur gefunden hat, als ich sie für Wasser, für einige Salzlösungen und für Glycerin gefunden habe.

IV. Das Wärmeleitungsvermögen des Quecksilbers.

1.

Nach der Ermittelung der äusserst einfachen Relation zwischen dem Wärmeleitungsvermögen und der specifischen Wärme der Volumseinheit durchsichtiger, nichtmetallischer Flüssigkeiten lag der Gedanke nahe, nun auch das Wärmeleitungsvermögen einer metallischen Flüssigkeit nach derselben Methode zu untersuchen und zunächst den absoluten Werth der Leitungsfähigkeit des Quecksilbers festzustellen.

Auf den Rand der unteren, schwach amalgamirten Kupferplatte wurde der früher schon erwähnte dünnwandige Glascylinder mit Gummi aufgekittet; hierauf wurde das auf Wärmeleitung zu untersuchende Quecksilber über der unteren Kupferplatte innerhalb des Ringes bis zu einer Dicke zwischen 1,5 und 1,8^{cm} aufgeschichtet und sodann mit der oberen (auf ihrer unteren Basisfläche ebenfalls schwach amalgamirten) Kupferplatte belastet. Die Dicke Δ der zwischen den beiden Platten befindlichen Quecksilberlamelle wurde aus der gemessenen Distanz zwischen den oberen Basisflächen der beiden Platten und aus der bekannten Dicke Δ_1 der oberen Platte hergeleitet. Nachdem das Plattensystem mit der eingeschalteten Quecksilberlamelle die Zimmertemperatur angenommen hatte, wurde dasselbe auf eine planparallele, genau horizontal gestellte, thauende Eisplatte gesetzt und mit einer auf 0° abgekühlten Kupferblechhülle umgeben; sodann wurde nach Ablauf von 2 Minuten der Gang der Abkühlung der oberen Kupferplatte in genau derselben Weise wie bei den früher untersuchten Flüssigkeiten verfolgt.

Das folgende Protokoll der ersten Beobachtungsreihe lässt ersehen, mit welcher Schärfe der Vorgang der Wärmeleitung in der Quecksilberlamelle beobachtet werden kann. Die erste Spalte gibt den Beobachtungsmoment an; die dritte Spalte liefert den dazugehörigen Galvanometerausschlag (bereits auf Bögen reducirt); die zweite Spalte enthält die den Galvanometerausschlägen entsprechenden Temperaturen der oberen Kupferplatte; die vierte Spalte gibt die gewöhnlichen Logarithmen der

Galvanometerausschläge, und die fünfte Spalte liefert endlich die Differenz der Logarithmen je zweier um eine Minute abstehender Galvanometerausschläge.

9h 3′ 0″	13,85°	249,3	2,39672	0,20555
10	12,81	230,5	2,36267	0,20612
20	11,77	211,9	2,32613	0,20787
30	10,89	196,0	2,29226	0,20148
40	10,08	181,4	2,25864	0,20326
50	9,35	168,3	2,22608	0,20324
4 0	8,63	155,3	2,19117	0,20530
10	7,98	143,4	2,15655	
20	7,37	132,7	2,11826	
30	6,80	122,4	2,08778	
40	6,31	113,6	2,05538	
50	5,86	105,4	2,02284	
5 0	5,38	96,8	1,98587	

Als Mittelwerth der Grösse $\frac{1}{t_{n+i}-t_n}\log\left(\frac{u_i}{u_{i+n}}\right)$ ergibt sich aus dieser ersten Reihe: 0,20542; hierzu gehört eine mittlere Temperatur der Quecksilberlamelle gleich 4,50°.

Drei weitere Versuchsreihen ergaben für dieselben beiden Grössen folgende Werthe:

0,20735	4,50°
0,20898	4,61
0,20801	4,52

Die aus diesen vier Versuchsreihen fliessenden allgemeinen Mittelwerthe dieser beiden zusammengehörigen Grössen sind also:

0,20744	4,53°

Aus diesem allgemeinen Mittelwerthe 0,20744 und den übrigen Daten der Versuche:

$$M_1 = 1758^{\text{gr}} \qquad c_1 = 0,0936$$
$$F_1 = 195,96^{\text{qcm}} \qquad \varrho c = 0,45$$
$$\Delta = 1,737^{\text{cm}} \qquad h_1 = 0,0057$$

wird als Werth des Wärmeleitungsvermögens des Quecksilbers bei der Temperatur 4,53° gefunden:

$$k = 0,9094.$$

Dieselbe Quecksilberlamelle wurde hierauf bei einer höheren Mitteltemperatur auf ihr Wärmeleitungsvermögen untersucht.

Das Plattensystem mit der eingeschalteten Quecksilberschicht wurde auf eine Temperatur von circa 35° erwärmt und sodann mit einer Hülle mit der constanten Temperatur U umgeben. Hierauf wurde die

untere Kupferplatte in derselben Weise dauernd auf die Temperatur U des Wassers der Wasserleitung abgekühlt, wie es in den früheren Versuchen geschah. Nach diesem Verfahren habe ich ebenfalls vier Versuchsreihen ausgeführt. Die folgende Tabelle enthält die Mittelwerthe des logarithmischen Decrementes $\frac{1}{t_{i+n} - t_n} \log \left(\frac{u_i}{u_{i+n}}\right)$ und die dazu gehörigen Werthe der mittleren Temperatur der Quecksilberlamelle:

	0,22216	17,1°
	0,22013	17,1
	0,22224	17,0
	0,22232	16,8
Die allgemeinen Mittelwerthe sind:	0,22179	17,0°

Aus diesem Mittelwerthe 0,22179 und aus den oben genannten Daten für M_1, c_1 u. s. w. ergibt sich für die mittlere Temperatur von 17,0° der Werth des Wärmeleitungsvermögens

$$k = 0{,}9720.$$

Nehmen wir in erster Annäherung an, dass sich die Wärmeleitungsfähigkeit des Quecksilbers in linearer Weise mit zunehmender Temperatur steigert, setzen wir also

$$k = k_0 (1 + \alpha \cdot u),$$

so erhalten wir für die Werthe k_0 und α aus den beiden obigen Versuchsreihen die Zahlen:

$$\left.\begin{array}{l} k_0 = 0{,}8872 \\ \alpha = 0{,}0056 \end{array}\right\}$$

Die Ergebnisse dieser beiden Versuchsreihen stimmen in ziemlich guter Weise mit den Resultaten überein, welche Ångström vor 16 Jahren aus einer nur wenige Versuche umfassenden Untersuchung über die Wärmeleitungsfähigkeit des Quecksilbers gefunden hat[1]). Durch Anwendung der von ihm erdachten, allbekannten Methode fand er den absoluten Werth der Wärmeleitungsfähigkeit des Quecksilbers bei der Temperatur 50° C. gleich 1,061. Aus der Formel

$$k = 0{,}8872 \; (1 + 0{,}0056 \; u)$$

findet sich für $u = 50°$ der Werth $k = 1{,}13$, ein Werth, der nur um wenige Procent von dem von Ångström gefundenen abweicht.

Die ausgeführten Versuche behandelten käufliches, nicht vollkommen reines Quecksilber; sie geben also vielleicht nicht ganz

1) Pogg. Ann. Bd. 123 S. 468.

genau die wahren Werthe des Wärmeleitungsvermögens für Quecksilber. Trotzdem aber glaube ich aus ihnen mit Sicherheit folgern zu dürfen, dass die Grösse des Wärmeleitungsvermögens des Quecksilbers bei einer Temperatur von nahezu 0° gleich dem abgerundeten Werthe 0,90 ist und dass dieses Wärmeleitungsvermögen ganz erheblich mit steigender Temperatur zunimmt.

Für die nichtmetallischen, durchsichtigen Flüssigkeiten erhielten wir früher die einfache Beziehung:

$$k = \eta \cdot \varrho \cdot c,$$

in welcher die Grösse η für eine Temperatur von einigen Graden über 0° den Mittelwerth 0,068 besitzt. Berechnen wir für Quecksilber und für dieselbe Temperatur (ca. 4°) diese Grösse, so erhalten wir

$$\eta = 2,00,$$

d. h. einen Werth, welcher circa 30 mal grösser ist als der für nichtmetallische, durchsichtige Flüssigkeiten gefundene.

Dieses Resultat drängt zu der Annahme: dass der Vorgang der Wärmeleitung in metallischen Flüssigkeiten von wesentlich anderen Momenten abhängt als in nichtmetallischen. Während in den letzteren die Wärmeleitung in einer einfachen Uebertragung der lebendigen Kraft der bewegten ponderablen Moleküle von Schicht zu Schicht zu bestehen scheint, lässt das für Quecksilber gefundene, ganz abweichende Resultat vermuthen, dass in der Wärmeleitung innerhalb der metallischen Substanzen die von Schicht zu Schicht stattfindende innere Strahlung das wesentliche Element ist und dass die zwischen je zwei Nachbarschichten eintretende Uebertragung der lebendigen Kraft der bewegten ponderablen Moleküle nur eine secundäre Bedeutung hat.

Damit fällt aber ein ganz neues Licht auf die bisher constatirte, jedoch vollkommen unbegriffene Analogie zwischen dem Wärmeleitungsvermögen und dem elektrischen Leitungsvermögen der Metalle. Es eröffnet sich jetzt die Aussicht, dass der parallele Verlauf dieser beiden Leitungsvermögen einer Erklärung zugänglich gemacht werden kann. Freilich ist vorher erst mit aller möglichen Schärfe zu untersuchen, wie weit dieser Parallelismus der beiden Leitungsvermögen geht, wo die Abweichung beginnt und wie weit diese Abweichung reicht. Schon jetzt lässt sich erkennen, dass das Wärmeleitungsvermögen der Metalle nicht vollkommen genau proportional ihrem elektrischen Leitungs-

vermögen ist; denn das elektrische Leitungsvermögen des Quecksilbers nimmt mit steigender Temperatur ab nach der Relation

$$k = k_0 (1 - 0,00072\, u),$$

während das elektrische Leitungsvermögen mit wachsender Temperatur nach der Form

$$k = k_0 (1 + 0,0055\, u)$$

zunimmt. Exactere und umfassendere Einsichten in diese Fragen sollen eingehende Untersuchungen ergeben, die ich gegenwärtig durch die Herren A. Tuchschmied und G. Weber in meinem Laboratorium ausführen lasse. Nachdem in dem Vorstehenden eine Methode entwickelt worden ist, welche die Wärmeleitungsfähigkeit fast mit derselben Genauigkeit zu messen gestattet, mit welcher man gegenwärtig die elektrische Leitungsfähigkeit zu messen vermag, wird sich kein ernstliches Hinderniss der weiteren Forschung auf diesem Gebiete entgegenstellen.

2.

Die für steigende Temperatur gefundene Zunahme des Wärmeleitungsvermögens von Quecksilber widerspricht den Ergebnissen einer Untersuchung, welche Herr Herwig unter dem Titel: „Das Wärmeleitungsvermögen des Quecksilbers unabhängig von der Temperatur“ vor 5 Jahren publicirt hat[1]).

Es lässt sich jedoch zeigen, dass Herr Herwig das Endresultat seiner Versuche in fehlerhafter Weise abgeleitet hat und dass die exacte Berechnung dieser Versuche zu genau demselben Resultate führt, das ich in den soeben besprochenen Versuchsreihen erhalten habe.

Herr Herwig interessirte sich für die Frage: ob wohl das Wärmeleitungsvermögen der Metalle vollkommen proportional ihrem elektrischen Leitungsvermögen ist, und glaubte mit Recht, dass er die sicherste Antwort auf diese Frage gewinnen könnte, wenn er untersuchte, ob das Wärmeleitungsvermögen der Metalle eben so in linearer Weise und mit genau demselben Coëfficienten mit steigender Temperatur abnimmt wie das elektrische Leitungsvermögen. Um vollkommen genau definirbares Material zu haben, wurde flüssiges Quecksilber als Untersuchungsobject ausgewählt.

Eine circa 1 cm weite, beträchtlich lange und vertical gestellte Glasrohre wurde mit Quecksilber gefüllt, in eine Umgebung von constanter Temperatur (sie möge mit 0° bezeichnet werden) gebracht und in

1) Pogg. Ann. Bd. 151 S. 177.

ihrem obersten Querschnitte auf einer höheren unveränderlichen Temperatur U dauernd erhalten. Zur Untersuchung wurde die **stationäre** Temperaturvertheilung benutzt, die nach Verlauf einer gewissen Zeit in dem Quecksilberstabe eintrat.

Unter der Annahme, dass die äussere Wärmeleitungsfähigkeit h der Glasröhre **unabhängig** von der Temperatur u ist, und unter der weiteren Annahme, dass die Differentialgleichung, welche die Temperaturvertheilung über die einzelnen Stabquerschnitte im stationären Zustande angiebt, die Form hat:

$$\frac{q \cdot k_0}{1 + a u} \cdot \frac{d^2 u}{d x^2} = p \cdot h \cdot u,$$

wo q den Querschnitt, p den Umfang der Glasröhre bedeutet und wo $\frac{k_0}{1 + a u}$ die Grösse des Wärmeleitungsvermögens des Quecksilbers für die Temperatur u darstellt, leitet Herr **Herwig** folgende Beziehung ab zwischen der constanten Heiztemperatur U des obersten Querschnittes und der mittleren Temperatur $\bar{u}$ des Quecksilberstabes:

$$\frac{U}{\bar{u}} = L \sqrt{\frac{p h}{q k_0}} \cdot \frac{1 + a U}{\sqrt{1 + \frac{2}{3} a U}},$$

worin L die Stablänge bezeichnet. Dieser Temperaturquotient ist also mit U variabel, sobald a von Null verschieden ist. Diese Beziehung benutzte nun Herr **Herwig** zur numerischen Bestimmung des Coëfficienten a. Es wurden eine Reihe verschiedener Temperaturen U hergestellt und die dazu gehörigen mittleren Temperaturen $\bar{u}$ in sinnreicher Weise gemessen. Die folgenden drei Zeilen enthalten den Niederschlag der Versuchsergebnisse. Es fand sich im Mittel für

$U = 42{,}36^0 \quad \bar{u} = 5{,}64^0$ und somit $\frac{U}{\bar{u}} = 7{,}512 \ldots$ (4 Versuche)

$U = 112{,}10 \quad \bar{u} = 14{,}90$ „ „ $\frac{U}{\bar{u}} = 7{,}523 \ldots$ (12 Versuche)

$U = 139{,}01 \quad \bar{u} = 18{,}50$ „ „ $\frac{U}{\bar{u}} = 7{,}515 \ldots$ (6 Versuche)

Daraus schloss Herr **Herwig**: „Die Versuchsresultate der letzten Columne entscheiden mit aller Evidenz die vorliegende Frage dahin, dass das Wärmeleitungsvermögen des reinen Quecksilbers zwischen 40^0 und 160^0 völlig constant ist."

Diese Folgerung ist unrichtig, weil sie sich auf zwei (oben genannte) Annahmen stützt, die nicht zutreffend sind. Die äussere Wärmeleitung h

ist nicht unabhängig von der Temperatur, und die Differentialgleichung, welche die stationäre Temperaturvertheilung in einem Stabe angibt, dessen innere Wärmeleitungsfähigkeit mit wachsender Temperatur in linearer Weise abnimmt, hat eine andere Form als die von Herrn Herwig gegebene Differentialgleichung. Die zuverlässigsten Untersuchungen, die bisher über den Vorgang der äusseren Wärmeleitung ausgeführt worden sind, zeigen, dass das äussere Wärmeleitungsvermögen mit steigender Temperatur zunimmt und zwar in erster Annäherung der Temperatur proportional zunimmt; das äussere Wärmeleitungsvermögen h hat also für die Temperatur u den Werth $h_0(1+\beta u)$. Um die exacte Form für die Differentialgleichung zu erhalten, welche die Temperaturvertheilung im Stabe im stationären Zustande angibt, ist von der Bedingung auszugehen, die erfüllt sein muss, damit die Temperaturvertheilung eine stationäre sein kann. Wird angenommen, dass das Stabmaterial bei der Temperatur u ein inneres Wärmeleitungsvermögen gleich $k_0(1-\alpha u)$ besitzt, und wird die constante Temperatur der Umgebung des Stabes gleich Null gesetzt, so ist diese Bedingung für ein unendlich dünnes Element des Stabes mit der Abscisse x, der Temperatur u und der Dicke dx die folgende:

$$-qk_0(1-\alpha u)\frac{du}{dx} + qk_0\left[1-\alpha\left(u+\frac{du}{dx}dx\right)\right]\left(\frac{du}{dx}+\frac{d^2u}{dx^2}dx\right) -$$

$$-ph_0(1+\beta u)u = 0,$$

oder, wenn die kürzeste Form gewählt wird, die Grösse $\frac{ph_0}{qk_0} = a^2$ gesetzt wird und unendlich kleine Grössen höherer Ordnung vernachlässigt werden:

$$\frac{d^2u}{dx^2} - \frac{\alpha}{2}\cdot\frac{d^2(u^2)}{dx^2} - a^2u - a^2\cdot\beta\cdot u^2 = 0. \qquad (1$$

Der Stab soll in dem Querschnitte $x=0$ dauernd auf der Temperatur U erhalten werden, und seine Länge L sei so beträchtlich, dass der Endquerschnitt in $x=L$ dauernd die Temperatur der Umgebung $u=0$ habe. Die Lösung der obigen Differentialgleichung hat dann die beiden Grenzgleichungen zu erfüllen:

$$\text{für } x=0 \quad \text{ist} \quad u=U, \qquad (2$$

$$\text{für } x=L \quad \text{ist} \quad u=0. \qquad (3$$

Wären die beiden Wärmeleitungsfähigkeiten h und k von der Temperatur unabhängig, wären also die beiden Coëfficienten α und $\beta=0$,

so würde diejenige Lösung der obigen Differentialgleichung, die zugleich auch die beiden Grenzgleichungen erfüllt, die folgende sein:

$$u = U \cdot e^{-ax},$$

falls die Länge L so bedeutend genommen wird, dass e^{-aL} verschwindend klein ausfällt. In dem Falle, dass α und β von Null verschieden sind, geben wir der Lösung der Differentialgleichung die Form

$$u = Ae^{-ax} + Be^{-2ax} \quad (4$$

und suchen die Constanten A und B so zu bestimmen, dass diese Lösung sowohl der Differentialgleichung als auch den beiden Grenzgleichungen genügt. Die Constante B verschwindet mit den Coëfficienten α und β. Sehen wir von den Gliedern ab, welche die zweiten und höheren Potenzen der beiden Coëfficienten α und β als Factoren enthalten, so erhalten wir in der angegebenen Form eine sehr angenäherte Lösung der Differentialgleichung, sobald wir

$$B = \frac{1}{3} A^2 (\beta + 2\alpha) \quad (5$$

setzen. Damit die Lösung (4) die Grenzgleichung (2) erfülle, hat die weitere Relation zu gelten:

$$U = A + B. \quad (6$$

Die Gleichungen (5) und (6) liefern die Mittel zur Bestimmung der Constanten A und B. Vernachlässigen wir auch hier bei dieser Constantenbestimmung die zweiten und höheren Potenzen der kleinen Grösse $(\beta + 2\alpha)$, so erhalten wir aus (5) und (6):

$$A = U\left(1 - \frac{1}{3}(\beta + 2\alpha)\, U\right)$$

$$B = \frac{1}{3} U^2 (\beta + 2\alpha).$$

Im stationären Zustande ist also die Temperatur über den Stab (die Quecksilberröhre) hin nach folgendem Gesetz vertheilt:

$$u = U\left(1 - \frac{1}{3}(\beta + 2\alpha)\, U\right) e^{-ax} + \frac{1}{3} U^2 (\beta + 2\alpha) e^{-2ax}. \quad (7$$

Aus diesem Vertheilungsgesetz der Temperatur lässt sich der Werth des von Herrn Herwig benutzten Temperaturquotienten $\frac{U}{u}$ leicht finden. Ist die Temperaturvertheilung in dem Stabe stationär geworden, so ist in jedem Zeitelemente die dem Stabe durch den Querschnitt bei $x = 0$ in Folge der inneren Wärmeleitung zugeführte Wärme gleich derjenigen Wärmemenge, welche die gesammte Staboberfläche an die

kühlere Umgebung abgibt. Die zuerst genannte Wärmemenge, sie heisse W_1, hat für die Zeitlänge 1 den Werth:

$$W_1 = -k_0(1-\alpha U)q\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=0} = k_0 \cdot q \cdot a(1-\alpha U)\left(U + \frac{1}{3}(\beta+2\alpha)U^2\right). \quad (8$$

Der Ausdruck der Wärmemenge W_2, welche in der Zeiteinheit von der gesammten Staboberfläche an die auf 0° abgekühlte Umgebung abgegeben wird, ist:

$$W_2 = \int_0^L p \cdot h_0(1+\beta u) \cdot u \cdot dx = \int_0^L ph_0 \cdot u \cdot dx + \int_0^L ph_0 \beta \cdot u^2 \cdot dx.$$

Der Werth des ersten Integrals kann einerseits durch $q h_0 \bar{u} L$, andererseits durch

$$\frac{ph_0}{a}\left[U\left(1-\frac{1}{3}(\beta+2\alpha)U\right)\left(1-e^{-aL}\right)+\frac{U^2}{6}(\beta+2\alpha)\left(1-e^{-2aL}\right)\right]$$

oder, da e^{-aL} als verschwindend klein angenommen worden ist, durch

$$\frac{ph_0}{a}\left[U\left(1-\frac{1}{3}(\beta+2\alpha)U\right)+\frac{U^2}{6}(\beta+2\alpha)\right]=\frac{ph_0}{a}\left[U\left(1-\frac{1}{6}(\beta+2\alpha)U\right)\right]$$

ausgedrückt werden. Der Werth der mittleren Stabtemperatur ist also:

$$\bar{u} = \frac{U}{aL}\left(1-\frac{1}{6}(\beta+2\alpha)U\right). \quad (9$$

Der Werth des zweiten Integrals lässt sich, falls wie bisher die mit den zweiten und höheren Potenzen der Coëfficienten α und β versehenen Glieder vernachlässigt werden und die Grösse e^{-aL} wie bisher als verschwindend klein betrachtet wird, durch den Ausdruck ersetzen:

$$\frac{ph_0\beta}{2a} \cdot U^2\left(1-\frac{2}{3}(\beta+2\alpha)U\right)$$

oder durch den gleichwerthigen:

$$\frac{1}{2}ph_0 \cdot \beta \cdot \bar{u} \cdot L\, U\left(1-\frac{1}{2}(\beta+2\alpha)U\right).$$

Der Ausdruck für die Wärmemenge W_2 ist also:

$$W_2 = p \cdot h_0 \cdot L \cdot \bar{u}\left[1+\frac{\beta}{2}U\left(1-\frac{1}{2}(\beta+2\alpha)U\right)\right]$$

oder, wenn wie bisher die Glieder, welche die zweiten und höheren Potenzen der Coëfficienten α und β enthalten, vernachlässigt werden:

$$W_2 = p \cdot h_0 \cdot L \cdot \bar{u}\left(1+\frac{\beta}{2}U\right).$$

Setzen wir jetzt die für W_1 und W_2 gefundenen Werthe in die den stationären Temperaturzustand charakterisirende Gleichung $W_1 = W_2$ ein, so erhalten wir die Relation:

$$U \cdot q \cdot k_0\, a\,(1 - \alpha U)\left(1 + \frac{1}{3}(\beta + 2\alpha)\,U\right) = p \cdot h_0 \quad L \cdot u\left(1 + \frac{\beta}{2}\,U\right)$$

d. h.

$$\frac{U}{u} = a\,L\left(1 + \frac{1}{6}(\beta + 2\alpha)\,U\right). \tag{10}$$

Für den Fall, dass $\beta = 0$ wäre, eine Annahme, die Herr Herwig bei der Ableitung des Werthes $\frac{U}{u}$ getroffen hat, würde also nicht die von Herrn Herwig aus einer unexacten Differentialgleichung abgeleitete Gleichung

$$\frac{U}{u} = a\,L\,\frac{1 + \alpha U}{\sqrt{1 + \frac{4}{3}\alpha U}} = a\,L\left(1 + \frac{2}{3}\,\alpha\,U\right)$$

resultiren, sondern

$$\frac{U}{u} = a\,L\left(1 + \frac{1}{3}\,\alpha\,U\right).$$

Die Gleichung (10) zeigt: Ist die Coëfficientensumme $\beta + 2\alpha \gtrless 0$, so nimmt der Temperaturquotient $\frac{U}{u}$ mit steigender Temperatur U $\left.\begin{matrix}\text{zu}\\\text{ab}\end{matrix}\right\}$; ist die Coëfficientensumme $\beta + 2\alpha = 0$, also $\beta = 0$ und $\alpha = 0$, oder aber $\alpha = -\frac{\beta}{2}$, so ist der Temperaturquotient $\frac{U}{u}$ von der Temperatur U unabhänging.

Herr Herwig fand in seinen Versuchen diesen Quotienten unabhängig von der Temperatur und schloss daraus, dass der Coëfficient α gleich Null ist; dieser Schluss ist unzulässig, weil der Coëfficient β existirt und zwar stets einen positiven Werth besitzt. Aus den Herwig'schen Messungen darf nur geschlossen werden, dass

$$\alpha = -\frac{\beta}{2} \text{ ist,}$$

dass also die innere Wärmeleitungsfähigkeit des Quecksilbers in linearer Weise (in erster Annäherung) mit steigender Temperatur zunimmt und dass der Coëfficient dieser Zunahme gleich, oder nahezu gleich, der Hälfte des Coëfficienten der Zunahme des äusseren Wärmeleitungsvermögens ist.

Nach meinen Erfahrungen und nach den Ergebnissen einer Reihe von Bestimmungen über das äussere Wärmeleitungsvermögen, die alljährlich als Uebungsaufgaben in meinem Laboratorium ausgeführt werden, hat der Coëfficient β einen Werth, welcher zwischen 0,010 und 0,0125 liegt.

Wird für β der Mittelwerth $\beta = 0{,}0110$ genommen, so folgt aus Herrn Herwig's Messungen, dass das Wärmeleitungsvermögen des Quecksilbers mit steigender Temperatur nach der Form

$$k = k_0 (1 + 0{,}0050 \cdot u)$$

zunimmt — ein Resultat, das qualitativ und quantitativ mit den Ergebnissen meiner Messungen über die Wärmeleitung im Quecksilber auf das beste übereinstimmt.

Die in dieser Abhandlung dargelegte Methode zur Bestimmung des absoluten Wärmeleitungsvermögens von Flüssigkeiten lässt sich auch mit dem besten Erfolg zur Untersuchung der Wärmeleitungsfähigkeit fester Substanzen verwenden. Ich lasse gegenwärtig die absolute Wärmeleitungsfähigkeit einer Reihe von schlecht leitenden Metallen, wie Blei, Wismuth u. s. w., nach dieser Methode messen und gleichzeitig das elektrische Leitungsvermögen dieser Metalle bestimmen, um etwas sicherere Aufschlüsse über die Analogie zwischen dem Wärme- und dem elektrischen Leitungsvermögen der Metalle zu erhalten, als die bisherigen Beobachtungen geliefert haben.

Auch zur Bestimmung des absoluten Wärmeleitungsvermögens der Gase leistet die Methode gute Dienste. Die Effecte der Gasströmungen, die in dem Stefan'schen Apparate nur durch erhebliche Verkleinerung der Dichte des untersuchten Gases zum Verschwinden gebracht werden können, fallen hier gänzlich fort, und es lässt sich z. B. ein etwa bestehender Einfluss des Druckes auf das Wärmeleitungsvermögen auf das schärfste untersuchen.

Ueber einige einfache Interferenzversuche.

Von

E. Lommel.

Als Fundamentalversuch für die Interferenz des Lichts hat man bisher allgemein in Lehrbüchern und Vorträgen den Fresnel'schen Spiegelversuch an die Spitze gestellt, weil man mit Fresnel annehmen zu dürfen glaubte, dass bei dieser Erscheinung nur eine unmittelbare Interferenz zweier Kugelwellen stattfinde und die Beugung des Lichts keine Rolle spiele. Nachdem jedoch Herr H. F. Weber [1]) nachgewiesen hat, dass die Fresnel'sche Interferenzerscheinung ein ziemlich verwickeltes, einer elementaren theoretischen Behandlung nicht zugängliches Diffractionsphänomen ist, so besteht kein Grund mehr, jenen Versuch, welcher wegen der zum Gelingen erforderlichen Feinheit der Einstellung immerhin einige Schwierigkeiten darbietet und sich überdies wegen der Lichtschwäche und der geringen Breite der Fransen zur objectiven Darstellung wenig eignet, als Fundamentalversuch beizubehalten. Es mag daher gerechtfertigt erscheinen, wenn ich in den folgenden Zeilen zunächst einen Versuch beschreibe, dessen ich mich in meinen Vorlesungen statt des Fresnel'schen Spiegelexperiments bediene, und welcher sich durch die äusserste Einfachheit der benutzten Hilfsmittel, durch unfehlbares Gelingen sowie durch die Schönheit und Helligkeit der erzielten Erscheinung auszeichnet.

1. Eine Spiegelglasplatte werde mit Tusche geschwärzt bis auf zwei blank zu lassende parallele, gleich breite Streifen, welche z. B. jeder 6^{mm} breit und durch einen geschwärzten Zwischenraum von 15^{mm} Breite von einander getrennt sein mögen. Durch einen verticalen, zu den spiegelnden Streifen parallelen Spalt falle ein horizontales

1) Die wahre Theorie der Fresnel'schen Interferenzerscheinungen, Vierteljahrsschrift der Züricher naturforschenden Gesellschaft 1879 Heft 1. Carl's Repertorium Bd. 16 S. 65. Wied. Ann. Bd. 8 S. 407.

Bündel Sonnenstrahlen nahezu streifend (etwa unter einem Einfallswinkel von 85 bis 88°) auf die Platte; der Lichtfleck, welchen das zurückgeworfene Strahlenbündel auf einem in seinen Weg gestellten Schirm entwirft, erscheint alsdann von sehr scharfen und kräftigen verticalen Interferenzstreifen durchzogen, welche enger zusammenrücken, wenn man durch Drehen der Platte den Einfallswinkel verkleinert, sich dagegen weiter von einander entfernen, wenn die Incidenz sich mehr und mehr der streifenden nähert. Diese Interferenzerscheinung ist so lichtstark, dass sie selbst im hellen Zimmer weithin gesehen wird. Durch eine Linse, welche auf dem Wege des reflectirten Strahlenbündels in geeigneter Weise aufgestellt wird, kann die Erscheinung beliebig vergrössert werden.

Bedeckt man den einen spiegelnden Streifen mit einer dünnen geschwärzten Metallplatte, so verschwinden die dunkeln Interferenzstreifen sofort und die Erscheinung besteht nur noch aus einem von schwachen farbigen Beugungsfransen gesäumten hellen Felde, in welchem die dunkeln Streifen sogleich wieder auftreten, wenn man die Metallplatte entfernt. So lässt sich auf die frappanteste Weise zeigen, dass Licht zu Licht hinzugefügt Dunkelheit hervorzubringen vermag.

Wird der eine spiegelnde Streifen über einer Flamme mit Russ geschwärzt, so verschwinden die Interferenzstreifen nicht. Wenn man die ganze Platte mit einer Russschicht überzieht, so dass unter kleinerem Einfallswinkel von den reflectirenden Streifen nichts mehr wahrgenommen wird, so gibt sie unter grosser Incidenz gleichwohl die Interferenzerscheinung fast noch eben so schön und hell wie vorher, nur mit einem schwach röthlichen Farbenton. Daraus geht hervor, dass eine mit Russ überzogene Glasfläche bei grossem Einfallswinkel (85—88°) ein fast eben so grosses Reflexionsvermögen besitzt wie eine blanke Glasfläche.

Hat man die Interferenzstreifen mittels einer Linse auf dem Schirme entworfen und bringt nun an die Stelle, welche zu dem Bilde in Bezug auf die Linse conjugirt ist, ein rothes und ein blaues Glas, welche längs einer horizontalen geraden Linie zusammenstossend durch eine Fassung zu einer zweifarbigen Platte vereinigt sind, so erblickt man auf dem Schirme unmittelbar über einander und durch eine scharfe horizontale Linie getrennt die Interferenzbilder für rothes

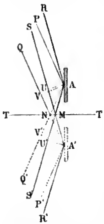
und für blaues Licht und erkennt, dass hier die dunkeln Streifen enger zusammengerückt sind als dort. Mittels einer dreifarbigen Platte, bestehend aus einem etwa 1^{cm} breiten grünen Glasstreifen, an welchen einer- und andrerseits ein rothes und ein blaues Glas angestossen sind, kann man eben so die Interferenzbilder für die drei genannten Farben, wie sie in den Lehrbüchern schematisch dargestellt zu werden pflegen, sehr schön auf dem Schirme zur Darstellung bringen.

2. Die Erklärung der beschriebenen Erscheinung liegt selbstverständlich sehr nahe; sie ist nämlich nichts Anderes als eine Beugungserscheinung bei sehr grosser Breite der beugenden Öffnung und sehr grosser Schiefe der einfallenden Strahlen. Jeder der beiden spiegelnden Streifen vertritt nämlich die Stelle einer Spaltöffnung, indem sich die an ihm reflectirten Strahlen gerade so verhalten, als ob sie, von dem Spiegelbilde des lichteinlassenden Spaltes kommend, durch eine gleich breite Spaltöffnung gegangen wären. Die dunkeln Interferenzstreifen entstehen durch die Interferenz der beiden an den Spiegelglasstreifen gebeugten Strahlenbündel. Der beschriebene Versuch kann sonach angesehen werden als eine andere Form des bekannten Fundamentalversuchs von Young, durch welchen derselbe zum ersten Mal das Princip der Interferenz bewies. Der Unterschied besteht darin, dass statt zweier engen, durch einen schmalen Zwischenraum getrennten Öffnungen gleichsam zwei breite und entsprechend weit von einander entfernte Spalten zur Anwendung kommen, und dass die zur Erzeugung deutlicher Interferenzstreifen erforderliche Schmalheit der Strahlenbündel durch die starke Neigung der einfallenden Strahlen erreicht wird. Die Interferenzstreifen sind begreiflicherweise in Bezug auf die Mitte des Bildes unsymmetrisch, und zwar sind sie breiter auf der Seite, welche der Richtung der einfallenden Strahlen zugewendet ist. Dieser Mangel an Symmetrie tritt jedoch, so lange man der streifenden Incidenz nicht sehr nahe kommt, nicht auffallend hervor.

3. Man erhält, wie oben bereits erwähnt, die Beugungserscheinung für eine einzige Spaltöffnung, nämlich farbige Fransen zu beiden Seiten eines hellen Mittelfeldes, wenn man das vom Beleuchtungsspalt kommende Licht an einem beliebig breiten Streifen oder an irgend einer rechteckigen Platte von Spiegelglas oder polirtem Metall unter grossem Einfallswinkel reflectiren lässt. Stellt man neben den ersten, z. B. 1^{cm} breiten Streifen und parallel zu ihm einen zweiten von

gleicher Breite, so sieht man, so lange die Vorderflächen der beiden Glasstreifen nicht in eine Ebene fallen, auf dem Schirme zwei von einander getrennte Beugungsbilder; bringt man nun den zweiten Glasstreifen mit dem ersten genau in dieselbe Ebene, so fällt das zweite Beugungsbild mit dem ersten zusammen und in dem vorher gleichmässig hellen Mittelfeld erscheinen sogleich die dunkeln durch Interferenz der beiden Strahlenbündel entstehenden Streifen. Um die beiden Glasstreifen leicht und sicher in eine Ebene zu bringen, braucht man sie nur mit etwas Wachs in geeignetem Abstand und parallel zu einander auf einem Holzklötzchen zu befestigen und durch eine darüber gelegte dicke Spiegelglasplatte anzudrücken. Dieser Versuch, obgleich nicht minder lehrreich, ist etwas schwieriger und umständlicher als der oben beschriebene mit der immer bereiten mit Tusche geschwärzten Glasplatte und eignet sich daher nicht so gut als dieser zu einem Vorlesungsversuch.

4. Leicht ausführbar dagegen ist folgende bemerkenswerthe Abänderung dieses Versuchs, bei welcher nur e i n Glasstreifen zur Anwendung kommt, dessen Spiegelbild gleichsam die Stelle des zweiten Glasstreifens vertritt. Hinter dem von den einfallenden Strahlen (RA in der Figur) sehr schief getroffenen Glasstreifen (A) wird nämlich ein Silberspiegel TT so aufgestellt, dass die Ebene desselben zu derjenigen des Glasstreifens senkrecht steht. Die vom Glasstreifen zurückgeworfenen Strahlen (AM) werden alsdann von dem Spiegel in die Richtung der einfallenden Strahlen (nach MS) reflectirt und würden sonach den lichtgebenden Spalt treffen. Durch eine leichte Vorwärts- oder Zurückneigung des Spiegels kann man aber das zweimal zurückgeworfene Strahlenbündel unter oder über den Spalt lenken und dort auf einem Schirm auffangen. So lange der Spiegel noch nicht die richtige Stellung hat, erhält man zwei getrennte Beugungsbilder mit hellem Mittelfelde; durch geeignetes Drehen des Spiegels bringt man diese Bilder leicht zur Coïncidenz und sieht nun augenblicklich dunkle Interferenzstreifen in der hellen Bildmitte auftreten. Es interferiren nämlich die am Glasstreifen gebeugten und dann am Spiegel reflectirten Strahlen (ANQ) mit den zuerst am



Spiegel nach dem Glasstreifen zurückgeworfenen und dann daselbst gebeugten Strahlen ($SMAP$). Man erkennt leicht, dass diese durch Interferenz gebeugten Lichts hervorgebrachte Erscheinung in dieselbe Kategorie gehört wie die Newton'schen Staubringe; unsere Interferenzstreifen sind in der That nichts anders als „Quetelet'sche Streifen" und befolgen auch ganz dieselben Gesetze[1]).

5. Nach dem Vorausgehenden versteht es sich von selbst, dass eine mit Tusch geschwärzte Glasplatte, auf welcher drei, vier u. s. w. gleich breite und gleich weit von einander abstehende Streifen blank gelassen worden sind, im schräg reflectirten Licht die Beugungserscheinungen für drei, vier u. s. w. Spaltöffnungen gibt. Ja man kann sehr schöne Gitterspectra erzielen, wenn man das vom Beleuchtungsspalt kommende Licht unter grosser Incidenz von einer Glasplatte reflectiren lässt, auf welcher mit Tusche eine genügende Anzahl gleich breiter schwarzer Streifen in gleichen Abständen von einander aufgetragen sind.

6. Alle beschriebenen Erscheinungen lassen sich leicht mittels des Spectrometers auch subjectiv beobachten. In diesem Falle gestaltet sich die Theorie, da man es nur mit ebenen Wellen zu thun hat, besonders einfach. Betrachten wir beispielsweise den obigen Versuch mit dem vor einem Spiegel aufgesellten Glasstreifen, so ist der Gangunterschied der beiden interferirenden Strahlen AP und ANQ (s. die Figur auf voriger Seite):

$$UM + MA - (AN + NV) = A'U - A'V =$$
$$= 2e(\cos\varphi - \cos\psi) = 4e(\sin^2 \tfrac{1}{2}\psi - \sin^2 \tfrac{1}{2}\varphi),$$

wenn e den Abstand der Mitte des Glasstreifens vom Spiegel, φ und ψ resp. die Winkel bezeichnen, welche die einfallenden und die gebeugten Strahlen mit der Ebene des Glasstreifens bilden, und $A'U$ und $A'V$ resp. senkrecht zu diesen Strahlenrichtungen gefällt sind. Aus der Figur erkennt man sofort, dass im Falle zweier neben einander gestellten Glasstreifen A und A' für die Strahlen $A'P'$ und ANQ' sich genau derselbe Gangunterschied ergeben würde. In beiden

1) Im Vorbeigehen sei hier bemerkt, dass dieser Versuch entschieden zu Gunsten der von mir vertretenen Anschauung über die Entstehung der Newton-schen Staubringe (Wied. Ann. Bd. 8 S. 193) spricht, welche von Herrn Karl Exner in einem vor kurzem erschienenen Aufsatz (Wied. Ann. Bd. 9 S. 239) mit Unrecht bestritten wird.

Fällen also erscheinen dunkle Streifen an den Stellen des Bildes, für welche

$$4e(\sin^2 \tfrac{1}{2}\psi - \sin^2 \tfrac{1}{2}\varphi) = \pm \frac{2n+1}{2} \cdot \lambda$$

oder

$$\sin^2 \tfrac{1}{2}\psi = \sin^2 \tfrac{1}{2}\varphi \pm \frac{2n+1}{2} \cdot \frac{\lambda}{4e}$$

ist. Man kann sich, wie es hier geschehen ist, auf die Betrachtung der von der Mitte des Glasstreifens ausgehenden Elementarstrahlen beschränken, weil dieselben stets die nämliche Phase besitzen wie die ganzen nach denselben Richtungen gebeugten Strahlenbündel.

Experimentaluntersuchungen über magnetische Coërcitivkraft.

Von

Dr. Külp

in Darmstadt.

Zweite Abhandlung.

Ueber den remanenten Magnetismus des harten Stahles und den Einfluss von Erschütterungen auf denselben.

10. In meiner ersten[1]) Abhandlung richtete ich mein Augenmerk insbesondere auf weiches Eisen, einen magnetischen Körper, von welchem man allgemein annimmt, dass derselbe durch ein ganz entschiedenes Verhalten in Bezug auf remanenten Magnetismus, nämlich durch eine äusserst geringe Coërcitivkraft ausgezeichnet sei. Weichem Eisen stellt man in der Regel den harten Stahl gegenüber, dem man im Gegensatze eine sehr bedeutende Coërcitivkraft zuschreibt. Ich wende mich daher in der folgenden Abhandlung, und zwar durchaus im Anschlusse an meine vorigen Untersuchungen, zu dem Magnetismus des harten Stahles. Um den letzteren zu studiren, benutzte ich käuflichen englischen Stahldraht der verschiedensten Dimensionen. Die daraus geschnittenen Stäbe wurden im Holzkohlenfeuer bis zur Rothgluth von mir erhitzt, dann mit einer feinen Zange in der Mitte knapp gefasst und rasch in bereit stehendes Wasser von ungefähr 1^0 C. eingetaucht. Während des Eintauchens wurde darauf gesehen, dass der Stab horizontal blieb, also seiner ganzen Länge nach auf einmal sich abkühlte, und ferner, dass in diesem Momente der Stab zur Vermeidung einer Induction von Seiten des Erdmagnetismus in der Ostwestlage sich befand. — Die dergestalt von mir hergestellten Stäbe waren vollkommen glashart und zwar in einem solchen Grade, dass dieselben durchaus keine Biegung vertrugen und häufig bei den Er-

1) Dieses Repertorium laufender Band S. 45.

schütterungen zerbrachen. In Folge des letzteren Umstandes war die vorliegende Untersuchung mit ganz besonderer Mühe verknüpft.

11. Die Versuchsreihen, welche ich mit meinen harten Stahlstäben anstellte, erfolgten durchaus in der Weise, wie ich es in 2. und 3. (s. erste Abhandlung) beschrieben habe. Die Stäbe wurden in Spirale I einer Induction unterworfen, der inducirte und remanente Magnetismus bestimmt, sodann die Erschütterungen vorgenommen und das noch restirende Moment beobachtet, und hierauf dieses Verfahren noch zweimal bei derselben magnetisirenden Kraft wiederholt. Dann erfolgte die Anwendung einer grösseren magnetisirenden Kraft u. s. w. nach aufsteigenden Stromstärken. Die Berechnung der magnetisirenden Kräfte und der magnetischen Momente erfolgte nach 3.

12. In der auf folgender Seite befindlichen Tabelle theile ich nun die Resultate mit, die ich an vier harten Stahlstäben erhielt. Diese hatten folgende Constanten:

Stab *a*, Länge = 160, Dicke = 1, Gewicht = 1081 mg.
Stab *b*, Länge = 100, Dicke = 1, Gewicht = 673 mg.
Stab *c*, Länge = 50, Dicke = 1,5, Gewicht = 1309 mg.
Stab *d*, Länge = 50, Dicke = 4, Gewicht = 4959 mg.

In der ersten Verticalspalte sind die magnetisirenden Kräfte, in die Horizontalcomponente *H* der erdmagnetischen Kraft ausgedrückt, verzeichnet. In den folgenden drei Verticalcolumnen sind die bei der ersten Induction erhaltenen temporären Momente und die bezüglichen vor und nach der Erschütterung remanenten Momente gegeben; die sechs weiteren Verticalspalten enthalten analoge Werthe wie die drei vorgenannten für zweimal bei derselben magnetisirenden Kraft wiederholte Magnetisirungen. In der letzten Spalte endlich sind nach den Werthen von Spalte 3 und 4 die Verluste in Procenten berechnet, welche nach der ersten Magnetisirung durch die Erschütterung eintraten. Sämmtliche Momente sind auf die Gewichtseinheit, das Milligramm, bezogen.

13. Wir ersehen zuvörderst aus der mitgetheilten Tabelle, dass bei wiederholter Magnetisirung — mittels derselben inducirenden Kraft — die Werthe der inducirten Momente sowohl wie der sofort nach der Induction remanenten variabel sind, dies indessen meist in

Tabelle I.

Magnetisirende Kräfte	Erste Magnetisirung: Inducirte Momente	Erste Magnetisirung: Remanente Momente vor der Erschütterung	Erste Magnetisirung: Remanente Momente nach der Erschütterung	Erste Wiederholung: Inducirte Momente	Erste Wiederholung: Remanente Momente vor der Erschütterung	Erste Wiederholung: Remanente Momente nach der Erschütterung	Zweite Wiederholung: Inducirte Momente	Zweite Wiederholung: Remanente Momente vor der Erschütterung	Zweite Wiederholung: Remanente Momente nach der Erschütterung	Verlustprocente
					Stab *a*.					
17	23	3,9	1,9	23	3,9	1,9	23	3,9	1,9	50
36	42	9,7	6,8	46	9,7	6,8	46	9,7	6,8	29
73	211	71	60	211	74	62	211	73	62	15
114	638	198	195	648	213	198	648	213	200	1,5
					Stab *b*.					
17	32	2,7	0	25	2	0	25	2	0	100
36	38	6	4,7	38	6	4,7	38	6	4,7	22
73	96	21	24	96	24	24	96	21	24	2,8
114	424	87	80	386	87	80	386	87	80	7
					Stab *c*.					
17	14	7,9	7,5	14	7,9	7,5	14	7,9	7,5	5
36	24	8,3	7,7	24	8,1	7,7	24	8,1	7,7	7
73	67	8,6	8,1	60	8,3	8,1	60	8,3	8,1	4
114	95	8,6	8,3	95	8,6	8,3	95	8,6	8,3	2
					Stab *d*.					
17	4,6	0,4	0,2	4,6	0,4	0,2	4,6	0,4	0,2	33
36	7,4	0,4	0,3	10	0,6	0,5	10	0,6	0,5	28
73	20	2,5	2,2	20	2,5	2,2	20	2,5	2,2	10
114	37	2,7	2,7	37	2,7	2,7	37	2,7	2,7	0

so geringem Maasse und anscheinend so regellos, dass es nicht möglich ist, ein Gesetz hierfür aufzustellen. Es geht auch hier wie bei weichem Eisen klar hervor, dass inducirte und remanente Momente nicht dasselbe Verhalten zeigen; denn vielfach erfolgen die Aenderungen, welche inducirte und remanente Magnetismen in Folge wiederholter Magnetisirung erleiden, durchaus nicht in gleichem Sinne. Wir können es hiernach wohl für wahrscheinlich halten, dass auch für harten Stahl bei der Erscheinung des remanenten Magnetismus Kräfte ins Spiel kommen, die für den inducirten Magnetismus von wenigem oder gar keinem Einflusse sind (s. 6.); doch treten dieselben im Vergleich zu weichem Eisen mehr zurück und der remanente Magnetismus zeigt sich viel constanter.

14. Ich wende mich nunmehr zur Betrachtung des Einflusses, welche Erschütterungen auf den remanenten Magnetismus meiner harten Stahlstücke zeigten. Zuvörderst fällt uns in der Tabelle (Punkt 12) das gänzliche Fehlen von negativen Werthen der nach der Erschütterung noch remanenten Magnetismen auf, welche negativen Werthe nach 6. bei weichem Eisen doch in so höchst auffallender Weise sich zeigten. Ich bemerke hierzu, dass es mir niemals gelungen ist, bei durchaus hartem Stahle, aber wohl verstanden nur für solchen, eine Umkehr des Magnetismus durch Erschütterung zu constatiren. Bei vorgeschrittener Magnetisirung eines harten Stahlstabes findet wenigstens eine solche Umkehrung niemals statt, und wenn ich dieselbe nun auch bei geringeren vorher angewandten inducirenden Kräften nicht geradezu für eine Unmöglichkeit erklären möchte, so können dieselben doch, da ich sie niemals wahrnahm, auch dann nur äusserst gering sein. Hierin zeigt sich wieder ein bedeutender Unterschied zwischen weichem Eisen und hartem Stahle.

15. Betrachten wir die in der letzten Verticalspalte unserer obigen Tabelle verzeichneten Erschütterungsverluste oder tragen wir die remanenten Magnetismen vor und nach der Erschütterung als Ordinaten zu den zugehörigen in der ersten Spalte verzeichneten magnetisirenden Kräften auf, so erkennen wir deutlich, dass der Einfluss der Erschütterungen auf den remanenten Magnetismus von hartem Stahle um so geringer ist, je stärker vorher die angewandte inducirende Kraft oder, vielleicht besser gesagt, je grösser die vorher inducirten oder remanenten Momente sind, oder mit anderen Worten: dass sich die remanenten Magnetismen vor und nach der Erschütterung mit aufsteigenden inducirenden Kräften sehr stark nähern und oft geradezu zusammenfallen. In 9. haben wir ausgeführt, dass weiches Eisen gerade das entgegengesetzte Verhalten zeigt, indem dort die Erschütterungsverluste mit aufsteigenden inducirenden Kräften entschieden zunehmen.

16. Ein Einfluss der Dimensionen harter Stahlstäbe auf die Grösse des Erschütterungsverlustes ist aus unserer obigen Tabelle kaum deutlich herauszulesen. Ich theile aber hier noch die Erschütterungsverluste mit, welche ich an sechs harten Stahlstäben wahrnahm, die mit Hilfe eines hufeisenförmigen starken Elektromagneten magnetisirt worden waren.

Tabelle II.

Länge des Stabes	Dicke des Stabes	Erschütterungsverluste in Procenten des vorher remanenten Magnetismus
160	4	21
160	2,5	17
160	1	19
80	4	5
80	2,5	3
80	1	2

Es scheint hiernach, als ob ein doppelter Einfluss stattfindet, dass nämlich die Erschütterungsverluste bei zunehmender Länge und Dicke der Stäbe zunehmen. Auch in dem Einflusse der Dimension zeigt sich hiernach ein Unterschied zwischen hartem Stahle und weichem Eisen, denn nach 9. verliert ein weicher Eisenstab um so mehr an remanentem Magnetismus, je weniger gestreckt er ist.

Versuche vermittels des Platten-Elektrometers über die Volta'schen Fundamentalversuche. I.

Von

M. Th. Edelmann

in München.

I. Einleitung.

Jene Frage zu entscheiden, ob der absolute Contact heterogener Metalle eine Ursache von Elektricitätserregung sein könne oder nicht, ist bekanntlich sehr häufig Veranlassung zu eingehenden Studien geworden. Wenn man nun auch, wie ich glaube, in letzter Zeit wegen Folgerungen aus der mechanischen Wärmelehre mehr und mehr der chemischen Theorie zuneigen dürfte, so nehmen doch noch Viele Veranlassung, entweder durch den Metallcontact allein oder vermittels einer — beiden Theorien entlehnten — Hypothese die Veranlassung zum galvanischen Strome zu erklären. Vor kurzem wurden von J. Brown (Phil. Mag. 1878. II, 142; 1879. I, 411) und von F. Exner (Wien. Akad.-Ber. 1878 und 1879) denkwürdige Versuche mitgetheilt, deren weitere Verfolgung vielleicht Klarheit in die hierhergehörigen Verhältnisse trägt. Der leitende Gedanke hierbei ist ungefähr folgender:

Bezeichnet man die elektromotorischen Kräfte zweier Elemente mit E und E_1 und richtet für beide gleiche Stromstärke I ein, dann sind die in den Stromkreisen auftretenden Wärmemengen auszudrücken durch

$$\begin{aligned} W &= \text{const.}\ E \cdot I \text{ und} \\ W_1 &= \text{const.}\ E_1 \cdot I. \end{aligned} \quad (I$$

Die umgekehrte Anwendung dieser Gleichungen gestattet die Vorausbestimmung des Verhältnisses zweier elektromotorischen Kräfte zu einander: zunächst für eine bestimmte Stromintensität I, d. h. für gewisse elektrolytische Processe, welche erfahrungsgemäss in zweien Elementen stattfinden und äquivalente Mengen der Bestandtheile in chemische Bewegung und Veränderung versetzen werden. Sind die

Wärmewerthe dieser Reactionen bekannt, dann ist z. B. im Vergleich zum Daniell'schen Elemente mit E_1 und W_1 für irgend eine andere Kette

$$E = W \cdot \frac{E_1}{W_1}. \qquad \text{(II}$$

Aus dieser Formel ist die Maassangabe für die Stromstärke herausgefallen, woraus zu entnehmen, dass die Gleichung für alle Stromintensitäten gilt, für welche die ursprünglich angenommene Beziehung (I) überhaupt stattfindet. Unterbricht man nun die Leitungen in den beiden betrachteten Stromkreisen, so treten als Wirkungen der bezüglichen elektromotorischen Kräfte nicht Ströme, sondern nur mehr Ladungen an den Unterbrechungsstellen auf. Für beide Ketten ist zwar der Werth der Stromstärken auch jetzt noch, wie erforderlich, unter sich gleich geblieben, aber $= 0$, und die Formel (I) geht, wie man aus Grenzbetrachtungen leicht ableiten kann, über in

$$\frac{W}{E} = \infty \cdot 0.$$

Dieser Ausdruck ist indessen kein unbestimmter, sondern es bleibt für zwei „offene“ Elemente der Zahlenwerth des Verhältnisses ihrer elektromotorischen Kräfte (E, E_1) bestehen: jetzt jedoch für das Verhältniss der Potentiale der Ladungen (S, S_1), und man hat demnach

$$\frac{W}{W_1} = \frac{E}{E_1} = \frac{S}{S_1}.$$

Diese Ladungen werden mit Hilfe des Quadranten-Elektrometers zur Messung gebracht, und es ist längst nachgewiesen, dass bezüglich der elektromotorischen Kräfte die Elektrometermessungen am offenen Elemente mit jenen Messungen vollkommen stimmen, die man mit Rheostat und Galvanometer ausführt. Dass dann, wenn man gar keinen Strom zu Stande kommen lässt, der Werthbetrag der elektromotorischen Kräfte unverändert bleibt, erweist sich auch durch die Möglichkeit der Poggendorff'schen Compensationsmethode. Wenn kein Stromverlauf existirt, ist natürlich von elektrolytischen Processen nicht zu sprechen, also auch nicht über Beziehungen von Wärmemengen, die auftreten oder zur Bindung gelangen. W, W_1 bedeuten dann eine gewisse Art von Spannungszustand: nämlich die Kraft der chemischen Verwandtschaft, mit welcher die als Arbeitsvorräthe in den galvanischen Elementen vorhandenen Chemicalien sich umzulagern

bestrebt sind und dies auch sofort beginnen, wenn beim Schluss der Ketten die Ströme als Mittel zum Zwecke auftreten können.

Für Zusammenstellungen von Metallen mit Flüssigkeiten zur Kette ist das Vorstehende allgemein angenommen und ein ziffernmässiger Zusammenhang zwischen Chemismus und Stromentwicklung ganz unzweifelhaft, da hier die vollkommene Proportionalität zwischen den algebraischen Summen der Wärmewerthe der elektrolytischen Vorgänge und den elektromotorischen Kräften vorliegt. Jedoch stand bisher der rein chemischen Theorie noch immer der Volta'sche Fundamentalversuch gegenüber, welcher mehr für die Entwicklung von Elektricität aus Ursache des Metallcontactes zu sprechen schien. Nun hat Brown qualitativ (vermittels des Thomson'schen Halbring-Elektrometers aus zwei Metallen) nachgewiesen, dass Eisen negativ wird gegen Kupfer in einer Schwefelwasserstoffatmosphäre, während Eisen sich positiv gegen Kupfer in Luft verhält. Eben so zeigte er, dass die Polarität zwischen Kupfer und Nickel in Salzsäuregas das Vorzeichen wechselt. Hieraus folgert Brown die Abhängigkeit des Volta'schen Fundamentalversuchs von den die Platten umgebenden und auf sie chemisch einwirkenden Gasen. Exner geht noch einen Schritt weiter. Er wiederholt die quantitativen Versuche von Kohlrausch mit Hilfe von dessen Luftcondensator und weist nach, dass die beim Volta'schen Fundamentalversuche auftretenden Ladungen der Platten vollkommen proportional sind zur (halben) Differenz der Wärmewerthe für die Oxydation der jeweils benutzten Plattenpaar-Materiale. Untersucht wurden von Exner diese Beziehungen für O|Pt Zn|O, O|Pt|Cu|O, O|Pt|Fe|O, O|Pt|Ag|O; ferner auch noch die Elektricitätsentwicklung für den chemischen Process O|Ag|Ag Cl — und überall genügende Uebereinstimmung erhalten. Wenn diese Versuche in grösserer Anzahl durchgeführt sind und sich stets der gleiche enge Zusammenhang zwischen den Wärmewerthen der chemischen Reactionen und den elektromotorischen Kräften wird erwiesen haben, dann schwindet zum mindesten die Nothwendigkeit, die Contacttheorie beibehalten zu müssen.

Wie soeben gesagt, wurden diese Versuche mit dem Thomson-schen Halbring-Elektrometer und ferner vermittels des Luftcondensators vorgenommen. Die erste Methode gestattet jedoch keine vergleichenden Messungen, und auch Kohlrausch's Methode ist nicht frei von gewissen Schwierigkeiten, von welchen Exner einige andeutet. In

Rücksicht auf die Wichtigkeit dieser Untersuchungen habe ich ein neues Instrument zusammengebaut, das die hierhergehörigen Messungen mit ganz vorzüglicher Schärfe und Bequemlichkeit vorzunehmen gestattet. Die Beschreibung dieser Einrichtung folgt hiermit. Das dem „Platten-Elektrometer" zu Grunde liegende Princip ist Materialaustausch ohne Formveränderung.

II. Das Platten-Elektrometer[1]).

Aus einer grossen, kreisrunden Metallplatte AB (Fig. 1), welche auf ihrer unteren Fläche vollkommen eben geschliffen und überall gleich dick ist, sind zwei genau gleich grosse, kreisrunde, sich berührende und vom Mittelpunkte gleich weit abstehende Löcher herausgenommen. In diese Löcher passen (mit einem geringen Abstande von 0,5 mm rings herum) drei vollkommen gleich grosse Platten p, von welchen eine aus Kupfer (oder einem anderen Metalle), zwei aus Zink hergestellt werden. Diese Platten sind unten ebenfalls genau plan geschliffen. Dieselben werden zur möglichst vollkommenen Ergänzung der durchlöcherten Platte AB (Fig. 1) benutzt, wobei jede auf drei ebenen Hartgummistreifchen s steht, welche (Fig. 3) an die untere Fläche der Platte AB angeschraubt werden. Je zwei Paare kleiner Tröpfchen Schellack t (Fig. 1 und 4), an die Platte AB angeschmelzt und gleich hoch geschliffen, an welche die Platten p anliegen, sichern ihre genau mit den Löchern concentrische Lage. Durch diese Einrichtung erlangt man, dass die unteren Schliffflächen der Platten AB, p_1, p_2 vollkommen in einer Ebene liegen; ferner, dass man je zwei beliebige dieser drei Platten ins Elektro-

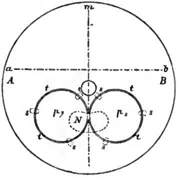


Fig. 1.

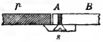


Fig. 3.

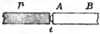


Fig. 4.

1) Das Platten-Elektrometer ist aus meinen Werkstätten um den Preis von 400 M. zu beziehen. Die Zamboni'sche Säule und Platten aus Cu, Fe, Sn, Pb, 2 Zn sind eingerechnet; aus anderem Material sind sie eigens zu bestellen.

meter einlegen und unter sich austauschen kann, ohne dass in der Anordnung der Massen und ihrer Lage zur Elektrometernadel N irgend eine Veränderung eintritt. Die Gerade mn ist also stets Symmetrieachse der Platte AB und verändert ihre Lage wegen der Platten p nie. Letztere sind ausserdem von der Hauptplatte AB vollkommen isolirt, und diese liegt vermittels eines Glascylinders CD auf der Fussplatte EF.

Zwischen den Platten AB, EF und dem Cylinder CD bleibt ein dosenförmiger Hohlraum übrig, innerhalb dessen die Elektrometernadel $Nsng$ (Fig. 2) schwingt. Dieselbe trägt eine Aluminiumplatte N, welche parallel und nahe unter den Platten p_1 und p_2 schwingt; ihre Form ist aus Fig. 1 (N punktirt) zu ersehen. Die Nadel ist vermittels Coconfadens und eines Centrirtorsionskopfes K innerhalb des Rohres R aufgehängt. Der (zusammengesetzte) Coconfaden muss zur Vermeidung unelastischer Erscheinungen mehrmals in Essigsäure und heisser verdünnter Kalilauge gebadet und mit Wasser abgespült werden, wozu man sich einer langen, vertical stehenden, unten geschlossenen Glasröhre bedient. Der Coconfaden wird hierzu in eine Drahtöse (am Stöpsel für die Glasröhre) eingebunden und mit einem der Nadel gleichen Gewichte belastet. Schliesslich erhält der Faden ein Bad von absolutem Alkohol zum Trocknen. Weitere Bestandtheile der Nadel sind das Gegengewicht g, die Magnetnadel ns, das Hartgummistäbchen h, der Ablesespiegel S innerhalb der Spiegelkapsel H und die Platinfahne f, welche in Schwefelsäure eintaucht. Diese ist in einem von der Grundplatte EF mit Hartgummi isolirten Glasgefässe enthalten, und es wird derselben durch einen Platindraht

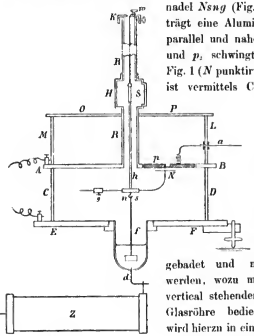


Fig. 2.

d Elektricität aus einer etwa 2000paarigen Zamboni'schen Säule *Z* zugeführt.

Zur Verhütung von Luftzug, welcher durch die Isolirfugen der Platten hindurch die Nadel treffen könnte, werden über die Platte *AB* noch ein Glascylinder *LM* und zwei halbkreisförmige Glasplatten *O* und *P* gelegt. Die metallische Verbindung von aussen her zu den Platten *p* ermöglichen verschiebbare Messingdrähte *a*, welche vermittels Führungsbüchsen den Glascylinder *LM* durchdringen. Die Platten *p* besitzen an ihrer oberen Fläche ein Gewinde, vermittels dessen man an dieselben einen gläsernen Handgriff anschrauben kann.

III. Montirung und Controlen für das Platten-Elektrometer. Die Messung.

Nachdem das Instrument mit austordirtem Faden so zusammengestellt ist, wie wir dies soeben gesehen haben, und nachdem zwei Zinkplatten (oder überhaupt Platten gleichen Materials) eingelegt wurden, stellt man die auf der Oberfläche der Platte *AB* eingerissene Symmetrieachse derselben mit Hilfe von Coordinatenpapier in den magnetischen Meridian, wie ich solches für das absolute Bifilar-Galvanometer ausführlich angegeben habe[1]). Die Platten *AB* und *EF* werden zur Erde ableitend verbunden. Die beiden Zuleitungsdrähte a_1, a_2 (Fig. 5) sind mit den beiden Achsenhälften eines Commutators *C* zu verbinden und gleichzeitig mit einem du Bois'schen Schlüssel *S*, welche beide in möglichster Nähe des Instrumentes stehen, jedoch nicht auf dem gleichen Consol, damit das Elektrometer nicht durch das Hantiren mit ihnen erschüttert werden kann.

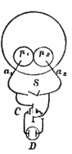


Fig. 5.

Zunächst werden die beiden Zinkplatten p_1 und p_2 unter sich und mit der Erde verbunden; dieses geschieht auch mit dem Zuleitungsdrahte *d*. Die Ruhelage der Nadel ist nun so einzurichten, dass die Symmetrieachse *mn* der Platte *AB* und die Symmetrieachse der Platte *N* nach dem Augenmaasse in derselben Verticalebene liegen. Man stellt deshalb eine Libelle auf die Platte *AB* und corrigirt das Instrument mit den Fussschrauben so, dass die Libelle, auf der Geraden *mn* stehend, eine geringe Schiefstellung (bei *n* tiefer) anzeigt,

1) Edelmann, neuere Apparate S. 63.

während die Libelle, an die hierauf senkrechte Gerade *ab* angepasst, Horizontalstellung anzugehen hat.

Die Entfernung der Nadelplatte *N* von der Unterseite der Scheibe *AB* darf nicht unter 1^{mm} betragen, weil sich sonst zufällige kleine Unregelmässigkeiten der Flächen bemerklich machen könnten.

Man lädt nun die Nadel mit Hilfe der Zamboni'schen Säule, nachdem ein Ablesefernrohr auf den Spiegel *S* eingestellt wurde. Weicht jetzt die Nadel aus ihrer magnetischen Ruhelage aus und nimmt eine neue elektrische ein, dann muss man mit den Fussschrauben und mit den Stellschrauben am Torsionskopfe nachhelfen, wie dies ähnlich in meinem Buche „Neuere Apparate etc." S. 151 für die Aufstellung meines Cylinderquadranten-Elektrometers angegeben ist. Tauscht man bei unelektrischer Nadel die beiden Platten p_1 und p_2 gegenseitig um und elektrisirt hierauf die Nadel wieder, so darf hierdurch selbstverständlich keine oder nur eine sehr kleine Veränderung der Nadel kommen; eben so wenig darf die Nadel ihre Ruhelage verlassen, wenn sie abwechselnd positiv und negativ geladen wird. Dies sind ganz unerlässliche Bedingungen, und sie können nur durch vollendete Mechanik erreicht werden.

Nun verbindet man mit den freien Commutatorenden beide Pole eines Daniell'schen Elementes *D* (Fig. 5). Mit Hilfe eines astasirenden Magnetes und einer genügend starken Zamboni'schen Säule, ferner durch passende Entfernung der Aluminiumplatte *N* von der Unterfläche der Platte *AB* und des Ablesefernrohrs vom Spiegel wählt man am passendsten eine solche Empfindlichkeit des Instrumentes, dass der Ausschlag des Spiegels für die freie Spannung = 1D wenigstens 50 Doppelmillimeter an der Scala beträgt; diese Empfindlichkeit genügt zur genauen Werthbestimmung bis zur dritten Stelle.

Um eben diese Ladung in das Platten-Elektrometer zu bringen, öffnet man den Stromschlüssel und schliesst den Commutator; zuvor leitet man einen Pol des Daniell'schen Elementes zur Erde ab. Lädt man nun bald die eine, bald die andere Platte durch Umlegen des Commutators, dann sieht man, ob die Ausschläge rechts und links gleich sind. Ist dies nicht der Fall, dann coïncidirt in der Ruhelage der Nadel deren elektrische Symmetrieebene nicht mit jener der Platte *AB*. Dieser Fehler wird durch Drehen der Platte *AB* corrigirt. Auch muss es für die Grösse der Ausschläge gleichgültig sein, ob man

die Polarität der beiden Zinkplatten wendet oder jene der Nadel durch Umkehren der Zamboni'schen Säule.

Fertig aufgestellt und zum Versuche bereit ist das Platten-Elektrometer selbstverständlich erst dann, wenn sich für alle soeben angegebenen Controlversuche gleichzeitig eine genügende Genauigkeit und Stabilität erwiesen hat. Dies erfordert allerdings Mühe und Zeit, hauptsächlich bis man sich einmal an die Eigenthümlichkeiten des Instrumentes gewöhnt hat. Indessen ein besonderes Kunststück ist diese Arbeit nicht, vor allem wenn man über eine recht feste Aufstellung verfügt. In diesem Falle behält die geladene Nadel längere Zeit hindurch ihre Ruhelage bei, und sie kehrt auch nach grösseren Ausschlägen in ihre ursprüngliche Ruhelage wieder zurück.

Bei den Messungen mit diesem Instrumente sind ausserdem folgende Dinge zu beachten:

1. Wenn die Ausschläge der Nadel nicht mehr mit vollkommener Regelmässigkeit erfolgen wollen; wenn ferner die Schwingungsdauer der Nadel sich verkürzt hat, oder die Nadel unwahrscheinliche Ruhelagen eigenmächtig heraussucht, ohne dass die freie Beweglichkeit der Nadel sonstwie beschränkt ist: dann liegt irgend ein beim Wechseln der Platten hereingefallener Körper, Staub u. s. w., auf der Oberfläche der Elektrodennadel N; man hebt die Platten p_1 und p_2 aus und reinigt N vermittels eines feinhaarigen Pinsels.

2. Die Unterfläche der Versuchsplatten p muss vollkommen rein und eben erhalten werden. Am besten erreicht man dies, wenn die Platten zuerst auf einer vollkommen ebenen matten Glasplatte mit Wasser und Smirgel geschliffen werden; dann werden die Platten mit destillirtem Wasser abgewaschen und mit reinem Filtrirpapier getrocknet. Hierauf polirt man trocken nach: Feinstes Smirgelpapier wird auf die Glasplatte gelegt und vorerst durch Reiben mit eben solchem die Schärfe und Unregelmässigkeit des Korns oberflächlich genommen. Hierauf wird das Papier mit einem Pinsel rein abgestäubt, jede Platte wo möglich vor jeder Versuchsreihe auf diesem Papiere bei geringem Drucke aufpolirt, endlich durch Reiben auf getrocknetem Filtrirpapier gereinigt, abgestäubt und sofort zum Versuche eingelegt. Dass man zu jedem Plattenmaterial ein besonderes Schleifpapier verwenden muss, ist selbstverständlich, eben so dass der cylindrische Rand der Platten sorgfältig geschont werden muss. Alle diese Arbeiten kann man sehr leicht selbst besorgen.

3. Es kommt während der Versuche häufig vor, dass man die Elektricität der Nadel zu wenden hat, oder dass man dieselbe (während des Wechselns der Platten) ableitet. Durch solches beeinflusst man die Ladung der Zamboni'schen Säule. Bei trockenen Säulen vergeht indessen bekanntlich einige Zeit, bis der Ladungszustand constant geworden ist, während es nothwendige Bedingung für die Brauchbarkeit der vorliegenden Elektrometermessungen und für die Vergleichbarkeit derselben unter einander ist, dass die Nadel während jeder Ablesung vollkommen gleich stark geladen war. Ich habe gefunden, dass man diese Störungen ganz beseitigen kann, wenn man vor jeder Ablesung beide Pole der Säule 10 Secunden lang mit einander verbindet und die Ablesung genau 3 Minuten später vornimmt. Innerhalb dieser 3 Minuten erholt sich die Säule auf eine gewisse, stets gleiche Ladung. Auch müssen eben deshalb die einzelnen Ablesungen, die zu einer Versuchsreihe gehören, in genau gleichen Zeitabständen (ich habe 4,5 Minuten für passend gefunden) auf einander folgen. Durch Beachtung des Vorstehenden fallen auch die Einflüsse der erdmagnetischen Variationen aus den Beobachtungsresultaten heraus.

Ich habe absichtlich alle diese Nebenumstände behandelt, damit jene, welche das Platten-Elektrometer vielleicht künftig anwenden wollen, nicht anfänglich an der Vorzüglichkeit des Instrumentes irre werden, sowie hauptsächlich deshalb, um den Werth der gefundenen Resultate zu beleuchten, die ich im Folgenden um so kürzer mittheilen kann.

IV. Kupfer und Zink in Luft.

Für diesen Versuch habe ich mir drei Zink- und zwei Kupferplatten zurichten lassen, die in den verschiedenen Zusammenstellungen zu Zweien ins Elektrometer eingelegt wurden. Als Beispiel gebe ich hier eine der Versuchsreihen an. Es folgen sich immer drei Ablesungen von Nadelausschlägen, wenn die Platten unter sich selbst in metallischer Verbindung sind und die Elektricität der Nadel gewechselt wird — und drei Ablesungen, wenn diese Verbindung unterbrochen und dafür beide Pole eines Daniell'schen Elementes abwechslungsweise in Contact mit ihnen versetzt wurden, wie dies auf Seite 469 für Platten gleichen Materials angedeutet ist.

	Ausschläge	Differenzen	Mittelwerthe	
Nadel +	1877	250		
Nadel —	2127		O | Cu | Zn | O = 246	
Nadel +	1886	241		
			Hieraus O | Cu | Zn | O	= 0,488 D
Nadel +	1645	509		
Nadel +	2154		D = 504	
Nadel +	1655	499		
			Hieraus O | Cu | Zn | O	= 0,492 D
Nadel —	2162	234		
Nadel +	1928		O | Cu | Zn | O = 248	
Nadel —	2189	261		
			Hieraus O | Cu | Zn | O	= 0,488 D
Nadel —	1928	499		
Nadel —	2427		D = 508	
Nadel —	1910	517		
			Hieraus O | Cu | Zn | O	= 0,503 D
Nadel +	1909	265		
Nadel —	2174		O | Cu | Zn | O = 256	
Nadel +	1927	247		
			Im Mittel O | Cu | Zn | O	= 0,493 D

Aus einer Reihe von Versuchen (deren Resultate: 0,462; 0,505; 0,499; 0,512; 0,522; 0,481; 0,508; 0,506; 0,486; 0,492; 0,493; 0,513) ergab sich als arithmetisches Mittel für die elektromotorische Kraft von O | Zn | Cu | O = 0,498 D.

Aus den von Thomson bestimmten Wärmewerthen folgender chemischen Verbindungen per Aequivalent:

Zink mit Sauerstoff . . . = 42700 Cal. (= a)
Kupfer mit Sauerstoff . . = 18600 Cal. (= b)
Zink mit Schwefelsäure . = 52370 Cal. (= c)
Kupfer mit Schwefelsäure = 28070 Cal. (= d)

rechnen sich die Wärmewerthe der Elektrolyse im Daniell'schen Elemente = 24300 Cal. (= $c - d$), der Wärmewerth eines Elementes, in welchem eine Kupfer- und eine Zinkplatte oxydirt werden, = 24300 (= $a - b$); folglich ist berechnet:

$$O \mid Cu \mid Zn \mid O = 0{,}496\,D \left(= \frac{1}{2} \cdot \frac{a-b}{c-d}\right).$$

V. Kupfer-Eisen und Zink-Eisen in Luft.

Bei den Versuchen mit einer Eisenplatte ist entweder die magnetische Wirkung derselben auf die Elektrometernadel mit einem Hilfsmagneten aufzuheben oder das ganze Elektrometer entsprechend zu drehen. Aus fünf Versuchsreihen (Resultate: 0,306; 0,315; 0,341; 0,322; 0,314) ergab sich als Mittel: O | Cu | Fe | O = 0,333 D.

Aus den Thomson'schen Zahlen (Fe = 34100 Cal.) wäre

O | Cu | Fe | O = 0,318 D.

Aus drei Versuchsreihen für die Combination Eisen-Zink (Resultate: 0,171; 0,174; 0,189) ergab sich als Mittel 0,175 D; der berechnete Werth ist für O | Fe | Zn | O = 0,178 D.

Beiträge zur Kenntniss der elastischen Nachwirkung, I.

Von

Heinrich Streintz

in Graz.

(Aus dem 80. Bande der Wiener Sitzungsberichte vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

In meiner im Jahre 1874 erschienenen Abhandlung: „Ueber die Dämpfung der Torsionsschwingungen von Drähten"[1]) habe ich zuerst darauf hingewiesen, dass das logarithmische Decrement eines Drahtes, der durch ein Gewicht gespannt und in Torsionsschwingungen versetzt wird, um so kleiner wird, je länger der Draht schwingt, und dass die Abnahme mit wachsender Zeit geringer wird. Diese Erscheinung habe ich als Accommodation an die Schwingungsbewegung bezeichnet. Ich untersuchte damals das logarithmische Decrement unter verschiedenen Verhältnissen, welchen der Draht unterworfen werden kann, woraus sich wichtige Resultate für die elastische Nachwirkung ableiten liessen.

Nachdem die Accommodation grosse Veränderungen in den Werthen des logarithmischen Decrementes verursacht, so erscheinen alle Beobachtungen durch dessen störenden Einfluss getrübt, und es gelang deshalb in einigen Fällen nur auf Umwegen, die Abhängigkeit des Decrementes von den anderen beeinflussenden Umständen, wie Länge, Querschnitt und Temperatur des Drahtes, Trägheitsmoment des angehängten Gewichtes etc., zu ermitteln. Manche meiner Beobachtungen sind so sehr durch den Einfluss der Accommodation entstellt, dass die gesuchte Erscheinung nicht einmal qualitativ hervortreten konnte.

Ich meine damit die Abhängigkeit des Decrementes beim Eisen- und Platindrahte vor der Temperatur; die Erklärung oder Entschuldigung für diese Mängel liegt darin, dass ich meine Untersuchungen mit der Erforschung der Abhängigkeit von der Temperatur begonnen hatte und man damals von einer Accommodation überhaupt noch nichts wusste.

---

1) Sitzungsber. der k. Akad. d. Wissensch. zu Wien Bd. 69 März-Heft.

Die Unabhängigkeit des L (durch diesen Buchstaben will ich, wie in der früheren Abhandlung, abkürzungsweise das logarithmische Decrement bezeichnen) von der Amplitude der Schwingungen (innerhalb der von mir eingehaltenen Grenze), der Spannung, der Länge, dem Durchmesser des Drahtes, des Trägheitsmomentes des angehängten Gewichtes etc. konnte ich trotz des Auftretens der Accommodation mit genügender Sicherheit erkennen, so dass ich heute, nachdem verschiedene andere Forscher und ich selbst die Beobachtungen wiederholt und verfeinert haben, dieses Gesetz vollends aufrecht halten kann.

Die umfangreichsten und am meisten mit den meinen verwandten Arbeiten wurden von Pisati[1]), früher Professor an der Universität zu Palermo, jetzt in Rom, und von Paul Schmidt[2]) in Breslau geliefert. Letztere Arbeit ist eine Inauguraldissertation.

Pisati's Arbeit ist mit grosser Ausdauer angestellt, umfasst ein reiches Beobachtungsmaterial und hätte äusserst werthvolle Resultate geliefert, wären die Mittel der modernen physikalischen Forschung in Anwendung gebracht worden. In der gewählten Form lassen sie jedoch nicht einmal einen Vergleich mit anderen, z. B. meinen Arbeiten zu, sondern es müssen die Resultate unter Heranziehung aller verschiedenen Angaben, die glücklicherweise sehr sorgfältig gemacht sind, erst umgerechnet werden. Auch dann noch entbehren sie leider, nicht aus Mangel an persönlicher Aufmerksamkeit, sondern in Folge der längst ausser Gebrauch stehenden Methoden, der wünschenswerthen Genauigkeit, und kann ein Theil derselben überhaupt gar keine Verwendung finden.

Die Beobachtungen beziehen sich, in so weit sie überhaupt hierher gehören, nur auf die Abhängigkeit der Dämpfung von der Temperatur. Da nun kaum zu hoffen ist, dass in der nächsten Zeit wieder einer meiner werthen Fachgenossen so umfangreiche und zeitraubende Versuche über dieses so specielle Gebiet anstellen wird, da ferner Pisati's Arbeit erst durch die erwähnte Umrechnung und Sortirung brauchbar wird, diese aber ziemlich langwierig ist und ein inniges Vertrautsein mit dem 109 Grossoctav-Seiten umfassenden italienischen Originale voraussetzt, so glaube ich nichts Unnützes zu thun, wenn ich die Resultate meiner Umrechnung, die ich ursprünglich nur für mich selbst,

1) G. Pisati, sulla elasticità dei metalli a diverse temperature. Gazetta Chimica Italiana t. VI 1876 et t. VII 1877.

2) Ueber die innere Reibung fester Körper. Wied. Ann. Bd. 1 S. 48 u. 241.

zum Vergleich mit meinen Beobachtungen, durchgeführt, als Anhang dieser Abhandlung beifüge.

Die Arbeiten von Pisati und Schmidt wurden mir zur unmittelbaren Veranlassung, die eine so hervorragende Rolle spielende Accommodation eingehend zu erforschen. Ich untersuchte deshalb diese Erscheinung sowohl an den Torsionsschwingungen eines Drahtes, als auch an den langsamen (statischen) Bewegungen unbelasteter, tordirter Stäbe.

Es folgt nach Mittheilung dieser meiner Beobachtungen und einer Abschweifung auf die Schmidt'sche Arbeit die Aufstellung eines Zusammenhanges zwischen einigen, in meiner ersten Abhandlung unabhängig von einander gefundenen Gesetzen der inneren Metalldämpfung, worauf der früher erwähnte Anhang die Abhandlung beschliesst.

A. Torsionsschwingungen.

Sämmtliche Beobachtungen wurden an ein und demselben weichen Eisendrahte ausgeführt, der ununterbrochen durch $3\frac{1}{2}$ Monate aufgehängt blieb. Während dieser Zeit sank das L, ausgedrückt in Brigg'schen Logarithmen, von 0,00547 auf 0,00156. Der Draht war übrigens schon vorher, ehe ich meine Beobachtungen begann, lange Zeit Torsionsschwingungen ausgesetzt gewesen. Die freie Länge desselben war 134^{cm}, der Durchmesser $0{,}54^{mm}$. Oben klemmte ich ihn in einem in die Wand eingelassenen Galgen zwischen zwei Messingplatten ein; unten war er umgebogen und in einen Messingstab eingelöthet, welcher an seinem unteren Ende eine abschraubbare, zum Auflegen der cylindrischen Bleigewichte dienende Messingscheibe trug. An dem Messingstabe war auch in einer beweglichen Fassung der zur Ablesung dienende Spiegel angebracht. Der Abstand des Spiegels von der Scala betrug $155{,}5^{cm}$. Die Gewichte sammt Spiegel waren von einem weiten Kasten umgeben, der natürlich an der gegen das Fernrohr gekehrten Seite Glasverschluss hatte; oben konnten durch einen kreisförmigen Ausschnitt die Gewichte eingesenkt werden und durch zwei Schieber dieser Ausschnitt bis auf eine kleine Oeffnung, vom Querschnitte etwa eines Federkiels, in welcher der Draht spielte, geschlossen werden. Luftströmungen waren daher möglichst ausgeschlossen. Die Belastung durch die scheibenförmigen Gewichte war 4^{kg}. Das Inbewegungsetzen und etwaige künstliche Dämpfen der Gewichte geschah mit einem Stücke zusammengedrehter Baumwolle; da es sich

bei diesen Beobachtungen nie darum handelte, einen ganz bestimmten Torsionswinkel zu erzielen, diese Methode aber den Vortheil hatte, keine Transversalschwingungen zu erregen, so schien sie mir genügend.

Da der Draht von der ersten Beobachtung bis zur letzten ununterbrochen aufgehängt blieb, so bilden die gefundenen Werthe des L eine wenigstens einigermassen zusammenhängende Beobachtungsreihe, und ich werde deshalb bei den einzelnen Beobachtungen angeben, wie viel Tage der Draht bereits aufgehängt war, in der Weise, dass ich den Tag des Aufhängens als den Tag 0 bezeichne; der Tag, an welchem der Draht riss, wo glücklicherweise die Beobachtungen auch schon vollendet waren, ist dann der 104. Tag.

Das L rechnete ich stets aus mindestens 25 und höchstens 31 auf einander folgenden einfachen Schwingungen, und zwar so, dass ich das arithmetische Mittel nahm aus den 5 Werthen: $\frac{1}{10} \log \frac{\varphi_n}{\varphi_m}$; $n = 1, 2, 3, 4, 5$; $m = 21, 22, 23, 24, 25$; oder, was dasselbe ist:

$$L = \frac{1}{50}\left[\sum_{n=1}^{n=5} \log \varphi_n - \sum_{m=21}^{m=25} \log \varphi_m\right].$$

L ist daher der genauer ermittelte Werth des logarithmischen Decrementes zweier auf einander folgender gleichgerichteter Schwingungsbogen.

Da es nur auf die relativen Werthe ankommt, so unterlasse ich die Umrechnung von den Brigg'schen in die natürlichen Logarithmen; auch gebe ich der einfachen Schreibweise halber stets den mit 10^5 multiplicirten Werth des Decrementes an und bezeichne ihn, da ja ein Zweifel unmöglich eintreten kann, auch durch L.

Die Temperatur des Beobachtungslocales änderte sich so langsam, dass der Einfluss der Temperaturänderung gegenüber dem Einflusse der Accommodation in den Hintergrund trat; ich kann daher in den meisten Fällen von den Temperaturangaben absehen.

Ich wende mich nun zu den Beobachtungen und stelle gleich das wichtigste Resultat der Schwingungsversuche an die Spitze.

1. Die Abnahme des L erfolgt anfänglich continuirlich, so dass jede folgende Beobachtung unter allen Umständen, wenn nur die Temperatur einigermassen gleich bleibt, ein kleineres L liefert; nach einiger Zeit tritt ein Zustand ein, bei welchem das L während mehrerer

Stunden, auch wenn der Draht fortwährend Schwingungen ausführt, constant bleibt; wartet man jedoch längere Zeit, etwa mehrere Tage oder eine Woche, während der Draht stets in der gleichen Spannung erhalten wird, so findet man nach Ablauf dieser Zeit, auch ohne dass der Draht inzwischen Schwingungen ausgeführt, wieder ein kleineres *L*. Ist die Accommodation noch nicht sehr vollständig, so tritt neuerdings nach Wiederaufnahme der Schwingungen eine Abnahme des *L* ein, bis endlich nach einigen Stunden wieder ein für ein Zeitintervall von einigen Stunden constanter Werth eintritt. Ist der Draht schon sehr lange Schwingungen ausgesetzt gewesen, so ist eine Abnahme des *L* auch bei dem nach der Ruhe eingetretenen neuen Werthe oft nicht mehr zu bemerken.

Ich glaube den angeführten Thatsachen zufolge annehmen zu müssen, dass die Abnahme des *L* zwei Ursachen hat. Erstens rücken die Moleküle des Drahtes in Folge der Spannung aus einander, wodurch die innere Reibung vermindert wird; zweitens accommodiren sie sich den Schwingungen und ordnen sich in solcher Weise, dass sie der Bewegung geringeren Widerstand entgegensetzen. Diese Annahmen scheinen mir natürlich und erklären alle meine Resultate. Bei einem neu aufgehängten Drahte nimmt also anfänglich *L* ab, sowohl in Folge der Dehnung, deren Ursache ebenfalls die elastische Nachwirkung ist, als zufolge der Accommodation an die Schwingungen. Ist der Draht aber schon durch längere Zeit der Belastung ausgesetzt gewesen, so ist die Abnahme zufolge der Dehnung eine so geringe, dass sie innerhalb des Verlaufes von wenigen Stunden nicht bemerkt werden kann; setzt man daher die Schwingungen unausgesetzt fort, so bleibt *L* auf seinem Werthe. Lässt man nun aber den Draht durch mehrere Tage ruhig der Spannung ausgesetzt, so rücken die Moleküle doch wieder so merklich aus einander, dass bei Wiedereröffnung der Schwingungen *L* kleiner geworden ist. Da nun weiters für diesen neuen Zustand die Accommodation noch nicht perfect geworden ist, so tritt in den meisten Fällen auch diese wieder auf.

Der Draht (der jedoch, wie schon erwähnt, vor dieser Beobachtungsreihe oft zu Schwingungsversuchen verwendet worden war) ergab am 0. Tage $L = 547$; am 14. Tage war *L* bereits für ein Intervall von wenigen Stunden ziemlich constant. So fand sich um $4^h\,10^m$ Nachmittag 514 und um $7^h\,10^m$, während in der Zwischenzeit der Draht fortwährend Schwingungen ausgeführt hatte, 517; die Erhöhung um 3 Einheiten

gehört in den Bereich der Beobachtungsfehler[1]). Der Draht blieb nun vom 14. bis zum 17. Tage ruhig hängen und ergab dann gleich bei Eröffnung der Beobachtungen für L den Werth 478. Die darauf folgenden Beobachtungen kann ich hier nicht einbeziehen, da der Draht jetzt erwärmt wurde. Am 24. Tage war L um die Zahl 414 wieder ziemlich constant; $t = 19{,}6$. Nun blieb der Draht durch 4 Tage ruhig, dann wurde er in Schwingungen versetzt und ergab:

		L	
28. Tag . . .	$12^h\ 10^m$	389	Der Draht schwingt ununterbrochen und werden die Schwingungsamplituden von Zeit zu Zeit vergrössert.
$t = 18{,}8$	$1^h\ 15^m$	390	
	$1^h\ 45^m$	384	

Die Accommodation ist durch die Beobachtungsfehler fast verdeckt. Nach weiteren 9 Tagen Ruhe folgt:

		L	
37. Tag . . .	$9^h\ 35^m$	373	Der Draht schwingt ebenfalls ununterbrochen.
	$9^h\ 42^m$	376	
	$11^h\ 13^m$	376	
	1^h —	379	
	2^h —	377	

Hier ist von der Accommodation gar nichts zu bemerken, dennoch ist nach zwei Tagen L wieder kleiner:

39. Tag . . . $9^h\ 35^m$ 367 $t = 17^0$.

Aus diesen Beobachtungen geht mit voller Sicherheit hervor, dass L durch die Belastung allein ohne Schwingungen kleiner wird.

Es könnte aber noch die Meinung Raum finden, dass die Dehnung die einzige Ursache der Abnahme des L sei, dass also gar keine eigentliche Accommodation existirt. Die Schwingungen würden bei dieser Auffassung nur durch die herbeigeführte Molekularbewegung die Abnahme des L befördern. In dem zweiten Theile (B) meiner Beobachtungen, welche sich auf die Deformation eines Stabes, der nicht belastet ist, beziehen, wird sich jedoch unzweifelhaft ergeben, dass die Accommodation auch unabhängig von der Spannung eintritt, so dass dann der Beweis erbracht ist, dass beide Ursachen gleichzeitig und unabhängig von einander bestehen.

1) Später wurden die Beobachtungen bedeutend genauer, so dass die Fehler höchstens eine Einheit betragen. Es ist ferner zu bemerken, dass die Abnahme des L innerhalb der 104 Tage viel rascher erfolgt sein würde, wenn ich nicht durch Erwärmen, Erschüttern etc., worauf ich später zu sprechen kommen werde, oft das L vorübergehend gesteigert hatte. Die Untersuchung des Einflusses solcher Störungen gehörte aber unter die Zwecke meiner Beobachtungen.

2. Nachdem der Draht schon lange der gleichen Spannung unterworfen war und ungestört Schwingungen ausgeführt hatte, so dass die Accommodation schon einen hohen Grad von Vollkommenheit erreicht hatte, trat in den weitaus meisten Fällen unmittelbar nach Eröffnung einer Schwingungsbewegung innerhalb der ersten Minuten eine kleine Erhöhung des *L* ein. Es ist dieser Gang des *L* auch an der zuletzt angeführten Beobachtungsreihe vom 37. Tage zu erkennen, zeigt sich aber noch viel besser vom 88. Tage angefangen; in der folgenden Tabelle sind nur solche Beobachtungen aufgenommen, welche nach dem 88. Tage gemacht worden sind, indem erst vom 86. Tage an der Draht in keiner Weise mehr in der erreichten Accommodation gestört wurde. Ich nehme auch nur solche Beobachtungen auf, bei welchen der Draht nicht länger als ½ Tag und nicht weniger lang als 20 Min. vor der mit I bezeichneten Beobachtung in Ruhe war. In den meisten Fällen war die Pause seit Beendigung der letzten Schwingungen beiläufig ½ Stunde. Nur bei derartigen Verhältnissen tritt diese merkwürdige Erscheinung, für die ich bisher keine genügende Erklärung finden konnte, ein. Die unter II angegebenen Beobachtungen folgen stets unmittelbar auf die Beobachtung I; das *L* der Beobachtung II ist daher aus den Schwingungen berechnet, welche zwischen der 26. und 52. einfachen Schwingung liegen.

Tag	Stunde u.	Min.	I	II
88	11 h	20 m	177	181
92	1	30	179	175*
93	11	45	166	176
93	12	35	176	179
93	1	10	176,3	176,7
96	11	30	171,8	174,9
96	1	12	170,4	173,8
97	1	30	169,1	170,7
98	1	0	170,1	169,5*
98	1	30	170,8	171,5
101	10	23	167,3	165,7*
102	10	20	160,8	162,9
102	10	51	163,7	164,5
102	11	35	163,1	163,4
103	9	48	158,4	161,6
103	11	38	158,5	160,9

Die Tabelle lehrt, dass *L* unter 16 Beobachtungen, bei welchen die früher erwähnten Verhältnisse obwalteten, 13 mal bei der II. Beobachtung grösser und nur in 3 Fällen (welche ich durch Sternchen aus-

gezeichnet habe) kleiner ausgefallen ist. Ich glaube deshalb, es hier nicht mit zufälligen Störungen zu thun zu haben.

Es lag nahe, anzunehmen, dass die durch die Dämpfung in Wärme umgewandelte Schwingungsenergie eine Temperaturerhöhung des Drahtes herbeiführe, welche wieder eine Erhöhung des L nach sich ziehen müsste[1]).

Diese Temperaturerhöhung ist jedenfalls vorhanden; es handelt sich nur, zu entscheiden, ob sie auch gross genug ist, um einen solchen Einfluss auszuüben. Diese Frage lässt sich nicht durch Beobachtungen, wohl aber durch Rechnung entscheiden, und auf diesem Wege kam ich zu dem Resultate, dass der Unterschied der Temperatur des Drahtes gegenüber der umgebenden Luft zufolge der durch die Dämpfung erzeugten Wärme nur höchstens $15 \cdot 10^{-10}$ Grade C. betragen kann, wodurch natürlich die Frage verneinend entschieden war. Vielleicht liegt die Ursache nur in der Art der Anregung zu den Schwingungen; doch wage ich kein bestimmtes Urtheil auszusprechen.

3. Jedwede Veränderung der molekularen Anordnung, sei es, dass der Draht erschüttert oder dessen Spannung verändert, oder dass er erwärmt wird, zerstört zum Theil die schon eingetretene Accommodation.

So war am 13. Tage $L = 505$. Ich fuhr nun am 14. Tage einige Male längs des Drahtes mit dem Bunsen'schen Brenner auf und ab, ohne den Draht zu berühren, wartete nachher etwa 20 Minuten, bis der Draht vollständig abgekühlt war, und fand hierauf $L = 527$. Es war also L bedeutend gewachsen. Aehnliche Resultate erhielt ich bei anderen Versuchen, die ich unter den gleichen Umständen ausführte. Ich stelle alle in der folgenden Tabelle zusammen.

Beobachtung vor der Erwärmung			Zeit der Erwärmung		Beobachtung nach erfolgter Abkühlung		
Tag	Stunde	L	Tag	Stunde	Tag	Stunde	L
13.	10h 0m	505	14.	11h 40m	14.	12h 0m	527
17.	5 0	478	17.	5 8	17.	5 30	511
18.	12 15	490	18.	12 45	18.	6 15	496
20.	1 0	482	20.	4 45	20.	6 0	494
21.	10 0	480	21.	11 30	21.	12 35	484

1) Meine und Pisati's Beobachtungen haben gezeigt, dass bei einem Eisendrahte, der das erste Mal unter Schwingungen eine Temperaturerhöhung erfährt, L sinkt. Diese Anomalie schwindet aber bei den späteren Erwärmungen. Da nun für kleine Temperaturschwankungen dieser Draht bereits seinen schliesslichen Zustand erreicht hatte, so muss einer Temperaturerhöhung jedenfalls ein Steigen des L entsprechen.

Es zeigt sich daher in allen Fällen eine Erhöhung des L, selbst dann, als nach der Erwärmung $5\frac{1}{2}$ Stunden gewartet wurde und daher durch Dehnung und Accommodation das L jedenfalls schon gesunken war.

4. Den Einfluss von Erschütterungen zeigen folgende Beobachtungen. Durch Klopfen mit einem harten Gegenstand nahe dem oberen Ende des Drahtes wurde derselbe in Transversalvibrationen versetzt. Hierdurch stieg L am

39. Tag von 367 auf 375
86. „ „ 181 „ 189.

Durch Streichen mit einem Violinbogen in der Nähe des Aufhängepunktes wurde der Draht in noch heftigere Transversalschwingungen versetzt. Hierdurch stieg L am

39. Tage von 370 auf 386.

5. Um zu sehen, ob Ausbiegungen des Drahtes wesentlich anders wirken als Erschütterungen, hob ich die Gewichte für $\frac{1}{2}$ Minute bis zu $\frac{1}{3}$ der früheren Distanz gegen den Aufhängepunkt. Hierdurch stieg L am

82. Tage von 182 auf 192,

und auch als ich denselben am nächsten Tage durch $\frac{1}{2}$ Stunde in dieser Lage erhielt, war L nur am

83. Tag von 184 auf 189

gestiegen.

Man sieht hieraus, dass die Ausbiegung des Drahtes auch nicht wesentlich anders als eine Erschütterung desselben wirkt und dass der Einfluss der Entlastung nebensächlich ist und versteckt bleibt.

6. Ich habe ferner den Draht, ohne ihn zu verbiegen, weniger und mehr belastet und, nachdem wieder die alte Belastung hergestellt war, beobachtet. Es ergab sich beim temporären Entlasten stets eine Vergrösserung des L, beim temporären Mehrbelasten, mit Ausnahme eines einzigen Falles, gleichfalls eine Vergrösserung. Obgleich ich die Veränderungen in der Belastung nach mehreren Methoden vornahm, welche alle darauf hinzielten, diesen Vorgang mit thunlichster Vermeidung aller Erschütterungen zu bewerkstelligen, so gelang es natürlich doch nie, letztere vollständig fern zu halten. Es ändern sich ferner, und dies sollte jetzt die Hauptsache sein, auch die Distanzen der Moleküle. Wir haben daher stets zwei Einflüsse neben einander und können nicht entscheiden, welcher der maassgebende ist; aus diesem Grunde können auch die hierbei gewonnenen Daten zu keinem sicheren

Schlusse führen. Ich theile auch meine Resultate nicht eingehend mit, sondern begnüge mich, zu erwähnen, dass die Steigerung des L stets zwischen 10 und 15 Einheiten lag. Was man hieraus schliessen kann, ist, dass die vorübergehende Aenderung der Spannung auch nicht verschieden wirkt von jeder anderen molekularen Erschütterung.

7. Schliesslich muss ich noch erwähnen, dass ich vor Aufsuchung der hisher angeführten Zahlenwerthe den Einfluss der Amplitude untersuchte und fand, dass bei Verdrehungen des Gewichtes von höchstens 3° aus der Gleichgewichtslage, also bei Amplituden von etwa 4,48° pro 1 Meter Länge des Drahtes, L vollständig unabhängig war von der Amplitude. Liess ich den Draht unter Amplituden von etwa 5 oder 6° pro Meter der Länge schwingen, so war L während dieser Schwingungen wohl grösser als bei kleineren Amplituden, doch trugen diese Schwingungen auch zur Vervollständigung der Accommodation bei, d. h. L wurde in Folge derselben, sobald nur wieder die normalen Schwingungen eingetreten waren, kleiner. Führte der Draht jedoch Schwingungen aus in Amplituden des Gewichtes von etwa 180°, so war die Folge eine Vergrösserung des L um etwa 20 Einheiten. Näher gehe ich hierauf ebenfalls nicht ein, indem ich diese Erscheinung schon in meiner ersten Abhandlung besprochen habe.

Die Resultate dieser Untersuchungen können der Hauptsache nach folgendermassen zusammengefasst werden:

a) Das logarithmische Decrement von Torsionsschwingungen eines durch ein Gewicht gespannten Drahtes nimmt ab sowohl wegen des Auseinanderrückens der Moleküle, indem der Draht dem Zuge des Gewichtes nachgebend sich ausdehnt, als auch zufolge einer Accommodation an die Schwingungsbewegung.

b) Die bereits eingetretene Accommodation wird durch jede Störung der molekularen Anordnung zum Theil wieder aufgehoben, gleichgültig oh die molekulare Störung mit einer einseitigen äusseren Deformation verbunden ist, wie eine Verbiegung innerhalb der Elasticitätsgrenze, oder dass die Deformationen sich gegenseitig compensiren, wie die kleinen Transversalschwingungen bei einer

Tonanregung, oder endlich dass die äusserliche Gestaltsänderung nur secundärer Natur ist, wie bei einer Erwärmung.

c) Ein definitiver elastischer Zustand des Drahtes konnte nicht erreicht werden, trotzdem derselbe durch $3^1/_2$ Monate unausgesetzt in Verwendung war.

B. Statische Beobachtungen an unbelasteten Stäben.

Wenn ein Stab tordirt und hierauf ohne Schwingungen gegen seine ursprüngliche Gleichgewichtslage zurückgeführt wird, so erreicht er zunächst eine Lage, in der er sich selbst überlassen keiner beschleunigenden Kraft unterworfen ist. Dennoch ist diese Lage keine stabile, sondern der Stab detordirt sich continuirlich gegen seine ursprüngliche Gleichgewichtslage, jedoch so, dass er in jedem Zeitmomente unabhängig von seiner Masse sich im Gleichgewichte befindet. Man kann diesen Zustand deshalb als einen statischen bezeichnen.

Unter so gearteten Verhältnissen untersuchte ich mehrere Stahlstäbe und einen Messingstab. Diese Stäbe waren an beiden Enden in Querbalken von etwa Bleistiftgrösse eingelöthet. Der eine dieser Querbalken wurde in einem Träger festgeklemmt, so dass der Stab vertical nach abwärts stand. An dem anderen Querbalken war ein kleiner Spiegel für die Ablesungen und ein Kreuz aus dünnem Blech angebracht, das einige Millimeter tief in Glycerin tauchte und dadurch die sonst unvermeidliche Zitterbewegung fern hielt. Das Kreuz war kürzer als der dasselbe tragende Querbalken, so dass die freien Enden des letzteren bei herzustellender Torsion auf Marken hinwiesen, an welchen die Torsionswinkel abzulesen waren. Die Anwendung einer Glycerindämpfung ist bei dem grossen Torsionsmomente der Stäbe jedenfalls unbedenklich.

Die Stäbe aus Gussstahl hatten eine Länge von 80—82^{cm}, waren von quadratischem Querschnitt, und zwar hatten die mit Nr. I und Nr. II bezeichneten 2,3^{mm}, der mit Nr. III bezeichnete 2.0^{mm} Seitenlänge. Der Messingstab hatte kreisförmigen Querschnitt, dessen Durchmesser 3,0^{mm} war, die Länge war 108^{cm}. Die Entfernung des Spiegels von der Scala betrug in allen Fällen nahe bei 130^{cm} und war natürlich für ein und dieselbe Beobachtungsreihe constant.

Die Resultate, zu denen ich gelangte, stimmen vollständig mit jenen überein, zu denen ich durch Schwingungsversuche im Jahre 1874 geführt wurde. Tordirt man einen Stab nur wenig, so dass die zurückbleibende Deformation keine permanente oder doch nur zum kleinsten Theil permanente ist, so bewirken wiederholte Torsionen ein Abnehmen der elastischen Nachwirkung; sind die Torsionen jedoch so gross, dass bedeutende bleibende Deformationen entstehen, so vermehren wiederholte Torsionen die elastische Nachwirkung.

Ich beginne mit dem Stabe Nr. I. Fünf Secunden vor Beginn der Zeitzählung fing ich mit dem Tordiren an, indem ich den unteren Querbalken mit beiden Händen ergriff und mit derartiger Geschwindigkeit drehte, dass nach Ablauf der 5 Secunden die gewünschte Torsion vollständig erreicht war. Hierauf hielt ich den Stab 55 Secunden tordirt, fing dann an, die Torsion nachzulassen und wieder mit solcher Geschwindigkeit, dass mit dem Ende der ersten Minute der Stab seine neue Gleichgewichtslage erreicht hatte. Die erste Ablesung erfolgte nun 15 Secunden nach dem Freilassen des Stabes. Die Differenz zwischen dieser und der vor Beginn der Torsion gemachten Ablesung bezeichne ich mit *a*. Ich verfolgte nun das Zurückweichen des Stabes gegen die alte Gleichgewichtslage und bezeichne den Weg in Centimetern der Scalentheilung, den der unterste Querschnitt des Stabes nach Ablauf von 20 Minuten zurückgelegt hatte, mit *b*. Hierauf tordirte ich gleich nach entgegengesetzter Seite und beobachtete ganz nach derselben Weise. Für diese zweite Torsion bedeutet *a* auch wieder die Differenz zwischen den Werthen der Ablesungen kurz vor der neuen Torsion und 15 Secunden nach Aufhören der Torsion. Das *a* der zweiten Beobachtung ist natürlich bedeutend grösser, da am Ende der 20 Minuten der Stab noch die Verdrehung hatte, welche als Nachwirkungsdeformation zu bezeichnen ist, und weil ferner häufig auch eine bleibende Deformation vorhanden war. Von der zweiten Beobachtung an müssten, falls die elastischen Eigenschaften des Drahtes ungeändert bleiben, die übrigen Beobachtungen bis auf Werthe, welche ohnedies innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler liegen, übereinstimmen, vorausgesetzt, dass die Stäbe für Verdrehungen nach der einen wie nach der anderen Seite sich gleich verhalten, was übrigens bei den von mir gebrauchten annähernd der Fall gewesen zu sein scheint. In den folgenden Tabellen ist daher die erste Beobachtung gar nicht zu beachten, sondern wenn vier oder mehrere gemacht wurden, nur die Beobachtungen von der

zweiten oder besser von der dritten angefangen. In manchen Fällen reichte es sogar hin, nur zwei Beobachtungen zu machen, wenn nämlich vorausgesetzt werden konnte, dass die weiteren ein der zweiten Beobachtung ähnliches Resultat liefern würden. Durch das beigefügte Zeichen + oder — wird der Drehungssinn unterschieden. Die Temperatur gebe ich nicht an, da dieselbe ziemlich gleichmässig auf 24° C. blieb; ich hatte natürlich alles gethan, um die Temperatur im Beobachtungsraum möglichst constant zu halten.

Stahlstab, hart, Nr. I. Torsionswinkel 90°.

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	—	—
2	—	—	—
3	+	2,27	0,19
4	—	2,54	0,23
5	+	2,15	0,18
6	—	2,17	0,20
7	+	2,37	0,18
8	—	2,45	0,21
9	+	2,40	0,13
10	—	2,49	0,20
11	+	2,44	0,17
12	—	2,48	0,19

Die Beobachtungen 1 und 2 hatte ich in anderer Weise notirt und kann sie deshalb hier nicht zu den übrigen in Vergleich stellen; deren Angabe ist, wie früher erwähnt, ohnedies überflüssig. Nun tordirte ich rasch hinter einander 1000mal abwechselnd recht- und rückläufig um 90°, wartete dann etwa eine Stunde und erhielt nun folgende Werthe:

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	4,32	0,43
2	—	4,72	0,23

Ich tordirte nun noch öfter; dabei gab aber die Löthung nach, weshalb ich einen neuen Stab nahm, der so in die Balken eingepasst wurde, dass er schon vor Anwendung des Lothes fest sass.

Stahlstab, hart, Nr. II. Torsionswinkel 90°.

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	3,56	0,40
2	—	3,01	0,21
3	+	3,07	0,31
4	—	2,95	0,26
5	+	2,84	0,29
6	—	2,80	0,27
7	+	2,80	0,29
8	—	2,85	0,28

Ich tordirte nun wieder rasch hinter einander 100 mal, abwechselnd 50 mal recht- und eben so oft rückläufig, wartete hierauf einige Zeit (dies geschah immer; ich werde bei den weiteren Versuchen deshalb hiervon nichts mehr erwähnen) und erhielt:

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	3,21	0,28
2	—	3,23	0,29
3	+	3,22	0,29
4	—	3,25	0,26

Nach weiteren 1000 Torsionen:

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	7,29	0,35
2	—	6,74	0,29
3	+	6,81	0,29
4	—	6,63	0,27

Nach weiteren 2000 Torsionen:

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	9,99	0,33
2	—	10,28	0,31
3	+	10,23	0,31
4	—	10,19	0,38

Endlich nach weiteren 4000 Torsionen:

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	10,09	0,34
2	—	12,92	0,36
3	+	13,73	0,37
4	—	13,59	0,37

Es war also durch die wiederholten Torsionen um 90° beim harten Stahlstab Nr. I das *a* von etwa 2,45 auf 4,72 gestiegen, beim harten Stahlstab Nr. II von etwa 2,85 auf 3,23, 6,70, 10,20 und 13,75. Auch *b* wächst, jedoch ist dieses Wachsthum weniger hervortretend, übrigens auch für meine Zwecke weniger wichtig. Ich werde mich überhaupt im Folgenden nur mit den Veränderungen von *a* beschäftigen und *b* nur deshalb angeben, damit man ein Urtheil darüber gewinnen kann, ob man die Verdrehung *a* als eine bleibende oder als eine Nachwirkungsdeformation zu betrachten hat. Bei den bisher angewandten Torsionen von 90° wurde, wie man sofort erkennt, die Elasticitätsgrenze überschritten, was zur Folge hat, dass nach öfteren Torsionen die zurückbleibenden Verdrehungen *a* grösser werden.

Ich glühte nun den Stab Nr. II aus; dadurch wurde die Elasticitätsgrenze enger, und die zurückbleibenden Torsionen wachsen ausserordentlich stark.

Gleich nach dem Erkalten ergaben die ersten 4 Torsionen folgende Werthe:

Stahlstab, weich, Nr. II. Torsionswinkel 90°.

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	2,18	0,27
2	—	2,78	0,27
3	+	2,67	0,25
4	—	2,66	0,28

Nach 4000 Torsionen:

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	53,25	0,39
2	—	54,09	0,55
3	+	53,95	0,46
4	—	53,35	0,52

Ich liess nun den Stab vollständig in Ruhe bis zum nächsten Tage, und da ergaben die Beobachtungen:

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	28,46	0,30
2	—	28,03	0,29
3	+	33,07	0,36
4	—	33,00	0,41

Ob diese Verminderung des *a* auf mehr als $^2/_3$ seines früheren Werthes durch das Ruhen allein hervorgerufen wurde, oder ob die geringfügigen Temperaturschwankungen, die während der Nachtzeit eintraten, jedoch keinesfalls mehr als 2° betrugen, die Ursache waren, wage ich vorläufig nicht zu entscheiden und muss dies späteren Versuchen vorbehalten. Dass eine vorübergehende Temperaturerhöhung die neue Modification des Drahtes wieder aufhebt, davon habe ich mich mehrmals, sowie eben auch in diesem Falle überzeugt. Ich erwärmte den Draht ohne ihn auszulöthen durch Auf- und Abfahren mit dem Bunsenschen Brenner und erhielt, nachdem er wieder vollständig ausgekühlt war:

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	1,72	0,28
2	—	2,71	0,29
3	+	2,40	0,25
4	—	2,46	0,28

Sowohl *a* als *b* sind auf ihren früheren Werth zurückgesunken.

Mit dem harten Stahlstab Nr. III experimentirte ich bei kleinen Torsionswinkeln, so dass die zurückbleibenden Verdrehungen, wie man aus dem Vergleiche zwischen *a* und *b* erkennt, innerhalb der Grenze der Nachwirkungsdeformationen blieben, mit anderen Worten, es wurde die Elasticitätsgrenze nicht überschritten. Ich begann nun zuerst mit Verdrehungen um $^1/_4$ Quadranten, doch sind die hierbei zurückbleibenden Nachwirkungsdeformationen so gering, dass sie nichts Charakteristisches zeigen. Ich gebe deshalb die Resultate gar nicht an, sondern gleich die hierauf folgenden, welche bei Torsionswinkeln von 45° gewonnen wurden. Auch muss ich bemerken, dass ich wegen der geringen Deformationen, und da es nur auf qualitative Feststellungen ankommt, statt der früheren 20 Minuten, welche das Zeitintervall für die Bewegung *b* und mit einer geringen Ueberschreitung auch jenes bildeten, das zwischen den einzelnen Bewegungen *a* lag, jetzt nur 10 Minuten verstreichen liess.

Stahlstab, hart, Nr. III. Torsionswinkel 45°.
(Die Bewegung *b* entspricht einem Zeitintervalle von 10 Minuten.)

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	0,35	0,08
2	—	0,48	0,11
3	+	0,41	0,10
4	—	0,43	0,10

Nach 2000 Torsionen um 45°:

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	0,19	0,07
2	—	0,37	0,10
3	+	0,34	0,09
4	—	0,36	0,10

Weitere Versuche stellte ich mit diesem Stabe nicht an, hingegen führte ich mit dem Messingstabe, dessen Dimensionen schon im Früheren angegeben wurden, mehrere hierher gehörige Versuche aus. Ich tordirte denselben auch um 45° und wartete bis zur letzten Ablesung wieder wie anfänglich 20 Minuten.

Messingstab, weich. Torsionswinkel 45°.
(Die Bewegung *b* entspricht einem Zeitintervall von 20 Minuten.)

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	1,54	0,07
2	—	2,01	—
3	+	2,66	0,07
4	—	2,66	0,04

Nach 1000 Torsionen um 45° ergab sich:

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	1,01	0,07
2	—	1,03	0,03
3	+	1,03	0,06
4	—	0,98	0,06

Nach weiteren 4000 Torsionen:

Nr.	Sinn	*a*	*b*
1	+	0,49	0,06
2	—	0,60	0,05
3	+	0,56	0,04
4	—	0,59	0,05

Ich erwärmte nun den Stab durch Vorbeifahren mit dem Bunsen-schen Brenner; hierauf ergab sich:

Nr.	Sinn	a	b
1	+	0,85	0,06
2	—	1,30	0,07
3	+	0,97	0,04
4	—	0,90	0,05

Nun tordirte ich 100 mal um 90° und beobachtete hierauf wieder mit Torsionen von 45°, welche ergaben:

Nr.	Sinn	a	b
1	+	0,32	0,04
2	—	1,34	0,06
3	+	1,32	0,05
4	—	1,35	0,06

Aus all diesen Versuchen geht übereinstimmend hervor, dass durch wiederholtes Tordiren innerhalb der Elasticitätsgrenze die zurückbleibenden Nachwirkungsdeformationen kleiner werden. Es war a beim Stahlstab ursprünglich beiläufig 0,42 und sank in Folge der 2000 Torsionen auf 0,35. Bei Messingstab war a ursprünglich 2,65, sank nach 1000 Torsionen auf 1,00, nach weiteren 4000 Torsionen auf 0,58; durch schwaches Erwärmen stieg es wieder auf 0,93 und durch 100 Torsionen um 90°, wobei die Elasticitätsgrenze überschritten wurde, auf 1,34. Zu der letzten Zahl ist ausdrücklich zu bemerken, dass die Beobachtungen der Nachwirkungsdeformationen wieder bei Torsionswinkeln von 45° gemacht wurden, daher die nun grösseren Werthe von a nur auf die molekularen Umlagerungen zurückzuführen sind, welche die 100 Torsionen um 90° hervorgebracht haben.

Sämmtliche mit den Stäben gemachten Beobachtungen (es sind deren mehr als hier mitgetheilt wurden) lieferten Resultate, die sowohl unter einander als auch mit denjenigen des Jahres 1874 auf das beste übereinstimmen. Ich fasse sie nochmals zusammen.

Wiederholte Torsionen um grosse Winkel vergrössern, wiederholte Torsionen um kleine Winkel verkleinern die zurückbleibenden Deformationen. Die zwischen diesen als gross und klein bezeichneten Winkeln liegende Grenze fällt wahrscheinlich mit der Elasticitätsgrenze zusammen.

Eine Erwärmung stellt wenigstens bei weichen Stäben den ursprünglichen Zustand wieder her oder bringt,

wenn sie nur gering ist, eine Annäherung gegen denselben hervor.

Es ist durch diese statischen Versuche auch der Beweis geliefert, dass die Verminderung des L bei Schwingungsversuchen nach längerem Schwingen nicht ausschliesslich eine Folge der Belastung und Spannung des Drahtes ist, sondern dass die Schwingungen selbst, falls sie kleine Amplituden besitzen, eine Verminderung des L herbeiführen, dass daher der Name Accommodation dem Wesen der Sache entspricht.

Die Grenze zwischen denjenigen Torsionen, welche eine Verkleinerung der Nachwirkungsdeformationen, und jenen, welche eine Vergrösserung herbeiführen, halte ich für keine fixe, sondern glaube, dass sie von dem Grade der Accommodation selbst abhängt.

Ich kann nun schliesslich, nachdem die Erscheinung der Accommodation auch für jene Fälle, bei welchen eine Belastung nicht vorhanden ist, erwiesen wurde, neuerdings auf die Folgerungen verweisen, die ich in der Abhandlung vom Jahre 1874 unter Nr. XI zusammengestellt habe. Ich erinnere an das Verbiegen von Federn, welche wiederholten Deformationen ausgesetzt waren, und an das Einblasen und Einspielen von Instrumenten. Es ist auch eine bekannte Thatsache, dass Temperaturwechsel den musikalischen Instrumenten schadet.

Ich sehe mich nun veranlasst, auf die Arbeit des Herrn Paul Schmidt einzugehen, da derselbe behauptet, aus seinen Beobachtungen Resultate ableiten zu können, die mit meinen im Widerspruche stehen.

Dass meine Beobachtungen vom Jahre 1874 nicht den gewünschten Grad von Vollkommenheit hatten, war mir auch damals keineswegs entgangen; ich verweise auf meinen Ausspruch von Seite 38 des Separatabdruckes, welcher lautet: „Auch die Beobachtungen über die Dämpfung wären noch einer bedeutenden Verbesserung fähig, nachdem die Grundeigenschaften derselben jetzt bekannt sind und man die Beobachtungen nach einem bestimmten Plane anstellen könnte.“ Es ist daher ein dankenswerthes Unternehmen gewesen, wenn Herr P. Schmidt sich die Aufgabe stellte, jene Verbesserungen auch wirklich in Anwendung zu bringen. Auffallend ist nur der eigenthümlich geharnischte Ton des Verfassers und die Sucht, allerorts meinen Behauptungen entgegenzutreten, auch wenn dessen Zahlen auf das klarste zu meinen Gunsten aussagen. Da ich aber insbesondere in Folge der letzten

Abhandlung des Herrn Professor O. E. Meyer[1]) Grund habe, anzunehmen, dass Herr Schmidt sich auch überzeugt hat, dass die Verschiedenheit des Materials und der nie ganz hinwegzuschaffende Einfluss der Accommodation eben so grosse Differenzen erzeugt, als diejenigen sind, aus denen dio Unrichtigkeit meiner Gesetze folgen soll, dass also Herr Schmidt seit den zwei Jahren der Publication seiner Arbeit meinen Anschauungen wesentlich näher gerückt ist, so werde ich meine diesbezüglichen Auseinandersetzungen auf das Nothwendigste beschränken.

Zuerst beanstandet Herr Schmidt, dass ich keine Correctur für die Luftreibung angebracht habe. Dem gegenüber brauche ich nur zu bemerken, dass Herr Schmidt allerdings seine Werthe nach einer von Lampe gelieferten theoretischen Formel corrigirt, dass aber in dieser Formel der Factor π fehlt. Durch ein Druck- oder Schreibversehen ist nämlich in der Abhandlung des Herrn Lampe der Buchstabe π in der vom Herrn Schmidt benutzten Gleichung ausgeblieben; dagegen enthält die Gleichung in der der benützten unmittelbar vorausgehenden Form noch das π. Die Schmidt'schen Zahlen sind daher eben so wenig wie die meinen von der Luftreibung befreit. Wenn man übrigens eine Formel zur Elimination der Luftreibung benützt, so sollte man sie doch vorher experimentell prüfen.

Die Abnahme des L nach längerem Schwingen soll nach Schmidt nur darin ihren Grund haben, dass die von den früheren Zuständen vorhandenen Nachwirkungsdeformationen allmählich verschwinden; letztere sollen nämlich die Schwingungen beeinflussen, was schon der Fall sein mag. Es ist aber unrichtig, anzunehmen, dass sie in allen Fällen die Dämpfung vergrössern müssen; sie können sie eben so gut verkleinern. Durch meine Beobachtungen an den Stäben aus Gussstahl ist übrigens der Beweis für die Unrichtigkeit der Schmidt'schen Ansicht geliefert, indem die Gussstahlstäbe nie eine andere Form als die, in der sie verwendet wurden, hatten. Eben so ist durch meine Beobachtungen wohl auch der folgende Satz Schmidt's widerlegt: „Schwingungsbewegungen, wie überhaupt alle Erschütterungen, vermögen nur das Verschwinden der Nachwirkungsdeformationen" (nach Schmidt also das Eintreten der vollständigeren Accommodation) „zu beschleunigen". Auch bei den Untersuchungen des Herrn W. Voigt zeigte

1) Wied. Ann. Bd. 4 S. 249.

sich der gleiche, der Accommodation entgegenwirkende Einfluss von Erschütterungen.

Ausgehend von der Ansicht, dass die Abnahme des L ihren Grund in dem Verschwinden von Nachwirkungsdeformationen hat, versucht Schmidt L als Function der Zeit durch die Formel darzustellen, welche Weber für die Nachwirkungsdeformationen aufgestellt hat, nämlich: $L = L_0 + \frac{a}{b + T}$. Ich halte es nicht für unwahrscheinlich, dass diese Formel wirklich in vielen Fällen passende Dienste leisten kann, insbesondere deshalb, weil ja nach meiner Anschauung bei gespannten Drähten die Abnahme des L mit der Zeit theilweise ihre Ursache in dem Auseinanderrücken der Moleküle hat und dies ja auch eine Nachwirkungserscheinung ist. Ich will nur constatiren, dass die bisher gewonnenen Resultate hierüber noch kein Urtheil zulassen.

Betrachtet man nämlich gleich die erste Tabelle auf Seite 63, welche für die Weber'sche Formel beweisend sein soll, so erkennt man, dass die vier gefundenen Werthe eine gerade Linie bilden und dass es zu deren Darstellung also keiner dreiconstantigen Hyperbelgleichung, sondern nur einer zweiconstantigen linearen Gleichung bedarf.

Ich stelle im Folgenden unter I die beobachteten, unter II die nach der Schmidt'schen Formel berechneten und unter III die nach meiner Formel berechneten Werthe neben einander. Unter Δ und Δ' sind die Differenzen von den beobachteten Werthen eingetragen.

I	II	Δ	III	Δ'
146	146	± 0	146	± 0
143	143	± 0	143	± 0
141	140	− 1	139	− 2
136	138	+ 1	136	± 0

Schmidt: $\Sigma\Delta^2 = 5$, Streintz: $\Sigma\Delta'^2 = 4$.

Die von mir verwendete Gleichung der geraden Linie ist

$$L = 0{,}0001519 - 0{,}00000000215\ T.$$

Die Tabelle beweist also nichts Anderes, als dass eine Hyperbel auch Theile besitzt, welche mit der geraden Linie nahe zusammenfallen.

Die Tabelle auf Seite 64 lässt sich nun allerdings nicht durch eine gerade Linie darstellen, doch lässt sich jedenfalls so manche dreiconstantige Formel aufstellen, welche die Beobachtungen eben so gut wie die Hyperbelgleichnng aufnimmt. Ich werde im Folgenden ohnedies

noch für zwei ausgedehntere Tabellen diese Behauptung durch Rechnung bestätigen und halte es deshalb für überflüssig, die Rechnungen auch hier durchzuführen.

Im Folgenden beschäftigt sich Schmidt mit der Unabhängigkeit des L von der Amplitude und findet dabei Gelegenheit, wieder meiner Behauptung, dass bei meinen Drähten die Schwingungen bis zu 5° Amplitude eine geometrische Reihe bilden, entgegenzutreten. Einerseits lasse sich nämlich, so behauptet der Verfasser, das Gesetz der Unabhängigkeit des L von der Amplitude erweitern, andererseits seien die von mir gesteckten Grenzen wieder zu weite. Der Beweis wird experimentell auf folgende Art geführt. Ich hatte Drähte von etwa 50cm Länge; Schmidt nimmt nun einen Draht von etwa 150cm Länge und findet dabei, dass die Constanz des L bis zu einer Amplitude von 15° gilt. Um zu beweisen, dass für manche Fälle meine Grenze wieder zu weit sei, nimmt Schmidt einen Draht von nur $5\frac{1}{2}$ cm Länge und findet nun, „dass für diesen Draht das Gauss-Weber'sche Gesetz nicht mehr gilt, denn das Decrement erweist sich nicht als constant, obgleich die Amplituden nur von 4° 54′ 29″ bis 1° 4′ 12″ gehen". Die Durchmesser der Drähte bleiben bei Schmidt und bei mir innerhalb derselben Grenzen. Soll es wirklich Herrn Schmidt entgangen sein, dass es nur auf die Verdrehung der Längeneinheit ankommt und beim Vergleiche das Verhältniss von Länge zur Amplitude immer dasselbe sein muss?

Bei dieser Gelegenheit kann ich die Bemerkung nicht unterdrücken, dass die Grenzen für die Unabhängigkeit der Amplitude nicht einmal für ein und dasselbe Drahtstück unveränderlich sind. Je vollständiger nämlich die Accommodation geworden, desto kleiner werden die Fehler in der Bestimmung des L, und damit verengern sich auch die Grenzen für die Unabhängigkeit des L von der Amplitude; man wird später bei Verdrehungswinkeln schon eine Abhängigkeit bemerken, bei welchen sie anfänglich durch die Beobachtungsfehler verdeckt war.

Ferner sucht Schmidt zu zeigen, dass die schon früher aufgeschriebene Weber'sche Formel auch hier anwendbar ist, was nun beweisen soll, dass die Abnahme des L mit der Amplitude auch mit dem Verschwinden von Nachwirkungsdeformation zusammenhängt.

Die für diesen Beweis aufgestellten Tabellen finden sich auf Seite 253 und 255. Ich werde nun zeigen, dass die dreiconstantige Gleichung $L = a + bT + cT^2$ die Beobachtungen eben so gut dar-

stellt wie die Weber'sche Formel, dass somit die Tabelle für die Weber'sche Formel nichts beweist. Die erste Tabelle enthält 17, die zweite 14 Beobachtungen. Zur Berechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate wurden nur die Beobachtungen 2, 4, 6 u. s. w. genommen. Ich schliesse mich bei meinen Rechnungen dem Vorgange Schmidt's an; auch folge ich weiters, indem ich die in eckiger Klammer stehenden Werthe vom Vergleiche ausschliesse; nur darin weiche ich von Schmidt ab, dass ich alle Coëfficienten nach der Methode der kleinsten Quadrate rechne, während Schmidt den ersten Coëfficienten bei der ersten Tabelle nur aus vier, bei der zweiten Tabelle aus fünf ausgewählten Beobachtungen rechnet. Ich halte es für überflüssig, die beobachteten und gerechneten Werthe anzuführen, und glaube mich damit begnügen zu können, die Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung zusammenzustellen. Derjenige von den geehrten Lesern, der eine Controlrechnung auszuführen beabsichtigt, hat ohnedies sicherlich die Schmidt'sche Abhandlung zur Hand; unter Δ setze ich hier wie in meiner früheren Tabelle meiner Schreibweise des logarithmischen Decrementes gemäss den mit 10^5 multiplicirten Werth der Differenzen zwischen den logarithmischen Decrementen.

Nr.	I. Tabelle von Seite 253		II. Tabelle von Seite 255	
	Δ Schmidt	Δ Streintz	Δ Schmidt	Δ Streintz
0	[− 5]	[+ 11]	[− 41]	[− 2]
1	[+ 27]	[+ 37]	− 16	0
2	− 2	+ 2	− 8	− 5
3	+ 1	+ 1	+ 10	+ 4
4	+ 5	+ 3	− 1	− 10
5	− 7	− 10	+ 7	− 3
6	− 9	− 11	− 3	− 12
7	+ 5	+ 3	+ 3	− 3
8	+ 2	0	+ 4	+ 2
9	+ 7	+ 6	+ 4	+ 6
10	+ 7	+ 7	+ 2	+ 7
11	+ 3	+ 4	0	+ 8
12	− 1	0	− 6	+ 2
13	0	+ 1	− 8	0
14	0	+ 1		
15	− 1	0		
16	− 2	− 3		
17	− 1	− 3		

	I. Tabelle	II. Tabelle
Schmidt . . .	$\Sigma\Delta^2 = 168$	494
Streintz . .	$\Sigma\Delta^2 = 193$	134

Die Werthe der Constanten in meiner Gleichung sind für die I. Tabelle:

$$a = +\ 0{,}009050$$
$$b = -\ 0{,}00002783$$
$$c = +\ 0{,}00000005497;$$

für die II. Tabelle:

$$a = +\ 0{,}015396$$
$$b = -\ 0{,}00006991$$
$$c = +\ 0{,}0000001590.$$

Dass ich hier beide Tabellen der Probe unterworfen, hat seinen Grund darin, dass sich bei der ersten Tabelle in der Summe der Fehlerquadrate eine kleine Differenz zu Gunsten der Weber'schen Formel zeigt. Die zweite Tabelle weist das Gegentheil auf, doch ist überhaupt auf so kleine Differenzen keine Entscheidung zu basiren.

Aus den Schmidt'schen Beobachtungen bezüglich der Abhängigkeit des L von der Länge und vom Durchmesser des Drahtes wird jeder unbefangene Leser gewiss entnehmen, dass L von diesen beiden Variabeln unabhängig ist. Es ist mir geradezu unbegreiflich, dass Herr Schmidt anders denken kann. Bei manchem Drahte nimmt L mit der Länge zu, bei manchem mit der Länge ab; sogar zwei Messingdrähte verhalten sich in dieser Beziehung entgegengesetzt. An Stahldrähten zeigt sich bei einer Längenänderung im Verhältnisse von 1:6 nur eine Aenderung im L von 5—6 %. Die Tabellen, welche nur drei bis vier Werthe enthalten, werden auch wieder in eine Formel eingekleidet, welche die bequeme Eigenschaft hat, je nach der Wahl der Constanten entweder eine Abnahme oder Zunahme mit der Länge zu zeigen.

Die Abhängigkeit vom Durchmesser wird nur an zwei Stahldrähten studirt und sogar hieraus auf eine Formel geschlossen, welche die $\frac{3}{2}$ten Potenzen der Radien enthält.

Ueber die Abhängigkeit des L von der Temperatur liefert Schmidt nur wenige Beobachtungen, und diese beziehen sich nur auf Temperaturen, welche innerhalb der Grenzen von 0—25° liegen. Es folgt für dieses kleine Intervall übereinstimmend mit Kohlrausch die Proportionalität.

Das Wichtigste der in meiner ersten Abhandlung aufgestellten Gesetze war übrigens, dass das L vom Trägheitsmomente des ange-

hängten Gewichtes, daher von der Schwingungsdauer unabhängig ist. Aus diesem Gesetze folgt nämlich, dass als Ursache der Metalldämpfung nicht ein Widerstand genommen werden kann, der proportional der Geschwindigkeit wirkt, woraus ich weiters schloss, dass die im Jahre 1874 vom Herrn Professor O. E. Meyer aufgestellte Theorie der elastischen Nachwirkung nicht jene Erscheinungen erklären kann, welche die Dämpfung von Torsionsschwingungen aufweisen. Dieses von mir gefundene Gesetz greift Herr Schmidt nicht an; ich erwähne diesen Umstand nur deshalb, weil ich im Folgenden dieses Gesetz zum Ausgangspunkte einiger Ueberlegungen machen werde.

Im Folgenden werde ich zu zeigen versuchen, dass unter Zugrundelegung zweier Voraussetzungen, deren Giltigkeit meines Wissens derzeit von Niemand bestritten wird, die Folgerung, dass das logarithmische Decrement von der Länge unabhängig sei, eine nothwendige ist.

Aus der früher citirten Abhandlung von O. E. Meyer geht hervor, dass bei einem Drahte, dessen Endquerschnitt verdreht ist, eine genaue Beobachtung zwar zeigt, dass nicht alle Querschnitte proportional ihrem Abstande vom Aufhängepunkte verdreht sind, dass jedoch in dieser Abweichung nicht die Erklärung der elastischen Nachwirkung gesucht werden kann. Es geht also übereinstimmend mit früheren Behauptungen Boltzmann's hervor, dass man die Erscheinung der elastischen Nachwirkung bei den Torsionen nur an dem untersten Querschnitte des aufgehängten Drahtes zu studiren braucht und für die übrigen Querschnitte annehmen kann, sie seien proportional dem Abstande vom Aufhängepunkte tordirt. Verfolgen wir daher im Gedanken einen Draht von der Länge l, während er Torsionsschwingungen ausführt, so finden wir, dass zu jeder Zeit die obere und untere Hälfte desselben der gleichen Torsion unterworfen sind, d. h. die untere Hälfte kann stets als ein congruentes Abbild der oberen betrachtet werden. Wenn daher durch molekulare Vorgänge im Drahte selbst die Amplitude der Schwingungen verkleinert wird, so betheiligen sich hieran die beiden Hälften in gleicher Weise. Man denke sich nun zwei Drähte von ganz gleicher Beschaffenheit und den Längen l_2 und l_1, so dass $l_2 = 2l_1$. Den Draht 2 belaste man mit einem Gewichte vom Trägheitsmomente K_2, den kürzeren Draht (1) mit dem doppelten Trägheitsmomente $K_1 = 2K_2$; die Gewichte mag man sich, um nicht überflüssigerweise eine Spannungsverschiedenheit mit hereinzuziehen, bei beiden Drähten

gleich denken. Nun versetze man beide Drähte in Schwingungen, und zwar mache man die Anfangsverdrehung des untersten Querschnittes beim doppelt so langen Drahte auch doppelt so gross. Da nach der Voraussetzung $K_2 l_2 = K_1 l_1$ die Drähte gleiche Schwingungsdauer haben, ferner die Verdrehungen pro Längeneinheit an beiden Drähten gleich gemacht wurden, so ist klar, dass die obere Hälfte des längeren Drahtes (2) sich identisch bewegen muss mit dem ganzen Drahte 1. Es ist eben für die obere Hälfte von 2 vollständig gleichbedeutend, ob unten ein Gewicht vom Trägheitsmomente $2\ K_2$ angehängt wird, oder ob dort ein Draht von der Länge $\frac{l_2}{2}$ befestigt ist, der an seinem unteren Ende ein Gewicht vom Trägheitsmomente $K_2 = \frac{1}{2}\ K_1$ trägt. Aus der Identität der Bewegungen, einerseits zwischen der oberen Hälfte von 2 und dem Drahte 1, andererseits zwischen der oberen Hälfte von 2 und dessen unterer Hälfte (die Bewegung letzterer relativ gedacht in Bezug auf den Halbirungspunkt des Drahtes 2), folgt nun, dass der unterste Querschnitt von 2 stets die doppelte Verdrehung hat wie der unterste Querschnitt von 1, daher die auf einander folgenden Amplituden an beiden Drähten auch stets das Verhältniss 2 : 1 enthalten müssen und daher weiters das logarithmische Decrement in beiden Fällen das gleiche sein muss.

Aus dieser Ueberlegung würde nun zunächst nur folgen, dass die logarithmischen Decremente ungeändert bleiben, wenn man die Länge eines Drahtes ändert, aber gleichzeitig im umgekehrten Verhältnisse das Trägheitsmoment des angehängten Gewichtes, so dass also die Schwingungsdauer dieselbe bleibt. Wenn nun aber die Erfahrung lehrt, dass das L vom Trägheitsmomente unabhängig ist, so kann man an dem kürzeren Drahte auch dasselbe Trägheitsmoment K_2 anbringen wie an dem längeren, woraus nun folgt, dass das logarithmische Decrement ungeändert bleibt, wenn man den durch ein Gewicht gespannten Draht beliebig verkürzt oder verlängert.

Obgleich mir die hier durchgeführte Ueberlegung vollkommen beweiskräftig scheint, so will ich doch, um etwaigen Missverständnissen vorzubeugen, im Folgenden meine Deductionen mit noch eingehenderer Begründung geben, bitte aber diejenigen der geehrten Herren Leser, die durch die vorangegangene Darstellung überzeugt wurden, den folgenden Absatz, der bis zum letzten Alinea dieses Abschnittes reicht, zu überschlagen.

Die beiden Drähte werden wieder so tordirt gedacht, dass die Verdrehung pro Längeneinheit in beiden dieselbe ist. In dieser Verdrehung können sie beliebig lang erhalten werden, während welcher Zeit das Drehmoment zufolge der elastischen Nachwirkung abnimmt, jedoch in beiden Drähten um gleich viel, da ihnen im ersten Augenblicke der Torsion auch das gleiche Drehmoment mitgetheilt worden war. Werden nun die Drähte gleichzeitig in Freiheit gesetzt und legt das Gewicht 2 im ersten Zeitmomente dt einen Weg $d\varphi$ zurück, so wird das Gewicht 1, nachdem es unter demselben Drehmomente steht, aber das doppelte Trägheitsmoment hat, nur den Bogen $\frac{d\varphi}{2}$ zurücklegen. Der Querschnitt im Halbirungspunkte des längeren Drahtes (2) legt aber auch zufolge der vorausgesetzten Proportionalität der Verdrehungen den Weg $\frac{d\varphi}{2}$ zurück. Es haben daher weiters auch am Ende des ersten Zeitelementes die obere Hälfte des Drahtes 2 und der ganze Draht 1 identische Bewegungen vollführt und haben auch unter einander wieder gleiche Drehmomente. Diese Ueberlegung kann nun für jedes folgende Zeitelement wiederholt werden, und so folgt schliesslich, dass, wie lange auch die beiden Drähte sich bewegen mögen, die obere Hälfte von 2 und der Draht 1 in allen ihren Merkmalen identisch sein werden; sie werden daher auch das gleiche logarithmische Decrement aufweisen. Da nun der Endquerschnitt dasselbe L liefert wie der Querschnitt des Halbirungspunktes (wie überhaupt alle Querschnitte desselben Drahtes), so folgt schliesslich, dass auch die Endpunkte der beiden Drähte ein und dasselbe L zeigen werden. Die weiteren Ueberlegungen folgen wie früher.

Schliesslich mache ich noch die Bemerkung, dass die Unabhängigkeit des L vom Querschnitte auf ähnliche Weise erschlossen werden kann wie die Unabhängigkeit von der Länge, dass man jedoch in diesem Falle einige Voraussetzungen machen muss, die zwar nicht so sicher sind als die im Vorhergehenden gemachten, die mir aber immerhin plausibel scheinen.

Anhang.

Ich komme jetzt auf die schon früher erwähnte und citirte Arbeit von Pisati zu sprechen.

Die Aufgabe, die sich derselbe stellte, war, den Elasticitätsmodul der Ausdehnung und Torsion und die Dämpfung der Torsionsschwin-

gungen für die verschiedenen Temperaturen und verschiedenen Metalle zu untersuchen. Bei seinen Arbeiten wurde er durch zwei Assistenten und zwei seiner Hörer unterstützt. Ich beschränke mich im Folgenden auf die Umgestaltung und Wiedergabe der Beobachtungen, welche sich auf die Dämpfung von Torsionsschwingungen beziehen.

Die Drähte, welche Pisati benützte, hatten eine Länge von beiläufig 65^{cm} und einen Durchmesser von $\frac{1}{4}$—$\frac{1}{2}$^{mm}. Die Temperaturen reichten von der Zimmertemperatur bis zu 300° C.

Um die Dämpfung zu untersuchen, tordirte er die Drähte um beiläufig 47°, worauf sie losgelassen, eine Anfangsamplitude von beiläufig 90° zurücklegten. Die Ablesung der Amplituden geschah durch einen Zeiger, der über einer Kreistheilung spielte. Warum Pisati nicht mit kleineren Amplituden operirte und nicht mit Spiegel und Scala ablas, findet sich nicht angegeben: man wäre fast versucht, Mangel an Bekanntschaft mit dieser Methode zu vermuthen; doch beweist Pisati vollständige Kenntniss der Literatur und hat insbesondere meine Arbeit genau gelesen.

Von einer Constanz des logarithmischen Decrementes ist natürlich bei so grossen Amplituden nicht die Rede; es wird dieses daher auch nicht als Maass der Dämpfung genommen, sondern die Anzahl der einfachen Schwingungen N gezählt, welche zur Reduction der Amplituden von 90° auf 10° nothwendig sind.

Die Erwärmungsvorrichtung war ähnlich wie bei meinem Apparate vom Jahre 1874, nur waren bei Pisati die Röhren von Blech und mit Oel gefüllt, und wurde direct durch Gasflammen erwärmt.

Pisati nahm nun zuerst einen nicht ausgeglühten (harten) Silberdraht und fand, dass die Zahl N, welche natürlich das verkehrte Wachsthum wie das L zeigt, bei fortgesetztem Schwingen zunahm, schliesslich aber constant blieb.

Hierauf wurde der Draht vorübergehend auf 100° erwärmt, was zur Folge hatte, dass nach wieder eingetretener Zimmertemperatur N neuerdings gestiegen war. Nachdem diese Procedur des vorübergehenden Erwärmens oft wiederholt worden war, trat abermals ein unveränderlicher Zustand ein. Als nun aber der Draht hierauf auf 200° und später auf 300° erwärmt wurde, musste in beiden Fällen der Process des Erwärmens öfter wiederholt werden, bis die Zahl N constant geworden war.

Noch grösser wurde N, wenn auch während des Erwärmens vom Drahte Schwingungen ausgeführt wurden. Diese Thatsachen stimmen mit den von mir beobachteten vollends überein.

Der noch nicht ausgeglühte Draht wurde durch die vorübergehenden Erwärmungen dem Zustande eines ausgeglühten Drahtes genähert, wobei die Dämpfung abnimmt; auch zeigt sich nach jeder solchen Zustandsänderung neuerdings Accommodation. (Diese Erscheinung widerspricht durchaus nicht der Thatsache, dass bei einem ausgeglühten Drahte, der schon sehr vollständige Accommodation besitzt, eine vorübergehende Erwärmung letztere wieder theilweise aufhebt.)

Den Zustand, in welchem die Dämpfung auch bei längerem Schwingen ungeändert bleibt, nennt Pisati den elastischen Normalzustand (stato elastico normale); es gibt also für jede höchste Temperatur einen eigenen elastischen Normalzustand. Aus meinen im Vorhergehenden mitgetheilten Beobachtungen bin ich genöthigt, die Existenz eines solchen Normalzustandes zu bezweifeln. Es mag wohl die Zahl N oder das L constant sein für mehrere auf einander folgende Beobachtungen; lässt man aber durch einige Tage den Draht ruhig der gleichen Spannung ausgesetzt, so sinkt L doch wieder.

Man muss jedoch zufrieden sein, wenn beim Studium der Abhängigkeit von der Temperatur mehrere auf einander folgende Beobachtungsreihen leidlich übereinstimmen.

Pisati beobachtete nun auf folgende Art. Er bestimmte zuerst bei der Zimmertemperatur die Zahl N, erhöhte dann die Temperatur in Intervallen von 10—20° C. und beobachtete bei jeder solchen Temperatur wieder die Zahl N. Auf diese Weise stieg er in den meisten Fällen bis 300° C. Solcher Serien von Beobachtungen stellte er bei jedem Drahte mehrere an. Die ersten zeigten natürlich keine Uebereinstimmung. Er machte deshalb so viele Serien, bis endlich die letzten drei ziemlich übereinstimmende Werthe lieferten, aus denen er nun die arithmetischen Mittel bildete, welche als dem elastischen Normalzustande angehörig in den Tabellen verzeichnet sind.

Würde Pisati nur die Zahl N mittheilen, so würde seine ganze Arbeit werthlos sein. Glücklicherweise macht er aber noch Angaben, die, um in gewöhnlicher physikalischer Terminologie zu sprechen, das Decrement als Function der Amplituden darstellen. Er theilt nämlich die Zahl N in zehn gleiche Theile und berechnet zuerst, welche Bögen

des Intervalles von $90-10^0$ nach je $\frac{1}{10}$ N erreicht sein müssten, falls das Gesetz des constanten Quotienten zweier auf einander folgender Amplituden bestehen würde. Diese Reihe der Bögen wäre: 90,0°, 72,3, 58,0, 46,6, 37,4, 30,0, 24,1, 19,3, 15,5, 12,5, 10,0, entsprechend den Werthen von 0, $\frac{1}{10}N$, $\frac{2}{10}N$..... N. Nun gibt er für die verschiedenen Drähte an, welche Bögen nach den einzelnen zehn Intervallen wirklich erreicht wurden. Eine solche Reihe (welche für den mit Nr. II bezeichneten Silberdraht gilt) war 90,0, 64,0, 50,1, 40,2, 32,7, 26,7, 21,8, 17,9, 14,5, 12,0, 10,0.

Diese Reihen sind, wie **Pisati** angibt, für ein und denselben Draht bei den verschiedenen Temperaturen bis zu einer gewissen Grenze dieselben, so dass z. B. für den hier in Betracht gezogenen Draht bei allen Temperaturen zwischen der Zimmertemperatur und 120° während des ersten Zehntels von N die Amplitude sich von 90° auf 64° verkleinerte. Für uns sind also verwendbar nur diejenigen Beobachtungen, welche unterhalb jener Grenztemperatur liegen: über diese hinaus reichen die gemachten Angaben nicht mehr aus, um aus N das L zu berechnen. Bei den zuletzt untersuchten Drähten sind auch für die höheren Temperaturen diese den zehn Intervallen von N entsprechenden Amplituden durch eigene Reihen angegeben, so dass die Beobachtungen an diesen Drähten auch bei den höheren Temperaturen verwerthet werden können. Bei einiger Liberalität kann man nun für die letzten vier Intervalle das logarithmische Decrement als constant betrachten; der Fehler, den diese Voraussetzung nach sich zieht, ist wenigstens gewiss nicht grösser als diejenigen Fehler, mit denen alle Beobachtungen bei der von **Pisati** angewandten mangelhaften Methode behaftet sind. Die Formel, nach der ich beim Drahte Nr. II das logarithmische Decrement aus der Zahl N berechnete, war:

$$L = 2\,\frac{\log 21{,}8 - \log 10{,}0}{0{,}4\,N}.$$

Es sind nämlich, während die Amplitude von 21,8 auf 10,0 sank, $0{,}4 \cdot N$ einfache Schwingungen zurückgelegt worden. Weil nun N die Zahl der **einfachen** Schwingungen angibt, ich aber unter L den **Brigg**'schen Logarithmus zweier gleichgerichteter Schwingungen verstehe, so kommt zum Vergleich mit meinen Angaben vor den Quotienten noch der Factor 2 hinzuzusetzen. Nach so gebauten Formeln sind nun die folgenden Tabellen berechnet, der einfacheren Schreibweise wegen jedoch wieder der mit 10^5 multiplicirte Werth von

L eingetragen. Sie gehen nur bis zu jenen Temperaturen, für welche Pisati den Zusammenhang zwischen N und der Amplitude angibt, enthalten aber auch alle hierher gehörigen Resultate, welche überhaupt verwendbar sind.

Durch das wiederholte Erwärmen und Schwingenlassen während des Erwärmens erfuhren die Drähte in allen Fällen eine permanente Ausdehnung, meist von einigen Millimetern. Unter der Länge (l) ist diejenige vor Beginn der Versuche verstanden; das Gleiche gilt vom Durchmesser (d). p bedeutet das spannende Gewicht, K das Trägheitsmoment. In allen Fällen, wo ich nicht eine specielle gegentheilige Angabe mache, war die höchste Temperatur, zu welcher der Draht während der Schwingungen gebracht wurde, 300°.

I. Silberdraht Nr. 1, hart.

$= 643{,}4^{\text{mm}} \quad d = 0{,}468^{\text{mm}} \quad p = 309^{\text{gr}} \quad K = 136^{\text{kgr mm}^2}.$

Für den ersten Silberdraht sind die Beobachtungen genauer mitgetheilt als für die übrigen Silberdrähte, es kann daher die erste Tabelle bis zu bedeutend höheren Temperaturen ausgedehnt werden als die späteren. Hingegen ist dieser Tabelle schon die zweite Versuchsreihe zu Grunde gelegt, sie gilt daher nicht für den Zustand, welchen Pisati als den elastischen Normalzustand bezeichnet.

Eine Folge davon ist, dass die den höheren Temperaturen entsprechenden Werthe von L, wie die Tabelle uns lehrt, mangelhaft und unsicher sind.

t	L	t	L
29°	103	220°	7003
53	184	230	6775
75	301	240	—
100	652	250	8560
120	954	260	7220
140	1846	270	10505
160	2952	280	9949
180	4472	290	11092
200	5912	300	15051
210	6337		

II. Silberdraht Nr. 2, hart.

$l = 608{,}3^{\text{mm}} \quad d = 0{,}504^{\text{mm}} \quad p = 482^{\text{gr}} \quad K = 71{,}30^{\text{kgr mm}^2}.$

t	L	t	L
16,6°	91	80,0°	260
31,5	121	98,6	423
41,5	141	119,0	529
58,5	199	119,4	677
68,5	211		

III. Silberdraht Nr. 3, hart.

$l = 627{,}9 \quad d = 0{,}370 \quad p = 202 \quad K = 20{,}25.$

t	L
18,2°	102
48,5	152
98,6	346
124,6	692

IV. Silberdraht Nr. 4, hart.

$l = 650{,}5 \quad d = 0{,}272 \quad p = 202 \quad K = 20{,}25.$

t	L
17,7°	102
40,0	127
58,5	171
98,6	420
119,4	1060

Die Tabelle enthält die Mittelwerthe der 3. und 4. Beobachtungsreihe, bei welcher der elastische Normalzustand noch nicht erreicht war. Es mussten jedoch die Versuche mit dieser Belastung abgebrochen werden, da sich das Gewicht als zu schwer für diesen Draht erwies; es wurden deshalb bei geringerer Belastung noch vier Reihen beobachtet; die Mittelwerthe der 7. und 8. Reihe sind in der folgenden Tabelle enthalten.

$p = 106 \qquad K = 6{,}27.$

t	L	t	L
17,2°	99	76,0	187
38,5	122	98,6	374
48,5	137	122,0	647
58,5	143		

Bei den höheren Temperaturen sind hier, also für den elastischen Normalzustand, die Werthe des L kleiner als in der früheren Tabelle. Für die niederen Temperaturen stimmen die Werthe ziemlich überein.

Diese letzten vier Tabellen enthalten auch Werthe von L für die Temperaturen, welche nahe um 17° liegen, und erlauben deshalb einen Vergleich. Ich habe nun unter Voraussetzung eines für die niederen Temperaturen geltenden linearen Verlaufes von L diese Werthe auf die Temperatur von 17° corrigirt und in der folgenden Uebersichtstabelle zusammengestellt.

II	92
III	100
IVa	101
IVb	99

Wenn man auch aus dieser Uebereinstimmung nicht das Gesetz der Unabhängigkeit des L von Trägheitsmoment, Länge und Durchmesser ableiten könnte, so sieht man doch, dass diese Werthe jenem Gesetze recht gut Folge leisten. Den Draht I konnte ich nicht zu diesem Vergleiche heranziehen, da für ihn kein in der Nähe von 17° liegender Werth von L angegeben ist und dieser Draht auch den anderen Drähten gegenüber eine Ausnahmstellung einnimmt, da er durch zwei Monate zu Vorversuchen verwendet worden war.

V. Silberdraht, weich.

$l = 657 \quad d = 0{,}458 \quad p = 0{,}309 \quad K = 136{,}08.$

t	L	t	L
24°	70	117°	206
67	99	147	362
97	138	197	900

VI. Eisen, weich.

$l = 660 \quad d = 0{,}423 \quad p = 0{,}309 \quad K = 136{,}08.$

Beim Eisen ist die Accommodation sehr gross uud die Abhängigkeit von der Temperatur kleiner als bei den anderen Metallen, das Platin ausgenommen. Dies hatte zur Folge, dass anfänglich selbst bei wachsender Temperatur L doch abnahm; als aber bei Wiederholung der Beobachtungen die Reihen übereinstimmend wurden, war auch diese Abweichung verschwunden, uud es ergab sich wie bei den übrigen Metallen mit steigender Temperatur eine Zunahme des L, was die folgende Tabelle zeigt.

t	L	t	L
19,5°	39,8	140°	81,5
47	40,8	160	114,1
77	45,0	190	202,4
107	55,2		

Um die Grösse der Accommodation ermessen zu können, theile ich mit, dass beim Beginne der Beobachtungen und bei der Zimmer-

temperatur zur Reduction der Amplitude von 90° auf 10° 600 Schwingungen nothwendig waren, schliesslich aber 4300.

VII. Stahl, weich.

$l = 651 \quad d = 0{,}494 \quad p = 0{,}309 \quad K = 130{,}08.$

t	L	t	L
22°	23,6	97°	27,3
47	23,9	140	34,4
68	24,9	170	40,0

Auch beim weichen Stahldrahte war die Accommodation sehr bedeutend. Anfänglich geschah die Reduction der Amplitude von 90° auf 10° durch 1200 Schwingungen, schliesslich durch 7300.

VIII. Kupfer, hart.

$l = 651 \quad d = 0{,}495 \quad p = 0{,}482 \quad K = 71{,}30.$

t	L	t	L
12°	64,0	100°	94
50	66,8	150	293
75	73	175	732

IX. Kupfer, weich.

$l = 631 \quad d = 0{,}386 \quad p = 0{,}299 \quad K = 130{,}09.$

Maximaltemperatur 250°.

t	L	t	L
28°	40	200°	884
50	43	210	1200
75	47	220	1600
100	54	230	2212
125	88	240	3004
150	176	250	3504
175	396		

X. Messing, hart.

$l = 650 \quad d = 0{,}495 \quad p = 0{,}309 \quad K = 136{,}08.$

t	L	t	L	t	L
20°	24,6	175°	461	250°	4610
50	27,9	190	615	260	6160
75	33,6	200	923	270	7100
100	48,6	220	1346	280	7690
125	83,9	230	2310	290	9230
150	205	240	3080	300	11540

XI. Messing, weich.

$l = 635 \quad d = 0,381 \quad p = 0,299 \quad K = 130,09.$

Maximaltemperatur 250°.

t	*L*	*t*	*L*
29,5°	42,9	200°	685
50	46,0	210	1007
75	49,2	220	1429
100	52,7	230	2140
125	67,1	240	3293
150	109	250	4231
175	257		

XII. Gold, hart.

$l = 658 \quad d = 0,508 \quad p = 0,299 \quad K = 130,09.$

Maximaltemperatur 250°.

t	*L*	*t*	*L*
23,4°	37,1	200°	561
50	39,1	210	722
75	45,0	220	935
100	56,2	230	1120
125	85,7	240	1400
150	153	250	1870
175	306		

XIII. Platin, hart.

$l = 644 \quad d = 0,494 \quad p = 0,309 \quad K = 136,08.$

t	*L*	*t*	*L*
25°	21,9	200°	41,2
50	21,6	225	52,5
110	23,7	250	72,2
125	25,5	275	96,2
150	27,9	300	133
175	31,5		

Auch beim Platin nahm bei den ersten Versuchen mit wachsender Temperatur *L* entschieden a b, und selbst nachdem die Accommodation schon bedeutend eingetreten war, zeigte sich noch bei den niederen Temperaturen eine Abweichung vom gewöhnlichen Gesetze. Es wird jedoch Niemand daran zweifeln, dass bei noch vollständigerer Accommodation das harte Platin keine Ausnahme von den übrigen Metallen bilden wird. Das Platin zeigt eben unter allen Metallen die geringste

Abhängigkeit von der Temperatur, und es kann daher die noch vorhandene Accommodation leicht einen überwiegenden Einfluss bilden.

XIV. Platin, weich.

$l = 651 \quad d = 0{,}506 \quad p = 0{,}299 \quad K = 130{,}09.$

Maximaltemperatur 250°.

t	L	t	L
24,5°	17,7	150°	28,1
50	18,3	175	32,2
75	22,4	200	39,6
100	23,8	225	60,0
125	25,6	250	83,0

Beim ausgeglühten Platindrahte ist also der Verlauf regelmässig.

XV. Aluminium, hart.

$l = 653 \quad d = 0{,}507 \quad p = 0{,}211 \quad K = 89{,}81.$

t	L	t	L
23,4°	172	175°	3040
50	272	200	5250
75	495	220	7210
100	754	230	8030
125	1080	240	8880
150	1700	250	9950

Das Aluminium zeigt von allen Metallen die stärkste Dämpfung.

Kleinere Mittheilungen.

Ueber einige Folgerungen aus der mechanischen Theorie der Wärme.

Von

N. Sluguinoff.

1. Bei allen Körpern der Natur besteht eine Abhängigkeit zwischen Temperatur t, Volumen v und Druck p:

$$t = F(p, v).$$

Bestimmen wir die Form dieser Function für Gase auf Grundlage der mechanischen Theorie der Wärme und mit Hilfe gewisser Annahmen. Clausius hat folgende Gleichung nachgewiesen:

$$E(c' - c) = T\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right) \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right), \tag{I}$$

in welcher c' die specifische Wärme bei constantem Drucke, c die specifische Wärme bei constantem Volumen und $\frac{1}{E}$ das Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit bedeutet. Diese Gleichung gilt allgemein, wenn der Körper seinen Aggregatzustand nicht ändert und seine Zustandsänderungen auf umkehrbare Weise erfolgen. Die Wärmecapacitäten c' und c sind dabei als veränderliche angesehen.

Wenn wir mit α_p den Spannungscoëfficienten und mit α_v den Ausdehnungscoëfficienten bezeichnen, so haben wir die Gleichungen:

$$v = v_0(1 + \alpha_v t), \quad p = p_0(1 + \alpha_p t).$$

Wenn wir voraussetzen, dass α_v und α_p (für die permanenten Gase wenigstens) von der Temperatur unabhängig sind, so können wir schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} &= \alpha_v v_0 = \frac{\alpha_v v}{1 + \alpha_v t} = \frac{v}{a_v + t} \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= \frac{\alpha_p p}{1 + \alpha_p t} = \frac{p}{a_p + t}, \end{aligned}\right\} \tag{II}$$

wo

$$\frac{1}{\alpha_v} = a_v \text{ und } \frac{1}{\alpha_p} = a_p.$$

Substituiren wir nun die beiden Differentialquotienten (II) in Gleichung (I), so erhalten wir:

$$E(c' - c) = T\frac{vp}{(a_p + t)(a_v + t)}.$$

Bezeichnen wir das Verhältniss $\frac{c'}{c}$ mit $1 + k$ und $\frac{(a_p + t)(a_v + t)}{T}$ mit $\varphi(t)$, so wird

$$pv = Ekc\frac{(a_p + t)(a_v + t)}{T} = Ekc\varphi(t). \tag{III}$$

Die Differentiation obiger Gleichung führt auf folgende zwei partielle Differentialquotienten:

$$\frac{\partial v}{\partial t}\cdot\frac{1}{v}=\frac{\varphi'(t)}{\varphi(t)}+\frac{\partial kc}{\partial t}\cdot\frac{1}{kc}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t}\cdot\frac{1}{p}=\frac{\varphi'(t)}{\varphi(t)}+\frac{\partial kc}{\partial t}\cdot\frac{1}{kc}.$$

Vergleichen wir diese Gleichungen mit den Gleichungen (II), so erhalten wir:

$$a_p = a_v, \qquad (1$$

d. h. der Ausdehnungscoëfficient ist also gleich dem Spannungscoëfficienten.

Bezeichnen wir die Grösse des einen wie des andern durch $\alpha = \frac{1}{a}\cdot$ Durch Integration der Gleichung

$$\frac{1}{a+t}+\frac{\partial kc}{\partial t}\cdot\frac{1}{kc}=\frac{1}{T}$$

finden wir:

$$kc = C\frac{T}{a+t}, \qquad (2$$

wo C eine constante Grösse ist.

Unter Benutzung der Formel (1) geht die Gleichung (III) in die folgende über:

$$pv = Ekc\frac{(a+t)^2}{T} \qquad (IV$$

oder auch

$$pv = EC(a+t). \qquad (V$$

2. Beziehung zwischen der specifischen Wärme und dem Molekulargewicht.

Die Gleichung (2) zeigt, dass mit steigender Temperatur kc sich der Grenze C nähert. Nehmen wir kc als constant an, so folgt

$$a+t=T$$

und sonach auch

$$pv = EkcT. \qquad (VI$$

Bezeichnen wir die Dichtigkeit mit d, so ist

$$vdg = 1,$$

und

$$\frac{p}{gd} = EkcT. \qquad (3$$

Nehmen wir an, Gleichung (3) gelte für ein beliebiges Gas, so wird für ein anderes Gas, z. B. Wasserstoff, bei gleichem Drucke und gleicher Temperatur die Dichtigkeit einen Werth d_1, die specifische Wärme einen Werth c_1 und das Verhältniss $\frac{c'}{c}$ einen Werth $1+k_1$ haben und für Wasserstoff die Beziehung

$$\frac{p}{gd_1} = Ek_1c_1T \qquad (4$$

bestehen.

Dividirt man Gleichung (3) durch Gleichung (4), so erhält man:

$$d k c = k_1 c_1 d_1.$$

Der Quotient $\frac{d}{d_1}$ ist das specifische Gewicht des ersten Gases in Bezug auf den Wasserstoff. Bezeichnen wir $\frac{d}{d_1}$ mit δ und die Grösse $k_1 c_1$ mit B, so wird

$$\delta k c = k_1 c_1 = B. \qquad (5$$

Man erkennt hieraus, dass für alle Gase der Werth $\delta k c$ eine constante Grösse ist. Dieser Satz ist freilich nicht neu, doch dürfte wohl folgende Beziehung neu sein, die sich sofort aus ihm ergibt.

Es soll später gezeigt werden, dass zwischen dem Molekulargewicht q und dem specifischen Gewicht δ die Beziehung

$$\delta = \frac{q}{2}$$

besteht. Benutzen wir nun diese Formel, so ergibt sich aus (5):

$$q c = \frac{2B}{k}. \qquad (VII$$

Dieser Satz lässt sich folgendermassen aussprechen: das Product aus dem Molekulargewicht der Gase und ihrer specifischen Wärme ist der Grösse $\frac{c'}{c} - 1$ umgekehrt proportional. Nach den Versuchen von Regnault ist $c'_1 = 3{,}409$, nach den Versuchen von Cazin $k_1 = 0{,}41$; es ist also ohne merklichen Fehler in runder Zahl:

$$k_1 c_1 = B = 1.$$

Durch Substitution dieses Werthes in die Gleichung (VII) folgt:

$$q c = \frac{2}{k}$$

und hieraus

$$q c' = 2 \frac{1 + k}{k}.$$

Bekannt ist, dass der Werth c' mit der Temperatur zunimmt. wir können also auf Grundlage der oben angeführten Gleichungen schliessen, dass k mit steigender Temperatur kleiner wird.

Die Richtigkeit dieses Resultats ist durch die Versuche von A. Wüllner[1]) bestätigt.

3. Es ergibt sich aus der kinetischen Gastheorie, dass, wenn u die mittlere Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung der Gasmoleküle und g die Beschleunigung bei dem freien Fall bedeutet, folgende Gleichung stattfindet:

$$p v = \frac{n q u^2}{3} = \frac{u^2}{3 g}.$$

[1]) Wied. Ann. Bd. 2 S. 195.

Wir haben oben gefunden, dass

$$pv = EkcT = E\frac{T}{\delta}.$$

Aus dieser und der vorstehenden Formel folgt die Gleichung:

$$\left.\begin{aligned} u^2 &= 3gEkcT \\ u &= \sqrt{3gE}\sqrt{\frac{T}{\delta}} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IX}$$

oder auch

$$T = \frac{1}{3gE}u^2\delta.$$

Avogadròs' Regel. Sind die Temperaturen der zwei Gase einander gleich, so ist $qu^2 = q_1 u_1^2$ [1])

und

$$T = \frac{1}{3gE}\delta_1 u_1^2 = \frac{1}{3gE}\delta u^2.$$

Dividiren wir Glied für Glied die erste Gleichung durch die zweite, so erhalten wir:

$$\frac{q_1}{\delta_1} = \frac{q}{\delta}.$$

Sind q_1 und δ_1 Molekulargewicht und specifisches Gewicht des Wasserstoffs, so ist $\delta_1 = 1$, $q_1 = 2$ und es wird

$$\delta = \frac{q}{2}.$$

4. Wenn wir die Coëfficienten α_p und α_v als Functionen der Temperatur betrachten, so hätten wir bei 0° C. für alle Gase:

$$kc\delta = \text{Const.}\ \alpha_p\,\alpha_v$$

oder

$$c' - c = \text{Const.}\frac{\alpha_p\alpha_v}{\delta}.$$

5. Wir können die oben entwickelten Formeln (2), (IV) und (V) auch für feste Körper in Anwendung bringen, wenn wir auch für sie voraussetzen, dass α_p und α_v von der Temperatur unabhängig sind. Hier bedeutet p den Elasticitätsmodul $\mathcal{E}$ oder die Grösse der Molekularanziehung pro Quadrateinheit.

Ist P die äussere Kraft bezogen auf die Flächeneinheit und dv die Volumenverminderung, so besteht bei einer gegebenen Temperatur die Beziehung:

$$(P + \mathcal{E})(v - dv) = \mathcal{E}_v,$$

woraus folgt:

$$\mathcal{E} = P\frac{v - dv}{dv}.$$

Wenn wir dv gegen v vernachlässigen, so erhalten wir für den Elasticitätsmodul den bekannten Ausdruck:

$$\mathcal{E} = P\frac{v}{dv}.$$

1) O. Meyer, die kinetische Theorie der Gase S. 52.

Nachträgliches zu den Pendelexperimenten.

Von

Dr. C. Isenkrahe.

Ueber meine unter diesem Titel im zweiten diesjährigen Heft des Repertoriums veröffentlichte Abhandlung urtheilt ein Herr F. A in den Beiblättern zu Wied. Annalen, dass die von mir beschriebenen Versuche geeignet seien, einem grossen Auditorium die Wellengesetze vor Augen zu führen, dass sie aber „stillschweigend oder eingestandenerweise eine Reihe von Kenntnissen und Vorstellungen bereits voraussetzen". Ferner sei „der Uebelstand nicht beseitigt dass alles nahezu in einer horizontalen Ebene vor sich geht".

Die erste Bemerkung ist eigentlich selbstverständlich; denn da unser „Repertorium" seinen Hauptleserkreis schwerlich unter den Elementarlehrern besitzt, so habe ich bei meinen Experimenten mir auch nicht deren Schüler, sondern Gymnasiasten oder Realschüler als lernendes Publikum gedacht und hielt mich somit für berechtigt, eine gewisse Reihe von „Kenntnissen und Vorstellungen" als vorhanden anzunehmen. Optik und Wärmelehre werden übrigens wohl durchgängig erst in den obersten Klassen vorgetragen; soll man da nicht die elementarsten Sätze der Mechanik, den Isochronismus der Pendelbewegungen, die Abhängigkeit der lebendigen Kraft von der Fallhöhe u. s. w. als bekannte Dinge voraussetzen dürfen? Alle darüber hinaus noch erforderlichen „Kenntnisse und Vorstellungen" bilden aber den eigentlichen Inhalt des obligatorischen Lehrpensums in der Akustik, Optik und Wämelehre. Ich setzte demgemäss bei meiner Abhandlung nicht voraus, dass der Schüler sie schon mitbringe, sondern dass er sie während des Unterrichts empfange, und zwar im Anschluss an die von mir beschriebenen Experimente.

Da es doch nun einmal unerlässlich ist, die einfachsten Gesetze über die Schwingungen der Luft und des Licht und Wärme vermittelnden Aethers dem Gymnasiasten klar zu machen, so habe ich diese Gesetze, bevor sie auf ein unsichtbares und ungreifbares Medium angewandt wurden, zuerst an Pendeln zu deutlicher Anschauung zu bringen gesucht. Natürlich ist ein solches Verfahren am wünschenswerthesten gerade für diejenigen Probleme, welche bei einer rein abstracten Darstellungsweise die grössten Schwierigkeiten bereiten, wie beim Gesetz von der Superposition, bei den Interferenz- und Absorptionserscheinungen etc. Sind die hier obwaltenden mechanischen Verhältnisse am Pendel-

experiment deutlich gesehen worden, so hat die Behandlung derselben in der Optik weit geringere Schwierigkeiten. Allerdings habe ich manche der beim Unterricht zur Verknüpfung und Erläuterung nothwendig vorzutragenden Punkte in meiner Abhandlung übergangen oder nur flüchtig angedeutet, einfach aus dem Grunde, weil die üblichen Handbücher das Erforderliche schon enthalten. Die einzige Ausnahme hiervon ist, so viel ich sehe, eine auf S. 116 benutzte Formel, von der ich nicht weiss, ob sie sich sonstwo findet, und die also auch möglicherweise die Hauptveranlassung zu der Bemerkung des Referenten gegeben haben könnte.

Wenn ich hieraus den Anlass nehme, auf die betreffende höchst einfache Formel noch nachträglich zurückzukommen, so geschieht es nicht bloss, um den Vorwurf allzuhoher „Voraussetzungen" zu entkräften, sondern um bei dieser Gelegenheit zugleich auf ein Beispiel einer leichten goniometrischen Secundaner-Aufgabe hinzuweisen, die sich in physikalischem Gewande darbietet.

Es handelt sich beim sechsten Experiment u. A. darum, zwei Pendel von ungleicher Länge so ins Schwingen zu bringen, dass sie von Anfang an eine gleiche Energie mit auf den Weg bekommen. Diese Aufgabe ist natürlich sofort gelöst, wenn beide aus ihrer Ruhelage so weit herausgehoben werden, dass die Fallhöhen einander gleich sind. Heisst die Pendellänge l, der Ausschlagwinkel α, so ist die Fallhöhe $l - l\cos\alpha$; woraus sich die Gleichung ergibt:

$$l_1 - l_1 \cos\alpha_1 = l_2 - l_2 \cos\alpha_2$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{1-\cos\alpha_2}{1-\cos\alpha_1}$$

$$\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{\sin\frac{1}{2}\alpha_2}{\sin\frac{1}{2}\alpha_1}.$$

Je nachdem man von den hier in Betracht kommenden Grössen die eine oder andere entweder numerisch oder durch weitere Bestimmungsgleichungen festsetzt, lässt sich die Aufgabe mannigfach variiren — und ich würde mich in der That wundern, wenn sie sich nicht schon in einer der bekannten Sammlungen von physikalischen Schulaufgaben in irgend einer Form vorfinden sollte.

Ist es begründet, ein Experiment zu tadeln, weil es die Lösung einer derartigen Aufgabe voraussetzt? Eher möchte ich etwas pädagogisch Empfehlenswerthes darin finden, dass man die Gelegenheit benutzt, abstracten mathematischen Aufgaben nicht bloss einen fingirten,

sondern einen realen, unmittelbar praktischen Zweck zu geben. Mancher College wird ohne Zweifel mit mir wünschen, er hätte bei allen Uebungsaufgaben zur Steigerung des Interesses seiner Schüler jedes Mal ein derartiges Mittelchen zur Verfügung.

Im Uebrigen habe ich aber in meiner Abhandlung schon darauf hingewiesen, wie man auch ohne trigonometrische Rechnung das betreffende Experiment mit genügender Genauigkeit anstellen könne.

Die zweite Bemerkung in Betreff des „Uebelstandes, dass alles nahezu in einer horizontalen Ebene vor sich gehe“ legt mir die Vermuthung nahe, dass ich nicht das Glück gehabt habe, von dem Herrn Referenten genügend verstanden zu werden. Ich möchte deshalb zur Berichtigung dieses ganz unerwarteten Missverständnisses hier nochmals darauf hinweisen, wie die Schwingungen in den einzelnen Fällen vor sich gehen sollen.

Da ich übrigens nicht etwa mit Zöllner'schen Horizontalpendeln, sondern mit Bleikugeln, die an dünnen Eisendrähten vertikal herunterhängen, experimentirt habe, so kann nicht im eigentlichen Sinne davon die Rede sein, dass „alles in einer Horizontalebene vor sich gehe“, zumal da nicht bloss die Kugeln, sondern auch die vertikalen Drähte noch ziemlich weit sichtbar sind. Zudem kann man den Umstand, dass bei langen Pendeln die Bahn der Kugel nahezu eine horizontale Linie ist, noch nicht ohne weiteres als einen „Uebelstand“ des Experimentes bezeichnen; denn sollen die Oscillationen eines Pendels auch von einem entfernt sitzenden Beobachter deutlich wahrgenommen werden, so ist nur dafür zu sorgen, dass dieselben weder an und für sich zu klein sind, noch in Folge perspectivischer Verkürzung zu klein erscheinen. Hätte man in einem Circus zu experimentiren, oder etwa in einem ähnlich gebauten Auditorium, so würde es allerdings immer einen Ort geben, von wo aus gesehen die horizontale Bahn der Pendelkugeln allzusehr verkürzt erschiene, und es bliebe dann wohl nicht viel Anderes übrig, als durch irgend ein Mittel diese Bahn vertical zu machen. An solche Locale habe ich nun allerdings nicht gedacht, sondern an rechteckige Räume, bei denen der Experimentirtisch sich an einer Seitenwand befindet.

Ist die Bahnebene des Pendels mit dieser Wand parallel und ist dabei der Ausschlag ein beträchtlicher, so darf man mit der Deutlichkeit des Experimentes ganz zufrieden sein. In dem Falle, wo zwei Pendel zugleich schwingen und es sich darum handelt, zu beobachten,

wann die Phasen derselben gleich und wann sie entgegengesetzt sind, da ist wiederum eine horizontale Bahn der Pendelkugeln durchaus genügend, selbst auf die Gefahr hin, dass unter den Augen der Zuschauer sich auch einige befinden, welche in gewissen Momenten mit den beiden Kugeln zufällig auf einer und derselben geraden Linie liegen. In solchen Fällen kann zwar eine Verdeckung der hinteren Kugel durch die vordere stattfinden, aber da dieselbe nur momentan ist, so vermag sie die Deutlichkeit des Vorganges gar nicht wesentlich zu beeinträchtigen.

Bei derjenigen Einrichtung des ersten Experimentes (Additions- und Subtractionswirkung periodischer Impulse), welche ich auf S. 103 beschrieben habe, ist ein solches Arrangement gewählt, und ich habe in der That durchaus keinen „Uebelstand" dabei gefunden; sonst hätte ich ihn leicht beseitigen können.

Bei dem zweiten Experiment liegt die Sache anders. Hier handelt es sich um die Darstellung transversaler Wellen, die Kugeln stellen in jedem Augenblick Punkte einer beweglichen, gekrümmten Linie dar, und da ist es allerdings von Interesse für den Zuschauer, in welcher Ebene diese Linie liegt. In der zuerst von mir beschriebenen Form des Experimentes liegt diese Linie nahezu in einer Horizontalebene, und ich habe den hieraus für die entfernter Sitzenden resultirenden Uebelstand nicht nur selbst deutlich genug hervorgehoben, sondern auch drei verschiedene Hilfsmittel angegeben, von denen namentlich das erste und dritte den Uebelstand dadurch vollständig beseitigen, dass sie die horizontale Wellenlinie direct in eine vertikale umwandeln. Hätte sich mir bei dem eben erwähnten ersten Experiment dieser Uebelstand gleichfalls praktisch bemerklich gemacht, so würde jede von diesen Methoden denselben eben so gut beseitigt haben.

Beim dritten Experiment handelt es sich um longitudinale Wellen; die Punkte stellen keine krummen Linien dar, sondern nur den Wechsel von Verdichtung und Verdünnung auf einer geraden Strecke. Warum sollte diese nun nicht horizontal sein dürfen? Ich bezweifle sehr, dass es einem Experimentator, welcher etwa statt der Pendel eine zum Drehen eingerichtete sogenannte Wellenmaschine benutzt, je einfallen wird, seine Maschine auf den Kopf zu stellen, weil er der Ansicht ist, die „horizontale" Lage dieser Wellenlinie sei ein „Uebelstand".

Beim vierten Experiment soll die Erscheinung der Consonanz verdeutlicht werden; es handelt sich darum, unter einer Scala von Pendeln dasjenige zu erkennen, welches durch die Bewegungen eines schweren Gewichtes ins Mitschwingen gebracht wird. Die Bahnen selbst, ihre Form und der Wechsel der Amplitüden sind nicht Gegenstand der Beobachtung, sondern die einzige Frage ist: Mitschwingen oder nicht? Bei dem beschriebenen Experiment geräth nun das einzige consonirende Pendel in ein so intensives Mitschwingen, dass sein Weg reichlich einen Meter Länge hat. Dieser Bogen weicht aber von der geraden Linie schon so sehr ab, dass er nach keiner Richtung hin bis zur Unerkennbarkeit verkürzt erscheinen kann. Sollte indess Jemandem die Deutlichkeit des Experimentes wirklich nicht genügen, so brauchte er wiederum nur die ad 2 angegebenen Hilfsmittel anzuwenden.

Das fünfte Experiment ist nur eine Variation des ersten. Da aber die Pendel jetzt von ungleicher Länge sind, so kann gar keine Bedeckung vorkommen, und da die Ausschläge vor den Augen der Zuschauer nach rechts und links geschehen, so ist alles ganz übersichtlich.

Eben so ist es beim sechsten, zur Veranschaulichung der Absorptionserscheinungen dienenden Versuch, wenn er auf die zweite von mir ausführlich beschriebene und besonders empfohlene Weise angestellt wird. Die beiden Motorpendel sind ungleich lang und schwingen nach rechts und links. Die Kugeln der Absorptionspendel bilden eine gerade Linie und bewegen sich ohne Veränderung ihres gegenseitigen Abstandes ebenfalls nach rechts und links; also ist wiederum weder eine Bedeckung noch eine bemerkenswerthe Verkürzung vorhanden, und das Ganze präsentirt sich vollkommen deutlich.

Ich muss demnach annehmen, dass die Bemerkung des Herrn F. A. „Auch ist der Uebelstand nicht beseitigt, dass alles nahezu in einer horizontalen Ebene vor sich geht" in irgend einem Missverständniss ihren Grund habe. Bloss bei einem der beschriebenen Experimente war dieser Uebelstand überhaupt vorhanden, und da ist er von mir in dreifacher Weise gehoben worden. Wäre er bei einem der übrigen Versuche bemerklich geworden, oder sollte er sich etwa in einem besonders grossen Hörsaal und bei Benutzung eines nicht dem entsprechend vergrösserten Apparates noch bemerklich machen, so würde seine Beseitigung durch die beim zweiten Experiment angegebenen Mittel keine Schwierigkeit bieten.

Ueber Herrn Prof. Bauer's „Erwiderung".

Von

Dr. C. Isenkrahe.

Mit grösstem Erstaunen habe ich im 5. Heft des Repertoriums die meine Person betreffende Abhandlung des Herrn Prof. Bauer aus Karlsruhe gelesen und darin die Nachricht gefunden, dass ich mit jenem Herrn „Händel suche", dass ich seinem Spiegel- und Linsenvortrag „die Anerkennung möglichst zu schmälern strebe" und zu diesem Zweck die Einleitung meines Pendelaufsatzes „ihm gewidmet" habe. Wie es kam, dass dies mir bis dahin gänzlich unbekannt geblieben war, erklärt sich folgendermassen.

Auf den in Baden von Herrn Prof. Carl geäusserten Wunsch betreffs Ausarbeitung meiner damaligen privaten Mittheilungen über Pendelexperimente entgegnete ich anfangs, dieser Gegenstand läge dem Gebiete meiner augenblicklichen wissenschaftlichen Bestrebungen gänzlich fern; ich könnte zudem nicht dafür einstehen, dass sämmtliche Experimente noch neu seien etc., worauf mir erwidert wurde, letzteres sei ja auch nicht erforderlich, die Sache scheine auf jeden Fall Interesse genug zu bieten, man könne ja, um späteren Prioritätsreclamationen vorzubeugen, in einigen vorhergeschickten Bemerkungen klar aussprechen, welchen Grund und Zweck die Arbeit habe, welche Ansprüche sie erhebe und welche nicht.

Ich gab mein Versprechen, löste es ein, befolgte dabei den erhaltenen Rath und schickte einige einleitende Sätze voraus, welche dem angegebenen Zwecke dienen sollten. Dieselben erfüllen ihn auch auf einfache Art durch kurze Mittheilung der Entstehungsgeschichte meiner Arbeit und gipfeln in der ausdrücklichen Bemerkung: „Aus diesen Umständen geht hervor, dass gegenwärtiger Aufsatz keineswegs nur Neues zu bringen prätendirt etc."

In Folge der hierdurch bestimmt fixirten Tendenz der erwähnten „Einleitung" war mir die von Herrn Prof. Bauer für seine Person in Anspruch genommene Dedication derselben ganz etwas Neues, und ich bin auch nicht wohl im Stande, letztere noch nachträglich zu approbiren. Denn der Connex jener Vorbemerkungen mit diesem Herrn ist nur ein zufälliger; sein Name würde darin überhaupt nicht genannt worden sein, wenn meine mündlichen Mittheilungen an den Herausgeber dieser Zeitschrift sich nicht gelegentlich an den gerade desselbigen Tages von Prof. Bauer gehaltenen Vortrag angeknüpft hätten.

Nun habe ich aber überhaupt weder Zeit noch Lust „Händel zu suchen", andererseits kenne ich weder ein wissenschaftliches noch ein praktisches Interesse, um dessentwillen ein Angriff gegen Prof. Bauer und seinen Spiegel- und Linsenvortrag am Platze scheinen könnte; demnach fehlt der incriminirten Einleitung zu einer aggressiven Tendenz jedes Motiv vollständig.

Dass sie in der That auch keinen Angriff enthält, ist durch Analyse der wenigen den genannten Herrn überhaupt tangirenden Zeilen leicht darzuthun. Damit wird meine ganze Verantwortlichkeit aber auch erledigt sein; denn dass ich nur dasjenige zu vertreten brauche, was ich geschrieben, nicht was Herr Prof. Bauer oder sein „befreundeter Mechaniker" daraus herausgelesen hat, ist selbstverständlich.

Ehe ich damit beginne, erlaube ich mir die Aufmerksamkeit noch auf den Umstand zu lenken, dass ich nach Bauer's Ausspruch mit den „betreffenden Zeilen" mich damals schon „selbst gerichtet habe"; es muss ihm anheimgegeben werden, vielleicht einen Beweis der erschütternden Wirkung jener „unübertroffenen Bibelsprüche", die er gegen mich in die Schlacht führt, darin zu erblicken, dass ich zur Busse meiner Sünden diesen Act der Hinrichtung nochmals vollziehen und alle Momente des blutigen Dramas einzeln zur Schau stellen werde.

Die erste Abtheilung desselben enthält weiter nichts als die Worte: „Verfasser äusserte seine Meinung dahin, dass Prof. Bauer ein Kapitel der Optik, welches an sich schon nicht besonders schwierig sei, noch etwas leichter und mundgerechter gemacht habe; es gebe indess andere Kapitel, deren Bewältigung den Schülern der Physik grössere Schwierigkeiten zu bieten pflege, z. B. der Abschnitt über die Interferenzerscheinungen."

Hierin sind drei Dinge als „Meinung" des Verfassers hingestellt worden:

1. Das Kapitel über die Spiegel und Linsen sei nicht besonders schwierig [1]).
2. Herr Prof. Bauer habe es noch leichter gemacht.
3. Der Abschnitt über die Interferenzerscheinungen sei schwieriger.

Das Object der ersten und dritten These liegt gänzlich ausserhalb der Verantwortlichkeit des Herrn Prof. Bauer. Kommt mir beim Unterricht dieses oder jenes Kapitel schwierig vor oder leicht, so bildet weder der eine noch der andere Fall einen Vorwurf gegen diesen Herrn.

---

1) Es handelt sich um das Pensum des Realgymnasiums resp. Gymnasiums.

Einerseits habe ich aber über seine Behandlung des gewählten Themas nicht den Schatten eines Vorwurfs geäussert, andererseits hat natürlicherweise kein Mensch die Verpflichtung, sich für seinen Vortrag gerade den schwierigsten Gegenstand auszuwählen. Daher ist Prof. Bauer's Vertheidigung an diesem Punkte aus Mangel eines Angriffs vollständig überflüssig. Seine zornigen, zu diesem Zweck abgeschnellten Pfeile werden vorderhand weiter fliegen müssen, bis sich ein Gegner dafür findet; ich habe sie nur von fern an mir vorüberschwirren hören.

Das Weihrauchkorn Nr. 2 wird trotz des Spenders „dankbar" acceptirt.

Der zweite Act ist eine Consequenz des ersten und vollzieht sich mit den Worten: „Verfasser äusserte die Meinung, es möchte daher Manchem vielleicht erwünschter gewesen sein zu erfahren, wie Herr Prof. Bauer oder der eine oder andere Fachcollege sich diesen Gegenstand für den Unterricht zurecht gelegt habe."

Der Sinn dieses Textes wird vollinhaltlich wiedergegeben durch die beiden Thesen:

4. Es „möchte Mancher vielleicht" obige Meinung über das Interferenzkapitel theilen.
5. Dann würde es dem wohl erwünschter gewesen sein, diese schwierigere Aufgabe erleichtert zu bekommen, als die weniger schwierige.

Ad 4. glaubt Prof. Bauer, ich masse mir an, über die Gedanken Anderer „zu entscheiden", und ruft entrüstet: „Ich frage, was gibt Herrn Isenkrahe dieses Recht?" — Der Gebrauch der Formel: „ich meine, es möchte Mancher vielleicht" im Munde dessen, der einen „entscheidenden" Ausspruch zu thun beabsichtigt, war mir in der That neu; und nun bin ich wirklich sehr begierig zu erfahren, wie derjenige sich denn auszudrücken habe, der mit seiner Meinungsäusserung eine Sache nicht „entscheiden" will! Wahrscheinlich muss man dann, um dem freien Urtheil Anderer nur ja nicht vorzugreifen, seine Meinung in der Redeweise des Herrn Prof. Bauer vorbringen, der da sagt: „Jeder" wird die Ansicht des befreundeten Mechanikers „vollkommen zutreffend finden", sonst ist er kein „Unbefangener". — Hätte ich diese vorsichtigere Formel doch nur früher gekannt!

Nr. 5, die ich für die selbstverständlichste These hielt, scheint gar die allerschlimmste gewesen zu sein; sie zieht mir nämlich den gewaltigen Steinwurf zu: „Das kaum Glaubliche in dreister Unterstellung leistete Herr Isenkrahe etc."

Ich habe aber wirklich ganz arglos geglaubt, ausser mir gäbe es noch mehr Leute, die sich gerade die schwersten Lasten am liebsten erleichtern liessen, und nicht entfernt daran gedacht, das könne möglicherweise „eine Unterstellung von kaum glaublicher Dreistigkeit“ sein. —

Vielleicht liegt hier übrigens ein Missverständniss vor, vielleicht hat Herr Prof. Bauer eine Behauptung des Inhalts: sein Vortrag „möchte Manchem vielleicht“ nicht erwünscht gewesen sein, mit jenen kräftigen Worten brandmarken wollen? — Glücklicherweise bin ich so ruchlos nicht gewesen; für den Fall aber, dass der Mann einmal kommen sollte, der diese „Unterstellung“ auszusprechen so dreist ist, erlaube ich mir, Herrn Prof. Bauer seinen Block hiemit gehorsamst wieder zur Verfügung zu stellen. Möge er den Frevler dann damit zerschmettern.

Der dritte Act des Dramas folgt dem zweiten erst nach einem Intervall, in welchem die Person und Rede des Herrn Prof. Bauer ausser Erwähnung geblichen war. Er lautet: „Im Gegensatz zu der Bauer'schen Arbeit, welche wesentlich mathematischer Natur ist, soll im Folgenden die durch das mechanische Experiment gewonnene Anschauung zur Grundlage der Entwicklung genommen werden.“ Hierin stecken wieder drei Thesen:

6. Die Bauer'sche Arbeit ist wesentlich mathematischer Natur.
7. Die meinige basirt auf der experimentell zu gewinnenden Anschauung.
8. In dieser Behandlungsweise liegt ein Gegensatz.

Keine von diesen rein thatsächlichen Thesen ist von Prof. Bauer bestritten worden. Warum auch? —

Hiermit ist die Exegese zu Ende. In dem ganzen incriminirten Aufsatz wird der Name des Herrn Prof. Bauer nicht weiter genannt, seine Leistung nicht weiter berührt.

Da habe ich es nun vollbracht, sämmtliche Worte, durch die ich in meinem Pendelaufsatz gegen den genannten Herrn gesündigt und mich „selbst gerichtet“ hatte, zu wiederholen, alle darin enthaltenen Thesen einzeln ans Licht zu ziehen und den Abgrund meiner vermeintlichen Bosheit damit gänzlich blosszulegen. Hoffentlich wird denn doch jetzt, nach dieser wiederholten Hinrichtung, Herr Prof. Bauer mich für todt genug halten, um wenigstens ein weiteres Steinigen überflüssig zu finden.

Fortsetzung von der 2. Seite des Umschlages.

Rasirmesser und ihre Instandhaltung, Skalpelle, Scheeren, Mikrotome, Nadeln, Stahlpincetten, Schraubstock, Objektträger und Deckgläser; um die Einschlussflüssigkeiten: Kanada-Balsam, Glycerin, Glycerin Gelatine; um Zusatzflüssigkeiten und Reagentien: Wasser, Aether, Alkohol, Essigsäure, Kali, doppeltchromsaures Kali, Nelkenol, Terpentingeist; um Tinktionsmittel: Karmin, Pikrokarmin, Anilinroth, Anilinblau, Pikroanilin, Hämatoxylin; endlich um Verschlusslack, Drehtisch und Objektpresser. Die zweite Reihe beschäftigt sich mit Herstellung einfacher Trockenpräparate, ferner von pflanzlichen und entomologischen Präparaten, wie mit solchen von Mollusken, Blutzellen und mikroskopischen Wasserbewohnern, dann mit Herstellung von Schliffpräparaten, mit Finnen und Trichinen, mit Konservirung der Bakterien, mit Herstellung von Präparaten der normalen Histologie der Wirbelthiere, mit dem Studium der fertigen Präparate, mit Notizbuch und Präparations-Journal, mit Etikettiren und Aufbewahren der Dauerpräparate. Ein Anhang veranschlagt auch die für die Herrichtung eines kleinen Laboratoriums für mikroskopische Untersuchungen erwachsenden Kosten; ein Register begünstigt die leichte Handhabung des Buches. Man sieht, dass es sich um ein gewissenhaftes Buch handelt, dem wir nur den besten Erfolg wünschen können. Die Natur 1880 Nr. 3.

Das vorliegende Werk kommt einem wirklichen Bedürfnisse entgegen und darf auf die freundlichste Aufnahme rechnen. Gaea 1880.

Bezugsquellen-Liste.

Wir empfehlen den verehrlichen Instituten zur Verfertigung von physikalischen Apparaten etc. die Einschaltung Ihrer werthen Firma unter dieser Rubrik. Preis pro Zeile und Jahr M. 5. —.

München, Glückstrasse Nr. 11.
Leipzig, Rossplatz Nr. 17.

Hochachtungsvoll
Die Expedition des Repertorium für Experimental-Physik
R. Oldenbourg.

Bezeichnung der Firma	Fabrikate und Angabe der Specialität
***Albert**, Frankfurt a. M., Mainzerstrasse.	Physikalische Vorlesungsapparate.
***Anstalt**, optische, astro-physikal. Werkstatte, Würzburg (Eugen Hartmann).	Specialität: Optische Gläser, Präcisions-Instrumente für Physik.
Ertel, T., & Sohn, München, Louisenstrasse 12.	Astronomische, mathematische u. geodätische Instrumente.
Hasler, G., Telegr. Werkstätte, Bern.	Meteorologische Registrir-Instrumente.
Jung, R., Heidelberg, Hauptstrasse 15.	Capillar-Elektrometer u. Elektrocapillarkraftmaschine nach Lippmann, Thomson'sches Elektrometer nach Kirchhoff, neue Construction, Wollaston-schen Draht.
***Kappeller**, Heinr., jun., Wien V, Kettenbrückengasse 9.	Barometer, Thermometer, Psychrometer, Aräometer etc.
Kohl, Max, Chemnitz, Poststrasse 21.	Physikalische Instrumente und Apparate neuester Constructionen. Preiscourant neu.
***Ludwig & Fries**, Frankfurt a. M.	Specialität in feinen Werkzeugen.
Dr. Meyerstein's Nachfolger (Aug. Becker) in Göttingen.	Astronom. u. physikal. Werkstätte.
Miller, F., Univ.-Mechaniker, Innsbruck.	Physikalische u. mathemat. Instrumente.
Oertling, Aug., Berlin, Oranienburgerstrasse 57 u. 58.	Chemische Waagen, Sextanten, mathematische Instrumente, Kreistheilungen.
Riefler, Clemens, Maria Rain u. München, Karlsplatz 29.	Fabrik mathemat. Instrumente, Reisszeuge.
***Schneider**, Emil, in Lichtenhain b. Oberweissbach i. Thüringen.	Thermometer, Barometer und alle physikalischen Glasinstrumente.
***Schuckert**, Sigmund, Nürnberg.	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik u. Lehranstalten.
Sickler, Karl, Karlsruhe.	Astronom. und geodät. Instrumente und physik. Lehrapparate.
Weisser, J. G., Söhne, St. Georgen (bad. Schwarzwald).	Drehbänke für physikal. Laboratorien.

* Ein ausführliches Inserat befindet sich im Inseratentheile.

☞ *Bei Correspondenzen, Bestellungen etc. an die hier anzeigenden Firmen bitten wir das Repertorium für Experimentalphysik gefl. als Quelle zu nennen.*

XVI. Band. 9. Heft.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR. PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

SECHZEHNTER BAND.

Inhalt des 9. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG, 1880.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Bei Correspondenzen, Bestellungen etc. an die hier anzeigenden Firmen bitten wir das Repertorium für Experimental-Physik gefl. als Quelle zu nennen.

Ueber die praktische Verwerthung der Aneroïdbarometer bei Höhenmessungen.

Von

Ludwig Neumeyer,

Hauptmann und Sectionschef im Topographischen Bureau des bayerischen Generalstabes.

Es finden sich in diesem Repertorium unter gleichem Titel und zwar Jahrgang 1877 S. 395 mit 416 die Beobachtungs- und Höhenberechnungsresultate einer mit zwei Naudet'schen Aneroïdbarometern — Nr. 50655 und 50665 — gemessenen Schleife: Wassertrüdingen-Hesselberg verzeichnet, welche, wenn man sich die dort angegebenen Fehlergruppirungen vergegenwärtigt, eine zweckfördernde Anwendung genannter Instrumente bei topographischen Detailcotirungen ausser Frage stellen.

Während bei besagter Schleife der grösste in Vergleich genommene Höhenunterschied 259,2^{m} beträgt, weisen die hier folgenden zwei Aneroïdschleifen, nämlich

Brannenburg-Reindleralpe und Bichel-Benedictenwand,

die respectabeln Höhenunterschiede von 952,0 bzw. 1173,6^{m} auf.

Von diesen beiden Schleifen zählt die erstere 8 und die letztere 11 Vergleichsstationen, welche sämmtlich auf das genaueste „nach der Methode aus der Mitte" einnivellirt waren; hiernach stellen sich die absoluten Höhen wie folgt zusammen:

Station	Brannenburg-Reindleralpe	Station	Bichel-Benedictenwand
I	477,3^{m}	I	627,4^{m}
II	566,6	II	662,8
III	640,5	III	773,9
IV	830,1	IV	901,1
V	930,8	V	1026,5
VI	1160,4	VI	982,2
VII	1256,5	VII	1194,0
VIII	1429,2	VIII	1382,6
		IX	1481,9
		X	1729,5
		XI	1801,0

Die Höhenlagen der Stationen I als bekannt vorausgesetzt, entziffern sich für die später durchzuführende barometrische Höhenberechnung nachstehende Höhenunterschiede:

Brannenburg-Reindleralpe	
I bis: II	89,3 m
III	163,2
IV	352,8
V	453,5
VI	683,1
VII	779,2
VIII	952,0

Bichel-Benedictenwand	
I bis: II	35,4 m
III	146,5
IV	273,7
V	399,1
VI	354,8
VII	566,6
VIII	755,2
IX	854,5
X	1102,1
XI	1173,6

Die Horizontalabstände der Stationen unter sich betragen:

I bis II	1940 m
II „ III	500
III „ IV	1640
IV „ V	990
V „ VI	1300
VI „ VII	880
VII „ VIII	905
	8155

I bis II	2250 m
II „ III	1040
III „ IV	730
IV „ V	1350
V „ VI	1210
VI „ VII	1040
VII „ VIII	520
VIII „ IX	275
IX „ X	405
X „ XI	430
	9250

und in Bezug auf die Stationen I:

I bis: II	1940 m
III	2430
IV	4040
V	5050
VI	6210
VII	6950
VIII	7750

I bis: II	2250 m
III	3310
IV	4040
V	5320
VI	6375
VII	7290
VIII	7710
IX	7790
X	8160
XI	8370

Die längs dieser beiden Schleifen vorgenommenen barometrischen Messungen vertheilen sich auf den 30. und 31. August, dann den 1., 6., 7., 8. und 9. September des Jahres 1877, und zwar so, dass die ersten drei Tage für die Messung der Schleife Brannenburg-Reindleralpe und die vier letzten Tage für die Messung der Schleife Bichel-Benedictenwand verwendet wurden; über das dabei eingehaltene Beobachtungsverfahren dürften nachstehende Notizen hinreichenden Aufschluss geben.

Die eingangs erwähnten Aneroïdbarometer Nr. 50655 und 50665, welche bezüglich ihrer Temperatur-, Stand- und Scalencorrectionen sorgfältig geprüft waren, dienten für beide Schleifen als Stationsinstrumente und wurden nur auf den untersten Stationen d. h. den Stationen I in einviertelstündigen Intervallen abgelesen. Ausserdem waren die Stationen I noch behufs Ermittlung der Temperaturen der freien Luft mit einem von Seite der königlichen Sternwarte in Bogenhausen bei München zur Verfügung gestellten Normalthermometer ausgerüstet, das in Reaumur'sche Grade getheilt war und in denselben Zwischenräumen wie die Stationsbarometer abgelesen wurde.

Als Reisebarometer traten 8 weitere Naudet'sche Aneroïde, die wir der Reihe nach mit Nr. 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 10 bezeichnen wollen, in Verwendung; die Ablesung dieser Instrumente, von denen bloss die Temperaturcorrectionen bekannt waren, erfolgte auf allen Vergleichsstationen in constanter Höhe über denselben und derart, dass jedes Mal die Beobachtungen auf den Stationen I ihren Anfang und ihr Ende nahmen: auf den letzgenannten Stationen wurden die Reisebarometer gleichzeitig mit den Stationsbarometern „dreimal" abgelesen, auf den übrigen Vergleichstationen „einmal" und unmittelbar nach der Ankunft. Ausserdem wurden auf der Scheitelstation (XI) der Schleife Bichel-Benedictenwand die Ablesungen und zwar am ersten Tage nach $1^h\,58'$, am zweiten Tage nach $1^h\,04'$, am dritten Tage nach 17' und am vierten Tage nach 27' „einmal" wiederholt.

In Betreff der Verpackung sämmtlicher Aneroïde darf nicht unerwähnt bleiben, dass hierfür die von Professor Bruhns getroffene Einrichtung adoptirt wurde, nach welcher je zwei Aneroïde in einen mit Flanell ausgelegten Holzkasten zu liegen kamen, der zum Schutz gegen Regen und Staub einen Lederüberzug hatte und an einem Riemen bequem getragen werden konnte. Während der Beobachtung wurde der Deckel des Holzkastens aufgeklappt und letzterer so gehalten, dass die Breitseite desselben horizontal lag und demnach auch die Aneroïde in ihrer richtigen horizontalen Lage sich befanden; die Beobachtungen selbst geschahen möglichst rasch, und unmittelbar darauf musste der Kasten wieder geschlossen werden. Auf vorbeschriebene Weise lagen in einem Kasten beisammen die Aneroïde Nr. 50655 und 50665, Nr. 3 und 4, Nr. 5 und 6, Nr. 7 und 8 und endlich Nr. 9 und 10.

Als Beobachter fungirten neben dem Verfasser die damals zur Dienstleistung in das Topographische Bureau commandirten Herren Premierlieutenants: Hugo Metz, Joseph Zoglmaier und Karl Loreck; den Transport der Instrumente besorgten die als Messgehilfen zugetheilten Diener.

Die Beobachtungsdaten wurden von dem jeweiligen Stations- und Reisebeobachter in Journale eingetragen und nach der Messung für die Höhenberechnung vorbereitet. Zu diesem Zwecke mussten vorerst die beobachteten Barometerstände auf gleiche Temperatur bzw. auf 0° C. reducirt werden, und waren hierfür Tafeln angelegt, welche eine directe Entnahme der einschlägigen Reductionswerthe gestatteten. Da jedoch besagte Tafeln hier zu viel Raum wegnehmen würden, so hielt ich es zur Ermöglichung einer Rechnungscontrole für angemessen, dieselben in etwas gedrängterer Form in den folgenden Tafeln 1, 2 und 3 zusammenzustellen. Da ferner die Scalencorrectionen der Stationsaneroïde bei öfterem Vergleich mit dem Normal-Quecksilberbarometer der Bogenhauser Sternwarte für die Scalendistanz 730,00 bis 700,00 als innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegend gefunden wurden und die an diesen Instrumenten abgelesenen Barometerstände im vorliegenden Falle die Endpunkte obiger Scalendistanz nicht überschreiten: so geben die auf die Stationsaneroïde bezüglichen Tafeln 1 und 2 mit der Reduction auf 0°C. zugleich die richtigen Barometerstände. Hingegen lassen sich die Beobachtungen an den Reiseaneroïden, für welche, wie bereits erwähnt, bloss die Temperaturcorrectionen bekannt sind, mit Hilfe der Tafel 3 zwar auf gleiche Temperatur = 0° C. reduciren, bedürfen aber noch der Anbringung der Stand- und Scalencorrectionen, um als wirkliche Barometerstände gelten zu können. Wie man nun zur Kenntniss der betreffenden Correctionen gelangt, darüber geben die späteren Betrachtungen Aufschluss.

Bezüglich der Tafel 3 ist noch zu bemerken, dass die Aneroïde Nr. 9 und 10 weggelassen wurden, weil einerseits das Aneroïd Nr. 10 so schlecht functionirte, dass es gegenüber solch bedeutenden Höhenunterschieden als unbrauchbar erklärt werden musste, und andererseits nach vollendeter Reduction nur Mittelwerthe aus je zwei Aneroïden in die Höhenberechnung eingeführt werden sollen.

Tafel 1.

Aneroïd Nr. 50655			
Instrument-Temperatur	Reductions-werth	Instrument-Temperatur	Reductions-werth
0°	+ 0,25	16°	− 1,64
1	+ 0,13	17	− 1,76
2	+ 0,01	18	− 1,88
3	− 0,10	19	− 2,00
4	− 0,22	20	− 2,11
5	− 0,34	21	− 2,23
6	− 0,46	22	− 2,35
7	− 0,58	23	− 2,47
8	− 0,70	24	− 2,59
9	− 0,81	25	− 2,71
10	− 0,93	26	− 2,82
11	− 1,05	27	− 2,94
12	− 1,17	28	− 3,06
13	− 1,29	29	− 3,18
14	− 1,40	30	− 3,30
15	− 1,52	31	− 3,41

Tafel 2.

Aneroïd Nr. 50665			
Instrument-Temperatur	Reductions-werth	Instrument-Temperatur	Reductions-werth
0°	+ 1,35	16°	− 0,30
1	+ 1,25	17	− 0,41
2	+ 1,14	18	− 0,51
3	+ 1,04	19	− 0,61
4	+ 0,94	20	− 0,72
5	+ 0,83	21	− 0,82
6	+ 0,73	22	− 0,92
7	+ 0,63	23	− 1,03
8	+ 0,52	24	− 1,13
9	+ 0,42	25	− 1,24
10	+ 0,32	26	− 1,34
11	+ 0,21	27	− 1,44
12	+ 0,11	28	− 1,55
13	+ 0,01	29	− 1,65
14	− 0,10	30	− 1,75
15	− 0,20	31	− 1,86

Tafel 3.

Instrument-Temperatur	Aneroïd Nr.					
	3.	4.	5.	6.	7.	8.
	Reductionswerthe auf 0° C.					
0°	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00
1	− 0,07	− 0,12	− 0,11	− 0,06	− 0,09	− 0,06
2	− 0,14	− 0,23	− 0,22	− 0,13	− 0,19	− 0,13
3	− 0,20	− 0,35	− 0,33	− 0,19	− 0,28	− 0,19
4	− 0,27	− 0,16	− 0,44	− 0,25	− 0,37	− 0,25
5	− 0,34	− 0,58	− 0,56	− 0,32	− 0,46	− 0,32
6	− 0,41	− 0,69	− 0,67	− 0,38	− 0,56	− 0,38
7	− 0,48	− 0,81	− 0,78	− 0,44	− 0,65	− 0,45
8	− 0,55	− 0,92	− 0,89	− 0,51	− 0,74	− 0,51
9	− 0,61	− 1,04	− 1,00	− 0,57	− 0,84	− 0,57
10	− 0,68	− 1,15	− 1,11	− 0,63	− 0,93	− 0,64
11	− 0,75	− 1,27	− 1,22	− 0,70	− 1,02	− 0,70
12	− 0,82	− 1,38	− 1,33	− 0,76	− 1,11	− 0,76
13	− 0,89	− 1,50	− 1,44	− 0,82	− 1,21	− 0,83
14	− 0,96	− 1,62	− 1,55	− 0,88	− 1,30	− 0,89
15	− 1,02	− 1,73	− 1,67	− 0,95	− 1,39	− 0,95
16	− 1,09	− 1,85	− 1,78	− 1,01	− 1,49	− 1,02
17	− 1,16	− 1,96	− 1,89	− 1,07	− 1,58	− 1,08
18	− 1,23	− 2,08	− 2,00	− 1,14	− 1,67	− 1,14
19	− 1,30	− 2,19	− 2,11	− 1,20	− 1,77	− 1,21
20	− 1,37	− 2,31	− 2,22	− 1,26	− 1,86	− 1,27
21	− 1,43	− 2,42	− 2,33	− 1,33	− 1,95	− 1,34
22	− 1,50	− 2,54	− 2,44	− 1,39	− 2,04	− 1,40
23	− 1,57	− 2,65	− 2,55	− 1,45	− 2,14	− 1,46
24	− 1,64	− 2,77	− 2,66	− 1,52	− 2,23	− 1,53
25	− 1,71	− 2,89	− 2,78	− 1,58	− 2,32	− 1,59
26	− 1,78	− 3,00	− 2,89	− 1,64	− 2,12	− 1,65
27	− 1,84	− 3,12	− 3,00	− 1,71	− 2,51	− 1,72
28	− 1,91	− 3,23	− 3,11	− 1,77	− 2,60	− 1,78
29	− 1,98	− 3,35	− 3,22	− 1,83	− 2,69	− 1,84
30	− 2,05	− 3,46	− 3,33	− 1,90	− 2,79	− 1,91
31	− 2,12	− 3,58	− 3,44	− 1,96	− 2,88	− 1,97

Die Ergebnisse der Stationsbeobachtungen auf den Stationen I sind in den Tafeln 4 mit 13 in der Weise eingetragen, dass

die erste Verticalreihe die Beobachtungszeiten,
„ zweite „ die abgelesenen Temperaturen der freien Luft,
„ dritte „ die abgelesenen Temperaturen der freien Luft ausgedrückt in Celsius-Graden,
„ vierte „ die abgelesenen Instrumenttemperaturen,
„ fünfte „ die abgelesenen Barometerstände,
„ sechste „ die auf 0° C. reducirten Barometerstände und
„ siebente „ die Mittelwerthe der reducirten Barometerstände enthält.

Die Resultate der Reisebeobachtungen finden sich in den Tafeln 14 mit 23 verzeichnet und zwar so, dass

in der ersten Verticalreihe die Beobachtungsstationen,
„ zweiten „ die Beobachtungszeiten (*Z*) und
in den übrigen Verticalreihen die abgelesenen Instrumenttemperaturen und Barometerstände der Reiseaneroïde Nr. 3 mit 8 stehen.

In den zunächst folgenden Tafeln 24 mit 33 sind die auf 0° C. reducirten Barometerstände der Reiseaneroïde zusammengestellt, wobei bloss bemerkt zu werden verdient, dass die unterhalb des Querstriches gegenüber den Stationen I stehenden Barometerstände die Mittelwerthe der jeweiligen Abgleichungen darstellen.

Ergebnisse der Beobachtungen auf der Station I am 30. Aug. Vormittag.

Tafel 4.

6h 15'			22,2	722,80	720,43	720,38
			22,7	21,33	20,33	
6 17			22,2	22,78	20,41	20,31
			22,7	21,27	20,27	
6 20			22,2	22,80	20,43	20,36
			22,7	21,28	20,28	720,36
7 00	12,9	16,1	21,8	722,30	719,97	719,90
			22,4	20,79	19,83	
7 15	13,0	16,3	21,7	22,33	20,02	19,97
			22,4	20,87	19,91	
7 30	13,1	16,4	21,7	22,39	20,08	20,00
			22,3	20,87	19,92	
7 45	13,6	17,0	21,7	22,45	20,14	20,10
			22,3	21,00	20,05	
8 00	14,1	17,6	21,7	22,50	20,19	20,12
			22,3	21,00	20,05	
8 15	14,6	18,3	21,7	22,61	20,30	20,21
			22,3	21,12	20,17	
8 30	15,1	18,9	21,7	22,59	20,28	20,21
			22,3	21,09	20,14	
8 45	15,4	19,3	21,8	22,66	20,33	20,30
			22,4	21,23	20,27	
9 00	15,6	19,5	21,9	22,75	20,41	20,31
			22,5	21,25	20,27	
9 15	16,0	20,0	21,9	22,80	20,46	20,39
			22,5	21,30	20,32	
9h 30'	16,4	20,5	22,0	722,83	720,48	720,40
			22,6	21,30	20,31	
9 45	16,8	21,0	22,1	22,86	20,50	20,40
			22,7	21,30	20,30	
10 00	17,3	21,6	22,2	22,84	20,47	20,38
			22,9	21,31	20,29	
10 15	17,5	21,9	22,3	22,80	20,41	20,34
			23,0	21,29	20,26	
10 30	18,3	22,9	22,4	22,78	20,38	20,30
			23,0	21,25	20,22	
10 45	18,7	23,4	22,4	22,76	20,36	20,27
			23,1	21,22	20,18	
11 00	19,1	23,9	22,6	22,76	20,34	20,26
			23,2	21,23	20,18	
11 15	19,6	24,5	22,7	22,69	20,26	20,18
			23,3	21,15	20,09	
11 30	19,6	24,5	22,7	22,58	20,15	20,08
			23,3	21,06	20,00	
11 45	19,2	24,0	23,3	22,57	20,06	20,00
			23,9	21,06	19,94	
12 30	19,8	24,8	23,4	722,40	719,88	719,80
			24,0	20,85	19,72	
12 34			23,4	22,39	19,87	19,79
			24,0	20,84	19,71	
12 37			23,5	22,40	19,87	19,78
			24,1	20,83	19,69	719,79

Ergebnisse der Beobachtungen auf der Station I am 30. Aug. Nachmittag.

Tafel 5.

12h 46'			23,6	722,31	719,77	719,69
			24,2	20,75	19,60	
12 50			23,6	22,30	19,76	19,68
			24,2	20,74	19,59	
12 54			23,8	22,28	19,71	19,63
			24,4	20,72	19,55	719,67
1 00	19,2	24,0	23,9	722,28	719,70	719,61
			24,6	20,72	19,52	
1 15	19,4	24,3	24,1	22,22	19,62	19,52
			24,8	20,63	19,41	
1 30	19,7	24,6	24,5	22,23	19,58	19,50
			25,1	20,66	19,41	
1 45	20,0	25,0	24,7	22,12	19,45	19,37
			25,2	20,54	19,28	
2 00	20,0	25,0	24,8	22,14	19,45	19,37
			25,3	20,56	19,29	
2 15	20,2	25,3	25,0	22,13	19,42	19,35
			25,4	20,55	19,27	
2 30	20,1	25,1	25,1	22,14	19,42	19,34
			25,6	20,56	19,26	
2 45	20,5	25,6	25,2	22,10	19,37	19,29
			25,7	20,51	19,20	
3 00	20,4	25,5	25,3	22,01	19,28	19,17
			25,8	20,38	19,06	
3 15	20,5	25,6	25,4	22,00	19,25	19,15
			25,9	20,37	19,04	
3 30	20,6	25,8	25,6	22,01	19,23	19,14
			26,0	20,39	19,05	
3 45	20,5	25,6	25,6	21,93	19,15	19,06
			26,1	20,32	18,97	
4h 00'	20,5	25,6	25,7	721,88	719,09	719,00
			26,1	20,25	18,90	
4 15	20,5	25,6	25,8	21,88	19,08	18,98
			26,2	20,24	18,88	
4 30	20,1	25,5	25,8	21,89	19,09	18,99
			26,2	20,25	18,89	
4 45	20,5	25,6	25,8	21,93	19,13	19,05
			26,2	20,32	18,96	
5 00	20,5	25,6	25,9	22,00	19,19	19,11
			26,2	20,38	19,02	
5 15	20,2	25,3	25,9	21,99	19,18	19,08
			26,3	20,35	18,98	
5 30	19,6	24,5	25,9	22,02	19,21	19,12
			26,3	20,39	19,02	
5 45	19,3	24,1	26,0	22,13	19,31	19,23
			26,3	20,51	19,14	
6 00	18,8	23,5	26,0	22,23	19,41	19,32
			26,3	20,59	19,22	
6 15	18,7	23,4	26,1	22,38	19,55	19,45
			26,5	20,74	19,35	
6 30	18,4	23,0	26,1	22,50	19,67	19,56
			26,4	20,83	19,45	
6 44			26,1	722,72	719,89	719,79
			26,5	21,08	19,69	
6 47			26,1	22,74	19,91	19,81
			26,5	21,10	19,71	
6 50			26,1	22,77	19,94	19,84
			26,5	21,12	19,73	719,81

Ergebnisse der Beobachtungen auf der Station I am 31. Aug. Vormittag.

Tafel 6.

5h 38'			25,1	722,38	719,66	719,59
			25,7	20,82	19,51	
5 42			25,1	22,33	19,61	19,55
			25,7	20,80	19,49	
5 46			25,0	22,40	19,69	19,64
			25,6	20,88	19,58	719,59
6 00	14,5	18,1	24,8	722,45	719,76	719,70
			25,3	20,90	19,63	
6 15	14,6	18,3	24,5	22,76	20,11	20,05
			25,0	21,22	19,98	
6 30	14,7	18,4	24,3	22,65	20,02	19,98
			24,9	21,16	19,93	
6h 45'	14,8	18,5	24,0	722,28	719,69	719,62
			24,6	20,75	19,55	
7 00	15,7	19,6	23,9	22,33	19,75	19,68
			24,5	20,80	19,61	
7 15	16,0	20,0	23,8	22,40	19,83	19,77
			24,4	20,88	19,71	
7 30	15,5	19,4	23,7	22,50	19,95	19,87
			24,3	20,94	19,78	
7 45	16,6	20,8	23,6	22,82	20,28	20,21
			24,3	21,29	20,13	
8 00	16,4	20,5	23,7	23,00	20,45	20,40
			24,3	21,50	20,34	

8h 15'	15,8	19,8	23,7	723,26	720,71	720,65
			24,3	21,74	20,58	
8 30	15,6	19,5	23,6	23,65	21,11	21,04
			21,2	22,11	20,96	
8 45	15,4	19,3	23,6	21,50	21,96	21,85
			24,2	22,89	21,74	
9 00	15,5	19,4	23,6	21,95	22,41	22,29
			21,1	23,30	22,16	
9 15	14,6	18,3	23,5	24,85	22,32	22,23
			24,0	23,26	22,13	
9 30	14,8	18,5	23,1	24.17	21,65	21,57
			23,9	22,60	21,48	
9 45	15,0	18,8	23,4	23,88	21,36	21,26
			23,9	22,28	21,16	
10 00	16,0	20,0	23,3	23,52	21,01	20,92
			23,8	21,93	20,82	
10 15	16,0	20,0	23,3	23,29	20,78	20,71
			23,8	21,75	20,64	
10 30	15,5	19,4	23,2	23,48	20,99	20,89
			23,7	21,88	20,78	
10h 45'	15,3	19,1	23,2	723,80	721,31	721,22
			23,7	22,22	21,12	
11 00	14,3	17,9	23,2	24,50	22,01	21,90
			23,7	22,88	21,78	
11 15	13,9	17,4	23,1	24,29	21,81	21,75
			23,6	22,77	21,68	
11 30	14,4	18,0	23,0	23,80	21,33	21,25
			23,6	22,25	21,16	
11 45	14,9	18,6	23,0	23,54	21,07	20,97
			23,6	21,96	20,87	
11 50			23,0	723,52	721,05	720,96
			23,6	21,95	20,86	
11 52			23,0	23,50	21,03	20,95
			23,6	21,95	20,86	
11 55			23,0	23,50	21,03	20,94
			23,6	21,94	20,85	
11 57			23,0	23,48	21,01	20,89
			23,6	21,85	20,76	720,94

Ergebnisse der Beobachtungen auf der Station I am 31. Aug. Nachmittag.

Tafel 7.

12h 03'			23,1	723,32	720,84	720,75
			23,6	21,74	20,65	
12 08			23,1	23,30	20,82	20,74
			23,6	21,74	20,65	
12 11			23,2	23,34	20,85	20,76
			23,7	21,77	20,67	720,75
12 30	14,7	18,4	23,3	723,30	720,79	720,70
			23,8	21,72	20,61	
12 45	14,9	18,6	23,4	23,28	20,76	20,65
			23,9	21,65	20,53	
1 00	14,8	18,5	23,5	23,00	20,47	20,34
			23,9	21,32	20,20	
1 15	14,6	18,3	23,5	22,74	20,21	20,12
			24,0	21,15	20,02	
1 30	14,3	17,9	23,5	22,94	20,41	20,30
			24,0	21,32	20,19	
1 45	15,1	18,9	23,4	22,14	19,62	19,53
			23,9	20,56	19,44	
2 00	15,0	18,8	23,4	22,30	19,78	19,69
			23,9	20,72	19,60	
2 15	15,6	19,5	23,3	22,20	19,69	19,58
			23,8	20,57	19,46	
2h 30'	14,8	18,5	23,3	722,56	720,05	719,95
			23,8	20,95	19,84	
2 45	14,8	18,5	23,3	22,72	20,21	20,11
			23,8	21,11	20,00	
3 00	14,9	18,6	23,3	22,72	20,21	20,13
			23,8	21,15	20,04	
3 15	14,7	18,4	23,3	22,56	20,05	19,95
			23,8	20,96	19,85	
3 30	14,7	18,4	23,3	22,93	20,42	20,32
			23,8	21,33	20,22	
3 45	14,6	18,3	23,4	23,06	20,54	20,49
			23,8	21,54	20,43	
4 00	14,2	17,8	23,5	22,85	20,32	20,24
			23,8	21,27	20,16	
4 15	14,5	18,1	23,5	23,03	20,50	20,42
			23,8	21,45	20,34	
4 30	14,2	17,8	23,5	22,96	20,43	20,35
			23,8	21,38	20,27	
4 45	14,1	17,6	23,5	23,00	20,47	20,39
			23,8	21,42	20,31	
5 00	14,1	17,6	23,4	22,78	20,26	20,18
			23,8	21,21	20,10	

5h 15'	13,9	17,4	23,4	723,00	720,48	720,40	6h 07'			23,3	722,78	720,27	720,19
			23,7	21,42	20,32					23,6	21,20	20,11	
5 30	13,8	17,3	23,3	23,18	20,67	20,58	6 11			23,3	22,75	20,24	20,16
			23,7	21,59	20,49					23,6	21,17	20,08	
5 45	13,7	17,1	23,3	23,04	20,53	20,45	6 15			23,3	22,70	20,19	20,09
			23,6	21,46	20,37					23,6	21,08	19,99	720,15
6 00	13,7	17,1	23,3	22,94	20,43	20,34							
			23,6	21,33	20,24								

Ergebnisse der Beobachtungen auf der Station I am 1. Sept. Vormittag.

Tafel 8.

5h 25'			21,7	725,04	722,73	722,63	8h 30'	14,0	17,5	20,0	725,50	723,39	723,37
			22,0	23,45	22,53					20,4	24,10	23,34	
5 28			21,6	25,00	22,70	22,59	8 45	14,7	18,4	20,0	25,40	23,29	23,27
			22,0	23,40	22,48					20,3	24,00	23,25	
5 32	10,7	13,4	21,5	25,05	22,76	22,68	9 00	11,1	18,0	20,0	25,50	23,39	23,37
			21,9	23,50	22,59	722,63				20,3	24,10	23,35	
6 00	11,0	13,8	21,2	725,25	723,00	722,95	9 15	13,9	17,4	20,0	25,54	23,43	23,38
			21,6	23,77	22,89					20,4	24,08	23,32	
6 15	11,4	14,3	21,0	25,19	22,96	22,90	9 30	13,6	17,0	19,9	25,55	23,45	23,43
			21,4	23,70	22,84					20,2	24,15	23,41	
6 30	11,4	14,3	20,8	25,30	23,09	23,03	9 15	14,2	17,8	19,8	25,50	23,41	23,39
			21,3	23,81	22,96					20,2	24,10	23,36	
6 45	11,5	14,4	20,5	25,50	23,33	23,26	10 00	13,9	17,4	19,8	25,50	23,41	23,38
			21,0	24,00	23,18					20,1	24,07	23,34	
7 00	11,9	14,9	20,4	25,53	23,37	23,32	10 15	14,2	17,8	19,6	25,34	23,27	23,25
			20,9	24,08	23,27					20,0	23,94	23,22	
7 15	12,3	15,4	20,3	25,41	23,26	23,18	10 30	14,6	18,3	19,6	25,34	23,27	23,25
			20,7	23,89	23,10					20,0	23,91	23,22	
7 30	13,2	16,5	20,2	25,30	23,17	23,14	10 45			19,7	725,27	723,19	723,16
			20,6	23,89	23,11					20,1	23,85	23,12	
7 45	13,3	16,6	20,2	25,38	23,25	23,18	10 17			19,7	25,25	23,17	23,11
			20,6	23,89	23,11					20,1	23,78	23,05	
8 00	13,3	16,6	20,1	25,41	23,29	23,27	10 50			19,7	25,25	23,17	23,10
			20,5	24,02	23,25					20,1	23,76	23,03	723,12
8 15	13,4	16,8	20,0	25,39	23,28	23,26							
			20,4	24,00	23,24								

Ergebnisse der Beobachtungen auf der Station I am 1. Sept. Nachmittag.

Tafel 9.

11h 10'			19,8	725,08	722,99	722,96	11h 30'	14,2	17,8	20,0	725,14	723,03	722,99
			20,4	23,68	22,92					20,3	23,69	22,94	
11 13			19,8	25,06	22,97	22,95	11 45	14,5	18,1	20,0	25,05	22,94	22,92
			20,3	23,67	22,92					20,4	23,66	22,90	
11 17			19,8	25,05	22,96	22,90	12 00	14,5	18,1	20,1	25,00	22,88	22,81
			20,4	23,60	22,84	722,94				20,6	23,52	22,74	

12 h 15'	14,1	18,0	20,2	724,95	722,82	722,77
			20,6	23,50	22,72	
12 30	15,9	19,9	20,1	21,80	22,68	22,61
			20,5	23,31	22,51	
12 45	15,7	19,6	20,1	24,78	22,66	22,58
			20,6	23,28	22,50	
1 00	11,9	18,6	20,2	21,90	22,77	22,75
			20,7	23,51	22,72	
1 15	13,9	17,1	20,3	25,16	23,01	22,96
			20,7	23,70	22,91	
1 30	13,7	17,1	20,3	25,18	23,03	22,98
			20,7	23,71	22,92	
1 15	13,6	17,0	20,3	25,06	22,91	22,92
			20,6	23,70	22,92	
2 00	13,7	17,1	20,2	25,03	22,90	22,90
			20,7	23,68	22,89	
2 15	13,7	17,1	20,2	24,98	22,85	22,83
			20,6	23,58	22,80	
2 30	13,6	17,0	20,2	24,98	22,85	22,82
			20,6	23,56	22,78	
2 45	13,1	16,8	20,1	25,02	22,90	22,86
			20,6	23,59	22,81	
3 h 00'	14,0	17,5	20,2	725,00	722,87	722,83
			20,6	23,57	22,79	
3 15	13,9	17,4	20,2	24,90	22,77	22,75
			20,6	23,50	22,72	
3 30	13,5	16,9	20,2	25,00	22,87	22,83
			20,6	23,56	22,78	
3 45	13,6	17,0	20,3	25,00	22,85	22,82
			20,6	23,57	22,79	
4 00	14,2	17,8	20,2	24,98	22,85	22,81
			20,5	23,54	22,77	
4 15	14,2	17,8	20,1	24,94	22,82	22,77
			20,4	23,48	22,72	
4 30	14,1	17,6	20,1	24,90	22,78	22,75
			20,4	23,48	22,72	
4 36			20,1	724,84	722,72	722,65
			20,5	23,35	22,58	
4 38			20,2	24,84	22,71	22,65
			20,5	23,35	22,58	
4 42			20,2	21,80	22,67	22,60
			20,6	23,31	22,53	722,63

Ergebnisse der Beobachtungen auf der Station I am 6. September.

Tafel 10.

6 h 13'			14,7	712,77	711,29	711,17
			15,2	11,27	11,05	
6 16			14,6	12,72	11,25	11,13
			15,3	11,24	11,01	
6 19			14,6	12,72	11,25	11,14
			15,3	11,26	11,03	711,15
6 30	3,2	4,0	14,7	712,72	711,24	711,14
			15,3	11,26	11,03	
6 45	3,6	4,5	14,7	12,71	11,23	11,11
			15,2	11,21	10,99	
7 00	3,9	4,9	14,6	12,60	11,13	11,06
			15,1	11,20	10,99	
7 15	1,3	5,1	14,6	12,47	11,00	10,95
			15,1	11,10	10,89	
7 30	5,2	6,5	14,4	12,28	10,83	10,77
			15,0	10,91	10,71	
7 45	5,5	6,9	11,4	12,26	10,81	10,70
			14,9	10,78	10,59	
8 h 00'	6,3	7,9	14,4	712,15	710,70	710,61
			14,8	10,69	10,51	
8 15	6,6	8,3	14,3	12,10	10,66	10,58
			14,8	10,67	10,49	
8 30	7,4	9,3	14,2	11,96	10,54	10,43
			14,8	10,49	10,31	
9 00	8,8	11,0	14,2	11,79	10,37	10,25
			14,7	10,30	10,13	
9 15	9,4	11,8	14,2	11,72	10,30	10,19
			14,7	10,25	10,08	
9 30	9,8	12,3	14,2	11,69	10,27	10,15
			14,7	10,20	10,03	
9 45	10,2	12,8	14,2	11,52	10,10	10,06
			14,8	10,19	10,01	
10 00	10,6	13,3	14,3	11,47	10 03	09,95
			14,8	10,04	09,86	
10 15	11,0	13,8	14,3	11,43	09,99	09,93
			14,8	10,02	09,84	

10h 30'	11,4	14,3	14,4	711,40	709,95	709,89
			14,8	10,00	09,82	
10 45	11,6	14,5	14,3	11,30	09,86	09,75
			14,9	09,82	09,63	
11 00	11,9	14,9	14,4	11,22	09,77	09,67
			15,0	09,77	09,57	
11 15	12,3	15,4	14,6	11,20	09,73	09,64
			15,1	09,75	09,54	
11 30	12,4	15,5	14,7	11,02	09,54	09,49
			15,2	09,65	09,43	
11 45	12,7	15,9	14,6	10,98	09,51	09,45
			15,2	09,60	09,38	
12 00	13,2	16,5	14,7	10,88	09,40	09,28
			15,3	09,39	09,16	
12 15	13,5	16,9	14,8	10,78	09,28	09,19
			15,4	09,33	09,09	
12 30	13,8	17,3	14,8	10,75	09,25	09,12
			15,4	09,23	08,99	
12 45	13,5	16,9	14,9	10,70	09,19	09,09
			15,4	09,22	08,98	
1 00	14,0	17,5	15,1	10,50	08,97	08,94
			15,5	09,15	08,90	
1 15	14,0	17,5	15,2	10,46	08,92	08,87
			15,5	09,07	08,82	
1 30	13,9	17,4	15,2	10,32	08,78	08,75
			15,5	08,97	08,72	
1 45	14,0	17,5	15,3	10,28	08,72	08,65
			15,6	08,81	08,58	
2 00	11,6	18,3	15,3	10,22	08,66	08,58
			15,6	08,75	08,49	
2 15	14,5	18,1	15,3	10,13	08,57	08,51
			15,7	08,72	08,45	
2h 30'	14,7	18,4	15,4	710,02	708,45	708,38
			15,7	08,57	08,30	
2 45	14,3	17,9	15,4	09,94	08,37	08,28
			15,7	08,46	08,19	
3 00	14,6	18,3	15,5	09,90	08,32	08,23
			15,8	08,41	08,13	
3 15	14,6	18,3	15,6	09,80	08,21	08,16
			15,8	08,38	08,10	
3 30	14,6	18,3	15,6	09,81	08,22	08,17
			16,0	08,11	08,11	
3 45	14,6	18,3	15,6	09,93	08,31	08,26
			16,0	08,48	08,18	
4 00	14,5	18,1	15,7	09,76	08,16	08,07
			16,2	08,30	07,98	
1 15	14,3	17,9	15,6	09,77	08,18	08,09
			16,2	08,32	08,00	
1 30	11,3	17,9	15,6	09,78	08,19	08,14
			16,2	08,10	08,08	
4 15	14,1	17,6	15,7	09,78	08,18	08,11
			16,2	08,42	08,10	
5 00	13,8	17,3	15,7	09,75	08,15	08,06
			16,3	08,30	07,97	
5 15	13,2	16,5	15,7	09,72	08,12	08,01
			16,3	08,22	07,89	
5 33			15,8	709,59	707,97	707,89
			16,3	08,11	07,81	
5 35			15,8	09,56	07,91	07,85
			16,3	08,08	07,75	
5 37			16,0	09,53	07,89	07,80
			16,3	08,03	07,70	707,85

Ergebnisse der Beobachtungen auf der Station I am 7. September.

Tafel 11.

6h 14'			16,0	708,10	706,46	706,41
			16,3	06,68	06,35	
6 18			16,0	08,13	06,49	06,45
			16,3	06,73	06,40	
6 22			16,0	08,14	06,50	06,45
			16,3	06,72	06,39	706,14
7 00	10,9	13,6	16,0	708,00	706,36	706,34
			16,3	06,65	06,32	
7 15	11,3	14,1	16,0	08,00	06,36	06,29
			16,3	06,55	06,22	
7h 30'	11,3	14,1	16,0	708,05	706,41	706,35
			16,3	06,62	06,29	
7 45	11,3	14,1	16,1	08,13	06,48	06,44
			16,4	06,74	06,40	
8 00	11,1	13,9	16,1	08,20	06,55	06,48
			16,4	06,71	06,40	
8 15	11,2	14,0	16,1	08,20	06,55	06,49
			16,4	06,77	06,43	
8 30	11,7	14,6	16,1	08,12	06,47	06,41
			16,4	06,69	06,35	

8h 45'	12,3	15,4	16,1	708,10	706,45	706,41
			16,4	06,70	06,36	
9 00	12,9	16,1	16,1	08,16	06,51	06,46
			16,5	06,76	06,40	
9 15	13,3	16,6	16,1	08,11	06,46	06,42
			16,5	06,73	06,37	
9 30	14,2	17,8	16,1	08,11	06,46	06,40
			16,5	06,70	06,34	
9 45	11,6	18,3	16,2	08,05	06,39	06,31
			16,6	06,65	06,28	
10 00	15,0	18,8	16,2	08,00	06,34	06,26
			16,6	06,55	06,18	
10 15	15,1	18,9	16,2	07,97	06,31	06,23
			16,7	06,52	06,11	
10 30	15,5	19,4	16,3	07,91	06,23	06,16
			16,8	06,48	06,09	
10 45	15,7	19,6	16,4	07,80	06,11	06,06
			16,8	06,39	06,00	
11 00	15,7	19,6	16,4	07,75	06,06	05,98
			16,9	06,30	05,90	
11 15	15,7	19,6	16,4	07,53	05,84	05,76
			16,9	06,08	05,68	
11 30	15,6	19,5	16,5	07,38	05,68	05,60
			17,0	05,92	05,51	
11 45	15,7	19,6	16,5	07,40	05,70	05,62
			17,0	05,94	05,53	
12 00	15,8	19,8	16,6	07,33	05,62	05,53
			17,1	05,85	05,43	
12 15	16,1	20,1	16,6	07,05	05,34	05,25
			17,2	05,58	05,15	
12 30	16,4	20,5	16,6	06,86	05,15	05,07
			17,2	05,12	04,99	

12h 45'	16,1	20,1	16,6	706,65	704,94	704,89
			17,2	05,26	04,83	
1 00	16,4	20,5	16,7	06,50	04,78	04,71
			17,3	05,07	04,63	
1 15	16,8	21,0	16,8	06,54	04,80	04,73
			17,3	05,10	04,66	
1 30	17,0	21,3	16,7	06,55	04,83	04,75
			17,3	05,10	04,66	
1 45	17,3	21,6	16,8	06,55	04,81	04,71
			17,4	05,05	04,60	
2 00	17,1	21,4	16,8	06,46	04,72	04,63
			17,5	05,00	04,54	
2 15	17,4	21,8	16,9	06,30	04,55	04,48
			17,5	04,87	04,41	
2 30	17,6	22,0	16,9	06,36	04,61	04,54
			17,6	04,93	04,46	
2 45	17,5	21,9	17,1	06,40	04,63	04,56
			17,6	04,95	04,48	
3 00	17,5	21,9	17,2	06,38	04,60	04,53
			17,7	04,93	04,45	
3 15	17,6	22,0	17,1	06,30	04,53	04,45
			17,7	04,84	04,36	
3 30	17,5	21,9	17,1	06,28	04,51	04,43
			17,7	04,82	04,34	
3 41			17,3	706,20	704,40	704,35
			17,8	04,78	04,29	
3 44			17,3	06,25	04,45	04,38
			17,9	04,80	04,30	
3 46			17,3	06,23	04,43	04,37
			17,9	04,80	04,30	704,37

Ergebnisse der Beobachtungen auf der Station I am 8. September.

Tafel 12.

6h 29'			17,8	704,45	702,59	702,54
			18,2	03,02	02,49	
6 31			17,8	04,50	02,64	02,58
			18,2	03,05	02,52	
6 34			17,8	04,63	02,77	02,71
			18,2	03,17	02,64	702,61
7 00	12,4	15,5	17,9	704,75	702,88	702,82
			18,3	03,30	02,76	
7 15	12,6	15,8	18,0	05,12	03,21	03,20
			18,4	03,70	03,15	

7h 30'	12,6	15,8	18,1	704,65	702,76	702,70
			18,5	03,20	02,64	
7 45	13,0	16,3	18,2	04,82	02,92	02,87
			18,6	03,38	02,81	
8 00	13,5	16,9	18,2	04,87	02,97	02,90
			18,7	03,40	02,82	
8 15	13,6	17,0	18,3	05,00	03,08	03,03
			18,7	03,56	02,98	
8 30	13,9	17,4	18,3	05,25	03,33	03,27
			18,8	03 80	03,21	

8h 45'	13,8	17,3	18,3	705,50	703,58	703,51	12h 30'	13,6	17,0	18,6	707,22	705,27	705,20
			18,8	04,02	03,43					19,3	05,77	05,13	
9 00	13,6	17,0	18,4	06,00	04,07	03,99	12 45	14,4	18,0	18,7	07,25	05,29	05,22
			18,8	04,50	03,91					19,3	05,79	05,15	
9 15	13,2	16,5	18,4	06,50	04,57	04,50	1 00	15,1	18,9	18,7	07,27	05,31	05,25
			18,9	05,02	04.42					19,2	05,81	05,18	
9 30	13,0	16,3	18,5	06,67	04,73	04,67	1 15	15,3	19,1	18,7	07,47	05,51	05,44
			19,0	05,22	04,61					19,2	06,00	05,37	
9 45	12,7	15,9	18,6	06,55	04,60	04,55	1 30	14,4	18,0	18,7	07,75	05,79	05,70
			19,0	05,11	04,50					19,3	06,25	05,61	
10 00	13,1	16,4	18,6	06,70	04,75	04,70	1 45	14,3	17,9	18,7	07,65	05,69	05,62
			19,0	05,25	04,64					19,3	06,18	05,54	
10 15	13,1	16,4	18,6	06,83	04,88	04,81	2 00	14,2	17,8	18,8	07,77	05,79	05,72
			19,0	05,35	04,74					19,3	06,28	05,64	
10 30	13,3	16,6	18,4	06,82	04,89	04,84	2 15	14,5	18,1	18,8	07,80	05,82	05,75
			18,7	05,36	04,78					19,3	06,32	05,68	
10 45	13,4	16,8	18,5	06,92	04,98	04,92	2 30	14,6	18,3	18,9	07,64	05,65	05,59
			19,0	05,47	04,86					19,4	06,18	05,53	
11 00	13,4	16,8	18,5	07,07	05,13	05,06	2 45	14,3	17.9	18,9	07,58	05,59	05.52
			19,0	05,60	04,99					19,4	06,10	05,45	
11 15	13,4	16,8	18,4	07,18	05,25	05,18	2 54			18,8	707,72	705,74	705,66
			19,0	05,71	05,10					19,4	06,23	05,58	
11 30	13.4	16,8	18,5	07,34	05,40	05,31	2 57			18,9	07,72	05,73	05,67
			19,1	05,90	05,28					19.4	06,25	05,60	
12 15	13,5	16,9	18,5	07,38	05,44	05,40	3 01			18,9	07,72	05,73	05,64
			19,2	05,98	05,35					19,5	06.22	05,55	705,66

Ergebnisse der Beobachtungen auf der Station I am 9. September.

Tafel 13.

7h 59'			18,1	708,20	706,31	706,23	9h 30'	11,4	14,3	18,3	708,08	706,16	706,12
			18,5	06,70	06,14					18,5	06,63	06,07	
8 02			18,2	08,20	06,30	06,23	9 45	11,7	14,6	18,1	08,00	06,11	06,06
			18,5	06,72	06,16					18,4	06,55	06,00	
8 08			18,2	08,18	06,28	06,20	10 00	12,0	15,0	18,2	07,98	06,08	06,01
			18,6	06,69	06,12	706,22				18,5	06,50	05,94	
8 30	11,0	13,8	18,3	708,03	706,11	706,05	10 15	12,0	15,0	18,2	08,06	06,16	06,10
			18,7	06,56	05,98					18,5	06,60	06,04	
8 45	11,0	13,8	18,2	07,90	06,00	05,94	10 30	12,1	15,1	18,2	07,84	05,94	05,88
			18,6	06,45	05,88					18,4	06,37	05,82	
9 00	11,2	14,0	18,2	07,92	06,02	05,96	10 45	12,4	15,5	18,0	08,17	06,29	06,22
			18,6	06,47	05,90					18,4	06,70	06,15	
9 15	11,2	14,0	18,3	08,09	06,17	06,13	11 00	13.4	16,8	18,0	07,98	06,10	06,03
			18,6	06,65	06,08					18,4	06,50	05,95	

11 h 15'	13,4	16,8	18,1	707,78	705,89	705,82	2 h 30'	10,3	12,9	17,6	708,73	706,90	706,81
			18,5	06,30	05,74					18,0	07,22	06,71	
11 30	12,0	15,0	18,1	07,72	05,83	05,77	2 45	10,3	12,9	17,6	09,22	07,39	07,31
			18,4	06,25	05,70					17,9	07,72	07,22	
11 45	12,1	15,1	18,1	07,91	06,02	05,95	3 00	10,3	12,9	17,4	09,14	07,33	07,26
			18,4	06,43	05,88					17,9	07,68	07,18	
12 00	11,8	14,8	18,2	07,76	05,86	05,70	3 15	10,4	13,0	17,3	09,31	07,51	07,49
			18,4	06,08	05,53					17,9	07,96	07,46	
12 15	11,1	13,9	17,8	08,18	06,32	06,25	3 30	10,4	13,0	17,5	09,52	07,70	07,65
			18,3	06,72	06,18					17,9	08,12	07,62	
12 30	11,4	14,3	17,8	08,18	06,32	06,25	3 45	10,5	13,1	17,4	09,23	07,42	07,34
			18,3	06,72	06,18					18,0	07,76	07,26	
12 45	11,3	14,1	17,7	08,15	06,31	06,24	4 00	10,5	13,1	17,5	09,14	07,32	07,27
			18,2	06,70	06,17					17,9	07,72	07,22	
1 00	11,2	14,0	17,7	08,18	06,34	06,27	4 15	10,5	13,1	17,5	09,21	07,39	07,32
			18,2	06,72	06,19					17,8	07,73	07,24	
1 15	11,1	13,9	17,7	08,08	06,24	06,16	4 30	10,5	13,1	17,6	09,17	07,34	07,25
			18,2	06,61	06,08					17,9	07,65	07,15	
1 30	11,1	13,9	17,7	08,22	06,38	06,29	4 45	10,9	13,6	17,6	09,25	07,42	07,35
			18,2	06,73	06,20					17,9	07,78	07,28	
1 45	11,0	13,8	17,7	08,26	06,42	06,34	4 54			17,6	709,25	707,42	707,36
			18,1	06,78	06,26					17,9	07,80	07,30	
2 00	10,9	13,6	17,6	08,77	06,94	06,86	4 59			17,6	09,25	07,42	07,35
			18,1	07,30	06,78					17,9	07,78	07,28	
2 15	10,5	13,1	17,7	09,28	07,44	07,36	5 05			17,6	09,25	07,42	07,34
			18,0	07,79	07,28					17,9	07,76	07,26	707,35

Reisebeobachtungsresultate am 30. August Vormittag.

Tafel 14.

Station	Z	Aneroid Nr. 3		4		5		6		7		8	
	6 h 15'	22,3	721,27	21,7	718,30	22,4	723,25	22,2	720,80	20,5	722,80	20,7	720,21
I	6 17	22,3	21,22	21,7	18,27	22,4	23,20	22,2	20,77	20,5	22,80	20,7	20,16
	6 20	22,3	21,25	21,7	18,28	22,3	23,25	22,2	20,79	20,5	22,80	20,7	20,21
II	6 51	22,0	713,30	21,6	710,40	22,4	715,32	22,1	712,93	20,3	714,96	20,7	712,28
III	7 05	21,9	706,90	21,7	701,08	22,5	709,21	22,1	706,54	20,3	708,69	20,7	706,22
IV	7 45	22,4	691,63	22,4	688,74	23,1	693,77	22,7	690,98	20,7	693,72	21,3	690,92
V	8 07	22,7	683,52	22,7	680,70	23,9	685,78	23,3	682,77	21,3	685,70	21,7	682,95
VI	8 47	23,2	665,20	23,3	662,80	24.7	667,90	23,9	664,77	21,7	667,50	22,3	665,20
VII	9 12	24,2	657,75	24,0	655,60	25,6	660,69	25,0	657,27	22,7	660,10	23,0	657,87
VIII	9 43	25,0	644,58	24,7	642,72	26,6	647,70	26,1	643,48	23,4	646.77	23,3	644,96

Station	Z	Aneroïd Nr. 3		4		5		6		7		8	
VII	10h 16'	25,6	657,93	25,2	655,73	27,3	660,72	26,8	657,23	23,7	660,14	23,7	657,73
VI	10 35	25,6	665,26	25,3	662,95	27,3	668,04	26,6	664,77	23,6	667,27	23,7	664,83
V	11 05	26,3	683,78	26,2	681,06	27,4	686,08	26,7	683,55	24,0	685,72	24,4	682,78
IV	11 22	26,3	691,76	26,2	689,23	27,3	694,00	26,6	691,76	24,1	693,73	24,5	690,77
III	11 53	26,3	707,06	26,2	704,50	27,2	709,44	26,4	707,44	24,3	709,00	24,7	706,15
II	12 04	26,2	713,27	26,3	710,68	27,2	715,70	26,4	713,30	24,3	715,10	24,9	712,23
	12 30	26,5	720,70	26,6	718,16	27,3	722,88	26,6	720,70	24,7	722,25	25,3	719,68
I	12 34	26,5	20,70	26,6	18,24	27,4	22,93	26,5	20,62	24,8	22,27	25,3	19,65
	12 37	26,5	20,73	26,6	18,20	27,5	22,91	26,6	20,57	24,9	22,27	25,4	19,77

Reisebeobachtungsresultate am 30. August Nachmittag.

Tafel 15.

Station	Z	Aneroïd Nr. 3		4		5		6		7		8	
	12h 46'	27,0	720,65	26,8	718,12	27,7	723,03	26,8	720,48	25,4	722,37	25,8	719,75
I	12 50	27,1	20,66	26,9	18,09	27,6	22,98	26,9	20,48	25,5	22,33	26,0	19,70
	12 54	27,2	20,64	27,0	18,05	27,8	23,06	27,1	20,38	25,6	22,23	26,0	19,65
II	1 24	27,7	713,06	27,5	710,65	28,3	715,70	27,5	712,78	26,3	714,94	26,6	712,22
III	1 38	27,8	706,92	27,6	704,56	28,5	709,80	27,7	706,62	26,3	708,95	26,6	706,27
IV	2 19	27,8	691,40	27,8	689,20	29,0	694,52	28,3	691,12	26,6	693,58	27,0	690,90
V	2 42	28,0	683,16	28,2	681,16	29,0	686,08	28,3	683,06	26,7	685,56	27,2	683,00
VI	3 20	27,5	664,58	27,8	663,05	28,5	668,25	27,6	664,76	26,2	667,20	26,7	664,94
VII	3 45	27,3	656,92	27,5	655,60	28,2	660,75	27,4	657,10	25,7	659,58	26,5	657,50
VIII	4 13	26,6	643,24	26,9	642,25	27,7	647,42	27,3	643,20	25,4	646,16	26,2	644,43
VII	4 42	26,1	656,74	26,3	656,35	27,2	660,25	26,6	656,75	25,0	659,42	25,5	657,07
VI	4 58	25,5	664,26	25,7	663,52	26,7	667,50	26,3	664,42	24,6	666,94	25,2	664,35
V	5 24	25,4	682,64	25,4	681,06	26,3	685,38	26,0	682,80	24,4	684,94	25,1	682,05
IV	5 40	25,3	690,72	25,3	689,06	25,6	693,46	25,8	691,00	24,3	692,90	24,8	690,00
III	6 09	24,9	706,10	25,0	704,50	25,2	708,75	25,3	706,80	23,7	708,06	24,3	705,36
II	6 19	24,8	712,52	24,9	710,42	25,2	715,04	25,3	712,56	23,7	714,03	24,4	711,50
	6 44	24,7	720,42	24,9	718,00	25,2	722,70	25,3	720,30	23,6	721,90	24,1	719,24
I	6 47	24,7	20,44	24,8	18,03	25,2	22,62	25,3	20,26	23,7	21,88	24,3	19,25
	6 50	24,8	20,46	25,1	18,02	25,3	22,64	25,4	20,28	23,7	21,90	24,2	19,27

Reisebeobachtungsresultate am 31. August Vormittag.

Tafel 16.

Station	Z	Aneroid Nr. 3		4		5		6		7		8	
	5h 38'	25,1	720,48	25,1	718,03	25,1	722,76	25,1	720,15	24,6	722,10	24,7	719,53
I	5 42	25,1	20,48	25,1	18,05	25,1	22,75	25,1	20,12	24,5	22,08	21,7	19,51
	5 46	25,1	20,48	25,1	18,10	25,1	22,77	25,1	20,17	24,5	22,18	24,6	19,59
II	6 18	25,0	713,37	25,0	710,91	25,0	715,73	25,0	713,06	24,9	715,17	24,3	712,59
III	6 32	24,6	707,20	24,7	704,75	24,7	709,50	24,6	706,72	23,4	709,03	23,9	706,39
IV	7 09	23,5	691,70	23,7	689,10	23,8	693,89	23,8	691,60	22,6	693,80	23,0	690,90
V	7 36	23,2	683,63	23,4	681,10	23,6	685,81	23,6	682,82	22,2	685,73	22,6	682,91
VI	8 13	22,7	665,73	22,9	663,25	23,2	668,12	23,2	664,97	21,7	667,75	22,2	665,42
VII	8 33	22,7	658,82	22,9	656,34	23,2	661,38	23,2	657,88	21,7	660,76	22,2	658,57
VIII	9 01	21,8	646,15	22,0	643,74	22,1	648,30	22,4	644,41	20,8	647,75	21,3	645,74
VII	9 49	20,6	656,23	21,1	655,60	20,7	660,44	21,0	656,98	19,4	659,88	19,9	657,67
VI	10 05	20,2	663,59	20,7	662,77	20,4	667,73	20,6	664,59	19,1	667,30	19,5	664,80
V	10 30	20,2	682,00	20,6	680,68	20,3	685,73	20,4	683,50	19,1	685,60	19,5	682,75
IV	10 45	20,2	690,44	20,6	689,08	20,2	694,39	20,6	692,18	19,1	694,01	19,7	691,34
III	11 14	20,1	706,50	20,2	705,50	20,0	710,37	20,1	708,00	19,1	709,78	19,7	707,25
II	11 24	20,0	712,47	20,2	711,35	19,9	716,13	20,1	714,01	19,1	715,27	19,6	713,00
	11 50	19,8	719,72	20,0	718,30	19,8	723,23	19,9	721,00	18,9	722,49	19,5	720,00
I	11 53	19,8	19,70	20,0	18,24	19,9	23,20	20,0	20,93	19,0	22,49	19,6	20,21
	11 57	19,9	19,69	20,1	18,20	20,0	23,18	20,1	20,90	19,1	22,48	19,7	20,19

Reisebeobachtungsresultate am 31. August Nachmittag.

Tafel 17.

Station	Z	Aneroid Nr. 3		4		5		6		7		8	
	12h 03'	20,0	719,70	20,4	718,20	20,1	723,20	20,3	720,82	19,3	722,50	19,8	720,30
I	12 08	20,3	19,70	20,6	18,20	20,3	23,20	20,4	20,80	19,4	22,44	19,9	20,30
	12 11	20,3	19,70	20,7	18,27	20,4	23,25	20,6	20,90	19,6	22,57	20,1	20,42
II	12 42	21,1	712,24	21,5	710,77	21,3	715,76	21,0	713,32	20,2	715,10	20,7	712,86
III	12 57	21,2	705,45	21,6	704,22	21,4	709,44	21,1	706,80	20,2	708,95	20,7	706,68
IV	1 35	20,7	689,87	21,3	688,40	21,3	693,69	20,6	690,93	19,7	693,54	20,6	690,90
V	1 54	20,3	681,32	20,8	679,97	20,9	685,21	20,3	682,29	19,2	685,10	20,1	682,54
VI	2 30	19,7	662,78	20,5	661,59	20,4	666,93	19,6	663,97	18,7	666,73	19,7	664,48
VII	2 51	19,6	655,30	20,3	654,16	20,3	659,60	19,6	656,30	18,6	659,22	19,6	657,16
VIII	3 20	19,2	641,80	19,7	640,70	19,8	646,17	18,7	642,30	18,0	645,41	19,0	643,76
VII	3 53	18,6	655,23	19,0	653,77	19,4	659,25	18,3	656,03	17,4	658,70	18,3	656,66
VI	4 11	18,0	662,80	18,7	661,48	19,1	666,80	17,7	663,98	16,9	666,50	18,0	664,20
V	4 39	17,7	681,24	18,7	679,78	19,0	684,94	17,6	682,71	16,8	684,72	17,8	682,23
IV	4 56	17,7	689,26	18,8	687,72	19,2	692,95	17,5	690,83	16,9	692,66	17,8	690,20
III	5 29	17,4	705,21	18,7	703,80	19,1	709,00	17,5	706,70	16,9	708,68	17,7	706,20
II	5 39	17,4	711,22	18,7	709,77	19,2	714,81	17,6	712,68	17,2	714,57	17,8	712,00
	6 07	17,6	718,79	19,0	717,27	19,3	722,33	17,7	720,02	17,4	721,80	17,7	719,50
I	6 11	17,7	18,72	19,2	17,30	19,3	22,32	17,7	19,99	17,6	21,80	17,8	19,40
	6 15	17,8	18,75	19,3	27,27	19,5	22,27	18,0	19,90	17,8	21,70	18,0	19,28

Reisebeobachtungsresultate am 1. Sept. Vormittag.

Tafel 18.

Station	Z	Aneroïd Nr. 3		4		5		6		7		8	
	5h 25'	22,4	722,03	22,4	720,36	22,5	725,50	22,6	723,00	21,5	724,87	21,3	722,70
I	5 28	22,3	22,00	22,3	20,35	22,5	25,46	22,4	23,00	21,4	24,78	21,3	22,60
	5 32	22,3	21,97	22,2	20,30	22,5	25,48	22,5	23,00	21,4	24,77	21,4	22,62
II	6 00	22,0	714,54	22,2	712,95	22,5	718,16	22,3	715,66	21,1	717,42	21,2	715,14
III	6 12	21,4	708,18	21,6	706,64	21,9	711,90	21,6	709,25	20,4	711,16	20,6	708,85
IV	6 47	19,8	692,50	20,2	690,84	20,6	696,18	20,2	693,54	18,9	695,70	19,5	693,34
V	7 01	19,0	684,02	19,6	682,54	19,8	687,77	19,4	685,14	18,2	687,30	18,9	685,07
VI	7 35	17,7	664,70	18,9	663,78	18,8	669,08	18,1	665,85	16,9	668,10	18,0	666,50
VII	7 52	17,5	656,58	18,5	656,00	18,4	661,37	17,7	657,75	16,6	660,46	17,6	658,78
VIII	8 18	16,8	642,45	18,0	642,10	17,8	647,52	17,1	643,68	16,2	646,70	16,8	645,25
VII	8 49	16,3	656,33	17,3	655,68	17,3	661,00	16,4	657,62	15,5	660,24	16,4	658,50
VI	9 03	16,0	664,20	17,1	663,33	17,2	668,62	16,3	665,46	15,4	667,86	16,0	665,95
V	9 27	15,8	683,48	17,0	682,03	17,2	687,25	16,1	684,84	15,2	686,89	15,7	684,33
IV	9 42	15,8	691,88	17,2	690,15	17,2	695,50	16,0	693,18	15,2	694,72	15,8	692,42
III	10 09	15,9	707,92	17,3	706,18	17,3	711,40	16,1	709,05	15,3	710,35	16,2	708,34
II	10 19	16,3	714,03	17,5	712,48	17,5	717,62	16,3	715,46	15,4	716,85	16,3	714,48
	10 45	16,6	721,85	18,0	720,10	17,9	725,36	16,5	723,07	16,0	724,48	16,9	722,26
I	10 47	16,6	21,78	18,1	20,06	18,0	25,42	16,6	23,06	16,0	24,50	16,9	22,24
	10 50	16,7	21,93	18,2	20,10	18,2	25,35	16,8	23,04	16,1	24,48	17,0	22,27

Reisebeobachtungsresultate am 1. Sept. Nachmittag.

Tafel 19.

Station	Z	Aneroïd Nr. 3		4		5		6		7		8	
	11h 10'	17,5	721,78	19,1	720,10	19,0	725,31	17,6	722,90	16,8	721,44	17,8	722,32
I	11 13	17,7	21,78	19,1	20,10	19,1	25,26	17,7	22,88	16,9	24,48	17,9	22,22
	11 17	17,9	21,80	19,3	20,10	19,2	25,32	17,9	22,96	17,1	24,49	18,1	22,61
II	11 46	18,9	714,22	20,0	712,60	19,9	717,82	18,9	715,37	17,9	717,03	18,9	714,82
III	11 58	19,2	707,69	20,1	706,30	20,0	711,60	19,2	709,10	18,2	710,75	19,2	708,52
IV	12 32	19,7	692,00	20,7	690,51	20,3	695,70	20,0	692,98	18,7	695,25	19,7	692,76
V	12 51	19,8	683,33	20,8	682,13	20,2	687,24	20,2	684,46	18,8	686,86	19,8	684,48
VI	1 25	19,6	664,57	20,3	663,60	19,8	668,70	20,0	665,75	18,3	668,11	19,3	666,18
VII	1 44	19,1	656,40	19,9	656,03	19,2	661,01	19,6	657,75	18,0	660,29	19,0	658,50
VIII	2 14	18,1	642,59	19,1	642,60	18,2	647,32	18,8	643,50	17,1	646,40	18,2	644,99
VII	2 38	17,5	656,72	18,3	656,21	17,4	660,59	18,1	657,40	16,5	659,90	17,6	658,08
VI	2 53	17,0	664,26	17,7	663,50	17,0	668,02	17,6	665,25	16,1	667,41	17,0	665,50
V	3 17	16,6	682,93	17,3	681,75	16,7	686,48	17,1	684,33	15,6	686,11	16,6	683,64
IV	3 33	16,4	691,40	17,0	690,34	16,5	694,99	17,0	693,02	15,4	694,40	16,5	692,05
III	4 01	16,4	707,21	17,0	706,00	16,7	710,90	17,0	708,76	15,6	710,07	16,6	707,91
II	4 10	16,6	713,47	17,1	712,22	16,7	717,03	17,2	714,98	15,8	716,13	16,8	714.01
	4 36	16,9	721,38	17,8	719,88	17,1	724,73	17,5	722,57	16,2	723,84	17,1	721,69
I	4 38	17,0	21,33	17,8	19,81	17,2	24,74	17,6	22,59	16,2	23,86	17,2	21,74
	4 42	17,1	21,36	17,9	19,80	17,3	24,73	17,9	22,51	16,4	23,90	17,3	21,75

Reisebeobachtungsresultate am 6. September.

Tafel 20.

Station	Z	Aneroid Nr. 3		4		5		6		7		8	
	6h 13'	15,4	709,60	15,2	707,77	15,7	713,08	15,6	710,78	14,5	712,46	14,4	710,31
I	6 16	15,4	09,55	15,1	07,70	15,7	12,98	15,6	10,73	14,4	12,33	14,3	10,55
	6 19	15,3	09,60	15,0	07,67	15,6	13,02	15,5	10,74	14,5	12,45	14,4	10,50
II	6 58	14,6	706,20	14,7	704,42	15,3	709,75	14,8	707,40	14,0	709,25	13,9	707,22
III	7 17	13,8	696,55	14,1	694,78	14,7	700,20	13,9	697,75	13,1	699,90	13,1	697,70
IV	7 38	13,0	685,55	13,6	683,86	14,4	689,20	13,1	686,75	12,5	689,20	12,6	686,78
V	8 09	12,2	674,81	13,1	673,31	14,0	678,70	12,5	676,31	12,0	678,62	12,0	676,29
VI	8 33	12,2	678,39	13,4	676,80	14,3	682,20	12,4	680,00	12,1	681,95	12,2	679,83
VII	9 05	11,8	660,70	13,3	659,64	14,1	665,09	12,2	662,20	11,9	664,55	12,3	662,75
VIII	9 34	11,4	645,25	13,0	644,55	13,6	650,19	11,8	646,47	11,4	649,35	11,8	648,00
IX	9 53	11,5	637,08	13,1	636,70	13,7	612,34	11,9	638,21	11,6	641,74	12,0	640,23
X	10 36	12,3	617,30	13,7	617,89	14,4	623,23	12,5	617,54	12,4	621,85	12,9	621,64
XI	11 04	13,2	611,56	14,5	612,30	14,8	617,80	13,2	611,60	13,3	616,08	13,8	616,21
XI	1 02	14,8	611,25	15,0	612,10	15,8	617,64	14,7	611,30	15,6	615,46	15,5	615,83
X	1 21	15,3	616,57	15,5	617,36	16,2	622,70	15,2	617,00	15,6	620,75	15,7	620,74
IX	1 47	16,3	635,82	16,4	636,00	17,2	641,45	16,2	637,19	16,1	639,76	16,4	638,77
VIII	2 00	16,6	613,88	16,9	643,74	17,6	649,11	16,6	645,34	16,4	647,84	16,8	646,24
VII	2 19	17,5	659,08	17,5	658,50	18,4	663,80	17,6	660,68	17,0	662,74	17,5	660,74
VI	2 38	17,9	676,31	18,0	675,36	18,9	680,55	18,0	678,05	17,3	679,80	17,9	677,40
V	3 04	17,9	672,79	18,4	671,83	19,0	677,00	18,0	674,41	17,4	676,31	18,1	674,03
IV	3 31	17,9	683,07	18,6	682,00	19,3	687,05	18,0	684,80	17,3	686,43	18,0	684,17
III	3 47	18,0	693,70	18,6	692,45	19,5	697,61	18,0	695,54	17,4	696,88	18,0	694,48
II	4 05	18,0	702,87	18,8	701,67	19,7	706,75	18,2	704,59	17,5	705,83	18,3	703,61
	5 33	20,0	705,92	20,6	704,73	21,8	709,95	20,4	707,46	19,1	709,10	19,8	706,67
I	5 35	20,0	05,95	20,6	04,72	21,8	09,91	20,4	07,45	19,2	08,90	19,8	06,74
	5 37	20,0	05,87	20,6	04,69	21,9	09,86	20,5	07,31	19,2	09,00	19,8	06,65

Reisebeobachtungsresultate am 7. September.

Tafel 21.

Station	Z	Aneroïd Nr. 3		4		5		6		7		8	
	6h 14'	16,0	704,67	15,6	702,78	16,2	708,08	16,1	705,83	15,1	707,50	14,8	705,25
I	6 18	16,0	04,50	15,7	02,78	16,2	08,05	16,1	05,75	15,0	07,47	14,9	05,22
	6 22	16,0	04,62	15,7	02,78	16,3	08,10	16,1	05,72	15,1	07,43	15,0	05,23
II	6 55	16,3	701,45	16,5	699,90	16,7	705,20	16,3	702,72	16,6	704,46	16,6	702,17
III	7 14	16,3	692,18	16,5	690,68	17,0	696,02	16,3	693,52	15,6	695,40	15,7	693,08
IV	7 35	16,3	681,70	16,7	680,25	17,3	685,63	16,3	682,83	15,6	685,10	15,8	682,80
V	8 05	16,4	671,28	16,7	670,20	17,4	675,50	16,3	672,94	15,9	674,83	15,8	672,75
VI	8 27	16,4	674,95	17,2	673,74	17,4	679,02	16,3	676,73	16,0	678,42	15,8	676,28
VII	8 56	16,4	657,75	17,2	657,00	17,3	662,46	16,3	659,30	16,2	661,55	15,8	659,80
VIII	9 27	16,3	642,75	16,8	642,22	17,3	647,57	16,2	643,80	15,9	646,47	15,7	645,22
IX	9 50	16,3	634,50	16,6	634,32	17,2	639,83	15,8	635,72	15,7	638,73	15,4	637,59
X	10 28	15,7	614,97	16,3	615,68	16,7	621,02	15,7	615,27	15,4	619,27	15,2	619,22
XI	10 50	16,0	609,40	16,6	610,30	16,8	615,72	15,7	609,30	15,8	613,58	15,6	613,97
XI	11 54	15,7	608,95	16,3	610,05	16,2	615,32	15,5	609,03	15,4	613,12	15,2	613,70

Station	Z		Aneroid Nr. 3		4		5		6		7		8	
X	12h	13'	16,2	614,25	16,5	615,17	16,3	620,38	15,8	614,47	15,6	618,27	15,5	618,50
IX	12	42	17,3	633,05	17,6	633,37	17,5	638,56	16,7	634,22	16,4	637,00	*	*
VIII	12	55	18,2	640,85	18,2	641,00	18,2	646,20	17,4	642,31	16,8	644,73	16,7	643,36
VII	1	19	18,7	655,93	19,1	655,73	18,8	660,70	18,2	657,50	17,8	659,55	17,4	657,73
VI	1	40	19,4	673,03	19,6	672,33	19,4	677,15	18,5	674,80	18,4	676,60	17,8	674,18
V	2	06	19,7	669,48	20,2	668,77	20,0	673,75	19,2	671,18	19,1	672,92	18,7	670,70
IV	2	31	20,2	679,75	20,7	678,92	20,6	683,75	19,6	681,47	19,4	683,20	19,1	680,71
III	2	47	20,5	690,19	20,8	689,23	21,2	694,40	20,1	692,05	19,6	693,57	19,4	691,00
II	3	06	20,6	699,28	21,2	698,22	21,5	703,41	20,6	701,03	20,1	702,60	19,7	700,04
	3	41	21,6	702,22	22,0	701,25	22,7	706,25	21,5	703,73	20,9	705,68	20,6	703,00
I	3	44	21,6	02,26	22,2	01,25	22,7	06,33	21,6	03,75	21,1	05,50	20,8	02,98
	3	46	21,7	02,30	22,2	01,27	22,7	06,42	21,6	03,75	21,2	05,45	20,8	02,98

* Der Eintrag der betreffenden Instrumentablesung in das Beobachtungsjournal wurde leider übersehen; daher die Lücke.

Reisebeobachtungsresultate am 8. September.

Tafel 22.

Station	Z		Aneroid Nr. 3		4		5		6		7		8	
	6h	29'	18,0	700,50	18,0	699,03	18,6	704,28	18,5	701,94	17,4	703,53	17,4	701,27
I	6	31	18,1	00,52	18,1	99,06	18,5	04,30	18,6	01,97	17,4	03,60	17,4	01,30
	6	34	18,1	00,60	18,1	99,20	18,6	04,34	18,6	02,02	17,4	03,70	17,4	01,47
II	7	06	18,4	698,00	18,5	696,75	18,8	702,02	18,7	699,52	17,7	701,34	17,7	698,75
III	7	26	18,4	688,90	18,6	687,60	19,0	692,78	18,7	690,28	17,8	692,04	17,8	689,62
IV	7	47	18,3	678,30	18,6	677,12	19,1	682,38	18,7	679,96	17,9	681,64	17,8	679,42
V	8	16	18,2	668,00	18,9	667,05	19,1	672,50	18,6	669,54	17,9	671,56	17,7	669,40
VI	8	40	18,0	672,10	18,8	671,14	19,0	676,40	18,5	673,56	18,0	675,76	17,7	673,38
VII	9	10	18,0	655,58	18,7	655,03	18,8	660,55	18,6	657,00	18,1	659,54	17,7	657,75
VIII	9	38	17,8	640,78	18,6	640,75	18,6	646,18	18,6	642,22	18,2	645,10	17,8	643,62
IX	9	59	17,6	633,00	18,2	633,03	17,9	638,60	18,4	634,29	17,9	637,08	17,6	636,10
X	10	37	16,4	613,46	16,7	614,12	16,5	619,63	17,2	613,86	16,5	618,03	16,2	617,86
XI	10	57	15,8	607,54	16,2	608,60	15,7	613,70	16,6	607,38	15,5	611,40	15,2	612,18
XI	11	14	15,2	607,42	15,4	608,50	15,3	613,68	16,0	607,52	14,8	611,65	14,5	612,20
X	11	29	14,5	613,26	14,5	614,02	14,5	619,57	15,3	613,63	14,1	617,36	13,7	617,64
IX	11	53	14,1	632,75	14,2	632,88	13,8	638,03	14,6	633,94	13,4	636,28	13,3	635,60
VIII	12	06	13,8	640,46	13,7	640,27	13,7	645,55	14,6	641,94	13,3	641,15	13,2	642,90
VII	12	22	13,8	655,68	13,8	655,00	13,6	660,36	14,5	657,46	13,3	659,22	13,2	657,50
VI	12	42	13,9	673,05	14,0	671,90	13,6	677,06	14,6	674,75	13,3	676,10	13,4	674,05
V	1	06	14,4	669,72	14,6	668,50	14,2	673,54	14,9	671,30	13,9	672,85	14,1	670,77
IV	1	40	15,4	680,36	15,5	679,12	14,9	681,13	15,7	682,00	15,1	683,46	15,3	681,14
III	1	55	15,8	691,05	16,0	689,56	15,4	694,58	16,2	692,75	15,4	694,10	15,4	691,65
II	2	11	16,3	700,52	16,4	699,06	16,0	701,05	16,8	702,00	16,0	703,27	16,0	700,82
	2	54	17,2	703,32	17,4	701,95	16,9	706,97	17,8	704,92	16,7	706,08	17,0	703,84
I	2	57	17,4	03,40	17,6	01,98	17,0	07,02	17,9	04,93	16,7	06,22	17,1	03,95
	3	01	17,4	03,43	17,6	02,00	17,2	07,03	18,1	04,94	17,1	06,20	17,3	03,94

Reisebeobachtungsresultate am 9. September.

Tafel 23.

Station	Z	Aneroid Nr. 3		4		5		6		7		8	
	7h 59'	17,3	704,50	17,1	702,63	17,5	707,86	17,2	705,48	16,7	707,08	16,4	704,73
I	8 02	17,3	04,49	17,1	02,63	17,6	07,84	17,2	05,50	16,7	07,08	16,6	04,76
	8 08	17,5	04,50	17,1	02,70	17,7	07,80	17,2	05,48	16,8	07,03	16,7	04,65
II	8 41	17,9	701,43	17,6	699,71	17,9	704,92	17,8	702,51	17,0	704,10	17,0	701,70
III	9 03	18,0	691,89	17,5	690,11	17,8	695,39	17,9	692,90	17,0	694,61	17,0	692,24
IV	9 24	18,1	681,40	17,6	679,88	17,8	685,13	17,9	682,58	17,0	684,27	16,9	682,04
V	9 54	18,0	670,74	17,7	669,27	18,0	674,70	17,8	671,70	16,9	673,81	16,9	671,73
VI	10 20	17,9	674,34	18,0	672,90	18,2	678,21	18,0	675,73	17,1	677,40	17,1	675,22
VII	10 59	18,4	657,21	18,8	656,18	19,0	661,73	18,3	658,40	17,7	660,40	17,7	658,77
VIII	11 31	18,4	641,80	19,0	641,29	19,2	646,88	18,3	643,09	18,0	645,33	17,8	644,07
IX	11 50	18,6	633,80	19,2	633,74	19,4	639,26	18,4	635,23	18,1	637,58	18,1	636,63
X	12 31	19,5	614,30	20,0	615,06	20,1	620,34	19,1	614,75	19,2	618,42	19,2	618,40
XI	12 56	20,4	608,73	21,2	609,64	20,9	614,95	19,9	608,72	20,1	612,82	19,9	613,12
XI	1 23	21,1	608,40	21,5	609,38	21,0	614,62	20,5	608,40	20,3	612,38	20,1	612,75
X	1 36	20,3	613,67	20,6	614,69	20,3	619,90	20,1	614,02	19,4	617,78	19,2	617,79
IX	2 00	19,2	633,36	19,3	633,54	19,1	638,95	19,0	634,89	17,8	637,13	17,8	636,10
VIII	2 12	18,4	642,20	18,6	641,76	18,6	647,02	18,4	643,47	17,2	645,70	17,2	644,20
VII	2 29	17,3	657,26	17,6	656,39	17,8	661,68	17,4	658,67	16,6	660,39	16,5	658,49
VI	2 49	16,4	675,08	16,9	673,87	17,0	678,78	16,5	676,39	16,0	677,89	15,9	675,39
V	3 20	15,4	671,55	16,1	670,21	16,3	675,26	15,7	672,98	15,3	674,26	15,1	672,20
IV	3 44	14,8	681,96	15,5	680,53	15,9	685,46	15,1	683,42	14,9	684,57	14,5	682,10
III	4 01	14,4	692,62	15,2	690,94	15,6	696,10	15,0	694,24	14,6	695,20	14,4	692,83
II	4 19	14,0	701,88	15,0	700,26	15,4	705,35	14,7	703,51	14,3	704,48	14,2	702,10
	4 54	13,9	705,08	15,0	703,48	15,5	708,54	14,7	706,69	14,2	707,58	14,1	705,28
I	4 59	13,9	05,11	15,0	03,49	15,5	08,56	14,8	06,56	14,3	07,54	14,2	05,27
	5 05	14,1	05,07	15,1	03,46	15,7	08,58	15,0	06,42	14,5	07,60	14,3	05,26

Die auf 0° C. reducirten Barometerstände der Reise-Aneroïde. 30. August Vormittag.

Tafel 24.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
	719,62	715,60	720,54	719,22	720,81	718,81
I	19,57	15,57	20,49	19,19	20,81	18,76
	19,60	15,58	20,55	19,21	20,81	18,81
	719,60	715,58	720,53	719,21	720,81	718,79
II	711,67	707,71	712,61	711,35	712,99	710,88
III	705,28	701,38	706,49	704,96	706,72	704,82
IV	689,97	685,95	690,94	689,36	691,71	689,48
V	681,84	677,88	682,89	681,11	683,63	681,48
VI	663,48	659,90	664,91	663,06	665,40	663,69
VII	655,96	652,61	657,60	655,48	657,90	656,32
VIII	642,73	639,64	644,49	641,61	644,50	643,39
VII	656,03	652,59	657,42	655,31	657,84	656,13
VI	663,36	659,80	664,74	662,87	664,98	663,23
V	681,83	677,79	682,77	681,63	683,39	681,13
IV	689,81	685,96	690,70	689,86	691,39	689,11
III	705,11	701,23	706,15	705,55	706,64	704,48
II	711,33	707,40	712,41	711,41	712,74	710,55
	718,73	714,85	719,58	718,80	719,85	717,97
I	18,73	14,93	19,62	18,72	19,86	17,94
	18,76	14,89	19,58	18,67	19,85	18,05
	718,74	714,89	719,59	718,73	719,85	717,99

Die auf 0° C. reducirten Barometerstände der Reise-Aneroïde. 30. August Nachmittag.

Tafel 25.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
	718,65	714,78	719,69	718,56	719,90	718,00
I	18,65	14,74	19,65	18,56	19,85	17,94
	18,63	14,69	19,70	18,44	19,75	17,89
	718,64	714,74	719,68	718,52	719,83	717,94
II	711,01	707,22	712,28	710,81	712,39	710,42
III	704,86	701,12	706,36	704,64	706,40	704,47
IV	689,34	685,74	691,02	689,10	691,00	689,07
V	681,09	677,65	682,58	681,04	682,97	681,16
VI	662,54	659,59	664,81	662,79	664,66	663,13
VII	654,90	652,17	657,35	655,14	657,09	655,70
VIII	641,26	638,90	644,08	641,25	643,69	642,66
VII	654,80	653,07	656,97	654,85	656,99	655,34
VI	662,37	660,32	664,28	662,54	664,55	662,65
V	680,76	677,90	682,20	680,94	682,57	680,35
IV	688,85	685,91	690,37	689,15	690,54	688,32
III	704,26	701,39	705,71	704,99	705,76	703,72
II	710,68	707,32	712,00	710,75	711,73	709,85
	718,59	714,90	719,66	718,49	719,61	717,61
I	18,61	14,94	19,58	18,46	19,58	17,61
	18,62	14,90	19,58	18,45	19,60	17,64
	718,61	714,91	719,61	718,47	719,60	717,62

Die auf 0° C. reducirten Barometerstände der Reise-Aneroïde. 31. August Vormittag.

Tafel 26.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
	718,62	714,91	719,73	718,35	719,71	717,86
I	18,62	14,93	19,72	18,32	19,70	17,84
	18,62	14,98	19,74	18,37	19,80	17,93
	718,62	714,94	719,73	718,35	719,74	717,88
II	711,52	707,80	712,71	711,27	712,75	710,95
III	705,38	701,68	706,52	704,96	706,76	704,78
IV	689,96	686,15	691,01	689,90	691,61	689,35
V	681,91	678,19	682,96	681,13	683,58	681,38
VI	664,05	660,40	665,32	663,31	665,65	663,92
VII	657,14	653,49	658,58	656,22	658,66	657,07
VIII	644,53	641,00	645,63	642,81	645,73	644,30
VII	654,70	652,98	657,94	655,48	658,00	656,33
VI	662,09	660,20	665,26	663,12	665,45	663,48
V	680,50	678,12	683,27	682,04	683,75	681,43
IV	688,94	686,52	691,95	690,71	692,16	690,01
III	705,01	702,99	707,95	706,56	707,93	705,92
II	710,99	708,84	713,72	712,57	713,42	711,68
	718,25	715,81	720,83	719,58	720,66	718,88
I	18,23	15,75	20,79	19,50	20,65	18,89
	18,22	15,69	20,76	19,46	20,68	18,86
	718,23	715,75	720,79	719,51	720,65	718,88

Die auf 0° C. reducirten Barometerstände der Reise-Aneroïde. 31. August Nachmittag.

Tafel 27.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
	718,22	715,66	720,77	719,37	720,63	718,96
I	18,20	15,64	20,74	19,34	20,56	18,96
	18,20	15,70	20,78	19,43	20,67	19,06
	718,21	715,67	720,76	719,38	720,62	718,99
II	710,67	708,09	713,18	711,82	713,14	711,46
III	703,88	701,53	706,85	705,29	706,99	705,28
IV	688,33	685,75	691,11	689,46	691,63	689,51
V	679,82	677,38	682,68	680,84	683,24	681,18
VI	661,32	659,04	664,46	662,57	664,92	663,15
VII	653,85	651,63	657,14	654,90	657,42	655,84
VIII	640,38	638,25	643,77	640,96	643,66	642,48
VII	653,85	651,40	656,90	654,72	657,01	655,42
VI	661,47	659,15	664,49	662,71	664,86	662,98
V	679,93	677,45	682,64	681,45	683,09	681,02
IV	687,95	685,38	690,63	689,57	691,03	688,99
III	703,92	701,47	706,69	705,44	707,04	705,00
II	709,93	707,44	712,49	711,42	712,90	710,79
	717,49	714,90	719,99	718,75	720,11	718,30
1	17,41	14,91	19,98	18,72	20,09	18,19
	17,43	14,86	19,91	18,61	19,97	18,06
	717,44	714,89	719,96	718,69	720,06	718,18

Die auf 0° C. reducirten Barometerstände der Reise-Aneroïde. 1. September Vormittag.

Tafel 28.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
	720,37	717,57	722,78	721,39	722,78	721,26
I	20,35	17,57	22,74	21,40	22,70	21,16
	20,32	17,54	22,76	21,39	22,69	21,17
	720,35	717,56	722,76	721,39	722,72	721,20
II	712,91	710,19	715,44	714,07	715,37	713,71
III	706,59	703,95	709,25	707,71	709,18	707,46
IV	691,03	688,33	693,69	692,10	693,87	692,02
V	682,61	680,10	685,37	683,75	685,53	683,80
VI	663,39	661,42	666,81	664,55	666,46	665,28
VII	655,28	653,69	659,15	656,48	658,85	657,59
VIII	641,20	639,86	645,37	642,45	645,13	644,11
VII	655,12	653,52	658,91	656,45	658,73	657,39
VI	663,01	661,20	666,55	664,30	666,36	664,87
V	682,31	679,91	685,18	683,69	685,41	683,27
IV	690,71	688,01	693,43	692,04	693,24	691,35
III	706,74	704,02	709,31	707,90	708,86	707,25
II	712,82	710,30	715,51	714,30	715,35	713,38
	720,62	717,86	723,20	721,89	722,93	721,12
I	20,55	17,81	23,25	21,87	22,95	21,10
	20,69	17,83	23,15	21,84	22,92	21,12
	720,62	717,83	723,20	721,87	722,93	721,11

Die auf 0° C. reducirten Barometerstände der Reise-Aneroïde. 1. September Nachmittag.

Tafel 29.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
	720,48	717,72	723,01	721,64	722,81	721,11
I	20,47	17,72	22,95	21,61	22,84	21,01
	20,48	17,69	23,00	21,68	22,83	21,38
	720,48	717,71	722,99	721,64	722,83	721,17
II	712,82	710,11	715,41	714,02	715,29	713,55
III	706,27	703,80	709,18	707,73	708,98	707,23
IV	690,54	687,94	693,24	691,55	693,44	691,43
V	681,86	679,54	684,80	683,02	685,04	683,14
VI	663,12	661,07	666,30	664,32	666,33	664,88
VII	654,98	653,55	658,69	656,35	658,54	657,22
VIII	641,25	640,22	645,12	642,15	644,74	643,76
VII	655,42	653,96	658,49	656,10	658,30	656,89
VI	663,00	661,30	665,97	663,99	665,85	664,35
V	681,70	679,59	684,47	683,10	684,60	682,52
IV	690,18	688,22	693,00	691,80	692,90	690,93
III	705,99	703,88	708,89	707,54	708,56	706,79
II	712,24	710,09	715,02	713,75	714,60	712,87
	720,13	717,66	722,67	721,31	722,27	720,53
I	20,07	17,59	22,67	21,33	22,29	20,58
	20,09	17,57	22,64	21,23	22,31	20,58
	720,10	717,61	722,66	721,29	722,29	720,56

Die auf 0° C. reducirten Barometerstände der Reise-Aneroïde. 6. September.

Tafel 30.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
	708,46	705,88	711,19	709,67	711,05	709,33
I	08,41	05,82	11,09	09,62	10,93	09,58
	08,47	05,80	11,14	09,63	11,04	09,53
	708,45	705,83	711,14	709,64	711,01	709,48
II	705,12	702,59	707,90	706,34	707,89	706,28
III	695,53	693,03	698,43	696,76	698,63	696,81
IV	684,59	682,17	687,46	685,81	687,99	685,93
V	673,91	671,68	677,01	675,41	677,46	675,48
VI	677,49	675,13	680,47	679,11	680,78	679,01
VII	659,82	657,98	663,39	661,33	663,40	661,92
VIII	644,40	642,93	648,55	645,62	648,24	647,20
IX	636,22	635,07	640,69	637,36	640,62	639,42
X	616,39	616,19	621,49	616,64	620,65	620,77
XI	610,58	610,49	616,01	610,66	614,79	615,27
XI	610,15	610,23	615,73	610,25	613,95	614,78
X	615,44	615,43	620,75	615,92	619,24	619,68
IX	634,61	633,96	639,38	636,03	638,20	637,66
VIII	642,65	641,63	646,99	644,15	646,25	645,10
VII	657,78	656,32	661,58	659,42	661,09	659,55
VI	675,02	673,12	678,26	676,76	678,12	676,19
V	671,47	669,54	674,70	673,12	674,62	672,80
IV	681,75	679,68	684,71	683,51	684,75	682,95
III	692,37	690,13	695,25	694,25	695,19	693,26
II	701,54	699,33	704,37	703,29	704,13	702,37
	704,44	702,17	707,31	706,00	707,25	705,33
I	04,47	02,16	07,27	05,99	07,04	05,40
	04,39	02,13	07,21	05,84	07,14	05,31
	704,43	702,15	707,26	705,94	707,14	705,35

Die auf 0° C. reducirten Barometerstände der Reise-Aneroïde. 7. September.

Tafel 31.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
	703,48	700,84	706,13	704,68	706,03	704,25
I	03,31	00,83	06,10	04,60	06,01	04,22
	03,43	00,83	06,13	04,57	05,96	04,22
	703,41	700,83	706,12	704,62	706,00	704,23
II	700,24	697,84	703,19	701,56	702,85	701,05
III	690,97	688,62	693,97	692,36	693,89	692,02
IV	680,49	678,17	683,54	681,67	683,59	681,73
V	670,06	668,12	673,40	671,78	673,29	671,68
VI	673,73	671,60	676,92	675,57	676,87	675,21
VII	656,53	654,86	660,37	658,14	659,98	658,73
VIII	641,54	640,13	645,48	642,64	644,93	644,16
IX	633,29	632,25	637,76	634,59	637,21	636,55
X	613,80	613,65	619,01	614,15	617,77	618,20
XI	608,21	608,23	613,69	608,18	612,05	612,92
XI	607,78	608,02	613,37	607,92	611,62	612,68
X	613,05	613,11	618,41	613,34	616,76	617,45
IX	631,77	631,18	636,45	633,02	635,41	*
VIII	639,50	638,73	644,00	641,09	643,10	642,23
VII	654,54	653,35	658,43	656,20	657,82	656,55
VI	671,59	669,89	674,80	673,47	674,81	672,97
V	668,02	666,26	671,33	669,81	671,07	669,44
IV	678,25	676,35	681,26	680,07	681,32	679,42
III	688,67	686,64	691,84	690,61	691,67	689,69
II	697,75	695,58	700,81	699,56	700,65	698,71
	700,62	698,51	703,51	702,19	703,65	701,61
I	00,66	98,49	03,59	02,21	03,45	01,57
	00,69	98,51	03,68	02,21	03,39	01,57
	700,66	698,50	703,59	702,20	703,50	701,58

Die auf 0° C. reducirten Barometerstände der Reise-Aneroïde. 8. September.

Tafel 32.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
	699,17	696,79	702,03	700,61	701,84	700,09
I	99,18	96,81	02,06	00,64	01,91	00,12
	99,26	96,95	02,09	00,69	02,01	00,29
	699,20	696,85	702,06	700,65	701,92	700,17
II	696,64	694,44	699,75	698,18	699,62	697,55
III	687,54	685,28	690,48	688,94	690,31	688,41
IV	676,95	674,80	680,07	678,62	679,90	678,21
V	666,65	664,69	670,19	668,21	669,82	668,20
VI	670,77	668,80	674,10	672,23	674,01	672,18
VII	654,25	652,70	658,28	655,67	657,78	656,55
VIII	639,46	638,43	643,93	640,89	643,33	642,41
IX	631,70	630,76	636,44	632,97	635,34	634,91
X	612,24	612,04	617,64	612,63	616,43	616,77
XI	606,37	606,58	611,81	606,19	609,89	611,16
XI	606,29	606,58	611,83	606,38	610,21	611,22
X	612,18	612,21	617,82	612,54	615,99	616,71
IX	631,70	631,11	636,36	632,90	634,98	634,70
VIII	639,44	638,57	643,90	640,90	642,86	642,01
VII	654,66	653,28	658,72	656,42	657,93	656,61
VI	672,02	670,16	675,42	673,71	674,81	673,14
V	668,65	666,68	671,83	670,24	671,50	669,81
IV	679,22	677,19	682,33	680,88	681,99	680,11
III	689,88	687,57	692,72	691,59	692,60	690,61
II	699,31	697,02	702,12	700,80	701,72	699,74
	702,05	699,78	704,93	703,64	704,46	702,69
I	02,11	99,79	04,97	03,65	04,60	02,79
	02,14	99,81	04,96	03,64	04,54	02,77
	702,10	699,79	704,95	703,64	704,53	702,75

Die auf 0° C. reducirten Barometerstände der Reise-Aneroïde. 9. September.

Tafel 33.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
	703,22	700,50	705,75	704,25	705,46	703,62
I	03,21	00,50	05,72	04,27	05,46	03,64
	03,20	00,57	05,67	04,25	05,40	03,52
	703,21	700,52	705,71	704,26	705,44	703,59
II	700,11	697,52	702,76	701,23	702,45	700,55
III	690,56	687,93	693,24	691,62	692,96	691,09
IV	680,06	677,69	682,98	681,30	682,62	680,90
V	669,41	667,07	672,53	670,42	672,17	670,59
VI	673,02	670,66	676,01	674,44	675,74	674,06
VII	655,85	653,84	659,43	657,09	658,68	657,57
VIII	640,44	638,92	644,56	641,78	643,58	642,86
IX	632,42	631,35	636,91	633,91	635,82	635,40
X	612,85	612,57	617,91	613,38	616,56	617,11
XI	607,22	607,00	612,42	607,30	610,87	611,78
XI	606,83	606,70	612,08	606,93	610,41	611,39
X	612,17	612,13	617,44	612,58	615,90	616,50
IX	631,94	631,13	636,64	633,53	635,40	634,89
VIII	640,84	639,44	644,77	642,15	644,03	643,04
VII	655,98	654,20	659,53	657,42	658,78	657,37
VI	673,86	671,76	676,73	675,21	676,34	674,32
V	670,41	668,21	673,29	671,86	672,77	671,18
IV	680,86	678,60	683,54	682,34	683,12	681,12
III	691,55	689,05	694,22	693,17	693,78	691,86
II	700,84	698,39	703,49	702,46	703,09	701,14
	704,05	701,61	706,67	705,64	706,20	704,32
I	04,08	01,62	06,69	05,50	06,15	04,31
	04,02	01,58	06,69	05,35	06,19	04,29
	704,05	701,60	706,68	705,50	706,18	704,31

Die Ermittlung der Standcorrectionen bietet wenig Schwierigkeiten, indem sich dieselben direct aus den Differenzen zwischen den zusammengehörigen Abgleichungsmittelwerthen der Stations- und Reise-Aneroïde ableiten lassen; die einschlägigen Resultate findet man in den Tafeln 34 und 35 vorgetragen.

Etwas mehr Schwierigkeiten stellen sich der Anbringung der Standcorrectionen an die auf 0° C. reducirten Barometerstände entgegen, weil man es hier, wie ein Blick in vorgenannte Tafeln zeigt, mit variabeln Grössen zu thun hat. Wenn man vorerst die einzelnen Messungen aus einander hält, so findet man nämlich, dass die Standcorrectionen aller Reise-Aneroïde trotz oft sehr geringer Luftdrucksvariationen am Schlusse einer jeden Messung andere Werthe aufweisen als bei Beginn derselben Messung und dass ferner diese Standcorrectionsänderungen, einige wenige Fälle ausgenommen, sich dadurch kennzeichnen, dass sie für sämmtliche Aneroïde in gleichem Sinne auftreten. Vergleicht man dann weiterhin, indem man hierbei die Brannenburger und Bicheler Schleife aus einander hält, die zuletzt gefundenen Standcorrectionen des ersten Beobachtungstages mit den zuerst gefundenen des zweiten, hierauf die zuletzt gefundenen Standcorrectionen des zweiten Beobachtungstages mit den zuerst gefundenen des dritten u. s. f., so ergeben sich ganz ähnliche Aenderungen, die sich jedoch von den zuvor besprochenen deswegen wesentlich unterscheiden, weil sie sich alle nach der entgegengesetzten Richtung hin markiren.

Es dürfte somit keinem Zweifel unterliegen, dass besagte Standcorrectionsänderungen hauptsächlich „den elastischen Nachwirkungen“ zuzuschreiben sind. Eine Ausnahme hiervon machen die Standcorrectionsänderungen der Aneroïde Nr. 3 und 4 für den 31. August Vormittags, da die einschlägigen Beträge zum grösseren Theile als Ursache eines heftigen Stosses angesehen werden müssen, bezüglich dessen nachstehende Aufklärung Platz zu greifen hat: Am bezeichneten Tage stürzte während des Abstieges von der Reindleralpe zur Station VII der Messgehilfe, welcher die Kästen mit den Aneroïden Nr. 3, 4 und 5, 6 zu tragen hatte, aus Unvorsichtigkeit und derart, dass der ungenügend geschlossene Kasten, der die erstgenannten Aneroïde enthielt, aufsprang und sich seines Inhaltes entleerte; beide Instrumente fielen auf den steinigten Boden und waren demnach einem nicht unbedeutenden Stosse ausgesetzt. Der zweite Kasten kam während des

Sturzes auf den Gehilfen zu liegen, wodurch der Stoss auf die Aneroïde Nr. 5 und 6 bedeutend abgeschwächt wurde und so auch keine wahrnehmbaren Standcorrectionsänderungen für diese Instrumente im Gefolge hatte.

So unangenehm der sich an diese Thatsachen knüpfende Vorfall war, so muss derselbe dennoch als lehrreich bezeichnet werden, weil man aus den am Schlusse der Abhandlung vorgetragenen Zusammenstellungen der absoluten Höhenfehler ersehen kann, dass die Aneroïde Nr. 3 und 4 nach vorbeschriebenem Stosse wieder ziemlich gut functionirt haben. Wären dem Messgehilfen statt der vier Aneroïdbarometer Quecksilberbarometer zum Transport anvertraut gewesen, so hätten letztere nach dem Sturze des Gehilfen sehr wahrscheinlich nicht mehr functionirt — die Glasröhren wären jedenfalls zerbrochen und damit die Instrumente unbrauchbar geworden.

Zu den elastischen Nachwirkungen zurückkehrend, sei erwähnt, dass, in so weit sich solche auf die einzelnen Messungen beziehen, früher ebenfalls im Hochgebirge angestellte Vergleichsbeobachtungen mit Quecksilberbarometern die folgende Wahrnehmung ergeben haben:

„Die Standcorrectionsänderungen, welche durch die elastischen Nachwirkungen hervorgerufen werden, entwickeln sich unmittelbar nach dem Uebergang von der Depression zur Elevation rasch zu dem Betrage, wie er aus den Abgleichungsdaten der untersten Stationen resultirt."

Lässt man diesen Satz gelten und wendet ihn auf den vorliegenden Fall an, so muss eingeräumt werden, dass die Beträge der elastischen Nachwirkungen bei der Schleife Brannenburg-Reindleralpe nur zwischen den Stationen VIII und VII und bei der Schleife Bichel-Benedictenwand nur zwischen den Stationen XI und X sich entwickelt haben können. Es kommt zwar bei letzterer Schleife schon während des Anstieges, nämlich zwischen den Stationen V und VI, eine Elevation vor, für welche jedoch die sich anschliessenden Verticalerhebungen über der Station I so gering sind, dass von einer besonderen und nicht zu vernachlässigenden elastischen Nachwirkung für diese Stelle keine Sprache sein kann; abgesehen davon, darf man nur die Beträge der elastischen Nachwirkungen, die aus der Tafel 34 hervorgehen und bekanntlich einer Verticalerhebung von 952^{m} entsprechen, als Maassstab anlegen, so wird man auch finden, dass bei dem Abstiege, wo fragliche Stelle in Depression übergeht, die gleiche Vernachlässigung von keinen für die Praxis schädlichen Folgen begleitet ist.

Man wird daher die Beträge der elastischen Nachwirkungen für beide Aneroïdschleifen nahezu eliminiren können, wenn man die in den Tafeln 34 und 35 stehenden Standcorrectionen an den auf 0° C. reducirten Barometerständen in der Weise anbringt, dass man für die Stationen der Depression, worunter sämmtliche Stationen zu verstehen sind, die während des Anstieges besucht wurden, die aus den Anfangsabgleichungen resultirenden Standcorrectionen und für die Stationen der Elevation resp. des Abstieges die aus den Schlussabgleichungen resultirenden Standcorrectionen in Rechnung nimmt. Dasselbe Verfahren ist bei der am 31. August Vormittag vorgenommenen Messung den Aneroïden Nr. 3 und 4 gegenüber einzuhalten und zwar aus dem Grunde, weil der Stoss kurz nach dem Uebergange von der Depression zur Elevation erfolgt ist und die dadurch hervorgerufene Standcorrectionsänderung bekanntermassen als eine keinen weiteren Variationen unterworfene und demnach constante Aenderung betrachtet werden muss.

Führt man diese Rechnung in besprochener Weise durch, so erhält man die mit Standcorrectionen versehenen Barometerstände, wie sie in den Tafeln 36 mit 45 eingetragen sind.

Der in Tafel 43 mit einem Sternchen bezeichnete Barometerstand musste, weil hierfür keine Ablesung vorhanden ist, der Vollständigkeit halber eingeschaltet werden; die einschlägige Interpolation geschah mit Hilfe des Mittelwerthes, der sich aus den Luftdrucksvariationen der übrigen Barometerstände berechnete.

Die aus den Abgleichungsdaten resultirenden Standcorrectionen der Reise-Aneroïde.

Tafel 34.

Z	Aneroïd Nr. 3	4	5	6	7	8
	30. August Vormittag.					
6h 17' (V)	+ 0,76	+ 4,78	− 0,17	+ 1,15	− 0,45	+ 1,57
12 37 (N)	+ 1,05	+ 4,90	+ 0,20	+ 1,06	− 0,06	+ 1,80
	30. August Nachmittag.					
12 50 (V)	+ 1,03	+ 4,93	− 0,01	+ 1,15	− 0,16	+ 1,73
6 47 (N)	+ 1,20	+ 4,90	+ 0,20	+ 1,34	+ 0,21	+ 2,19
	31. August Vormittag.					
5 42 (V)	+ 0,97	+ 4,65	− 0,14	+ 1,24	− 0,15	+ 1,71
11 54 (N)	+ 2,71	+ 5,19	+ 0,15	+ 1,43	+ 0,29	+ 2,06
	31. August Nachmittag.					
12 07 (V)	+ 2,54	+ 5,08	− 0,01	+ 1,37	+ 0,13	+ 1,76
6 11 (N)	+ 2,71	+ 5,26	+ 0,19	+ 1,46	+ 0,09	+ 1,97
	1. September Vormittag.					
5 28 (V)	+ 2,28	+ 5,07	− 0,13	+ 1,24	− 0,09	+ 1,43
10 47 (N)	+ 2,50	+ 5,29	− 0,08	+ 1,25	+ 0,19	+ 2,01
	1. September Nachmittag.					
11 13 (V)	+ 2,46	+ 5,23	− 0,05	+ 1,30	+ 0,11	+ 1,77
4 39 (N)	+ 2,53	+ 5,02	− 0,03	+ 1,34	+ 0,34	+ 2,07

Die aus den Abgleichungsdaten resultirenden Standcorrectionen der Reise-Aneroïde.

Tafel 35.

Z	Aneroïd Nr. 3	4	5	6	7	8
	6. September.					
6h 16' (V)	+ 2,70	+ 5,32	− 0,01	+ 1,51	− 0,14	+ 1,67
5 35 (N)	+ 3,42	+ 5,70	− 0,59	+ 1,91	− 0,71	+ 2,50
	7. September.					
6 18 (V)	+ 3,03	+ 5,61	− 0,32	+ 1,82	− 0,44	+ 2,21
3 44 (N)	+ 3,71	+ 5,87	− 0,78	+ 2,17	− 0,87	+ 2,79
	8. September.					
6 31 (V)	+ 3,41	+ 5,76	− 0,55	+ 1,96	− 0,69	+ 2,44
2 57 (N)	+ 3,56	+ 5,87	− 0,71	+ 2,02	− 1,13	+ 2,91
	9. September.					
8 03 (V)	+ 3,01	+ 5,70	− 0,51	+ 1,96	− 0,78	+ 2,63
4 59 (N)	+ 3,30	+ 5,75	− 0,67	+ 1,85	− 1,17	+ 3,04

Die mit Standcorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. 30. August Vormittag.

Tafel 36.

Station	Aneroid Nr.					
	3	4	5	6	7	8
II	712,43	712,48	712,44	712,50	712,54	712,45
III	706,04	706,16	706,32	706,11	706,27	706,39
IV	690,73	690,73	690,77	690,51	691,26	691,05
V	682,60	682,66	682,72	682,26	683,18	683,05
VI	664,24	664,68	664,74	664,21	664,95	665,26
VII	656,72	657,39	657,43	656,63	657,45	657,89
VIII	643,49	644,42	644,32	642,76	644,05	644,96
VII	657,08	657,49	657,62	656,37	657,78	657,93
VI	664,41	664,70	664,94	663,93	664,92	665,03
V	682,88	682,69	682,97	682,69	683,33	682,93
IV	690,86	690,86	690,90	690,92	691,33	690,91
III	706,16	706,13	706,35	706,61	706,58	706,28
II	712,38	712,30	712,61	712,47	712,68	712,35

Die mit Standcorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. 30. August Nachmittag.

Tafel 37.

Station	Aneroid Nr.					
	3	4	5	6	7	8
II	712,04	712,15	712,27	711,96	712,23	712,15
III	705,89	706,05	706,35	705,79	706,24	706,20
IV	690,37	690,67	691,01	690,25	690,84	690,80
V	682,12	682,58	682,57	682,19	682,81	682,89
VI	663,57	664,52	664,80	663,94	664,50	664,86
VII	655,93	657,10	657,34	656,29	656,93	657,43
VIII	642,29	643,83	644,07	642,40	643,53	644,39
VII	656,00	657,97	657,17	656,19	657,20	657,53
VI	663,57	665,22	664,48	663,88	664,76	664,84
V	681,96	682,80	682,40	682,28	682,78	682,54
IV	690,05	690,81	690,57	690,49	690,75	690,51
III	705,46	706,29	705,91	706,33	705,97	705,91
II	711,88	712,22	712,20	712,09	711,94	712,04

Die mit Standcorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. 31. August Vormittag.

Tafel 38.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
II	712,49	712,45	712,57	712,51	712,60	712,66
III	706,35	706,33	706,38	706,20	706,61	706,49
IV	690,93	690,80	690,87	691,14	691,46	691,06
V	682,88	682,84	682,82	682,37	683,43	683,09
VI	665,02	665,05	665,18	664,55	665,50	665,63
VII	658,11	658,14	658,52	657,46	658,51	658,78
VIII	645,50	645,65	645,49	641,05	645,58	646,01
VII	657,41	658,17	658,09	656,91	658,29	658,39
VI	664,80	665,39	665,41	664,55	665,74	665,54
V	683,21	683,31	683,42	683,47	684,04	683,49
IV	691,65	691,71	692,10	692,14	692,45	692,07
III	707,72	708,18	708,10	707,99	708,22	707,98
II	713,70	714,03	713,87	714,00	713,71	713,74

Die mit Standcorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. 31. August Nachmittag.

Tafel 39.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
II	713,21	713,17	713,17	713,19	713,27	713,22
III	706,42	706,61	706,84	706,66	707,12	707,04
IV	690,87	690,83	691,10	690,83	691,76	691,27
V	682,36	682,46	682,67	682,21	683,37	682,94
VI	663,86	664,12	664,45	663,94	665,05	664,91
VII	656,39	656,71	657,13	656,27	657,55	657,60
VIII	642,92	643,33	643,76	642,33	643,79	644,24
VII	656,56	656,66	657,09	656,18	657,10	657,39
VI	664,18	664,41	664,68	664,17	664,95	664,95
V	682,64	682,71	682,83	682,91	683,18	682,99
IV	690,66	690,64	690,82	691,03	691,12	690,96
III	706,63	706,73	706,88	706,90	707,13	706,97
II	712,64	712,70	712,68	712,88	712,99	712,76

Die mit Standcorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. 1. September Vormittag.

Tafel 40.

Station	Aneroïd Nr.					
	3	4	5	6	7	8
II	715,19	715,26	715,31	715,31	715,28	715,14
III	708,87	709,02	709,12	708,95	709,09	708,89
IV	693,31	693,40	693,56	693,34	693,78	693,45
V	684,89	685,17	685,24	684,99	685,44	685,23
VI	665,67	666,49	666,68	665,79	666,37	666,71
VII	657,56	658,76	659,02	657,72	658,76	659,02
VIII	643,48	644,93	645,24	643,69	645,04	645,54
VII	657,62	658,81	658,83	657,70	658,92	659,40
VI	665,51	666,49	666,47	665,55	666,55	666,88
V	684,81	685,20	685,10	684,94	685,60	685,28
IV	693,21	693,30	693,35	693,29	693,43	693,36
III	709,24	709,31	709,23	709,15	709,05	709,26
II	715,32	715,59	715,43	715,55	715,54	715,39

Die mit Standcorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. 1. September Nachmittag.

Tafel 41.

Station	Aneroïd Nr.					
	3	4	5	6	7	8
II	715,28	715,34	715,36	715,32	715,40	715,32
III	708,73	709,03	709,13	709,03	709,09	709,00
IV	693,02	693,17	693,19	692,85	693,55	693,20
V	684,32	684,77	684,75	684,32	685,15	684,91
VI	665,58	666,30	666,25	665,62	666,44	666,65
VII	657,44	658,78	658,64	657,65	658,65	658,99
VIII	643,71	645,45	645,07	643,45	644,85	645,53
VII	657,95	658,98	658,46	657,44	658,64	658,96
VI	665,53	666,32	665,94	665,33	666,19	666,42
V	684,23	684,61	684,44	684,44	684,94	684,59
IV	692,71	693,24	692,97	693,14	693,24	693,00
III	708,52	708,90	708,86	708,88	708,90	708,86
II	714,77	715,11	714,99	715,09	714,94	714,94

Die mit Standcorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. 6. September.

Tafel 42.

Station	Aneroïd Nr. 3	4	5	6	7	8
II	707,82	707,91	707,91	707,85	708,03	707,95
III	698,23	698,35	698,44	698,27	698,77	698,48
IV	687,29	687,49	687,47	687,32	688,13	687,60
V	676,61	677,00	677,02	676,92	677,60	677,15
VI	680,19	680,45	680,48	680,62	680,92	680,68
VII	662,52	663,30	663,40	662,84	663,54	663,59
VIII	647,10	648,25	648,56	647,13	648,38	648,87
IX	638,92	640,39	640,70	638,87	640,76	641,09
X	619,09	621,51	621,50	618,15	620,79	622,44
XI	613,28	615,81	616,02	612,17	614,93	616,94
XI	612,85	615,55	615,74	611,76	614,09	616,45
X	618,86	621,13	621,34	617,83	619,95	622,18
IX	638,03	639,66	639,97	637,94	638.91	640,16
VIII	646,07	647,33	647,58	646,06	646,96	647,60
VII	661,20	662,02	662,17	661.33	661,80	662,05
VI	678,44	678,82	678,85	678,67	678,83	678,69
V	674,89	675,24	675,29	675,03	675,33	675,30
IV	685,17	685,38	685,30	685,42	685,46	685,45
III	695,79	695,83	695,84	696,16	695,90	695,76
II	704,96	705,03	704,96	705,20	704,84	704,87

Die mit Standcorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. 7. September.

Tafel 43.

Station	Aneroïd Nr. 3	4	5	6	7	8
II	703,27	703,45	703,51	703,38	703,29	703,26
III	694,00	694,23	694,29	694,18	694,33	694,23
IV	683,52	683,78	683,86	683,49	684.03	683,94
V	673,09	673,73	673,72	673,60	673,73	673,89
VI	676,76	677,21	677,24	677,39	677,31	677,42
VII	659,56	660,47	660,69	659,96	660,42	660,94
VIII	644,57	645,74	645,80	644,46	645,37	646,37
IX	636,32	637,86	638,08	636,41	637,65	638,76
X	616,83	619,26	619,33	615,97	618,21	620,41
XI	611,24	613,84	614,01	610,00	612.49	615,13
XI	610,81	613,63	613,69	609,74	612,06	614,89
X	616,76	618,98	619,19	615,51	617,63	620,24
IX	635,48	637,05	637,23	635,19	636,28	637,70*
VIII	643,21	644,60	644,78	643,26	643,97	645,02
VII	658,25	659,22	659,21	658,37	658,69	659,34
VI	675,30	675,76	675,58	675,64	675,68	675,76
V	671,73	672,13	672.11	671,98	671,94	672,23
IV	681,96	682,22	682.04	682,24	682,19	682,21
III	692,38	692,51	692,62	692,78	692.54	692,48
II	701,46	701,45	701,59	701,73	701,52	701,50

Die mit Standcorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. 8. September.

Tafel 44.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
II	700,05	700,20	700,30	700,14	700,31	699,99
III	690,95	691,04	691,03	690,90	691,00	690,85
IV	680,36	680,56	680,62	680,58	680,59	680,65
V	670,06	670,45	670,74	670,17	670,51	670,64
VI	674,18	674,56	674,65	674,19	674,70	674,62
VII	657,66	658,46	658,83	657,63	658,47	658,99
VIII	642,87	644,19	644,48	642,85	644,02	644,85
IX	635,11	636,52	636,99	634,93	636,03	637,35
X	615,65	617,80	618,19	614,59	617,12	619,21
XI	609,78	612,34	612,36	608,15	610,58	613,60
XI	609,70	612,34	612,38	608,34	610,90	613,66
X	615,74	618,08	618,53	614,56	617,12	619,62
IX	635,26	636,98	637,07	634,92	636,11	637,61
VIII	643,00	644,44	644,61	642,92	643,99	644,92
VII	658,22	659,15	659,43	658,44	659,06	659,52
VI	675,58	676,03	676,13	675,73	675,94	676,05
V	672,21	672,55	672,54	672,26	672,63	672,72
IV	682,78	683,06	683,04	682,90	683,12	683,02
III	693,44	693,44	693,43	693,61	693,73	693,52
II	702,87	702,89	702,83	702,82	702,85	702,65

Die mit Standcorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. 9. September.

Tafel 45.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
II	703,12	703,22	703,27	703,19	703,23	703,18
III	693,57	693,63	693,75	693,58	693,74	693,72
IV	683,07	683,39	683,49	683,26	683,40	683,53
V	672,42	672,77	673,04	672,38	672,95	673,22
VI	676,03	676,36	676,52	676,40	676,52	676,69
VII	658,86	659,54	659,94	659,05	659,46	660,20
VIII	643,45	644,62	645,07	643,74	644,36	645,49
IX	635,43	637,05	637,42	635,87	636,60	638,03
X	615,86	618,27	618,42	615,34	617,34	619,74
XI	610,23	612,70	612,93	609,26	611,65	614,41
XI	609,84	612,40	612,59	608,89	611,19	614,02
X	615,47	617,88	618,11	614,43	617,07	619,54
IX	635,24	636,88	637,31	635,38	636,57	637,93
VIII	644,14	645,19	645,44	644,00	645,20	646,08
VII	659,28	659,95	660,20	659,27	659,95	660,41
VI	677,16	677,51	677,40	677,06	677,51	677,36
V	673,71	673,96	673,96	673,71	673,94	674,22
IV	684,16	684,35	684,21	684,19	684,29	684,16
III	694,85	694,80	694,89	695,02	694,95	694,90
II	704,14	704,14	704,16	704,31	704,26	704,18

Der Weg, der zur Ermittlung der Scalencorrectionen eingeschlagen wurde, ist folgender:

Mit Rücksicht darauf, dass

1. die Höhenunterschiede sämmtlicher Reisestationen in Bezug auf die Stationen I bekannt sind, dass
2. die auf 0° C. reducirten Barometerstände sowie die in Celsiusgraden ausgedrückten Temperaturen der freien Luft, wie sie auf den Stationen I sich ergeben haben, auf die den Reisestationen entsprechenden Beobachtungszeiten interpolirt werden können und dass endlich
3. aus den auf den Stationen I beobachteten resp. interpolirten Temperaturen der freien Luft unter der Annahme, dass gegen Ende August und Anfangs September einer Erhebung von 180^{m} 1° C. Temperatursenkung entspricht, sich die einschlägigen Temperaturen der freien Luft für die Reisestationen ableiten lassen,

kann man, wenn die ad 2. und 3. sich anschliessenden Rechnungen zum Abschlusse gebracht sind, unter Benützung der von Laplace aufgestellten und für die praktischen Bedürfnisse abgekürzten Formel ohne besondere Mühe aus den Stationen I die Barometerstände für die Reisestationen II mit VIII bzw. II mit XI berechnen.

In Betreff der ad 3. eingeführten Temperatursenkung muss betont werden, dass sich dieselbe auf die mittleren Monatstemperaturen stützt, die zwischen Genf und dem um 2066^{m} höher gelegenen grossen St. Bernhardhospiz beobachtet und von Plantamour in seinem „Resumé des observations therm. et barom.“ pag. 8 und 29 veröffentlicht wurden; Prof. v. Bauernfeind berechnete aus diesen Daten die Erhebungen für 1° C. Temperatursenkung und fand hierfür nachstehende Werthe:

Januar	213,7^{m}	Juli	174,3^{m}
Februar	216,1	August	178,6
März	181,1	September	182,5
April	169,8	October	188,3
Mai	171,6	November	214,3
Juni	169,3	December	256,6

Dieselben sind dem von Bauernfeind herausgegebenen Werke „Beobachtungen und Untersuchungen über die Genauigkeit barometrischer Höhenmessungen und die Veränderungen der Temperatur und Feuchtigkeit der Atmosphäre“ entnommen und dortselbst S. 87 verzeichnet.

Im gleichen Werke führt Bauernfeind in seinem Rückblicke auf die von ihm angestellten Untersuchungen unter Anderem an, dass

die auf den Beobachtungsstationen aufgehängten Thermometer nur die Temperaturen angeben, welche die auf der Erdoberfläche unmittelbar ruhende Luftschichte an diesen Stellen hat, und dass daher diese Temperaturen von denen, welche der freien Atmosphäre in gleichen Höhen zukommen, um den Einfluss der Bodenstrahlung verschieden sind; daher komme es auch, dass barometrische Höhenmessungen am Morgen und am Abend zu kleine, zwischen 10 und 4 Uhr zu grosse, gegen 10 und 4 Uhr aber nahezu richtige Werthe für die gesuchten Höhenunterschiede liefern, indem vor 10 und nach 4 Uhr die Angaben der Thermometer zu niedrig, zwischen 10 und 4 Uhr zu hoch, gegen 10 und 4 Uhr aber nahezu fehlerfrei sind.

Für die von Bauernfeind gegen Ende August 1858 im Vereine mit 11 Ingenieurcanditaten zwischen Geitau und dem Hochmiesing ausgeführten barometrischen Höhenmessungen hat derselbe die Verbesserungen der beobachteten Lufttemperaturen berechnet und S. 69 der obigen Abhandlung tabellarisch zusammengestellt. Da nun einerseits die längs der Brannenburger und Bicheler Schleife vorgenommenen Messungen mit vorerwähnter Jahreszeit zusammenfallen und andererseits die geographischen Positionen dieser beiden Schleifen von denen der Bauernfeind'schen Schleife nicht wesentlich abweichen, so dürfte es sich empfehlen, die für die letztere Schleife berechneten Correctionswerthe auch hier versuchsweise anzuwenden und zwar so, dass für die in Rechnung zu nehmenden Temperatursummen der doppelte Betrag zu gelten hat. Die betreffenden und in Celsiusgraden ausgedrückten Correctionswerthe vertheilen sich auf die Tagesstunden wie folgt:

6h 00 + 5,1° *	8h 30 + 1,9°	11h 00 − 0,4°	1h 30 − 1,4°	4h 00 − 0,4°
6 30 + 4,6 *	9 00 + 1,4	11 30 − 0,6	2 00 − 1,4	4 30 + 0,3
7 00 + 4,0 *	9 30 + 0,9	12 00 − 1,0	2 30 − 1,4	5 00 + 0,9
7 30 + 3,3 *	10 00 + 0,4	12 30 − 1,1	3 00 − 1,0	5 30 + 1,9
8 00 + 2,5	10 30 ± 0,0	1 00 − 1,3	3 30 − 0,9	6 00 + 2,9

wobei jedoch nicht unerwähnt bleiben darf, dass die mit Sternchen bezeichneten Werthe nur in so fern zu den dem Bauernfeind'schen Werke entnommenen in Bezug stehen, als solche von dem Verfasser vorliegender Abhandlung durch Interpolation der Correctionscurve, deren Wendepunkt aller Wahrscheinlichkeit nach vor 6 Uhr Morgens aufzusuchen ist, angepasst wurden. Um bei dieser Interpolation nicht willkürlich zu verfahren, hat man es für zweckmässig erachtet, die Resultate, welche Dr. Richard Rühlmann in Bezug auf die von ihm berechneten Temperaturcorrectionen gefunden hat und die sich in

seinem der Oeffentlichkeit übergebenen Werke, betitelt „Die barometrischen Höhenmessungen und ihre Bedeutung für die Physik der Atmosphäre“, zusammengestellt finden, in so weit zu benützen, als solche geeignet sind, über den wirklichen Eintritt des vorberührten Wendepunktes näheren Aufschluss zu erhalten.

Rühlmann findet nämlich, dass im Monat August der fragliche Wendepunkt von der Stelle aus gerechnet, für welche an den Vormittagen die beobachteten Lufttemperaturen mit den wahren übereinstimmen, 6 Stunden vorher eintritt. Ist dem so, dann wird man sich von der Wahrheit nicht allzuweit entfernen, wenn man, wie das hier geschehen ist, zur Interpolation des in der Mitte gelegenen, $7^h 30$ entsprechenden Correctionswerthes diejenige Grösse, welche sich aus der zunächstfolgenden ersten Differenz ($8^h 00$ bis $8^h 30$) plus dem Mittelwerthe der zweiten Differenzen aller $8^h 00$ bis $10^h 30$ gegenüberstehenden Correctionswerthe zusammensetzt, in Rechnung nimmt; berücksichtigt man ferner, dass gegen den zweiten Wendepunkt hin die Differenzen in ähnlicher Weise kleiner werden wie in der Richtung gegen $10^h 30$, so wird man das Verfahren, das zur Interpolation der übrigen, an $7^h 30$ sich anreihenden Correctionswerthe angewendet wurde und darin besteht, dass man hierfür die ersten Differenzen des ergänzten und nunmehr bekannten Curvenzweiges in umgestürzter Ordnung einführt, um so mehr anzuerkennen geneigt sein, als ja innerhalb des interpolirten Curvenzweiges nur die geringeren Höhenunterschiede betroffen werden.

Die Berechnung der Barometerstände für die Reisestationen wurde nun, wie sich aus vorstehenden Betrachtungen ergibt, zweimal durchgeführt: einmal ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung und dann mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung, und finden sich die hierzu nöthigen Daten in den Tafeln 46 mit 49 vorgetragen; die Berechnung selbst geschah in folgender Weise:

Setzt man Höhenunterschied $= h$, $\frac{\text{Constante}}{500} = c$, Temperatursumme $= T$, Barometerstand der Station I $= b_I$ und Barometerstand der Reisestation $= x$, so erhält man nach der von Laplace aufgestellten Formel

$$h = c \cdot (500 + T) \cdot (\log b_I - \log x)$$

und, indem man dieselbe nach x auflöst, für die logarithmische Berechnung der Barometerstände der Reisestationen folgende Gleichung:

$$\log x = \log b_I - \frac{h}{c \cdot (500 + T)}.$$

Der zuerst in Rechnung zu nehmende Barometerstand bezieht sich beispielsweise auf die Reisestation II der Aneroïdschleife Brannenburg-Reindleralpe, 30. August Vormittag (Anstieg); sucht man die diesem speciellen Falle entsprechenden Daten in den Tafeln 46 und 48 auf und führt sie dann in letztere Gleichung ein, so ergeben sich für die einschlägige logarithmische Berechnung nachstehende Gleichungen:

$$\log x = \log 720{,}00 - \frac{89{,}3}{c \cdot (500 + 31{,}5)} \cdots \text{ohne Berück-}$$

sichtigung der Bodenstrahlung und

$$\log x = \log 720{,}00 - \frac{89{,}3}{c \cdot (500 + 39{,}9)} \cdots \text{mit Berück-}$$

sichtigung der Bodenstrahlung.

Berechnung der ersten Gleichung:

$$\log c = 1{,}56591$$
$$\log 531{,}5 = 2{,}72550$$
$$\log c + \log 531{,}5 = 4{,}29141$$
$$\text{d. E. } (\log c + \log 531{,}5) = 5{,}70859$$
$$\log 89{,}3 = 1{,}95085$$
$$\text{d. E. } (\log c + \log 531{,}5) + \log 89{,}3 = 7{,}65944$$
$$\frac{89{,}3}{c \cdot (500 + 31{,}5)} = 0{,}00457$$
$$\log 720{,}00 = 2{,}85733$$
$$\log 720{,}00 - \frac{89{,}3}{c \cdot (500 + 31{,}5)} = 2{,}85276 = \log x$$

$x = 712{,}46$ (ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung).

Berechnung der zweiten Gleichung:

$$\log c = 1{,}56591$$
$$\log 539{,}9 = 2{,}73231$$
$$\log c + \log 539{,}9 = 4{,}29822$$
$$\text{d. E } (\log c + \log 539{,}9) = 5{,}70178$$
$$\log 89{,}3 = 1{,}95085$$
$$\text{d. E. } (\log c + \log 539{,}9) + \log 89{,}3 = 7{,}65263$$
$$\frac{89{,}3}{c \cdot (500 + 39{,}9)} = 0{,}00449$$
$$\log 720{,}00 = 2{,}85733$$
$$\log 720{,}00 - \frac{89{,}3}{c \cdot (500 + 39{,}9)} = 2{,}85284 = \log x$$

$x = 712{,}59$ (mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung).

Die genau nach vorstehendem Beispiele berechneten Barometerstände sämmtlicher Reisestationen sind in den Tafeln 50 und 51 zusammengestellt.

Nimmt man jetzt, indem man hierbei die zwei Aneroïdschleifen getrennt hält, alle für die Stationen II, dann für die Stationen III u. s. f. berechneten Barometerstände zusammen und stellt hierfür der Reihe nach die arithmetischen Mittelwerthe her, so ergeben sich, wenn man das gleiche Verfahren gegenüber den mit Standcorrectionen versehenen Barometerständen sowie den Abgleichungsdaten beobachtet, aus den Differenzen zwischen den berechneten und den mit Standcorrectionen versehenen, beobachteten Barometerständen die Scalencorrectionen der Reise-Aneroïde, die diesbezüglichen Resultate finden sich in den Tafeln 52 und 53 vorgetragen.

Die zur Berechnung der Barometerstände für die Reisestationen II mit VIII interpolirten Barometerstände der Station I.

Tafel 46.

Station	30. August	31. August	1. Sept.	Station	30. August	31. August	1. Sept.
	Vormittag.				Nachmittag.		
II	720,00	720,04	722,95	II	719,51	720,66	722,91
III	719,92	719,93	722,91	III	719,43	720,40	722,82
IV	720,10	719,73	723,27	IV	719,35	720,04	722,61
V	720,18	720,01	723,28	V	719,30	719,63	722,65
VI	720,30	720,62	723,15	VI	719,15	719,95	722,97
VII	720,38	721,20	723,22	VII	719,06	720,12	722,92
VIII	720,40	722,29	723,28	VIII	718,98	720,07	722,83
VII	720,34	721,17	723,30	VII	719,04	720,36	722,84
VI	720,29	720,85	723,37	VI	719,10	720,37	722,84
V	720,23	720,89	723,42	V	719,10	720,37	722,76
IV	720,13	721,22	723,40	IV	719,19	720,24	722,83
III	719,96	721,76	723,30	III	719,40	720,57	722,81
II	719,92	721,45	723,25	II	719,48	720,50	722,79

Die in die Berechnung der Barometerstände für die Reisestationen III mit VIII einzuführenden Höhenunterschiede.

I bis:
- II = 89,3 m
- III = 163,2
- IV = 352,8
- V = 453,5
- VI = 683,1
- VII = 779,2
- VIII = 952,0

Die zur Berechnung der Barometerstände für die Reisestationen II mit XI interpolirten Barometerstände der Station I.

Tafel 47.

Station	6. Sept.	7. Sept.	8. Sept.	9. Sept.
II	711,07	706,36	702,97	705,97
III	710,93	706,29	702,83	705,99
IV	710,73	706,38	702,87	706,12
V	710,59	706,48	703,05	706,03
VI	710,39	706,43	703,43	706,03
VII	710,23	706,45	704,33	706,04
VIII	710,13	706,40	704,61	705,78
IX	710.00	706,31	704,69	705,87
X	709,83	706,17	704,88	706.25
XI	709,66	706,03	705,03	706,26
XI	708,93	705,57	705,17	706,23
X	708,82	705,29	705,33	706,31
IX	708,64	704,93	705,37	706,86
VIII	708,58	704,77	705,39	707,26
VII	708,48	704,74	705,30	706,85
VI	708,33	704,72	705,22	707,30
V	708,21	704,57	705,33	707,55
IV	708,18	704,54	705,65	707,36
III	708,23	704,56	705,69	707,27
II	708,08	704,50	705,74	707,30

Die in die Berechnung der Barometerstände für die Reisestationen II mit XI einzuführenden Höhenunterschiede.

I bis:
- II = 35,4 m
- III = 146,5
- IV = 273,7
- V = 399,1
- VI = 354,8
- VII = 566,6
- VIII = 755,2
- IX = 854,5
- X = 1102,1
- XI = 1173,6

Die zur Berechnung der Barometerstände für die Reisestationen II mit VIII interpolirten Temperatursummen der freien Luft.

T = Temperatursumme (ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung); T_1 = Temperatursumme (mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung).

Tafel 48.

Station	30. August		31. August		1. September	
	T	T_1	T	T_1	T	T_1
			Vormittag.			
II	31,5	39,9	36,1	45,7	27,1	37,3
III	31,3	39,1	35,9	45,1	27,5	37,3
IV	32,0	37,8	37,6	45,2	27,0	35,6
V	33,3	38,1	37,5	43,7	27,5	35,2
VI	34,8	38,0	36,0	40,4	29,2	35,6
VII	35,5	37,9	34,7	38,3	28,9	34,3
VIII	36,5	37,9	33,3	36,1	28,5	32,7
VII	39,7	40,1	33,9	35,1	32,3	35,5
VI	42,4	42,2	36,2	36,8	32,0	34,6
V	45,7	44,9	36,3	36,3	31,7	33,7
IV	47,0	46,0	36,2	35,8	33,2	34,6
III	47,3	45,5	33,9	32,9	34,3	34,9
II	48,3	46,3	35,1	33,9	35,3	35,7
			Nachmittag.			
II	48,5	45,7	36,7	34,5	35,7	34,1
III	48,7	45,9	36,1	33,5	35,3	33,3
IV	48,4	45,6	34,4	31,6	37,8	35,8
V	48,5	46,1	35,1	32,3	35,9	33,7
VI	47,6	45,8	33,2	30,4	30,6	27,8
VII	46,9	45,7	32,7	30,5	29,7	26,9
VIII	45,9	45,7	31,5	29,7	28,9	26,1
VII	46,9	48,1	31,7	30,7	29,5	26,9
VI	47,4	49,2	32,2	31,8	30,6	28,4
V	47,1	50,5	32,9	33,9	32,1	30,3
IV	46,4	50,8	33,2	34,8	31,8	30,2
III	45,9	52,1	33,7	37,5	34,7	33,9
II	46,1	52,9	33,9	38,3	35,1	34,7

Die zur Berechnung der Barometerstände für die Reisestationen II mit XI interpolirten Temperatursummen der freien Luft.

T = Temperatursumme (ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung); T_1 = Temperatursumme (mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung).

Tafel 49.

Station	6. September		7. September		8. September		9. September	
	T	T_1	T	T_1	T	T_1	T	T_1
II	9,4	17,6	26,6	34,8	31,0	38,8	27,4	30,8
III	10,2	17,4	27,4	34,8	30,8	37,6	27,2	29,8
IV	11,9	18,1	26,7	33,1	31,3	37,1	26,9	28,9
V	14,0	18,6	25,6	30,4	31,8	36,2	27,4	28,4
VI	17,2	21,0	27,0	31,0	32,6	36,0	28,0	28,2
VII	19,5	22,1	28,7	31,7	30,3	32,7	30,3	29,5
VIII	20,6	22,2	31,0	33,0	28,8	30,4	25,8	24,6
IX	21,5	22,5	32,3	33,5	28,1	28,9	25,3	23,5
X	22,7	22,5	32,5	32,5	27,3	27,1	22,5	20,3
XI	23,5	22,7	32,7	32,1	27,1	26,3	21,5	18,9
XI	28,5	25,9	32,9	31,1	27,1	26,1	21,3	18,5
X	28,9	26,1	34,1	32,1	27,5	26,3	21,7	18,9
IX	30,5	27,7	35,7	33,3	29,1	27,3	22,5	19,7
VIII	32,4	29,6	36,6	34,0	29,6	27,6	22,2	19,4
VII	33,3	30,5	39,1	36,3	30,7	28,5	22,7	19,9
VI	34,2	31,6	41,0	38,2	33,6	31,2	23,8	21,4
V	34,4	32,4	41,0	38,2	35,8	33,2	23,8	22,0
IV	35,1	33,3	42,5	39,7	34,3	31,5	24,7	23,3
III	35,8	34,6	43,0	40,6	34,8	32,0	25,4	24,6
II	35,8	35,2	43,6	41,6	35,8	33,0	26,0	26,0

Die aus Station I berechneten Barometerstände der Reisestationen II mit VIII.

B = Barometerstände (ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung); B_1 = Barometerstände (mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung).

Tafel 50.

Station	30. August		31. August		1. September	
	B	B_1	B	B_1	B	B_1
			Vormittag.			
II	712,46	712,59	712,57	712,71	715,34	715,47
III	706,21	706,40	706,35	706,58	709,04	709,30
IV	690,83	691,21	690,78	691,18	693,60	694,06
V	682,86	683,19	683,00	683,41	685,41	685,95
VI	664,98	665,29	665,40	665,84	667,05	667,70
VII	657,69	657,96	658,37	658,76	659,54	660,16
VIII	644,70	644,88	645,97	646,34	646,20	646,77
VII	658,13	658,17	658,25	658,39	660,01	660,36
VI	665,72	665,70	665,63	665,67	667,53	667,79
V	683,74	683,69	683,74	683,74	685,84	685,96
IV	691,66	691,59	692,13	692,12	694,06	694,14
III	706,66	706,61	708,08	708,06	709,61	709,63
II	712,61	712,59	713,97	713,96	715,75	715,75

Station	30. August		31. August		1. September	
	B	B_1	B	B_1	B	B_1
			Nachmittag.			
II	712,23	712,18	713,20	713,16	715,40	715,39
III	706,17	706,11	706,81	706,74	709,17	709,10
IV	690,97	690,83	690,91	690,76	693,55	693,44
V	683,05	682,89	682,46	682,28	685,39	685,24
VI	665,17	665,00	664,49	664,22	667,02	666,75
VII	657,75	657,61	657,14	656,89	659,36	659,04
VIII	644,67	644,64	643,72	643,49	645,85	645,46
VII	657,72	657,84	657,25	657,14	659,27	658,96
VI	665,09	665,30	664,80	664,75	666,90	666,68
V	682,76	682,98	683,03	683,09	685,22	685,09
IV	690,72	690,94	691,03	691,13	693,44	693,36
III	706,07	706,22	706,92	707,02	709,14	709,10
II	712,16	712,25	713,00	713,05	715,29	715,27

Die aus Station I berechneten Barometerstände der Reisestationen II mit XI.

B = Barometerstände (ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung); B_1 = Barometerstände (mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung).

Tafel 51.

Station	6. September		7. September		8. September		9. September	
	B	B_1	B	B_1	B	B_1	B	B_1
II	707,98	708,03	703,40	703,44	700,05	700,08	703,02	703,04
III	698,28	698,46	694,11	694,29	690,80	690,96	693,83	693,89
IV	687,34	687,62	683,79	684,05	680,58	680,82	683,55	683,63
V	676,89	677,19	673,71	674,00	670,81	671,07	673,38	673,44
VI	680,55	680,77	677,30	677,52	674,71	674,89	676,96	676,97
VII	663,39	663,61	660,63	660,89	658,79	658,99	660,39	660,33
VIII	648,53	648,71	646,26	646,47	644,39	644,56	645,13	645,00
IX	640,83	640,96	638,82	638,97	636,85	636,94	637,56	637,34
X	622,10	622,07	620,41	620,41	618,49	618,46	618,94	618,60
XI	616,79	616,67	615,12	615,02	613,35	613,23	613,49	613,07
XI	616,98	616,55	614,75	614,47	613,47	613,31	613,45	612,99
X	622,19	621,76	619,87	619,57	618,90	618,71	618,87	618,43
IX	640,72	640,37	637,98	637,71	637,59	637,37	638,12	637,76
VIII	648,41	648,11	645,37	645,09	645,19	644,97	646,09	645,76
VII	662,92	662,69	659,89	659,66	659,72	659,54	660,51	660,27
VI	679,50	679,38	676,39	676,25	676,47	676,35	677,95	677,81
V	675,88	675,76	672,79	672,62	673,21	673,05	674,62	674,51
IV	685,87	685,80	682,65	682,54	683,39	683,28	684,65	684,59
III	696,21	696,18	692,77	692,72	693,70	693,63	695,04	695,02
II	705,15	705,15	701,63	701,62	702,81	702,80	704,32	704,32

Mittelwerthe der berechneten und der beobachteten Barometerstände.

Tafel 52.

Station	Berechnete Barometer-stände		Beobachtete Barometerstände					
			Aneroïd Nr.					
	B	B_1	3	4	5	6	7	8
I	721,03							
II	713,67	713,70	713,44	713,57	713,57	713,57	713,59	713,51
III	707,52	707,57	707,17	707,40	707,46	707,38	707,52	707,44
IV	691,97	692,07	691,53	691,68	691,77	691,66	692,08	691,80
V	683,88	683,96	683,24	683,48	683,49	683,26	683,94	683,66
VI	665,82	665,89	664,66	665,31	665,34	664,62	665,49	665,64
VII	658,37	658,44	657,06	657,91	657,95	656,90	657,98	658,28
VIII	645,19	645,26	643,57	644,60	644,66	643,11	644,47	645,11

Scalencorrectionen der Reise-Aneroïde (ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung).

Station I	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00
„ II	+ 0,23	+ 0,10	+ 0,10	+ 0,10	+ 0,08	+ 0,16
„ III	+ 0,35	+ 0,12	+ 0,06	+ 0,14	± 0,00	+ 0,08
„ IV	+ 0,44	+ 0,29	+ 0,20	+ 0,31	± 0,11	+ 0,17
„ V	+ 0,64	+ 0,40	+ 0,39	+ 0,62	± 0,06	+ 0,22
„ VI	+ 1,16	+ 0,51	+ 0,48	+ 1,20	+ 0,33	+ 0,18
„ VII	+ 1,31	+ 0,46	+ 0,42	+ 1,47	+ 0,39	+ 0,09
„ VIII	+ 1,62	+ 0,59	+ 0,53	+ 2,08	+ 0,72	+ 0,08

Scalencorrectionen der Reise-Aneroïde (mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung).

Station I	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00
„ II	+ 0,26	+ 0,13	+ 0,13	+ 0,13	+ 0,11	+ 0,19
„ III	+ 0,40	+ 0,17	+ 0,11	+ 0,19	+ 0,05	+ 0,13
„ IV	+ 0,54	+ 0,39	+ 0,30	+ 0,41	− 0,01	+ 0,27
„ V	+ 0,72	+ 0,48	+ 0,47	+ 0,70	+ 0,02	+ 0,30
„ VI	+ 1,23	+ 0,58	+ 0,55	+ 1,27	+ 0,40	+ 0,25
„ VII	+ 1,38	+ 0,53	+ 0,49	+ 1,54	+ 0,46	+ 0,16
„ VIII	+ 1,69	+ 0,66	+ 0,60	+ 2,15	+ 0,79	+ 0,15

Mittelwerthe der berechneten und der beobachteten Barometerstände.

Tafel 53.

Station	Berechnete Barometer-stände		Beobachtete Barometerstände					
			Aneroïd Nr.					
	B	B_1	3	4	5	6	7	8
I	706,46							
II	703,55	703,56	703,46	703,54	703,57	703,58	703,54	703,45
III	694,34	694,39	694,15	694,23	694,29	694,31	694,37	694,24
IV	683,98	684,04	683,54	683,78	683,75	683,68	683,90	683,82
V	673,91	673,96	673,09	673,48	673,55	673,26	673,58	673,67
VI	677,48	677,49	676,71	677,09	677,11	676,96	677,18	677,16
VII	660,78	660,75	659,44	660,26	660,48	659,61	660,17	660,63
VIII	646,17	646,08	644,30	645,55	645,79	644,30	645,28	646,15
IX	638,56	638,43	636,22	637,80	638,10	636,19	637,36	638,58
X	619,97	619,75	616,78	619,11	619,33	615,80	618,15	620,42
XI	614,68	614,41	610,97	613,58	613,72	609,79	612,24	614,89

Scalencorrectionen der Reise-Aneroïde (ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung).

Station I	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00
„ II	+ 0,09	+ 0,01	— 0,02	— 0,03	+ 0,01	+ 0,10
„ III	+ 0,19	+ 0,11	+ 0,05	+ 0,03	— 0,03	+ 0,10
„ IV	+ 0,44	+ 0,20	+ 0,23	+ 0,30	+ 0,08	+ 0,16
„ V	+ 0,82	+ 0,43	+ 0,36	+ 0,65	+ 0,33	+ 0,24
„ VI	+ 0,77	+ 0,39	+ 0,37	+ 0,52	+ 0,30	+ 0,32
„ VII	+ 1,34	+ 0,52	+ 0,30	+ 1,17	+ 0,61	+ 0,15
„ VIII	+ 1,87	+ 0,62	+ 0,38	+ 1,87	+ 0,89	+ 0,02
„ IX	+ 2,34	+ 0,76	+ 0,46	+ 2,37	+ 1,20	— 0,02
„ X	+ 3,19	+ 0,86	+ 0,64	+ 4,17	+ 1,82	— 0,45
„ XI	+ 3,71	+ 1,10	+ 0,96	+ 4,89	+ 2,44	— 0,21

Scalencorrectionen der Reise-Aneroïde (mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung).

Station I	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00	± 0,00
„ II	+ 0,10	+ 0,02	— 0,01	— 0,02	+ 0,02	+ 0,11
„ III	+ 0,24	+ 0,16	+ 0,10	+ 0,08	+ 0,02	+ 0,15
„ IV	+ 0,50	+ 0,26	+ 0,29	+ 0,36	+ 0,14	+ 0,22
„ V	+ 0,87	+ 0,48	+ 0,41	+ 0,70	+ 0,38	+ 0,29
„ VI	+ 0,78	+ 0,40	+ 0,38	+ 0,53	+ 0,31	+ 0,33
„ VII	+ 1,31	+ 0,49	+ 0,27	+ 1,14	+ 0,58	+ 0,12
„ VIII	+ 1,78	+ 0,53	+ 0,29	+ 1,78	+ 0,80	— 0,07
„ IX	+ 2,21	+ 0,63	+ 0,33	+ 2,24	+ 1,07	— 0,15
„ X	+ 2,97	+ 0,64	+ 0,42	+ 3,95	+ 1,60	— 0,67
„ XI	+ 3,44	+ 0,83	+ 0,69	+ 4,62	+ 2,17	— 0,48

(Fortsetzung folgt im nächsten Heft.)

Ueber einen Polarisator.

Von

P. Glan.

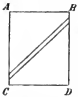
Bei der Herstellung meines Photometers fand ich Veranlassung, die Frage zu erörtern, ob nicht die seitliche Verschiebung, die ein Lichtbündel bei seinem Durchgange durch ein Nicol'sches Prisma erleidet, störend bei photometrischen Messungen wirken kann. Sie hängt ab von der Neigung, die die Strahlen zur Längsrichtung des Prismas haben; und weite Objectpunkte, die in verschiedener Entfernung von der Achse des Prismas liegen, wie sie die Theile des leuchtenden Spaltes des Collimatorrohres für den hinter der Collimatorlinse befestigten drehbaren Nicol in meinem Photometer bilden, senden ihm nahezu parallele Lichtbündel zu, die daher um verschiedene Strecken und in den veränderlichen Stellungen des Nicols verschieden viel verschoben werden. Denkt man sich nun, dass die aus dem Nicol austretenden Strahlenbündel bei einer bestimmten Stellung desselben die Objectivlinse des Beobachtungsfernrohrs ganz ausfüllen, so können bei einer Drehung des Nicols und der sie begleitenden verschieden grossen seitlichen Verschiebung der von den einzelnen Objectpunkten ausgehenden Lichtbündel verschiedene Mengen von jedem von der Fassung der Objectivlinse aufgefangen werden, und so kann sich ihre scheinbare Helligkeit in verschiedenem Maasse ändern und zwar aus einer Ursache, die bei der dem Apparat zu Grunde liegenden Theorie nicht in Rechnung gezogen ist.

Es schien mir nicht unwesentlich, die Möglichkeit dieser Fehlerquelle in Betracht zu ziehen, und sie zu beseitigen bei einem Apparate, der zu genauen Messungen dienen sollte, wenn sie auch in Wirklichkeit kaum merklich sein wird; denn die verschiedenen Theile des Spaltes, deren Helligkeit schliesslich im Beobachtungsfernrohr verglichen

wird, sind in so geringem Abstand von einander und die von ihnen ausgesendeten Lichtbündel machen so wenig verschiedene Winkel mit einander, dass sie alle gleich viel verschoben werden, und wenn hierbei wirklich von den Fassungen Licht aufgefangen werden sollte, so jedenfalls von allen gleich viel, und sie bleiben im Beobachtungsfernrohr gleich hell, wenn sie es unmittelbar nach dem Austritt aus dem Nicol waren.

Die Beseitigung des Nicol'schen Prismas war mir aber noch aus einem anderen, viel wichtigeren Grunde erwünscht. Um möglichst geringen Lichtverlust zu haben, muss man Polarisatoren mit grossen Endflächen anwenden, und die bedingen beim Nicol'schen Prisma eine noch 3,1 mal grössere Länge als die Seiten der Endflächen, also Prismen von sehr grossen Dimensionen und daher sehr kostbar. Ich zog deshalb vor, andere Polarisatoren anzuwenden, die im Verhältniss zu ihrer Breite eine geringere Länge haben, und ich benutzte dazu die Totalreflection an Luft, wie sie Foucault verwendet hat. Statt aber die Endflächen schiefwinklig zur Längskante zu machen, liess ich sie rechtwinklig zu ihnen anschleifen, um so die vorher erwähnte seitliche Verschiebung des durchgehenden Strahlenbündels zu vermeiden. Die Eintrittsfläche wurde, anders wie bei Foucault, parallel zur Achse geschliffen und zwar so, dass die Achse parallel zur brechenden Kante der beiden Prismen ist, aus denen der Polarisator besteht. Der Winkel der Totalreflection an Luft ist für den ordentlichen Strahl 37° 12' für Strahlen zwischen D und E und für den ausserordentlichen 42° 14,5'. Soll der zur Eintrittsfläche senkrecht einfallende Strahl den Kegel halbiren, in dem die Richtungen liegen, die ein Lichtstrahl im Innern haben muss, um vollständig polarisirt auszutreten, so ergibt dies einen Winkel von 39° 43' für die beiden spitzen Winkel der Prismen des Polarisators an den Ein- und Austrittsflächen. Danach ist das Verhältniss der Länge zur Breite 0,831, so dass der Polarisator breiter als lang wäre. Die entsprechenden Zahlen für das Nicol'sche und Foucault'sche Prisma sind 3,1 und 1,16. In Wirklichkeit gestaltet sich das Verhältniss etwas ungünstiger. Um die beiden Prismen fest mit einander verbinden zu können und zugleich zu verhindern, dass Staub in die sie trennende Luftschicht eindringt, erwies es sich als vortheilhaft, ihre Trennungsflächen nicht in den Kanten der Ein- und Austrittsflächen endigen zu lassen, sondern etwas unterhalb in den Seitenflächen des Polarisators, so wie dies seine Form im Querschnitt

in folgender Figur zeigt. Die Achse in beiden Prismen liegt senkrecht zur Ebene der Zeichnung. Ferner musste der Luftschicht



eine gewisse Dicke gegeben werden, um nicht das in ihr zweimal reflectirte Licht mit dem direct durchgehenden interferiren zu lassen. Eine Dicke von einem halben Millimeter erwies sich als genügend, um auch bei nachheriger spectraler Zerlegung des Lichtes die Interferenzstreifen zum Verschwinden zu bringen. Beide Umstände bewirken eine Verlängerung des Polarisators, so dass sich in Wirklichkeit das Verhältniss der Länge zur Breite zu 1,141 ergibt und der Polarisator ein wenig länger als breit wird. Zum Vergleich mit dem Nicol'schen und Foucault'schen Prisma ist es am besten, die Längen anzugeben, die bei den verschiedenen Polarisatoren nöthig sind, um ein quadratisches Lichtbündel von gegebenem Querschnitt vollständig zu polarisiren. Ein paralleles Lichtbündel, das ein Quadrat mit den Seiten a ausfüllt, erfordert zur vollständigen Polarisation

ein Nicol'sches Prisma von der Länge 3,281 a
ein Foucault'sches Prisma von der Länge 1,228 a
ein angegebenes Prisma von der Länge 1,141 a,

so dass das Verhältniss der Länge zur Breite bei diesem neuen Polarisator am günstigsten ist. Ein fernerer Vorzug desselben ist, dass das an der Luftschicht total reflectirte Licht auf die Seitenfläche unter dem kleinen Winkel von 10° 34' auffällt und von dieser matten geschwärzten Fläche daher überhaupt wenig zurückgeworfen wird. Dieses zurückgeworfene Licht, regelmässig reflectirt und zerstreut, geht hauptsächlich in der der regelmässigen Reflexion entsprechenden Richtung zurück und gelangt wieder zur Luftschicht unter einem Winkel, der grösser ist als der Grenzwinkel der Totalreflexion; es wird daher vollständig reflectirt und verlässt den Polarisator wieder durch die Eintrittsfläche, ohne die Luftschicht durchbrechen und sich als diffuses Licht im Gesichtsfeld bemerkbar machen zu können. In Folge dessen polarisirt er natürliches Licht vollständig und löscht als Analysator vollkommen linear polarisirtes vollständig aus. Dies völlige Verlöschen erlaubt ein recht genaues Einstellen seiner Polarisationsebene senkrecht zu der eines gegebenen polarisirten Strahls, und ich gebe hierfür ein Beispiel. Bei dem mitzutheilenden Versuch war der Polarisator mit doppelbrechendem Prisma und Theilkreis unmittelbar

hinter der Linse eines Collimatorrohres, dessen Spalt durch einen breiten geschwärzten Messingstreifen in zwei Theile getheilt war. Das Beobachtungsfernrohr war nach Entfernung des Flintglasprismas auf diesen Spalt eingestellt, und man sah in Folge der Wirkung des Rochon'schen Prismas vier Bilder der Spalthälften, von denen sich die beiden oberen und unteren zum Theil deckten, die beiden mittleren berührten, und von denen je zwei auf einander folgende senkrecht zu einander polarisirt waren. Durch eine Blendung im Ocular wurde das oberste und unterste Bild fortgeschafft und der Polarisator, jedes Mal in vier Einstellungen, auf das Verschwinden des einen oder andern übrig bleibenden Spaltbildes eingestellt. Der Spalt war hierbei durch eine kleine Petroleumlampe beleuchtet. Ein Bild verschwand bei

1. 58° 10′ — 57° 40′ — 57° 46′ — 57° 24′, im Mittel bei 57° 45′
2. 31° 45′ — 32° 14′ — 32° 12′ — 32° 2′, im Mittel bei 32° 3′
3. 58° 4′ — 57° 30′ — 57° 36′ — 58° 7′, im Mittel bei 57° 49′
4. 32° 6′ — 32° 10′ — 32° 12′ — 32° 18′, im Mittel bei 32° 11′.

Die grössten Abweichungen betragen 46′, 29′, 37′, 12′.

Der Theilkreis war nach beiden Seiten von 0° bis 90° und wieder zurück nach 0° getheilt. Danach ist die Winkeldifferenz der Polarisationsebenen der beiden Bilder nach der ersten Messung 89° 48′, dann 90° 8′, 90° und 89° 56′ und der Drehungswinkel des Polarisators bei zwei auf einander folgenden Auslöschungen desselben Bildes 179° 56′ und 180° 8′. Die gefundenen Zahlen unterscheiden sich von den erwarteten 90° und 180° nicht mehr, als nach den Beobachtungsfehlern möglich ist.

Der grösste Winkel, den Strahlen mit einander bilden dürfen, die beide polarisirt aus dem Polarisator austreten sollen, beträgt 7° 56,5′, also eben so viel wie bei dem Foucault'schen Prisma. Es ist das völlig ausreichend zur Polarisation von Sonnenlicht und des aus der Linse eines Collimatorrohres mit Spalt austretenden Lichtes, also überall wo man eine nachherige spectrale Zerlegung desselben beabsichtigt.

Die Prismen werden von den Herren Franz Schmidt und Haensch in Berlin angefertigt.

Bestimmung der absoluten Geschwindigkeit fliessender Elektricität aus dem Hall'schen Phänomen.

Von

Albert v. Ettingshausen.

(Aus den Wiener Sitzungsberichten vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Die Erscheinung, welche E. H. Hall[1]) in Baltimore kürzlich beobachtete, besteht darin, dass in einer von einem constanten galvanischen Strome durchflossenen, sehr dünnen Goldplatte durch die Wirkung eines starken Magnets, dessen Kraftlinien die Ebene der Platte durchschneiden, die Aequipotentiallinien eine Verschiebung erfahren.

Es sind bereits früher mehrfach Versuche gemacht worden, eine derartige Einwirkung eines Magnets auf die Stromlinien nachzuweisen, jedoch mit negativem Resultate[2]). Hall verfuhr in der Weise, dass er auf der zwischen den Polen eines Elektromagnets befindlichen und vom Strome durchflossenen Goldplatte zwei Punkte von nahe gleichem Potentialwerthe mit Hilfe eines empfindlichen Galvanometers aufsuchte, sodann den magnetisirenden Strom umkehrte und die Aenderung des Galvanometerstandes beobachtete. Die Goldplatte hatte die Gestalt eines Rechteckes, und der dieselbe durchfliessende Strom wurde mittels zweier Messingstücke, welche auf beide Enden der Platte fest aufgedrückt waren, zugeleitet, so dass die Stromcurven gerade, der längeren Seite des Rechteckes parallele Linien sind.

Boltzmann[3]) hat darauf aufmerksam gemacht, dass unter gewissen vereinfachenden Annahmen aus dem erwähnten Phänomen sich

1) On a New Action of the Magnet on Electric Currents. American Journal of Mathematics 1879 Vol. II.

2) Wiedemann, Galvanismus II, 1. S. 174. Auch Rowland hat solche Versuche angestellt. (Hall, a. a. O. S. 289).

3) Anz. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien 1880 Nr. II (15. Jauuar).

die absolute Geschwindigkeit, mit der die Elektricität die Goldplatte durchfliesst, berechnen lässt. Bedeutet nämlich m die Intensität des als homogen vorausgesetzten magnetischen Feldes, i die am Galvanometer beobachtete Stromstärke, w den gesammten Widerstand der Galvanometerleitung, sämmtliche Grössen in dem absoluten Gauss'schen Maasse gemessen, ist ferner b der Abstand der beiden Punkte der Goldplatte, welche mit dem Galvanometer verbunden sind, so ist die Geschwindigkeit c der die Platte der Länge nach durchfliessenden Elektricität (die Geschwindigkeit im Strome J)

$$c = \frac{iw}{mb}.$$

Ist auch J im obigen Maasse gemessen worden, so ist die Geschwindigkeit im Strome 1 nach magnetischem Maasse

$$c_1 = \frac{J}{c} = \frac{iw}{mbJ}.$$

Wie mir Prof. Boltzmann mündlich mittheilte, hat derselbe weiters gefunden, dass sich die besprochene Erscheinung auffassen lässt als eine Ablenkung, welche die Stromlinien in der Platte von ihrer ursprünglichen Richtung erfahren, jedoch so, dass dadurch keine Verdichtung, resp. Verdünnung der Stromlinien an der einen oder anderen Seite der Platte eintritt. Sind die Seiten der Platte nicht mit einander durch eine äussere Leitung verbunden, so kann diese Ablenkung nur im ersten Momente der Einwirkung des Magnets eintreten; sogleich wird aber an den Rändern der Platte eine Potentialdifferenz entstehen, welche sich mit der schon vorhandenen zusammensetzt und die Stromlinien wieder in die frühere Richtung drängt. Werden jedoch Punkte der Platte, welche anfänglich gleiche Potentialwerthe besassen, durch eine Galvanometerleitung mit einander verbunden, so veranlasst die zwischen diesen Punkten neu entstandene Potentialdifferenz den Strom i.

Die Ermittlung der Grösse c_1 nach den von Hall mitgetheilten quantitativen Bestimmungen ist nur ganz roh schätzungsweise möglich (s. w. u.); es schien deshalb von Interesse, die Versuche zu wiederholen und eine Bestimmung von c_1 auszuführen. Zuerst benutzte ich eine auf eine Glasplatte aufgezogene, rechteckige Goldplatte D (Fig. 1 auf folgender Seite) von 56 ^{mm} Länge und 52 ^{mm} Breite, bei welcher die Stromzuleitung durch etwa 2 ^{mm} breite Stanniolstreifen s_1, s_2 besorgt wurde, die über die Mitte der kurzen Seiten des Rechteckes geklebt waren.

Die mit dem Galvanometer verbundenen Contacte g_1, g_2 sind vergoldete Messingkügelchen (2 mm Durchmesser), an denen eine kleine Fläche eben polirt ist, mit der dieselben auf die Goldplatte aufgesetzt werden. Die Contactkügelchen sind an schwachen Federn f_1, f_2 befestigt, welche sie auf die Platte niederdrücken. Der eine Contact g_1 ist durch die Schraube S verstellbar. Die in dem Holzrahmen H befestigte Glasplatte wurde vertical zwischen die abgeflachten Pole eines kräftigen Elektromagnets gestellt, dessen Polflächen eine Distanz von beiläufig 12 mm hatten und der durch 6, 12 oder 18 grosse Bunsen'sche Elemente erregt wurde. Zur Bestimmung der Intensität des Magnetfeldes dienten einige zwischen die Pole parallel mit deren Flächen gestellte kreisförmige Drahtwindungen, die mit einem Spiegelgalvanometer verbunden sind; es wurde stets die Aenderung m des Magnetfeldes bei Umkehrung des magnetisirenden Stromes bestimmt. Die Messung des Stromes i geschieht mit demselben Galvanometer, und wird auch hierbei die der Veränderung des Magnetfeldes bei Umkehrung der magnetischen Polarität entsprechende Stärke des Stromes i ermittelt. Bei der Umkehrung des magnetisirenden Stromes erhält man zuerst einen starken Ausschlag der Galvanometernadel in Folge des in der Goldplatte inducirten Stromes, worauf die Nadel um ihre neue Ruhelage schwingt, die aus Umkehrpunkten bestimmt wird. Um nicht zu starke Schwingungen zu erhalten, wurde die Galvanometerleitung während der Umkehrung der Polarität des Elektromagnets geöffnet. Das Galvanometer stand in einem entfernten Zimmer, so dass auch nicht die geringste directe Einwirkung des Magnets auf dasselbe bemerkbar war.

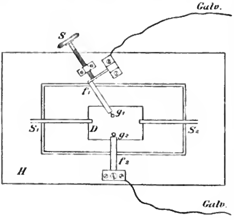


Fig. 1.

Die dauernden Verschiebungen der Ruhelage durch den Strom i ergaben sich meist sehr regelmässig, und wurden die Beobachtungen

8 — 10 mal hinter einander wiederholt; ich führe zunächst eine Beobachtung der Galvanometerstände vollständig an: unter A und B sind die Ruhelagen der Nadel verstanden, wie sie bei entgegengesetzter Polarität des Elektromagnets an der Scala beobachtet sind, und zwar ist bei A der auf der Seite der Goldplatte befindliche Pol ein Südpol (s. Fig. 3 Seite 583).

Distanz des Spiegels von der Scala $d = 3757$ mm.

A 601,5		
	30,5	
B 571,0		
	30,0	
A 601,0		
	30,0	
B 571,0		
	30,5	
A 601,5		Mittel 30,3
	30,0	
B 571,5		
	30,5	
A 602,0		
	31,5	
B 570,5		
	30,5	
A 601,0		
	29,5	
B 571,5		

Die Intensität des die Goldplatte durchfliessenden Stromes J, der durch ein oder zwei Daniell'sche Elemente geliefert war, kann an einer Tangentenbussole mit Spiegelablesung nach absolutem Maasse gemessen werden.

Die folgenden Tabellen enthalten die Resultate einer Reihe von Beobachtungen. Die zu Grunde gelegten Einheiten sind Millimeter, Milligramm, Secunde; bei der Bestimmung des Widerstandes der Galvanometerleitung wurde die Siemens-Einheit zu $0{,}955 \times 10^{10}$ absoluten Einheiten angenommen, entsprechend den neuen Messungen von H. F. Weber[1]). Die Schwingungsdauer der Galvanometernadel ist $T = 4{,}635$, das Dämpfungsverhältniss der Schwingungen $k = 1{,}358$, der Reductionsfactor auf magnetisches Strommaass $G = 0{,}00609$.

$$b = 44, \quad w = 57{,}3 \times 10^{10}.$$

Nr.	J	m	i	$\frac{i}{Jm}$	
1	1,70	85900	$12{,}2 \times 10^{-6}$	$0{,}835 \times 10^{-10}$	
2	2,91	85900	20,3	812	
3	2,91	106500	24,6	794	Mittel $0{,}823 \times 10^{-10}$
4	5,42	54700	24,9	840	
5	5,51	85900	39,1	826	
6	5,51	106500	48,8	832	

1) Absolute elektromagnetische und calorimetrische Messungen 1877 S. 46.

Es folgt hiernach $c_1 = 1{,}07$.

$$b = 31{,}5, \quad w = 55{,}2 \times 10^{10}.$$

Nr.	J	m	i	$\frac{i}{Jm}$	
7	2,90	55960	$11{,}3 \times 10^{-6}$	$0{,}697 \times 10^{-10}$	Mittel $0{,}700 \times 10^{-10}$
8	5,51	57630	22,3	703	

demnach $c_1 = 1{,}23$.

$$b = 22{,}4, \quad w = 54{,}3 \times 10^{10}.$$

9	2,90	56790	$8{,}95 \times 10^{-6}$	$0{,}542 \times 10^{-10}$

daraus $c_1 = 1{,}31$.

Es wäre demnach die absolute Geschwindigkeit, mit der die Elektricität im Strome 1 das untersuchte Goldblatt durchfliesst, etwa 1,2 ^{mm}. Die kleine Zunahme, welche c_1 mit abnehmendem b zeigt, hat vermuthlich ihren Grund in der nur unvollkommenen Homogeneität des magnetischen Feldes, von der ich mich auch durch Versuche mit einigen sehr kleinen Drahtwindungen, die an verschiedene Stellen des Feldes gebracht wurden, überzeugte. Zur Bestimmung von m dienten entweder drei Windungen von 38,2 ^{mm} Durchmesser, oder zwei Windungen von 30,6 ^{mm} Durchmesser; die kleineren Windungen gaben um etwa 2 % grössere Werthe für m. Durch diese Bestimmungen erhält man aber nur die Mittelwerthe der Aenderung des Magnetfeldes innerhalb der von den Drahtwindungen eingeschlossenen Flächen. Ein unhomogenes Magnetfeld beeinträchtigt aber auch in so fern die Richtigkeit der Messungen, als dann ein Theil des Stromes i statt durch die Galvanometerleitung durch die Goldplatte selbst fliessen kann, wie eine einfache Ueberlegung zeigt; es ist namentlich eine (dem Magnetfeld gegenüber) grössere Ausdehnung der Goldplatte in der Richtung des Stromes J den Messungen ungünstig.

Die Goldplatte, welche durch die Versuche etwas gelitten hatte, wurde sodann durch eine neue, sehr schöne Platte ersetzt; bei dieser trat der Strom in der ganzen Breite der Platte ein und aus, da die Platte an den Rändern beiderseits mit Stanniol überklebt war. Der von Stanniol unbedeckte Theil hatte eine Länge von 53,4 und eine Breite von 28 ^{mm}, der Widerstand war 2,85 S.E. (Hall gibt für seine Platte an: Länge etwa 55, Breite 20 ^{mm}, Widerstand nahe 2 Ohm = 2,1 S.E.). Aus zwei gut übereinstimmenden Versuchsreihen ergab sich

Nr.	J	m	i
10	3,41	87900	$27{,}5 \times 10^{-6}$;

dabei war die Distanz der Galvanometercontacte $b = 20{,}6$, der Widerstand der Galvanometerleitung $w = 54{,}9 \times 10^{10}$; es folgt $c_1 = 2{,}24^{mm}$.

Ich habe versucht, die Dicke der Goldplatten angenähert zu bestimmen; die beim Versuch 10 benutzte Platte war nämlich, bevor sie auf die Glasplatte aufgezogen wurde, sorgfältig gewogen worden, und ergab sich aus der Wägung ihre Dicke zu 56 milliontel Millimeter. Aus dem Widerstande der Platte folgt dagegen unter der Voraussetzung, dass keine merklichen Sprünge oder Risse vorhanden sind, die Dicke zu 14 milliontel Millimeter, also 4 mal so klein. Ein ähnliches Resultat zeigte sich auch bei einer anderen Goldplatte. Für die Platte, welche bei den Versuchen 1—9 gedient hatte, ergab die Wägung eine mehr als 10 mal so grosse Dicke, als aus dem Widerstande der (beiderseits mit Stanniolrändern versehenen) Platte folgte; indess war diese Platte bereits schadhaft, sie scheint jedenfalls dicker gewesen zu sein als die beim Versuch 10 gebrauchte.

Zur Controle der Richtigkeit der Messungen habe ich mit dem Galvanometer die Scheidekraft im Innern einer Spirale, die von einem constanten Strome durchflossen war, bestimmt und das so erhaltene Resultat mit dem aus den Dimensionen der Spirale und der Stromstärke berechneten verglichen, was eine ganz befriedigende Uebereinstimmung gab; ausserdem wurde noch eine Prüfung vorgenommen, die auf Folgendem beruht. Aus der Gleichung

$$c = c_1 J = \frac{iw}{mb}$$

folgt, dass die Geschwindigkeit im Strome J gleich ist der Geschwindigkeit, mit welcher ein Draht von der Länge b senkrecht zu sich selbst durch ein magnetisches Feld m bewegt werden muss, damit in ihm eine elektromotorische Kraft erzeugt werde, die in einer Leitung vom Widerstande w den Strom i liefert[1]). Ein flacher Kupferring K (Fig. 2 auf folgender Seite) ist auf eine Kammmassescheibe aufgesetzt, die in Rotation versetzt werden kann. An den Ring sind radial stehende, an den Enden amalgamirte Drähte b angelöthet, welche bei der Rotation durch das Quecksilber der Rinne R schlagen. An dem Kupferring schleift eine Contactfeder, die mit dem Galvanometer in Verbindung steht; andererseits ist dieses mit der Rinne leitend verbunden. Stellt man die Scheibe so auf, dass die Speichen bei der Rotation durch das Magnet-

1) Boltzmann a. a. O.

feld hindurchgehen und gleichzeitig ins Quecksilber tauchen, so erhält man bei der Aenderung m des Magnetfeldes am Galvanometer eine

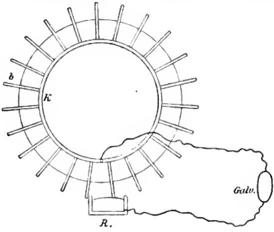


Fig. 2.

dauernde Aenderung der Ruhelage α, aus der sich die Geschwindigkeit c, mit der sich die Speichen bewegen, rechnen lässt; es ist

$$c = \frac{G}{2d} \cdot \frac{w}{mb} \cdot \frac{T}{z\vartheta} \cdot \alpha.$$

Darin haben G, d, T die frühere Bedeutung, w ist der Widerstand der Leitung, b die Länge der Speichen, ϑ die Zeit, während welcher eine Speiche durchs Quecksilber schlägt, z die Anzahl der auf eine Galvanometerschwingung entfallenden Inductionsstösse: folgen diese Stösse unmittelbar auf einander, so dass eine Speiche das Quecksilber verlässt in dem Augenblicke, wo die nächste eintaucht, so ist $z\vartheta = T$. Wird nun die Intensitätsänderung m des Magnetfeldes auf die oben angegebene Weise mit Drahtwindungen von der Fläche f bestimmt und ist β der Ausschlag der Galvanometernadel, so hat man

$$m = \frac{1}{f} \cdot \frac{G}{2d} \cdot \frac{T}{\pi} \sqrt{k} \cdot w_1 \beta;$$

w_1 ist der Widerstand der Leitung im letzteren Falle. Dann ist also

$$c = \frac{w}{w_1} \cdot \frac{f}{b} \cdot \frac{\pi}{\sqrt{k}} \cdot \frac{1}{z\vartheta} \cdot \frac{\alpha}{\beta}.$$

Ein Versuch mit 24 Speichen von der Länge $b = 45^{mm}$, die in unmittelbarer Aufeinanderfolge durchs Quecksilber schlugen, gab $c = 224^{mm}$. Die rotirende Scheibe ward in constanter Rotation erhalten durch einen Helmholtz'schen Motor mit Schwungscheibe, und es konnte die Umdrehungsgeschwindigkeit der Scheibe auch direct bestimmt werden; die Dauer einer Umdrehung beim Versuch war $\tau = 2{,}64$ Sec., woraus folgt, da die Speichenmitten einen Abstand $r = 98^{mm}$ von der Achse hatten, $c = \frac{2r\pi}{t} = 233^{mm}$, was mit dem obigen Werthe genügend übereinstimmt. Die Unhomogeneität des Magnetfeldes ist bei der Berechnung angenähert berücksichtigt worden.

Eine etwas andere Art der Prüfung besteht darin, dass man die Speichen nicht in unmittelbarer Aufeinanderfolge durchs Quecksilber gehen, sondern eine Reihe von getrennten Inductionsstössen zum Galvanometer gelangen lässt. Ein an der Scheibe befestigter Gradbogen gestattet den Winkel zu bestimmen, den im Mittel eine Speiche ins Quecksilber tauchend durchläuft; dieser Winkel φ lässt sich aber auch leicht berechnen, und zwar ist

$$\varphi^0 = \frac{180}{n} \cdot \frac{w}{w_1} \cdot \frac{f}{rb} \cdot \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \frac{\tau}{T} \cdot \frac{\alpha}{\beta}.$$

α ist wieder die dauernde Veränderung des Standes der Galvanometernadel, entsprechend der Intensitätsänderung m, n die Anzahl der Speichen; die übrigen Buchstaben haben die alte Bedeutung. Aus zwei Versuchen mit verschiedener Rotationsgeschwindigkeit, wobei zwölf Speichen sich am Ringe befanden, folgte $\varphi = 12{,}9^0$, während $\varphi = 13{,}1^0$ durch directe Bestimmung gefunden worden war.

Es sei noch bemerkt, dass sich auch nach Hall's Messungen eine beiläufige Schätzung der Geschwindigkeit der Elektricitätsbewegung vornehmen lässt. Bezeichnet man mit E' die Potentialdifferenz zweier um die Längeneinheit von einander in der Richtung der Breite entfernter Punkte der Goldplatte, mit E die Potentialdifferenz zweier in der Längsrichtung um die Einheit von einander abstehender Punkte, so gibt Hall an, dass das Verhältniss $\frac{E}{E'}$ bei seinen Versuchen etwa zwischen den Grenzen 3000 und 6500 variirte[1]).

1) Bei meinem Versuche 9 ist das Verhältniss $\frac{E}{E'} = 7700$, beim Versuch 10 ist es 2500.

Hieraus, sowie aus dem Widerstande und der Grösse der Goldplatte, ferner aus der angegebenen Intensität des Magnetfeldes[1] konnte ich einen Schluss auf die Grösse von c_1 ziehen. Es genügt zu erwähnen, dass die so erhaltenen Werthe von c_1, die natürlich nur Grenzwerthe sind, der Grössenordnung nach mit den aus meinen Versuchen berechneten übereinstimmen. Die aus Hall's Angaben bestimmten Grenzwerthe für c_1 schliessen die von mir gefundenen Werthe ein.

Die geringe Geschwindigkeit, die für die Elektricitätsbewegung aus den mitgetheilten Versuchsresultaten hervorgeht, steht natürlich durchaus nicht im Widerspruch mit der ungeheuren Geschwindigkeit, mit der sich elektrische Impulse fortpflanzen. Es scheint dies ähnlich zu sein wie etwa die Fortpflanzung eines Impulses in einer unausdehnsamen Röhre, die mit einer sehr leicht beweglichen Flüssigkeit erfüllt ist; während sich der Impuls zur Bewegung mit sehr grosser Geschwindigkeit in der Flüssigkeit fortpflanzt, kann die Progressivbewegung der Flüssigkeitstheilchen selbst sehr langsam sein.

Was die Richtung des durch die magnetische Einwirkung auf die Goldplatte hervorgerufenen Stromes i in ihrer Abhängigkeit von der Polarität des Magnets und von der Stromrichtung J in der Platte selbst betrifft, so macht Hall darüber (S. 290) folgende Bemerkung:

„If we regard an electric current as a single stream flowing from the positive to the negative pole, i. e. from the carbon pole of the battery through the circuit to the zinc pole, in this case the phenomena observed indicate that two *currents*, parallel and in the same direction, tend to repel each other. If on the other hand, we regard the electric current as a stream flowing from the negative to the positive pole, in this case the phenomena observed indicate that two *currents*, parallel and in the same direction, tend to attract each other.

It is of course perfectly well known, that two *conductors*, bearing currents parallel and in the same direction, are drawn toward each other."

1) Hall gibt die Einheiten, die seinen Messungen zu Grunde liegen, nicht an; indess scheint es mir zweifellos, dass es Centimeter, Gramm, Secunde sind; die Intensität des Magnetfeldes wird in Vielfachen der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus angegeben, und für diese heisst es, dass sie gleich sei ,19 (approximately). Eben so sprechen dafür die von Hall mitgetheilten Werthe für die Stärke des Stromes J, der durch die Goldplatte (von 2,1 S. E. Widerstaud) hindurchfloss; diese liegen zwischen ,06 und ,025, der Strom war durch einen Bunsen-Becher geliefert.

Hat nämlich der positive, d. h. der beim Kupfer (Kohle) aus dem Element herauskommende Strom J die Richtung des gefiederten Pfeiles P (Fig. 3), so ist die Richtung des durch die Magnetwirkung

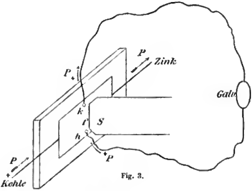


Fig. 3.

zu Stande gekommenen Stromes i die durch die Pfeile p bezeichnete, d. h. der Strom i fliesst so, als ob die Goldplatte ein Element geworden wäre, wobei k den Kupferpol, h den Zinkpol und f die Flüssigkeit vorstellte. Dabei befindet sich der Südpol des Elektromagnets vor der Platte, der Nordpol hinter derselben.

Man erkennt sofort, dass diese Richtung des Stromes i mit der sogenannten Ampère'schen Regel nicht in Uebereinstimmung steht, dass nach letzterer vielmehr der Strom die entgegengesetzte Richtung haben müsste. Nimmt man hingegen an, dass die Elektricität beim Zinkpole aus dem Element herausfliesse (Fig. 4), so muss die Richtung

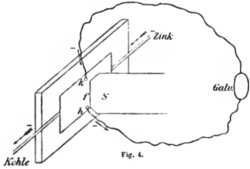


Fig. 4.

des Stromes i so werden, wie sie die Beobachtung in der That ergibt, dass nämlich h den Zinkpol, k den Kupferpol eines Elementes vorstellt. Es bleibt dann die Ampère'sche Regel bestehen; schwimmt die Figur nach jener Richtung, nach welcher gemäss der bisherigen Auschauung der positive Strom (der beim Kupfer aus dem Element herauskommende) fliesst, so wird der Nordpol wieder zur Linken abgelenkt: da jedoch nach dem Obigen die Richtung des negativen Stromes die thatsächliche Bewegungsrichtung der Elektricität zu sein scheint, so dürfte es zweckmässiger sein, die Figur in der Richtung des negativen Stromes schwimmen zu lassen, mit dem Gesicht der Nadel zugewandt, in welchem Falle dann der Südpol zur Linken der Figur abgelenkt würde. — Hall sagt zwar im Anschlusse an seine oben angeführten Worte: „Wheter this fact, taken in connection with wath has been said above, has any bearing upon the question of the absolute direction of the electric current, it is perhaps too early to decide", indess scheinen die Beobachtungen doch die früher ausgesprochene Annahme bezüglich der Stromrichtung zu fordern. Unabhängig von der Annahme der Stromesrichtung gilt für unser Phänomen die Regel, dass man vom Südpole aus gesehen von der Eintrittsstelle des Stromes J in die Platte zur Eintrittsstelle des Stromes i durch eine Bewegung entgegengesetzt jener des Uhrzeigers gelangt; das Gleiche gilt bezüglich der Austrittsstellen der Ströme J und i aus der Platte.

Zum Schlusse muss ich erwähnen, dass ich auch, jedoch bisher vergeblich, die Geschwindigkeit der Elektricitätsbewegung in einer Aluminiumplatte zu bestimmen versuchte. Es gelang mir nämlich nicht, einen constanten Strom durch die Platte hindurchzusenden; dies mag wohl in der eigenthümlich flockigen Beschaffenheit, welche dünne Plättchen dieses Metalles zeigen, seinen Grund haben. Von höchstem Interesse aber wäre es, wenn Versuche mit sehr dünnen Flüssigkeitsschichten sich erfolgreich anstellen liessen.

Neues Verfahren Normal-Barometer und Manometer abzulesen.

Von

W. J. Marek,

adjoint du bureau international des poids et mesures à Sèvres.

Die genaue Einstellung der Oberfläche des in einem Glasrohre eingeschlossenen Quecksilbers bietet bei Anwendung eines Mikroskopes desto grössere Schwierigkeiten, je grösser der Durchmesser des Rohres und je schärfer die Vergrösserung des angewandten Mikroskopes ist.

Von den heutzutage angewandten Verfahren liefert die besten Resultate die Anwendung eines schwarzweissen Schirmes oder Ringes[1]).

Die Anwendung dieser Methode nöthigt jedoch zu desto grösserer Umsicht und Aufmerksamkeit, je grösser der Durchmesser der Röhre wird. Bei einer Röhrenweite von beiläufig 26^{mm} fängt sich in der Mitte des Meniscus eine kleine Ebene zu bilden an, und von da ab wird die Anwendung der Schirme und Ringe ziemlich misslich. Da nun für Normalinstrumente behufs vollständiger Vermeidung des Einflusses der Capillarität und behufs Vergrösserung der Barometerkammer noch grössere Durchmesser in Anwendung gebracht werden und gleichzeitig die möglichst grösste Sicherheit der Ablesung angestrebt wird, so gewinnt die Aufsuchung einer geeigneten Ablesungsmethode der Quecksilberniveaus eine besondere Bedeutung.

Einen bedeutenden Fortschritt in dieser Richtung erzielte Herr Dr. Pernet bei dem von ihm angewandten Normalbarometer Système Wild[2]) dadurch, dass er in die beiläufig 40^{mm} weite Kammer des Barometers drei fixe Glasspitzen einschmelzen liess und in dem offenen Schenkel des Barometers eine von aussen be-

1) Siehe diesbezüglich Dr. H. Wild, über die Bestimmung des Luftdruckes. Repertorium für Meteorologie Bd. 3 S. 18 ff.

2) Eine detaillirte Beschreibung dieses Instrumentes durch Herrn Dr. Pernet wird in den Publicationen des Bureau international des poids et mesures ihren Platz finden.

wegliche Stablspitze anbrachte. Das Quecksilher im Barometer wird vor jeder Beobachtung durch geeignete Vorkehrungen bis nahe zu einer der fixen Spitzen in der Kammer gehoben, die bewegliche Spitze nahe zur Berührung der Kuppe im offenen Schenkel gebracht und die Mikroskope auf die Mitte zwischen den Spitzen und deren Spiegelbildern eingestellt.

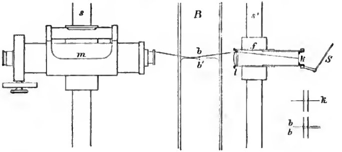
Die Anwendung dieses Verfahrens, bei dem alle Fehlerquellen der älteren vermieden sind, führte bei dem obgenannten sorgfältig ausgeführten Instrumente zu einer Genauigkeit der Einstellungen, welche durch einen wahrscheinlichen Fehler einer Einstellung von nur $\pm$ 0,0005^{mm} charakterisirt ist. Diese Anordnung bietet überdies den nicht zu unterschätzenden Vortheil, dass man mit constanten, durch vorhergehende Wägungen genau bestimmbaren Kammervolumen arbeiten kann, was die Bestimmung der Vacuumscorrection und deren numerische Berechnung wesentlich vereinfacht. Sie beschränkt jedoch die Ablesungen auf bestimmte Stellen des Rohres und ist aus diesem Grunde bei Manometern nicht allgemein anwendbar, ganz abgesehen von der Schwierigkeit der nothwendig werdenden Dichtung des die bewegliche Spitze führenden Theiles.

Ich habe zunächst versucht diese Schwierigkeit zu umgehen, ohne die bedeutenden Vortheile der von Dr. Pernet getroffenen Einrichtung aufzuopfern, indem ich in das Barometer oder Manometer eine Art Schwimmer mit Spitze einführen wollte; einige wenige Versuche genügten aber um zu beweisen, dass eine solche Einrichtung ganz unbrauchbar sei. Dieser Misserfolg veranlasste mich meine vor etwa drei Jahren begonnenen Versuche wieder aufzunehmen, die ebenfalls darauf abzielten, in der Quecksilberoberfläche Spiegelbilder zu erzeugen, jedoch solche von Spinnenfäden, die ausserhalb des Barometers sich befinden und den Bewegungen des Quecksilbers folgen können.

Ich glaube gegenwärtig die Aufgabe in einer practisch leicht anwendbaren Form gelöst zu haben. Die folgende Figur veranschaulicht die getroffene Anordnung.

Das mit einem Filarmikrometer versehene Mikroskop *m* ist in der üblichen Weise auf einem Schlitten *s* befestigt und seine optische Achse horizontal gestellt; das Barometerrohr *B* ist wenigstens näherungsweise dem Schlitten *s* parallel und so gestellt, dass das Mikroskop näherungsweise dessen Achse anvisirt. An einem zweiten, dem Schlitten *s* parallelen Schlitten *s'* (oder auf dem Rohre *B* gleitbar) ist ein kleiner

Collimator *f*, dessen Achse ebenfalls horizontal gestellt werden kann, angebracht. In dem Auszuge dieses Collimators ist das Fadenkreuz *k*



(bestehend aus einem horizontalen und zwei verticalen Fäden) befestigt. Der Spiegel *S* wirft Licht in das Rohr *f* und dient lediglich zur Erleuchtung des Gesichtsfeldes. Die optischen Achsen des Mikroskopes *m* und des Collimators *f* liegen in derselben zu *s* und *s'* parallelen Ebene. Der Auszug des Collimators wird so gestellt, dass das Bild des Fadenkreuzes *k* genau in der Gegenstandsebene des Mikroskopes zu liegen kommt [1]).

Stellt man nun das Mikroskop *m* näherungsweise auf das Niveau des Quecksilbers ein und hebt den Collimator auf eine zweckentsprechende Höhe, so erblickt man im Gesichtsfelde ausser dem directen Bilde *b* des Horizontalfadens noch dessen Spiegelbild *b'*, und die Einstellung auf die Mitte der beiden Bilder liefert, wenn man den Abstand derselben durch entsprechende Bewegung des Collimators auf eine sehr kleine Grösse reducirt hat, die Einstellung auf einen der Achse des Barometerrohres nahen Punkt der Quecksilberoberfläche.

Die Dimensionen des Collimators können, wenn dessen Objectiv *l* gut gearbeitet ist, sehr klein gehalten werden.

Die Leistungsfähigkeit dieser Einrichtung, die unter allen Umständen ohne Einschränkung brauchbar ist, dürfte jener mit festen Spitzen wenig nachstehen. Bei einem provisorischen Versuche, bei welchem es mir nicht gelang, das Quecksilber ganz ruhig zu erhalten, weil die

1) Ich halte es für überflüssig, hier näher aus einander zu setzen, in welcher einfachen Weise diesen verschiedenen Bedingungen praktisch Genüge geleistet werden kann.

einzelnen Bestandtheile des Apparates zu sehr federten, bestimmte ich den wahrscheinlichen Fehler einer Einstellung bei einer Röhrenweite von 32^{mm} zu $\pm$ 0,0023^{mm}. Ich glaube jedoch, dass bei einem fest aufgestellten Instrumente dieser wahrscheinliche Fehler bis nahe auf jenen Betrag herabgedrückt werden kann, auf welchen man bei Einstellungen eines auf einem Stabe gut gezogenen Striches bei Anwendung desselben Mikroskopes geführt wird.

Schliesslich möge an das Vorstehende noch die Bemerkung geknüpft werden, dass das hier in Anwendung gebrachte Princip mit Erfolg in Betracht gezogen werden könnte bei Vergleichungen von Endmaassen nach der von Dr. H. Wild angegebenen optischen Methode in allen jenen Fällen, bei denen die Anwenduug der Spitzen zu Befürchtungen Veranlassung gibt.

Kleinere Mittheilungen.

Zur Theorie inconstanter galvanischer Elemente.

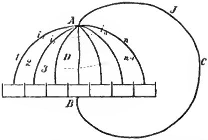
Von

N. Slouguinoff.

1. Es seien n neben einander zu einem grossen verbundene Elemente. Bestimmen wir die elektromotorische Kraft E dieses zusammengesetzten Elements in Beziehung auf die elektromotorischen Kräfte der dasselbe bildenden Elemente.

Es seien in den Zweigen:

	1	2	3 . . . n
die Stromstärken	i_1	i_2	i_3 . . . i_n
die Widerstände	r_1	r_2	r_3 . . . r_n
die elektromotorischen Kräfte	e_1	e_2	e_3 . . . e_n



Es sei ferner die Intensität und der Widerstand des Stromes in einem Zweige ABC I und ϱ. Wenn $R + \varrho$ $(R = BDA)$ der Widerstand des gesammten Schliessungskreises ist, so ist

$$I = \frac{E}{R + \varrho}. \tag{1}$$

Nun haben wir nach den Kirchhoff'schen Sätzen:

$$i_1 + i_2 + \cdots + i_n = I$$
$$I\varrho + i_1 r_1 = e_1$$
$$I\varrho + i_2 r_2 = e_2$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$I\varrho + i_n r_n = e_n.$$

Hieraus folgt nach Elimination von $i_1, i_2 \cdots i_n$

$$I = \frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} + \cdots + \frac{e_n}{r_n} - I\varrho\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \cdots + \frac{1}{r_n}\right)$$

und nach Formel (1)

$$I = \frac{E}{R} - \frac{I\varrho}{R}$$

und mithin

$$\frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} + \cdots + \frac{e_n}{r_n} - \frac{E}{R} - I\varrho\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \cdots + \frac{1}{r_n} - \frac{1}{R}\right) = 0.$$

Um dieser Gleichung für alle ϱ zu genügen, muss

$$\frac{E}{R} = \frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} + \cdots + \frac{e_n}{r_n} = \sum \frac{e_i}{r_i} \qquad \text{(I}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \cdots + \frac{1}{r_n} = \sum \frac{1}{r_i} \qquad \text{(II}$$

sein.

Bezeichnen wir $\frac{R}{r_i}$ durch $a, b, c \ldots l$, so haben wir:

$$E = ae_1 + be_2 + \cdots + le_n, \qquad \text{(Ia}$$

wo

$$a + b + c + \cdots + l = 1. \qquad \text{(IIa}$$

Ich muss bemerken, dass für $n = 2$ und 3 eine ähnliche Relation bereits von Herrn Stepanoff[1]) nachgewiesen ist, aber in ganz anderer Form.

Zur Erläuterung dieser Formeln möge folgendes Beispiel dienen.

2. Es handle sich um eine inconstante Kette, z. B. um die Berechnung der elektromotorischen Kraft der Combination

Zn | H^2SO^4, $CuSO^4$ | Pt.

Ich selbst fand, dass die elektromotorische Kraft dieser Combination anfänglich = 1,3D ist und sich einem Grenzwerthe = 1D nähert.

Die elektromotorische Kraft ist gleich dem mechanischen Aequivalent der durch einen von jener Kraft herrührenden Strom von der Stärke 1 in der Zeiteinheit erzeugten Wärme W, folglich

$$E_1 = \frac{W}{A},$$

wo

$$W = q - q_1 + q_2.$$

1) Journ. de la Soc. phys. russe XII, 38.

Es ist nämlich die Wärmemenge

bei der Oxydation von 1 Aeq. Zink q

„ „ Zersetzung des Kupferoxyds q_1

„ „ Verbindung (Absorption) des Kupfers mit Pt . . . q_2.

Wenn das Kupfer sich an der kupfernen Elektrode entwickelt, so ist die elektromotorische Kraft

$$E_2 = \frac{1}{A}(q - q_1 + q'). \qquad (\beta$$

wo q' die bei der Verbindung der Moleküle des Kupfers entwickelte Wärmemenge bezeichnet.

Die Formel

$$E_1 = \frac{1}{A}(q - q_1 + q_2) \qquad (\alpha$$

gilt nur gleich nach Schliessung des Stromes. In den darauf folgenden Momenten setzt sich das Kupfer nicht allein auf dem Platina, sondern auch auf den schon vorhandenen Kupferablagerungen an, und in Folge dessen verändert sich die Formel. In diesem Fall haben wir zwei neben einander verbundene Elemente (α) und (β) und bestimmen nach der von mir gegebenen Formel (Ia) die elektromotorische Kraft E des zusammengesetzten Elements wie folgt:

$$E = a E_1 + b E_2,$$

wo $a + b = 1$ ist; demnach ist die elektromotorische Kraft unserer Combination

$$E = \frac{1}{A}(q - q_1 + a q_2 + b q').$$

Diese Formel zeigt, dass die elektromotorische Kraft des inconstanten Elements allmählich abnimmt, da sich a der Null, b der Einheit nähert.

3. Elektromotorisches Gesetz. Dieses Gesetz lässt sich mit Zugrundelegung der mechanischen Theorie der Elektrolyse folgendermassen ableiten. Es seien die elektromotorischen Kräfte einer Reihe von Metallen M_1, M_2 und M_3, die in eine Flüssigkeit z. B. H^2O getaucht sind, $= M_1 \mid M_2$ und $M_2 \mid M_3$.

Nach der Formel (α) ist

$$M_1 \mid M_2 = \frac{1}{A}[(M_1 O) - (H^2 O) + (M_2, H^2)]$$

$$M_2 \mid M_3 = \frac{1}{A}[(M_2 O) - (H^2 O) + (M_3, H^2)].$$

wo die in Klammern eingeschlossenen Werthe (M_1O), (M_2O) u. s. w. die Wärmetönungen bezeichnen.

Addirt man beide Gleichungen, so erhält man:

$$M_1 \mid M_2 + M_2 \mid M_3 = \frac{1}{A}[(M_1O) - (H^2O) + (M_3, H^2)],$$

weil aus der Theorie der galvanischen Polarisation folgt:

$$(M_2O) - (H^2O) + (M_2, H^2) = 0.$$

Zu Beginn ist die elektromotorische Kraft der Polarisation gleich

$$p = \frac{1}{A}[(H^2O) - (M_2O) - (M_2, H^2)]$$

(von Null an wächst sie).

Aber es ist

$$M_1 \mid M_3 = \frac{1}{A}[(M_1O) - (H^2O) + (M_3, H^2)],$$

folglich

$$M_1 \mid M_2 + M_2 \mid M_3 = M_1 \mid M_3.$$

Ueber das Stokes'sche Gesetz.

Von

S. Lamansky.

(Aus den Annalen der Physik und Chemie vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Hr. Lommel hat eine Abhandlung[1]) veröffentlicht, in welcher er nachzuweisen sucht, dass meine vor kurzem in den Comptes rendus[2]) der Pariser Akademie mitgetheilten Versuche hinsichtlich des Stokesschen Gesetzes nur beweisen, dass die mittlere Brechbarkeit des Fluorescenzlichtes geringer ist als die Brechbarkeit des erregenden Lichtes und dass deswegen, seiner Meinung nach, meine Versuche den Kern der Frage (die Richtigkeit des Stokes'schen Gesetzes) gar nicht berühren und das von mir erhaltene Resultat nicht neu ist, weil dies schon aus seinen früheren Untersuchungen resultire.

Zu diesem Schlusse wurde Hr. Lommel offenbar durch die Meinung geleitet, dass ich in meinen Versuchen die mittlere Ablenkung (déviation moyenne) des erregenden und erregten Lichtes gemessen habe.

1) Berichte der physico-medicinischen Societät zu Erlangen (Sitzung vom 14. Juli 1879). Dieses Repertorium lauf. Band S. 232; auch Wied. Ann. 1879 Bd. 8 S. 244.

2) Compt. rend. 1879 vol. 88 p. 1192—94.

Diese Behauptung des Hrn. Lommel beruht jedenfalls auf einem Missverständnisse, welches vermuthlich durch die kurze Zusammenfassung meiner Mittheilung in den Comptes rendus veranlasst wurde. Ich erlaube mir deswegen, hier etwas näher die Art und Weise zu bezeichnen, in welcher ich die minimale Ablenkung des einfallenden Lichtes und des Fluorescenzlichtes gemessen habe, und die dabei direct erhaltenen Werthe mitzutheilen. Ich setze voraus, dass dem Leser dieser Zeitschrift meine Untersuchungsmethode aus dem kurzen Berichte über meine Arbeit[1]) als auch aus der Abhandlung des Hrn. Lommel bekannt geworden ist. Ich habe hier nur Folgendes hinzuzufügen.

Aus dem lichtstarken Sonnenspectrum isolirte ich mittels eines Spaltes ein bestimmtes Farbenbündel, und nachdem ich dasselbe mit Hilfe des zweiten Prismas von dem diffusen Lichte befreit, liess ich es mittels des total reflectirenden Prismas auf die freie Oberfläche der zu untersuchenden Flüssigkeit fallen; mit Hilfe eines zweiten, total reflectirenden Prismas richtete ich das aus der Flüssigkeit herauskommende Licht auf den Spalt des Collimators eines Spectrometers. Ich bekam in das Sehfeld des Fernrohres des letzteren zwei farbige Bilder, eins herrührend von dem Lichte, welches direct von der Oberfläche der Flüssigkeit reflectirt wurde, und ein anderes von dem Fluorescenzlichte. Durch passendes Drehen des total reflectirenden Prismas kann man erreichen, dass nur das eine oder nur das andere Bild zum Vorschein kommt. In vielen Fällen nahm ich, um über die Brechbarkeit des einfallenden Lichtes sicher zu sein, das Gefäss mit der Flüssigkeit weg und ersetzte dasselbe durch einen versilberten Glasspiegel. Die Controlversuche zeigten mir, dass kein Unterschied in der Brechbarkeit des einfallenden Lichtes vorhanden war, ob es direct von der spiegelnden Oberfläche der Flüssigkeit reflectirt wurde oder von dem Glasspiegel kam. Um die minimale Ablenkung der beiden Bilder zu messen, verfuhr ich in folgender Weise. Ich stellte das Fadenkreuz auf die oberste und die unterste Grenze jedes Bildes. Ich lasse hier die von mir direct ermittelten Werthe für Naphthalinroth, Eosin und Fluoresceïn folgen.

Der brechende Winkel des Prismas betrug 60° 6′; als Minimum der Ablenkung ergab sich für das Licht der Linie D — 48° 36′ und als Index — 1,6227.

1) Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie 1879 Bd. 3 S. 619.

Oberste und unterste Grenze des erregenden Lichtes		Oberste und unterste Grenze des erregten Lichtes	
Minimum der Ablenkungen	Index	Minimum der Ablenkungen	Index
	I. Naphthalinroth.		
50° 23′ — 49° 48′	1,6404 — 1,6382	48° 16′ — 47° 44′	1,6183 — 1,6138
50 17 — 49 6	„ „	48 10 — 47 41	„ „
49 28 — 49 0	„ „	48 11 — 47 40	„ „
48 41 — 48 15	„ „	48 13 — 47 36	„ „
48 30 — 47 43	1,6214 — 1,6154	48 28 — 47 31	1,6212 — 1,6116
	II. Eosin (alkoholische Lösung).		
50° 55′ — 50° 2′	1,6459 — 1,6372	48° 14′ — 47° 35′	1,6190 — 1,6123
49 44 — 48 57	„ „	48 10 — 47 23	„ „
49 23 — 48 52	„ „	48 8 — 47 23	„ „
48 55 — 48 12	„ „	48 14 — 47 23	„ „
48 26 — 48 0	„ „	48 11 — 47 26	„ „
48 14 — 47 32	„ „	48 10 — 47 31	„ „
47 53 — 47 18	1,6154 — 1,6094	47 51 — 47 16	1,6151 — 1,6091
	III. Fluorescein.		
51° 14′ — 50° 13′	1,6190 — 1,6388	48° 57′ — 48° 11′	1,6262 — 1,6185
50 11 — 49 37	„ „	48 59 — 48 8	„ „
50 6 — 49 24	„ „	48 56 — 47 58	„ „
49 59 — 48 57	„ „	49 4 — 47 48	„ „
49 25 — 48 41	„ „	49 1 — 47 44	„ „
49 6 — 48 26	1,6278 — 1,6210	48 57 — 47 43	1,6262 — 1,6154

Aus diesen mitgetheilten Zahlen geht deutlich hervor, dass ich in meinen Versuchen nicht die mittlere Brechbarkeit des einfallenden und Fluorescenzlichtes bestimmt habe, wie Hr. Lommel behauptet, sondern die äussersten Grenzen jedes Lichtbündels. Ich habe nur in meiner Mittheilung in den Comptes rendus anstatt dieser Zahlen die Differenz und die Halbsumme, Mittelwerth (déviation moyenne), aus zwei minimalen Ablenkungen jedes Lichtbündels angeführt. Das habe ich der Uebersichtlichkeit wegen gethan; aber ich sehe jetzt ein, das war gerade das, was Hrn. Lommel zu dem irrigen Schlusse geführt hat, dass ich die mittlere Ablenkung des erregenden und erregten Lichtbündels bestimmt habe.

Also meine Versuche in der oben mitgetheilten Form zeigen deutlich, dass auch die oberste Grenze des Fluorescenzlichtes kleinere Brechbarkeit hat als die des einfallenden Lichtes.

Hr. Lommel hat versucht, die Versuche nach meiner Methode zu wiederholen, und kam wieder zu seinem früheren Resultate, dass

die Brechbarkeit des Fluorescenzlichtes grösser ist als die des einfallenden Lichtes. Leider hat Hr. Lommel die Wiederholung meiner Versuche nicht in der Weise angestellt, wie ich sie ausgeführt habe. Hr. Lommel hat meine Beleuchtungsmethode mit zwei total reflectirenden Prismen verworfen und hat vorgezogen, wie in seinen früheren Untersuchungen über Fluorescenz, die erregenden Strahlen auf die Wand einer Flasche aus weissem Glase, welche die fluorescirende Flüssigkeit enthielt, nahezu streifend zu werfen. Er findet, dass bei der Beleuchtung mit total reflectirenden Prismen das erregende Licht zu schwach wird und der brechbare Theil des Fluorescenzlichtes verschwindet. Ich muss bemerken, dass ich zu meinen Versuchen ein sehr lichtstarkes Sonnenspectrum benutzt habe, und wie die angeführten Zahlen zeigen, war das Bündel des erregenden Lichtes in einzelnen Versuchen nicht zu schmal. Die Anwendung des total reflectirenden Prismas für die Beleuchtung in diesen Versuchen ist eine einfache Methode, um den störenden Einfluss fremder, selbst fluorescirender Körper, wie des weissen Glases, zu vermeiden.

Ich habe bei der Anstellung meiner Versuche zur Prüfung der Richtigkeit des Stokes'schen Gesetzes stets zwei Punkte im Auge gehabt: ein vollständig homogenes Licht als erregendes Licht anzuwenden und dieses Licht direct auf die freie Oberfläche der zu untersuchenden Flüssigkeit wirken zu lassen, weil nur bei der Erfüllung dieser beiden Forderungen zu erwarten ist, vorwurfsfreie Resultate über die streitige Frage zu erhalten. Ich will hier noch in Erinnerung bringen, dass Hr. Hagenbach[1]), welcher in seinen Untersuchungen über Fluorescenz immer das Spectrum direct über der freien Oberfläche der fluorescirenden Flüssigkeit beobachtete, auch nicht die Angaben des Hrn. Lommel bestätigen konnte; er fand, wie ich in diesen Versuchen, dass das Stokes'sche Gesetz in seiner ursprünglichen Form richtig ist.

Ich liess vor kurzem bei Hrn. J. Duboscq in Paris ein Spectroskop bauen[2]), mit welchem man mit grösserer Bequemlichkeit die Fluorescenzerscheinungen auf der freien Oberfläche der Flüssigkeiten studiren kann. Ich behalte mir vor, später die damit gewonnenen Resultate mitzutheilen und näher in die Discussion der in Frage stehenden Phänomene einzutreten. Durch diese Mittheilung wollte ich nur die oben erwähnte Behauptung des Hrn. Lommel ins richtige Licht bringen.

1) Pogg. Ann. 1872 Bd. 146 S. 65.
2) Dieses Repertorium laufender Band S. 253.

Franz Exner, zur Theorie des Volta'schen Fundamentalversuches.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1880 Nr. 13.)

Den Inhalt der Abhandlung bildet der experimentelle Nachweis, dass an der Trennungsfläche zweier heterogener Metalle keine elektromotorische Kraft thätig ist im Sinne der Volta'schen Theorie, sondern dass alle Metalle, die unter einander in Verbindung stehen, sich auch auf demselben Potentialniveau befinden.

Es wird ferner eine Theorie des Volta'schen Fundamentalversuches gegeben, die von der Voraussetzung ausgeht, dass nicht die elektromotorische Kraft des Contactes, sondern die Existenz von Oxydschichten auf den Metallen die Ursache der Elektricitätserregung ist. Es wird gezeigt, dass von diesem Gesichtspunkte aus sich alle Erscheinungen des Volta'schen Versuches vollkommen erklären lassen.

Monatsmittel der magnetischen Declination und Horizontal-Intensität zu Prag im Jahre 1879.

(Hornstein, Astronomische, magnetische und meteorologische Beobachtungen der k. k. Sternwarte zu Prag im Jahre 1879.)

1879	Declination	Horizontal-Intensität
Januar	11° 3,46'	1,9551
Februar . . .	3,51	567
März	3,19	556
April	1,71	559
Mai	1,59	561
Juni	0,51	566
Juli	0,83	572
August	11 0,81	566
September . .	10 59,62	561
October . . .	59,72	571
November . .	59,57	574
December . .	11 0,52	559
Jahr	11 1,25	1,9564

Literatur.

R. Arendt, Technik der Experimentalchemie. Anleitung zur Ausführung chemischer Experimente beim Unterrichte an niedereren und höheren Schulen. Leipzig, Leopold Voss. I. Band, 1. und 2. Lieferung.

R. Ferrini, sull' aberrazione di sfericità nelle lenti di grossezza e di apertura ordinaria e nei sistemi diottrici centrati. Estratto dai Rendiconti del R. Istituto Lombardo Ser. II. Vol. XIII.

E. Goldstein, Untersuchungen über die elektrische Entladung in Gasen. I. Eine neue Form elektrischer Abstossung. Berlin, Julius Springer.

J. E. H. Gordon, A physical treatise of Electricity and Magnetism. In two Volumes. London, Sampson Low, Marston, Searle and Rivington.

Lothar Meyer, die modernen Theorien der Chemie und ihre Bedeutung für die chemische Mechanik. Erster Theil: Die Atome Breslau, Maruschke & Berendt.

Dieses Werk erscheint hiermit in vierter Auflage und enthält der vorliegende erste Theil die folgenden Abschnitte: Einleitung; Erstes Buch, die Atome, I. die atomistische Hypothese, II. die Bestimmung der Atomgewichte aus der Dichte der Gase, III. die Bestimmung der Atomgewichte aus der Wärmecapacität im starren Zustande, IV. die Bestimmung der Atomgewichte durch den Isomorphismus, V. das Wesen der chemischen Atome.

A. Schell, die Tachymetrie mit besonderer Berücksichtigung des Tachymeters von Fichy & Starke. Wien, S. W. Seidel & Sohn.

Das vorliegende Buch enthält zwei Theile, deren erster das Tachymeter von Fichy & Starke, die zweite die tachymetrische Aufnahme behandelt.

Bezugsquellen-Liste.

Wir empfehlen den verehrlichen Instituten zur Verfertigung von physikalischen Apparaten etc. die Einschaltung Ihrer werthen Firma unter dieser Rubrik. Preis pro Zeile und Jahr M. 5. —.

Hochachtungsvoll

München, Glückstrasse Nr. 11.
Leipzig, Rossplatz Nr. 17.

Die Expedition des Repertorium für Experimental-Physik
R. Oldenbourg.

Bezeichnung der Firma	Fabrikate und Angabe der Specialität
Albert, Frankfurt a. M., Mainzerstrasse.	Physikalische Vorlesungsapparate.
Anstalt, optische, astro-physikal. Werkstätte, Würzburg (Eugen Hartmann).	Specialität: Optische Gläser, Präcisions-Instrumente für Physik.
Ertel, T., & Sohn, München, Louisenstrasse 12.	Astronomische, mathematische u. geodätische Instrumente.
Hasler, G., Telegr. Werkstätte, Bern.	Meteorologische Registrir-Instrumente.
Jung, R., Heidelberg, Hauptstrasse 15.	Capillar-Elektrometer u. Elektrocapillarkraftmaschine nach Lippmann, Thomson'sches Elektrometer nach Kirchhoff, neue Construction, Wollaston-schen Draht.
Kappeller, Heinr., jun., Wien V, Kettenbrückengasse 9.	Barometer, Thermometer, Psychrometer, Aräometer etc.
Kohl, Max, Chemnitz, Poststrasse 21.	Physikalische Instrumente und Apparate neuester Constructionen. Preiscourant neu.
***Ludwig & Fries**, Frankfurt a. M.	Specialität in feinen Werkzeugen.
Dr. Meyerstein's Nachfolger (Aug. Becker) in Göttingen.	Astronom. u. physikal. Werkstätte.
Miller, F., Univ.-Mechaniker, Innsbruck.	Physikalische u. mathemat. Instrumente.
Oertling, Aug., Berlin, Oranienburgerstrasse 57 u. 58.	Chemische Waagen, Sextanten, mathematische Instrumente, Kreistheilungen.
Riefler, Clemens, Maria Rain u. München, Karlsplatz 29.	Fabrik mathemat. Instrumente, Reisszeuge.
Schneider, Emil, in Lichtenhain b. Oberweissbach i. Thüringen.	Thermometer, Barometer und alle physikalischen Glasinstrumente.
Schuckert, Sigmund, Nürnberg.	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik u. Lehranstalten.
Sickler, Karl, Karlsruhe.	Astronom. und geodät. Instrumente und physik. Lehrapparate.
Weisser, J. G., Söhne, St. Georgen (bad. Schwarzwald).	Drehbänke für physikal. Laboratorien.

* Ein ausführliches Inserat befindet sich im Inseratentheile.

Bei Correspondenzen, Bestellungen etc. an die hier anzeigenden Firmen bitten wir das Repertorium für Experimentalphysik gefl. als Quelle zu nennen.

XVI. Band. 10. u. 11. Heft.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR. PH. CARL,
PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

SECHZEHNTER BAND.

Inhalt des 10. u. 11. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG, 1880.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Bei Correspondenzen, Bestellungen etc. an die hier anzeigenden Firmen bitten wir das Repertorium für Experimental-Physik gefl. als Quelle zu nennen.

Prospekt.

Bericht

über die

Wissenschaftlichen Instrumente

auf der

Berliner Gewerbeausstellung im Jahre 1879

unter Mitwirkung von

Generallieutenant von **Morozowicz**, Kapitain zur See Freiherr **von Schleinitz**,
Geh. Regierungsrath Prof. Dr. **Helmholtz**, Wirkl. Admiralitätsr. Prof. Dr. **Neumayer**,
Prof. Dr. **W. Foerster**

bearbeitet von

Prof. Dr. **A. Christiani**, Korvettenkapitän **Dittmer**, Prof. Dr. **R. Doergens**, Vermessungs-Dirigent **W. Erfurth**, Prof. Dr. **G. Fritsch**, Dr. **O. Frölich**, Dr. **W. Giese**, Prof. Dr. **J. Hirschberg**, Landesvermessungsrath **J. Kaupert**, Geh. Regierungsrath Prof. Dr. **H. Landolt**, Prof. Dr. **Th. Liebisch**, Regierungsrath Dr. **L. Loewenherz**, Prof. Dr. **A. Pinner**, Dr. **A. Sprung**, Major **F. Steinhausen**, Prof. Dr. **H. W. Vogel**, Prof. Dr. **K. Ed. Zetzsche**

herausgegeben von

Dr. L. Loewenherz,
Regierungsrath bei der Kaiserl. Normaleichungskommission.

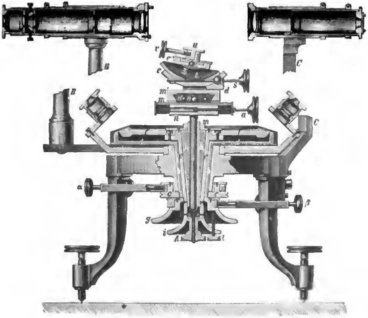
Mit c. 300 in den Text gedruckten Original-Holzschnitten.

Berlin 1880.
Verlag von Julius Springer.
Monbijouplatz 3

INHALT.

Berlin N., August 1880.
Monbijouplatz 3.

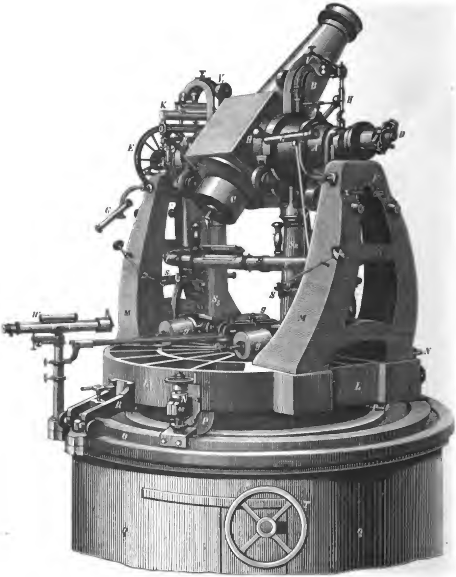
Die Gruppe XI der Berliner Gewerbeausstellung im Jahre 1879, die Abtheilung für wissenschaftliche Instrumente, bildete einen der Hauptglanzpunkte der Ausstellung; sie hat nicht blos durch ihre äussere Ausstattung und Anordnung die Aufmerksamkeit aller Besucher der Ausstellung auf sich gezogen, die reichhaltige Sammlung neuer und eigenartig konstruirter Instrumente, die gute und geschmackvolle Ausführung derselben



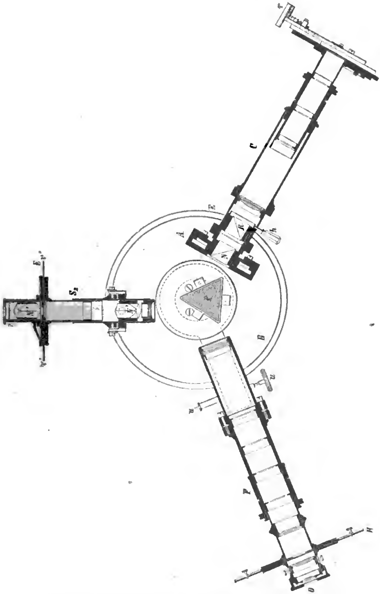
Goniometer, ausgestellt von **R. Fuess.**

hat auch in Fachkreisen gerechtes Aufsehen erregt, und alle die zahlreichen Männer der Wissenschaft, die im Laufe des vorigen Sommers Berlin besucht haben, erkannten an, dass die Gesammtleistung der Berliner Mechaniker eine ausgezeichnete sei und zur Zeit schwerlich von den Gesammtleistungen irgend einer andern Grossstadt erreicht werde.

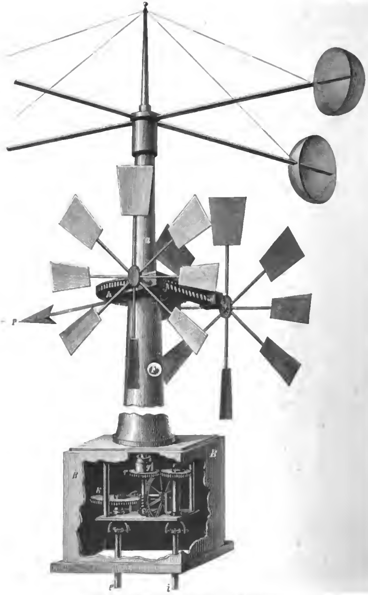
In den verschiedensten Fachkreisen wurde deshalb der Wunsch rege, dass auch denjenigen auswärtigen Fachgelehrten und Mechanikern, welche



Universaldurchgangsinstrument, ausgestellt von C. Bamberg.

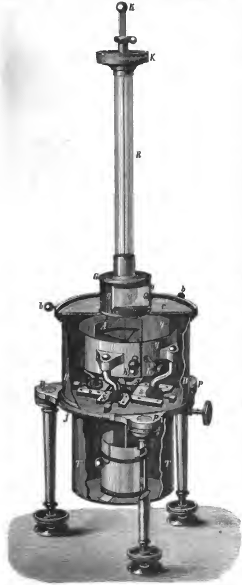


Ophthalmospektroskop nach Glan, ausgestellt von **Franz Schmidt & Hänsch.**



Registriranemometer, ausgestellt von **R. Fuess.**

die Ausstellung nicht besucht haben, von den zahlreichen neuen Konstruktionen, die sich hier zusammengefunden, Kunde gegeben, und auf diese Weise die reichhaltige Instrumentensammlung der allgemeinen Wissenschaft nutzbar gemacht werde.

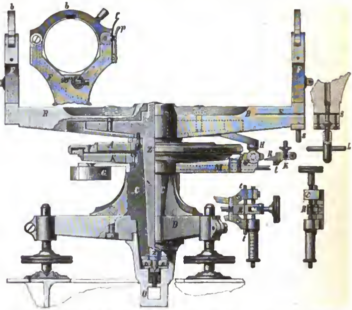


Quadranten-Elektrometer ausgestellt von R. Pensky.

Demgemäss hat sich unter Mitwirkung der Leiter der betheiligten Staatsinstitute eine grössere Zahl von Spezialisten aus den verschiedenen Theilen der exakten Wissenschaft vereinigt, um einen ausführlichen Bericht über diese Abtheilung der Ausstellung herauszugeben.

Die einzelnen Berichte sind derartig abgefasst worden, dass sie nicht nur, wie es bei anderen Werken dieser Art der Fall ist, für den betreffenden Spezialisten, sondern gleichzeitig für sämmtliche Forscher und Mechaniker von Interesse sind. Man ist nämlich insbesondere bestrebt gewesen, den Anforderungen zu genügen, die an eine allgemeine Instrumentenkunde zu stellen sind. Eine solche soll dem Forscher und dem Praktiker nicht allein die besonderen in seinem Spezialzweig auftretenden Apparate vorführen; sie soll ihm auch Gelegenheit geben, das Wesen und die Konstruktion der in den anderen Zweigen der exakten Wissenschaft ge-

bräuchlichen Apparate kennen zu lernen, und ihn so in den Stand setzen, die anderwärts gebräuchlichen Konstruktionsmethoden bei seinen eigenen Arbeiten zu verwerthen. Gerade auf Durchführung dieser Gesichtspunkte ist bei vorliegendem Werk besondere Sorgfalt verwendet worden.



Unterbau eines Umlegeniveaus für Präzisionsarbeiten, ausgestellt von A. Meissner.

Das Werk, welches im Laufe des September zur Ausgabe gelangt, wird c. 600 Seiten Lex. 8° mit nahezu 300 Holzschnitten, welche mit besonderer Sorgfalt und Korrektheit nach den Vorlagen der Mechaniker ausgeführt sind, umfassen.

Die unterzeichnete Verlagshandlung hat, um den zahlreichen Interessenten die Anschaffung zu erleichtern, einen überaus billigen

Subscriptionspreis von M. 15.—.

für das Exemplar festgesetzt, welcher jedoch mit dem Erscheinen erlischt; es tritt dann ein wesentlich erhöhter Ladenpreis ein.

Um bald gefällige Bestellung auf dem vorgedruckten Bestellzettel wird gebeten.

Verlagsbuchhandlung von Julius Springer
in Berlin N.

Ueber die praktische Verwerthung der Aneroïdbarometer bei Höhenmessungen.

Von

Ludwig Neumeyer,

Hauptmann und Sectionschef im Topographischen Bureau des bayerischen Generalstabes.

(Fortsetzung von S. 569.)

Bezicht man die in den Tafeln 52 und 53 enthaltenen Resultate auf zwei rechtwinklige Achsensysteme, für welche die Abgleichungswerthe der beiden Aneroïdschleifen, nämlich 721,03 und 706,46, die Anfangspunkte bilden, so stellen, wenn man die Mittelwerthe der beobachteten Barometerstände als Abscissen und die einschlägigen Scalencorrectionen als Ordinaten aufträgt, die Verbindungslinien der Ordinatenkopfpunkte die Scalencorrectionscurven dar. Auf diesem Wege erhält man für jedes Reise-Aneroïd 4 Curven, 2 ohne und 2 mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung. Vergleicht man dann vorerst die Curven der einzelnen Aneroïde unter sich, so wird man unter Hinweis auf die in Tafel 3 zusammengestellten Temperaturcorrectionen die Thatsache bestätigt finden, dass jedes Aneroïd in Bezug auf seine Constanten als ein besonderes Individuum anzusehen ist; man findet aber auch, wenn man bei weiterem Vergleiche die Curven ohne und mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung in das Auge fasst, dass zwischen denselben keine grossen Divergenzen auftreten. Letzteres Ergebniss ist dem Umstande zuzuschreiben, dass die Mittelwerthe, welche zur Construction der die Bodenstrahlung berücksichtigenden Scalencorrectionscurven benützt wurden, Beobachtungen in sich schliessen, die sich auf verschiedene Tagesstunden vertheilen und demgemäss mit positiven und negativen Lufttemperaturcorrectionen versehen werden mussten. Es liegt daher sehr nahe, dass erst die später folgenden Berechnungsresultate der einzelnen Beobachtungen darüber Aufschluss geben können, ob und in wie weit die in Rede stehenden Temperaturcorrectionen nennenswerthe Verbesserungen zu Tage förderten.

Bevor zur Anwendung der Scalencorrectionscurven auf die einzelnen Messungen übergegangen werden kann, ist es nothwendig, dass man dieselben unter Beibehaltung der Anschlussrichtungen über ihre Endpunkte hinaus so weit verlängert, dass sich alle Barometerstände der Abgleichungen sowohl als auch der Scheitelstationen in Betracht ziehen lassen.

Die Anwendung selbst ist in der Weise zu bethätigen, dass man wie bei den Standcorrectionen für die Stationen der Depression den Barometerstand der Anfangsabgleichung und für die Stationen der Elevation den Barometerstand der Schlussabgleichung in Rechnung nimmt; hält man daran fest, dann bedarf es bloss mehr einer parallelen Verschiebung der Abscissonachse gegen den Ordinatenkopfpunkt des betreffenden Abgleichungswerthes hin, um von dieser neuen Achse aus die Ordinaten- resp. Scalencorrectionen für alle einschlägigen Barometerstände abnehmen zu können. Bringt man hierauf mit Rücksicht auf das Vorzeichen die so ermittelten Scalencorrectionen an den mit Standcorrectionen versehenen Barometerständen an, so ist, weil man es nunmehr mit wirklichen Barometerständen zu thun hat, der Theil der Abhandlung, welcher sich auf die Reduction der Barometerstände bezieht, als abgeschlossen zu betrachten.

In den sich anreihenden Tafeln 54 mit 57 sind sämmtliche mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde zusammengestellt; ausserdem enthält die mit *M* bezeichnete Verticalreihe die einschlägigen Mittelwerthe aus den Barometerständen aller Reise-Aneroïde und die Verticalreihe *A* die Abweichungen genannter Mittelwerthe von den berechneten Barometerständen.

Die mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. (Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 54.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8	*M*	*A*
				30. August Vormittag.				
II	712,66	712,57	712,52	712,60	712,60	712,59	712,59	+ 0,13
III	706,38	706,28	706,38	706,25	706,25	706,47	706,34	+ 0,13
IV	691,17	691,02	690,98	690,85	691,15	691,21	691,06	+ 0,23
V	683,24	683,06	683,10	682,90	683,13	683,26	683,12	+ 0,26
VI	665,39	665,17	665,21	665,41	665,27	665,42	665,31	+ 0,33
VII	658,02	657,84	657,84	658,10	657,84	657,97	657,94	+ 0,25
VIII	645,09	645,00	644,84	644,85	644,77	645,03	644,92	+ 0,23
VII	658,35	657,93	658,02	657,84	658,16	657,99	658,05	— 0,08
VI	665,53	665,19	665,40	665,13	665,24	665,17	665,28	— 0,44
V	683,49	683,08	683,34	683,31	683,27	683,12	683,27	— 0,47
IV	691,28	691,14	691,10	691,24	691,21	691,06	691,17	— 0,49
III	706,48	706,24	706,40	706,74	706,56	706,34	706,46	— 0,20
II	712,59	712,38	712,68	712,56	712,74	712,46	712,57	— 0,04
				30. August Nachmittag.				
II	712,26	712,23	712,34	712,05	712,28	712,26	712,24	+ 0,01
III	706,21	706,16	706,40	705,93	706,22	706,26	706,20	+ 0,03
IV	690,80	690,95	691,21	690,59	690,73	690,95	690,87	— 0,10
V	682,75	682,97	682,94	682,82	682,76	683,08	682,89	— 0,16
VI	664,71	665,00	665,26	665,14	664,83	665,00	664,99	— 0,18
VII	657,23	657,55	657,75	657,77	657,34	657,49	657,52	— 0,23
VIII	643,90	644,41	644,58	644,49	644,26	644.44	644,35	— 0,32
VII	657,29	658,41	657,58	657,67	657,60	657,59	657,69	— 0,03
VI	664.71	665,71	664,93	665,09	665,09	664,98	665,09	± 0,00
V	682,60	683,18	682,78	682,91	682,73	682,73	682,82	+ 0,06
IV	690,49	691,09	690,78	690,82	690,64	690,66	690,75	+ 0,03
III	705.78	706,40	705,96	706,46	705,95	705,97	706,09	+ 0,02
II	712,10	712,30	712,27	712,18	711,99	712,15	712,17	+ 0,01
				31. August Vormittag.				
II	712,70	712,53	712,64	712,60	712,65	712,78	712,65	+ 0,08
III	706,66	706,44	706,43	706,33	706,58	706,55	706,50	+ 0,15
IV	691,34	691,08	691,07	691,45	691,33	691,20	691,25	+ 0,47
V	683,49	683,22	683,19	683,00	683,36	683,28	683,26	+ 0,26
VI	666,13	665,54	665,64	665,73	665,81	665,78	665,77	+ 0,37
VII	659,36	658,58	658,92	658,89	658,88	658,84	658,91	+ 0,54
VIII	647,04	646,21	645,99	646,07	646,25	646,06	646,27	+ 0,30
VII	658,71	658,63	658,51	658,38	658,68	658,48	658,57	+ 0,32
VI	665,96	665,90	665,89	665,75	666,06	665,72	665,88	+ 0,25
V	683,85	683,71	683,81	684,08	683,98	683,71	683,86	+ 0,12
IV	692,09	692,00	692,30	692,44	692,34	692,24	692,24	+ 0,11
III	708,06	708,30	708,16	708,13	708,23	708,07	708,16	+ 0,08
II	713,92	714,12	713,97	714,09	713,79	713,90	713,97	± 0,00

Die mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. (Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Fortsetzung der Tafel 54.

Station	Aneroïd Nr. 3	4	5	6	7	8	*M*	*A*
				31. August Nachmittag.				
II	713,43	713,27	713,27	713,29	713,35	713,37	713,33	+ 0,13
III	706,76	706,74	706,91	706,81	707,11	707,11	706,91	+ 0,10
IV	691,32	691,13	691,31	691,17	691,65	691,43	691,34	+ 0,43
V	683,01	682,87	683,06	682,86	683,32	683,15	683,05	+ 0,59
VI	665,03	664,62	664,92	665,16	665,38	665,07	665,03	+ 0,54
VII	657,71	657,18	657,56	657,77	657,95	657,68	657,64	+ 0,50
VIII	644,55	643,93	644,30	644,44	644,53	644,31	644,34	+ 0,62
VII	657,85	657,12	657,51	657,67	657,50	657,46	657,52	+ 0,27
VI	665,32	664,90	665,14	665,38	665,27	665,10	665,19	+ 0,39
V	683,27	683,10	683,21	683,53	683,13	683,19	683,24	+ 0,21
IV	691,09	690,93	691,03	691,35	691,01	691,12	691,09	+ 0,06
III	706,95	706,85	706,94	707,04	707,12	707,03	706,99	+ 0,07
II	712,86	712,79	712,76	712,97	713,05	712,89	712,89	− 0,11
				1. September Vormittag.				
II	715,42	715,36	715,41	715,41	715,36	715,30	715,38	+ 0,04
III	709,24	709,15	709,21	709,10	709,13	709,02	709,14	+ 0,10
IV	693,79	693,69	693,76	693,65	693,70	693,64	693,71	+ 0,11
V	685,54	685,57	685,61	685,57	685,39	685,47	685,53	+ 0,12
VI	666,85	667,01	667,17	666,97	666,70	666,92	666,94	− 0,11
VII	658,91	659,25	659,47	659,18	659,16	659,15	659,19	− 0,35
VIII	645,15	645,54	645,79	645,76	645,77	645,65	645,61	− 0,59
VII	658,98	659,31	659,29	659,17	659,32	659,54	659,27	− 0,74
VI	666,71	667,02	666,97	666,75	666,88	667,10	666,91	− 0,62
V	685,47	685,61	685,48	685,53	685,55	685,53	685,53	− 0,31
IV	693,70	693,60	693,57	693,61	693,35	693,56	693,57	− 0,49
III	709,61	709,45	709,33	709,31	709,09	709,40	709,37	− 0,24
II	715,55	715,69	715,54	715,65	715,62	715,55	715,60	− 0,15
				1. September Nachmittag.				
II	715,51	715,45	715,47	715,43	715,48	715,48	715,47	+ 0,07
III	709,11	709,17	709,23	709,19	709,13	709,14	709,16	− 0,01
IV	693,51	693,47	693,41	693,18	693,47	693,40	693,41	− 0,14
V	684,99	685,18	685,14	684,93	685,10	685,16	685,08	− 0,31
VI	666,77	666,83	666,76	666,82	666,77	666,87	666,80	− 0,22
VII	658,80	659,28	659,10	659,12	659,05	659,13	659,08	− 0,28
VIII	645,39	646,06	645,63	645,55	645,58	645,65	645,64	− 0,21
VII	659,29	659,47	658,90	658,91	659,04	659,09	659,12	− 0,15
VI	666,72	666,84	666,44	666,53	666,53	666,63	666,62	− 0,28
V	684,90	685,01	684,83	685,04	684,89	684,83	684,92	− 0,30
IV	693,19	693,53	693,18	693,45	693,16	693,19	693,28	− 0,16
III	708,89	709,04	708,95	709,03	708,94	708,99	708,97	− 0,17
II	715,01	715,21	715,09	715,19	715,03	715,10	715,11	− 0,18

Die mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 55.

Station	Aneroïd Nr. 3	4	5	6	7	8	*M*	*A*
				30. August Vormittag.				
II	712,69	712,61	712,56	712,63	712,63	712,61	712,62	+ 0,03
III	706,43	706,34	706,43	706,31	706,31	706,51	706,39	— 0,01
IV	691,27	691,12	691,08	690,95	691,24	691,30	691,16	— 0,05
V	683,32	683,13	683,18	682,98	683,21	683,31	683,19	± 0,00
VI	665,46	665,25	665,28	665,48	665,34	665,49	665,38	+ 0,09
VII	658,09	657,92	657,91	658,17	657,91	658,01	658,01	+ 0,05
VIII	645,16	645,07	644,91	644,92	644,84	645,09	645,00	+ 0,12
VII	658,42	658,00	658,09	657,91	658,22	658,06	658,12	— 0,05
VI	665,60	665,26	665,47	665,20	665,30	665,24	665,35	— 0,35
V	683,57	683,15	683,42	683,39	683,34	683,20	683,35	— 0,34
IV	691,37	691,24	691,20	691,34	691,30	691,15	691,27	— 0,32
III	706,53	706,30	706,45	706,79	706,61	706,39	706,51	— 0,10
II	712,62	712,42	712,72	712,59	712,76	712,50	712,60	+ 0,01
				30. August Nachmittag.				
II	712,28	712,27	712,38	712,09	712,31	712,30	712,27	+ 0,09
III	706,25	706,22	706,45	705,98	706,27	706,31	706,25	+ 0,14
IV	690,89	691,05	691,11	690,69	690,81	691,04	690,97	+ 0,14
V	682,82	683,04	683,02	682,90	682,81	683,16	682,96	+ 0,07
VI	664,77	665,07	665,33	665,21	664,89	665,07	665,06	+ 0,06
VII	657,29	657,62	657,82	657,84	657,40	657,56	657,59	— 0,02
VIII	613,96	644,48	644,65	644,56	644,32	644,51	644,41	— 0,23
VII	657,36	658,48	657,65	657,74	657,66	657,66	657,76	— 0,08
VI	664,78	665,78	665,00	665,16	665,15	665,05	665,15	— 0,15
V	682,68	683,26	682,85	682,99	682,80	682,81	682,90	— 0,08
IV	690,58	691,19	690,87	690,92	690,72	690,75	690,84	— 0,10
III	705,84	706,46	706,02	706,51	705,99	706,02	706,14	— 0,08
II	712,13	712,31	712,31	712,21	712,01	712,19	712,20	— 0,05
				31. August Vormittag.				
II	712,72	712,56	712,67	712,62	712,68	712,80	712,68	— 0,04
III	706,71	706,49	706,47	706,38	706,64	706,59	706,55	— 0,03
IV	691,43	691,17	691,16	691,54	691,43	691,29	691,34	+ 0,16
V	683,56	683,29	683,26	683,07	683,44	683,35	683,33	— 0,08
VI	666,19	665,60	665,70	665,79	665,88	665,84	665,83	— 0,01
VII	659,42	658,63	658,98	658,95	658,95	658,91	658,98	+ 0,22
VIII	647,10	646,27	646,05	646,13	646,32	646,12	646,33	— 0,01
VII	658,78	658,70	658,58	658,45	658,75	658,55	658,64	+ 0,25
VI	666,03	665,97	665,96	665,82	666,13	665,79	665,95	+ 0,28
V	683,93	681,79	683,89	681,16	684,06	683,79	683,94	+ 0,20
IV	692,19	692,10	692,40	692,54	692,41	692,34	692,31	+ 0,22
III	708,11	708,34	708,21	708,17	708,28	708,12	708,21	+ 0,15
II	713,95	714,15	713,99	714,12	713,82	713,92	713,99	+ 0,03

Die mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Fortsetzung der Tafel 55.

Station	Aneroïd Nr. 3	4	5	6	7	8	*M*	*A*
	31. August Nachmittag.							
II	713,47	713,30	713,30	713,32	713,38	713,40	713,36	+ 0,20
III	706,82	706,79	706,96	706,86	707,17	707,16	706,96	+ 0,22
IV	694,41	691,23	691,41	691,27	691,75	691,53	691,43	+ 0,67
V	683,09	682,95	683,14	682,94	683,42	683,23	683,13	+ 0,85
VI	665,10	664,69	664,99	665,23	665,45	665,14	665,10	+ 0,88
VII	657,78	657,25	657,63	657,84	658,02	657,75	657,71	+ 0,82
VIII	641,61	644,00	644,37	644,51	644,60	644,38	644,41	+ 0,92
VII	657,92	657,19	657,57	657,73	657,57	657,53	657,59	+ 0,45
VI	665,39	664,97	665,20	665,44	665,34	665,17	665,25	+ 0,50
V	683,35	683,18	683,28	683,60	683,21	683,27	683,32	+ 0,23
IV	691,19	691,03	691,12	691,44	691,10	691,21	691,18	+ 0,05
III	707,00	706,90	706,98	707,08	707,17	707,08	707,04	+ 0,02
II	712,89	712,83	712,79	713,00	713,08	712,92	712,92	— 0,13
	1. September Vormittag.							
II	715,44	715,39	715,44	715,44	715,39	715,33	715,41	— 0,07
III	709,28	709,21	709,27	709,15	709,18	709,07	709,19	— 0,13
IV	693,88	693,80	693,87	693,76	693,80	693,74	693,81	— 0,27
V	685,62	685,66	685,70	685,66	685,47	685,56	685,61	— 0,34
VI	666,92	667,09	667,25	667,05	666,77	667,00	667,01	— 0,69
VII	658,98	659,33	659,55	659,26	659,23	659,23	659,26	— 0,90
VIII	615,22	645,62	645,87	645,84	645,83	645,83	645,70	— 1,07
VII	659,06	659,39	659,37	659,25	659,40	659,62	659,35	— 1,01
VI	666,79	667,10	667,06	666,83	666,96	667,18	666,99	— 0,80
V	685,57	685,70	685,58	685,62	685,64	685,62	685,62	— 0,34
IV	693,80	693,71	693,67	693,72	693,46	693,67	693,67	— 0,47
III	709,66	709,51	709,39	709,36	709,15	709,46	709,42	— 0,21
II	715,59	715,72	715,57	715,69	715,65	715,58	715,63	— 0,12
	1. September Nachmittag.							
II	715,55	715,47	715,49	715,45	715,51	715,51	715,50	+ 0,11
III	709,17	709,22	709,28	709,23	709,19	709,20	709,22	+ 0,12
IV	693,62	693,57	693,50	693,27	693,58	693,51	693,51	+ 0,07
V	685,09	685,27	685,22	685,01	685,19	685,26	685,17	— 0,07
VI	666,85	666,90	666,83	666,89	666,85	666,95	666,88	+ 0,13
VII	658,88	659,35	659,17	659,19	659,13	659,21	659,16	+ 0,12
VIII	645,47	646,13	645,70	645,62	645,66	645,73	645,72	+ 0,26
VII	659,36	659,55	658,98	658,99	659,11	659,17	659,19	+ 0,23
VI	666,79	666,92	666,52	666,61	666,60	666,71	666,69	+ 0,01
V	684,98	685,11	684,92	685,13	684,98	684,93	685,01	— 0,08
IV	693,29	693,64	693,29	693,56	693,25	693,30	693,39	+ 0,03
III	708,94	709,09	709,00	709,09	708,98	709,04	709,02	— 0,08
II	715,03	715,24	715,13	715,22	715,05	715,13	715,13	— 0,14

Die mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. (Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 56.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8	*M*	*A*
				6. September.				
II	707,92	707,93	707,89	707,81	708,02	708,06	707,94	— 0,04
III	698,52	698,43	698,43	698,22	698,74	698,74	698,51	+ 0,23
IV	687,78	687,68	687,61	687,48	688,15	687,90	687,77	+ 0,43
V	677,52	677,41	677,36	677,39	677,87	677,63	677,53	+ 0,64
VI	680,93	680,76	680,75	680,97	681,08	681,08	680,93	+ 0,38
VII	663,88	663,82	663,68	663,84	664,06	663,92	663,87	+ 0,48
VIII	649,01	648,87	618,89	648,82	649,19	649,07	618,98	+ 0,45
IX	641,24	641,12	641,10	641,02	641,81	641,24	641,26	+ 0,43
X	622,32	622,38	622,09	622,06	622,50	622,20	622,26	+ 0,16
XI	616,92	616,83	616,82	616,73	617,07	616,80	616,86	+ 0,07
XI	616,53	616,58	616,56	616,36	616,32	616,33	616,45	— 0,53
X	622,00	621,99	621,95	621,81	621,71	621,82	621,88	— 0,31
IX	640,30	640,40	640,40	640,19	640,05	610,20	640,26	— 0,46
VIII	647,92	647,95	647,94	647,84	647,82	647,68	647,86	— 0,55
VII	662,51	662,54	662,47	662,43	662,38	662,26	662,43	— 0,19
VI	679,17	679,17	679,17	679,12	679,08	679,02	679,12	— 0,38
V	675,73	675,66	675,65	675,61	675,64	675,63	675,65	— 0,23
IV	685,61	685,58	685,49	685,67	685,52	685,65	685,59	— 0,28
III	696,00	695,93	695,87	696,17	695,88	695,91	695,96	— 0,25
II	705,05	705,04	704,94	705,18	704,85	701,97	705,01	— 0,14
				7. September.				
II	703,36	703,46	703,49	703,35	703,30	703,36	703,39	— 0,01
III	691,19	694,34	694,34	691,21	694,30	691,33	694,29	+ 0,18
IV	683,96	683,98	684,09	683,80	684,11	684,10	681,01	+ 0,22
V	673,91	674,16	674,08	674,24	674,06	674,13	674,10	+ 0,39
VI	677,53	677,60	677,61	677,90	677,61	677,73	677,66	+ 0,36
VII	660,90	660,99	660,99	661,12	661,02	661,09	661,02	+ 0,39
VIII	646,43	646,36	646,18	646,32	646,26	646,39	646,32	+ 0,06
IX	638,65	638,62	638,54	638,77	638,84	638,74	638,69	— 0,13
X	620,02	620,12	619,97	620,12	620,03	619,96	620,04	— 0,37
XI	611,92	614,93	614,95	614,87	614,90	614,91	614,91	— 0,21
XI	614,53	614,73	614,65	614,61	614,52	614,68	614,63	— 0,12
X	619,89	619,84	619,85	619,74	619,49	619,73	619,76	— 0,11
IX	637,79	637,80	637,71	637,67	637,51	637,59	637,68	— 0,30
VIII	645,08	645,23	645,18	645,21	644,90	641,96	645,09	— 0,28
VII	659,57	659,74	659,53	659,62	659,32	659,41	659,53	— 0,36
VI	676,03	676,15	675,96	676,23	675,98	675,98	676,06	— 0,33
V	672,54	672,56	672,47	672,70	672,29	672,39	672,49	— 0,30
IV	682,42	682,45	682,32	682,61	682,32	682,34	682,41	— 0,24
III	692,55	692,63	692,71	692,87	692,52	692,52	692,63	— 0,14
II	701,51	701,47	701,60	701,73	701,51	701,53	701,56	— 0,07

Die mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. (Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Fortsetzung der Tafel 56.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8	M	A
				8. September.				
II	700,08	700,23	700,31	700,15	700,30	699,99	700,18	+ 0,13
III	691,12	691,16	691,15	691,04	691,00	690,87	691,06	+ 0,26
IV	680,85	680,83	680,93	681,00	680,77	680,79	680,86	+ 0,28
V	670,90	670,88	671,10	670,96	670,89	670,76	670,92	+ 0,11
VI	674,89	674,96	675,02	674,83	675,01	674,78	674,92	+ 0,21
VII	658,96	658,97	659,15	658,91	659,10	659,03	659,02	+ 0,23
VIII	614,72	644,81	644,88	644,83	644,95	644,76	644,83	+ 0,44
IX	637,40	637,27	637,47	637,43	637,26	637,20	637,34	+ 0,49
X	618,84	618,70	618,91	618,93	619,04	618,71	618,86	+ 0,37
XI	613,50	613,47	613,41	613,26	613,18	613,34	613,36	+ 0,01
XI	613,42	613,47	613,43	613,42	613,47	613,40	613,44	— 0,03
X	619,00	618,98	619,23	618,89	619,05	619,18	619,06	+ 0,16
IX	637,62	637,74	637,55	637,41	637,35	637,54	637,54	— 0,05
VIII	644,93	645,08	645,01	644,89	644,93	644,90	644,96	— 0,23
VII	659,58	659,67	659,75	659,67	659,69	659,63	659,67	— 0,05
VI	676,34	676,43	676,51	676,30	676,25	676,31	676,36	— 0,11
V	673,04	672,99	672,91	672,96	672,98	672,92	672,97	— 0,24
IV	683,24	683,28	683,29	683,24	683,22	683,17	683,24	— 0,15
III	693,63	693,56	693,51	693,67	693,71	693,59	693,61	— 0,09
II	702,95	702,91	702,83	702,81	702,86	702,72	702,85	+ 0,04
				9. September.				
II	703,20	703,23	703,25	703,16	703,24	703,27	703,23	+ 0,21
III	693,76	693,75	693,81	693,63	693,72	693,81	693,75	— 0,08
IV	683,52	683,60	683,73	683,57	683,50	683,69	683,60	+ 0,05
V	673,26	673,20	673,40	673,06	673,29	673,45	673,28	— 0,10
VI	676,80	676,76	676,89	676,91	676,83	676,99	676,87	— 0,09
VII	660,21	660,07	660,24	660,25	660,08	660,34	660,20	— 0,19
VIII	645,36	645,26	645,46	645,64	645,29	645,50	645,42	+ 0,29
IX	637,79	637,81	637,89	638,27	637,82	637,99	637,93	+ 0,37
X	619,12	619,17	619,11	619,57	619,25	619,31	619,26	+ 0,32
XI	614,00	613,84	613,94	614,21	614,15	614,21	614,06	+ 0,57
XI	613,64	613,55	613,61	613,89	613,74	613,84	613,71	+ 0,26
X	618,81	618,79	618,81	618,75	619,00	619,16	618,89	+ 0,02
IX	637,65	637,65	637,77	637,81	637,80	637,92	637,77	— 0,35
VIII	646,05	645,82	645,81	645,88	646,09	646,13	645,96	— 0,13
VII	660,66	660,47	660,49	660,45	660,56	660,59	660,54	+ 0,03
VI	677,94	677,89	677,75	677,57	677,80	677,71	677,78	— 0,17
V	674,55	674,38	674,31	674,33	674,27	674,50	674,39	— 0,23
IV	684,62	684,55	684,42	684,47	684,37	684,35	684,46	— 0,19
III	695,06	694,90	694,93	695,04	694,92	695,03	694,98	— 0,06
II	704,24	704,15	704,13	704,28	704,27	704,29	704,23	— 0,09

Die mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 57.

Station	Aneroïd Nr. 3	4	5	6	7	8	M	A
				6. September.				
II	707,93	707,93	707,92	707,82	708,05	708,07	707,95	— 0,08
III	698,57	698,48	698,51	698,27	698,82	698,78	698,57	+ 0,11
IV	687,86	687,74	687,71	687,55	688,19	687,96	687,84	+ 0,22
V	677,55	677,43	677,42	677,41	677,93	677,65	677,57	+ 0,38
VI	680,99	680,81	680,83	681,02	681,17	681,12	680,99	+ 0,22
VII	663,89	663,82	663,72	663,84	664,10	663,92	663,88	+ 0,27
VIII	648,95	648,80	648,87	648,75	649,16	649,00	648,92	+ 0,21
IX	641,15	641,02	641,04	640,92	641,74	641,14	641,17	+ 0,21
X	622,13	622,18	621,93	621,86	622,35	622,00	622,08	+ 0,01
XI	616,69	616,59	616,62	616,48	616,87	616,56	616,64	— 0,03
XI	616,30	616,34	616,35	616,12	616,11	616,09	616,22	— 0,33
X	621,80	621,78	621,75	621,60	621,51	621,61	621,68	— 0,08
IX	640,19	640,28	640,29	640,07	639,94	640,08	640,14	— 0,23
VIII	647,84	647,86	647,87	647,76	647,75	647,60	647,78	— 0,33
VII	662,50	662,52	662,46	662,41	662,37	662,24	662,42	— 0,27
VI	679,20	679,19	679,21	679,15	679,11	679,04	679,15	— 0,23
V	675,77	675,69	675,68	675,64	675,69	675,66	675,69	— 0,07
IV	685,68	685,63	685,56	685,72	685,59	685,71	685,65	— 0,15
III	696,06	695,98	695,92	696,21	695,93	695,95	696,01	— 0,17
II	705,06	705,05	704,95	705,18	704,86	704,98	705,01	— 0,14
				7. September.				
II	703,37	703,47	703,50	703,36	703,31	703,37	703,40	— 0,04
III	694,24	694,39	694,39	694,26	694,35	694,38	694,34	+ 0,05
IV	684,02	684,04	684,15	683,86	684,17	684,16	684,07	+ 0,02
V	673,96	674,20	674,13	674,28	674,11	674,18	674,14	+ 0,14
VI	677,54	677,61	677,62	677,91	677,62	677,75	677,68	+ 0,16
VII	660,87	660,96	660,96	661,09	661,00	661,06	660,99	+ 0,10
VIII	646,34	646,28	646,09	646,23	646,17	646,30	646,24	— 0,23
IX	638,52	638,49	638,41	638,64	638,71	638,61	638,56	— 0,41
X	619,80	619,90	619,75	619,91	619,81	619,74	619,82	— 0,59
XI	614,66	614,66	614,68	614,60	614,64	614,64	614,65	— 0,37
XI	614,26	614,46	614,38	614,37	614,25	614,41	614,36	— 0,11
X	619,66	619,61	619,63	619,51	619,27	619,50	619,53	— 0,04
IX	637,65	637,67	637,58	637,53	637,37	637,45	637,54	— 0,17
VIII	644,98	645,13	645,09	645,12	644,81	644,86	645,00	— 0,09
VII	659,53	659,70	659,49	659,58	659,28	659,36	659,49	— 0,17
VI	676,05	676,18	675,98	676,25	676,01	675,99	676,08	— 0,17
V	672,57	672,60	672,52	672,74	672,34	672,42	672,53	— 0,09
IV	682,45	682,50	682,36	682,66	682,36	682,38	682,45	— 0,09
III	692,60	692,68	692,76	692,92	692,57	692,56	692,68	— 0,04
II	701,52	701,49	701,61	701,74	701,58	701,54	701,57	— 0,05

Die mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände der Reise-Aneroïde. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Fortsetzung der Tafel 57.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8	*M*	*A*
				8. September.				
II	700,09	700,24	700,33	700,17	700,31	700,00	700,19	+ 0,11
III	691,16	691,21	691,19	691,08	691,04	690,91	691,10	+ 0,14
IV	680,88	680,86	680,95	681,03	680,79	680,81	680,89	+ 0,07
V	670,91	670,90	671,12	670,98	670,92	670,78	670,94	— 0,13
VI	674,89	674,98	675,05	674,86	675,04	674,81	674,94	+ 0,05
VII	658,91	658,92	659,10	658,86	659,05	658,98	658,97	— 0,02
VIII	644,62	614,71	644,78	644,72	644,84	644,66	644,72	+ 0,16
IX	637,25	637,12	637,33	637,29	637,11	637,05	637,19	+ 0,25
X	618,60	618,15	618,66	618,68	618,80	618,47	618,61	+ 0,15
XI	613,21	613,18	613,12	612,96	612,89	613,05	613,07	— 0,16
XI	613,13	613,18	613,13	613,13	613,18	613,11	613,14	— 0,17
X	618,76	618,75	618,99	618,66	618,81	618,95	618,82	+ 0,11
IX	637,48	637,60	637,41	637,28	637,20	637,40	637,40	+ 0,03
VIII	644,82	614,98	644,91	644,79	644,82	644,81	614,86	— 0,11
VII	659,54	659,63	659,70	659,64	659,65	659,60	659,63	+ 0,09
VI	676,36	676,44	676,52	676,33	676,26	676,34	676,38	+ 0,03
V	673,08	673,02	672,94	673,00	673,01	672,97	673,00	— 0,05
IV	683,28	683,32	683,34	683,29	683,27	683,22	683,29	+ 0,01
III	693,67	693,60	693,55	693,72	693,75	693,65	693,66	+ 0,03
II	702,95	702,91	702,83	702,82	702,86	702,73	702,85	+ 0,05
				9. September.				
II	703,21	703,24	703,26	703,17	703,25	703,28	703,24	+ 0,20
III	693,82	693,80	693,86	693,68	693,77	693,86	693,80	— 0,09
IV	683,58	683,66	683,78	683,63	683,55	683,74	683,66	+ 0,03
V	673,30	673,25	673,45	673,11	673,34	673,50	673,33	— 0,11
VI	676,82	676,78	676,91	676,96	676,84	677,00	676,89	— 0,08
VII	660,18	660,03	660,21	660,21	660,05	660,31	660,17	— 0,16
VIII	645,27	645,16	645,36	645,55	645,19	645,40	615,32	+ 0,32
IX	637,66	637,68	637,75	638,14	637,69	637,85	637,80	+ 0,46
X	618,89	618,94	618,88	619,34	619,02	619,08	619,03	+ 0,43
XI	613,72	613,56	613,66	613,94	613,88	613,94	613,78	+ 0,71
XI	613,36	613,27	613,33	613,61	613,46	613,56	613,43	+ 0,41
X	618,58	618,57	618,59	618,52	618,78	618,93	618,66	+ 0,23
IX	637,52	637,52	637,64	637,68	637,67	637,79	637,64	— 0,12
VIII	645,96	645,73	645,73	645,79	646,01	646,04	645,88	+ 0,12
VII	660,63	660,45	660,47	660,41	660,54	660,56	660,51	+ 0,24
VI	677,95	677,91	677,78	677,58	677,82	677,72	677,79	— 0,02
V	674,59	674,44	674,37	674,38	674,32	674,55	674,44	— 0,07
IV	681,67	684,61	684,49	684,53	684,43	684,11	684,52	— 0,07
III	695,11	694,96	694,98	695,08	694,98	695,08	695,03	+ 0,01
II	704,25	704,16	704,15	704,29	704,28	704,29	704,24	— 0,08

Stellt man jetzt für jede Station die Differenzen zwischen den Barometerständen der einzelnen Reise-Aneroïde und ihrem Mittelwerthe *M* her, so erhält man die Scalenabweichungen eines jeden Reise-Aneroïds in Bezug auf die Mittelwerthe der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände.

Diese Scalenabweichungen, welche sich in den nächsten Tafeln 58 mit 61 zusammengestellt finden, sollen vorerst zur Ableitung der instrumentalen Leistung der Reise-Aneroïde verwendet werden; und es dürfte besagtem Zwecke hinreichend entsprochen sein, wenn man ohne Rücksicht auf das Vorzeichen für jede Station die den diesbezüglichen Depressionen und Elevationen zukommenden Scalenabweichungen zur Summe vereinigt und die auf solche Weise ermittelten Fehlersummen durch die Zahl der Bestimmungen dividirt. Dass die hieraus resultirenden mittleren Fehler, ob man zu deren Berechnung die Tafeln mit oder ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung benützt, dieselben werden müssen, darauf bedarf kaum aufmerksam gemacht zu werden. Für die Stationen der Schleife Brannenburg-Reindleralpe ergeben sich nun folgende mittlere Scalenfehler:

II	± 0,06	aus je 72 Bestimmungen
III	± 0,10	
IV	± 0,11	
V	± 0,10	
VI	± 0,13	
VII	± 0,15	
VIII	± 0,17	aus 36 Bestimmungen

und für die Stationen der Schleife Bichel-Benedictenwand:

II	± 0,07	aus je 48 Bestimmungen.
III	± 0,08	
IV	± 0,08	
V	± 0,08	
VI	± 0,09	
VII	± 0,07	
VIII	± 0,09	
IX	± 0,09	
X	± 0,11	
XI	± 0,08	

Obwohl beide Fehlergruppen eine Abnahme der instrumentalen Leistung mit der Zunahme der Höhe constatiren, so fällt doch sofort auf, dass bei der zweiten Gruppe, die bekanntlich grössere Höhenunterschiede umfasst, die einschlägige Divergenz einen kaum nennenswerthen Betrag erreicht, während der die erste Gruppe betreffende Betrag im Gegenhalte zu dem vorerwähnten als ziemlich gross be-

zeichnet werden muss. Der damit verbundene Widerspruch fällt, wie man sich durch einen Blick in die Tafel 58 oder 59 überzeugen kann, lediglich den Aneroïden Nr. 3 und 4 zur Last, welche — abgesehen von dem Stosse, dem beide Instrumente in bereits besprochener Weise ausgesetzt waren — bei der Schleife Brannenburg-Reindleralpe nicht so gut functionirten als bei der Schleife Bichel-Benedictenwand.

Setzt man vorstehende Scalenfehler in Höhenfehler um, so erhält man diejenigen Fehlergrössen, auf welche man sich durch Ablesung an einem Instrumente — unter der Voraussetzung, dass keine anderen Fehlerquellen vorhanden sind — gefasst machen muss; die diesbezüglichen Höhenfehler stellen sich wie folgt zusammen:

Brannenburg-Reindleralpe		Bichel-Benedictenwand	
II	± 0,8	II	± 0,9
III	± 1,2	III	± 1,0
IV	± 1,3	IV	± 1,0
V	± 1,2	V	± 1,0
VI	± 1,5	VI	± 1,1
VII	± 1,8	VII	± 0,9
VIII	± 2,1	VIII	± 1,2
		IX	± 1,2
		X	± 1,4
		XI	± 1,1

Weit entfernt die instrumentale Leistung der Quecksilberbarometer hintan stellen zu wollen, lässt sich doch nicht leugnen, dass hier auch ziemlich grosse Fehler mit unterlaufen können. Eine darauf bezügliche Notiz enthält das von Dr. v. Lamont veröffentlichte „Verzeichniss der vorzüglichsten im Königreiche Bayern gemessenen Höhenpunkte nebst den geographischen Positionen der grösseren Städte und Tafeln zur Höhenbestimmung mittelst des Barometers“; dieselbe lautet:

Die Erfahrung hat gelehrt, dass, wenn die besten Reisebarometer neben einander aufgehängt sind und im Mittel vollkommen übereinstimmen, dennoch die einzelnen Ablesungen bald mehr, bald weniger von einander abweichen, und zwar bis auf $^3/_{10}$ Linien. Höhenunterschiede, die aus einzelnen Beobachtungen abgeleitet sind, können aus diesem Grunde um 24 Fuss von der Wahrheit abweichen. Dazu kommt noch, dass bei einem Barometer, welches im Freien hängt, die Bestimmungen der Temperatur des Quecksilbers einer beträchtlichen Unsicherheit unterworfen sind. Man darf annehmen, dass diese Unsicherheit bis zu einem gewissen Grade des Thermometers gehen kann. Ein Fehler von einem Grade in der Temperatur des Queck-

silbers bringt aber ungefähr einen Fehler von 6 Fuss in der Höhenbestimmung hervor. Im Ganzen darf man also eine barometrische Höhenbestimmung in Folge der Unvollkommenheit der Instrumente nur innerhalb einer Grenze von 30 Fuss als sicher annehmen; so viel nämlich kann der Fehler im ungünstigsten Falle betragen.

Hierbei citirt Lamont den 14. Band der Brüsseler Denkschriften, in welchem sich eine Abhandlung von Quetelet „Resumé des Observations sur la Météorologie etc.“ findet, welche die von Bravais und Martins in Brüssel und im nördlichen Europa angestellten Barometervergleichungen enthält. Man kann sich hieraus, sagt Lamont weiter, überzeugen, wie weit die zufälligen Abweichungen guter Instrumente gehen.

Ueberträgt man das in vorstehender Notiz ausgesprochene Ergebniss auf den vorliegenden Fall, so findet man die auf Quecksilberbarometer sich beziehende äusserste Fehlergrenze, 30 Fuss = 9 m, nur einmal und unbedeutend überschritten; die grösste Scalenabweichung weist nämlich das Aneroïd Nr. 3 am 31. August Vormittag auf Station VIII auf, aus welcher sich, wenn man die einschlägigen Barometerstände und Temperaturen der freien Luft berücksichtigt, ein Höhenfehler von 9,6 m entziffert.

Abgesehen davon, dass man die instrumentale Leistung erhöht, wird man in der Praxis schon wegen der Beobachtungscontrole wenigstens an zwei Aneroïden gleichzeitige Beobachtungen vornehmen. Man kann dann auch, wenn man die Instrumente so zusammenstellt, dass ihre jeweilige mittlere Scalencorrectionscurve sich der geraden Linie möglichst nähert, den Fehler, der bei den Reductionen auf 0° Celsius durch Beibehaltung einer Curve ersten Grades begangen wurde, auf ein Minimum einschränken. Hier wird dieser Zweck erreicht, wenn man die Aneroïde 3, 4, dann 5, 6 und 7, 8 zu Paaren vereinigt.

Die Tafeln 62 mit 65 enthalten nun die Scalenabweichungen eines jeden Aneroïdpaares in Bezug auf die Mittelwerthe der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände, und stellen sich die hieraus resultirenden mittleren Scalenfehler folgendermassen zusammen:

Für die Stationen der Schleife Brannenburg-Reindleralpe:

II	± 0,04	aus je 36 Bestimmungen
III	± 0,06	
IV	± 0,07	
V	± 0,06	
VI	± 0,07	
VII	± 0,09	
VIII	± 0,13	aus 18 Bestimmungen

und für die Stationen der Schleife Bichel-Benedictenwand:

II	± 0,05	aus je 24 Bestimmungen.
III	± 0,06	
IV	± 0,06	
V	± 0,07	
VI	± 0,06	
VII	± 0,06	
VIII	± 0,08	
IX	± 0,10	
X	± 0,08	
XI	± 0,06	

Die diesbezüglichen Höhenfehler gruppiren sich daher wie folgt:

Brannenburg-Reindleralpe		Bichel-Benedictenwand	
II	± 0,5	II	± 0,6
III	± 0,8	III	± 0,8
IV	± 0,9	IV	± 0,8
V	± 0,8	V	± 0,9
VI	± 0,9	VI	± 0,8
VII	± 1,1	VII	± 0,8
VIII	± 1,5	VIII	± 1,0
		IX	± 1,2
		X	± 1,0
		XI	± 0,8

und als äusserste Fehlergrenze entziffert sich, wenn man die bei dem Aneroïdpaar 3, 4 am 31. August Vormittag auf der Station VIII verzeichnete und grösste Scalenabweichung im Betrage von 0,36 ^{mm} in Rechnung nimmt, ein Höhenfehler von 4,5 ^{m}.

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die Mittelwerthe der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände. (Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 58.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
			30. August Vormittag.			
II	+ 0,07	− 0,02	− 0,07	+ 0,01	+ 0,01	± 0,00
III	+ 0,04	− 0,06	+ 0,04	− 0,09	− 0,09	+ 0,13
IV	+ 0,11	− 0,04	− 0,08	− 0,21	+ 0,09	+ 0,15
V	+ 0,12	− 0,06	− 0,02	− 0,22	+ 0,01	+ 0,14
VI	+ 0,08	− 0,14	− 0,10	+ 0,10	− 0,04	+ 0,11
VII	+ 0,08	− 0,10	− 0,10	+ 0,16	− 0,10	+ 0,03
VIII	+ 0,16	+ 0,07	− 0,09	− 0,08	− 0,16	+ 0,10
VII	+ 0,30	− 0,12	− 0,03	− 0,21	+ 0,11	− 0,06
VI	+ 0,25	− 0,09	+ 0,12	− 0,15	− 0,14	− 0,11
V	+ 0,22	− 0,19	+ 0,07	+ 0,04	± 0,00	− 0,15
IV	+ 0,11	− 0,03	− 0,07	+ 0,07	+ 0,04	− 0,11
III	+ 0,02	− 0,22	− 0,06	+ 0,28	+ 0,10	− 0,12
II	+ 0,02	− 0,19	+ 0,11	− 0,01	+ 0,17	− 0,11
			30. August Nachmittag.			
II	+ 0,02	− 0,01	+ 0,10	− 0,19	+ 0,04	+ 0,02
III	+ 0,01	− 0,04	+ 0,20	− 0,27	+ 0,02	+ 0,06
IV	− 0,07	+ 0,08	+ 0,34	− 0,28	− 0,14	+ 0,08
V	− 0,14	+ 0,08	+ 0,05	− 0,07	− 0,13	+ 0,19
VI	− 0,28	+ 0,01	+ 0,27	+ 0,15	− 0,16	+ 0,01
VII	− 0,29	+ 0,03	+ 0,23	+ 0,25	− 0,18	− 0,03
VIII	− 0,45	+ 0,06	+ 0,23	+ 0,14	− 0,09	+ 0,09
VII	− 0,40	+ 0,72	− 0,11	− 0,02	− 0,09	− 0,10
VI	− 0,38	+ 0,62	− 0,16	± 0,00	± 0,00	− 0,11
V	− 0,22	+ 0,36	− 0,04	+ 0,09	− 0,09	− 0,09
IV	− 0,26	+ 0,34	+ 0,03	+ 0,07	− 0,11	− 0,09
III	− 0,31	+ 0,31	− 0,13	+ 0,37	− 0,14	− 0,12
II	− 0,07	+ 0,13	+ 0,10	+ 0,01	− 0,18	− 0,02
			31. August Vormittag.			
II	+ 0,05	− 0,12	− 0,01	− 0,05	± 0,00	+ 0,13
III	+ 0,16	− 0,06	− 0,07	− 0,17	+ 0,08	+ 0,05
IV	+ 0,09	− 0,17	− 0,18	+ 0,20	+ 0,08	− 0,05
V	+ 0,23	− 0,04	− 0,07	− 0,26	+ 0,10	+ 0,02
VI	+ 0,36	− 0,23	− 0,13	− 0,04	+ 0,04	+ 0,01
VII	+ 0,45	− 0,33	+ 0,01	− 0,02	− 0,03	− 0,07
VIII	+ 0,77	− 0,06	− 0,28	− 0,20	− 0,02	− 0,21
VII	+ 0,14	+ 0,06	− 0,06	− 0,19	+ 0,11	− 0,09
VI	+ 0,08	+ 0,02	+ 0,01	− 0,13	+ 0,18	− 0,16
V	− 0,01	− 0,15	− 0,05	+ 0,22	+ 0,12	− 0,15
IV	− 0,15	− 0,24	+ 0,06	+ 0,20	+ 0,10	± 0,00
III	− 0,10	+ 0,14	± 0,00	− 0,03	+ 0,07	− 0,09
II	− 0,05	+ 0,15	± 0,00	+ 0,12	− 0,18	− 0,07

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die Mittelwerthe der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände. (Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Fortsetzung der Tafel 58.

Station	Aneroïd Nr.					
	3	4	5	6	7	8
			31. August Nachmittag.			
II	+ 0,10	− 0,06	− 0,06	− 0,04	+ 0,02	+ 0,04
III	− 0,15	− 0,17	± 0,00	− 0,10	+ 0,20	+ 0,20
IV	− 0,02	− 0,21	− 0,03	− 0,17	+ 0,31	+ 0,09
V	− 0,04	− 0,18	+ 0,01	− 0,19	+ 0,27	+ 0,10
VI	± 0,00	− 0,41	− 0,11	+ 0,13	+ 0,35	+ 0,04
VII	+ 0,07	− 0,46	− 0,08	+ 0,13	+ 0,31	+ 0,04
VIII	+ 0,21	− 0,41	− 0,04	+ 0,10	+ 0,19	− 0,03
VII	+ 0,33	− 0,40	− 0,01	+ 0,15	− 0,02	− 0,06
VI	+ 0,13	− 0,29	− 0,05	+ 0,19	+ 0,08	− 0,09
V	+ 0,03	− 0,14	− 0,03	+ 0,29	− 0,11	− 0,05
IV	± 0,00	− 0,16	− 0,06	+ 0,26	− 0,08	+ 0,03
III	− 0,04	− 0,14	− 0,05	+ 0,05	+ 0,13	+ 0,04
II	− 0,03	− 0,10	− 0,13	+ 0,08	+ 0,16	± 0,00
			1. September Vormittag.			
II	+ 0,04	− 0,02	+ 0,03	+ 0,03	− 0,02	− 0,08
III	+ 0,10	+ 0,01	+ 0,07	− 0,04	− 0,01	− 0,12
IV	+ 0,08	− 0,02	+ 0,05	− 0,06	− 0,01	− 0,07
V	+ 0,01	+ 0,04	+ 0,08	+ 0,04	− 0,14	− 0,06
VI	− 0,09	+ 0,07	+ 0,23	+ 0,03	− 0,24	− 0,02
VII	− 0,28	+ 0,06	+ 0,28	− 0,01	− 0,03	− 0,04
VIII	− 0,46	− 0,07	+ 0,18	+ 0,15	+ 0,16	+ 0,04
VII	− 0,29	+ 0,04	+ 0,02	− 0,10	+ 0,05	+ 0,27
VI	− 0,20	+ 0,11	+ 0,06	− 0,16	− 0,03	+ 0,19
V	− 0,06	+ 0,08	− 0,05	± 0,00	+ 0,02	± 0,00
IV	+ 0,13	+ 0,03	± 0,00	+ 0,04	− 0,22	− 0,01
III	+ 0,24	+ 0,08	− 0,04	− 0,06	− 0,28	+ 0,03
II	− 0,05	+ 0,09	− 0,06	+ 0,05	+ 0,02	− 0,05
			1. September Nachmittag.			
II	+ 0,04	− 0,02	± 0,00	− 0,04	+ 0,01	+ 0,01
III	− 0,05	+ 0,01	+ 0,07	+ 0,03	− 0,03	− 0,02
IV	+ 0,10	+ 0,06	± 0,00	− 0,23	+ 0,06	− 0,01
V	− 0,09	+ 0,10	+ 0,06	− 0,15	+ 0,02	+ 0,08
VI	− 0,03	+ 0,03	− 0,04	+ 0,02	− 0,03	+ 0,07
VII	− 0,28	+ 0,20	+ 0,02	+ 0,04	− 0,03	+ 0,05
VIII	− 0,25	+ 0,42	− 0,01	− 0,09	− 0,06	+ 0,01
VII	+ 0,17	+ 0,35	− 0,22	− 0,21	− 0,08	− 0,03
VI	+ 0,10	+ 0,22	− 0,18	− 0,09	− 0,09	+ 0,01
V	− 0,02	+ 0,09	− 0,09	+ 0,12	− 0,03	− 0,09
IV	− 0,09	+ 0,25	− 0,10	+ 0,17	− 0,12	− 0,09
III	− 0,08	+ 0,07	− 0,02	+ 0,06	− 0,03	+ 0,02
II	− 0,10	+ 0,10	− 0,02	+ 0,08	− 0,08	− 0,01

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die Mittelwerthe der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung).

Tafel 59.

Station	Aneroïd Nr. 3	4	5	6	7	8
			30. August Vormittag.			
II	+ 0,07	− 0,01	− 0,06	+ 0,01	+ 0,01	− 0,01
III	+ 0,04	− 0,05	+ 0,04	− 0,08	− 0,08	+ 0,12
IV	+ 0,11	− 0,04	− 0,08	− 0,21	+ 0,08	+ 0,14
V	+ 0,13	− 0,06	− 0,01	− 0,21	+ 0,02	+ 0,14
VI	+ 0,08	− 0,13	− 0,10	+ 0,10	− 0,04	+ 0,11
VII	+ 0,08	− 0,09	− 0,10	+ 0,16	− 0,10	+ 0,02
VIII	+ 0,16	+ 0,07	− 0,09	− 0,08	− 0,16	+ 0,09
VII	+ 0,30	− 0,12	− 0,03	− 0,21	+ 0,10	− 0,06
VI	+ 0,25	− 0,09	+ 0,12	− 0,15	− 0,05	− 0,11
V	+ 0,22	− 0,20	+ 0,07	+ 0,04	− 0,01	− 0,15
IV	+ 0,10	− 0,03	− 0,07	+ 0,07	+ 0,03	− 0,12
III	+ 0,02	− 0,21	− 0,06	+ 0,28	+ 0,10	− 0,12
II	+ 0,02	− 0,18	+ 0,12	− 0,01	+ 0,16	− 0,10
			30. August Nachmittag.			
II	+ 0,01	± 0,00	+ 0,11	− 0,18	+ 0,04	+ 0,03
III	± 0,00	− 0,03	+ 0,20	− 0,27	+ 0,02	+ 0,06
IV	− 0,08	+ 0,08	+ 0,34	− 0,28	− 0,16	+ 0,07
V	− 0,14	+ 0,08	+ 0,06	− 0,06	− 0,13	+ 0,20
VI	− 0,29	+ 0,01	+ 0,27	+ 0,15	− 0,17	+ 0,01
VII	− 0,30	+ 0,03	+ 0,23	+ 0,25	− 0,19	− 0,03
VIII	− 0,45	+ 0,07	+ 0,24	+ 0,15	− 0,09	+ 0,10
VII	− 0,40	+ 0,72	− 0,11	− 0,02	− 0,10	− 0,10
VI	− 0,37	+ 0,63	− 0,15	+ 0,01	± 0,00	− 0,10
V	− 0,22	+ 0,36	− 0,05	+ 0,09	− 0,10	− 0,09
IV	− 0,26	+ 0,35	+ 0,03	+ 0,08	− 0,12	− 0,09
III	− 0,30	+ 0,32	− 0,12	+ 0,37	− 0,15	− 0,12
II	− 0,07	+ 0,14	+ 0,11	+ 0,01	− 0,19	− 0,01
			31. August Vormittag.			
II	+ 0,04	− 0,12	− 0,01	− 0,06	± 0,00	+ 0,12
III	+ 0,16	− 0,06	− 0,08	− 0,17	+ 0,09	+ 0,04
IV	+ 0,09	− 0,17	− 0,18	+ 0,20	+ 0,09	− 0,05
V	+ 0,23	− 0,04	− 0,07	− 0,26	+ 0,11	+ 0,02
VI	+ 0,36	− 0,23	− 0,13	− 0,04	+ 0,05	+ 0,01
VII	+ 0,44	− 0,34	± 0,00	− 0,03	− 0,03	− 0,07
VIII	+ 0,77	− 0,06	− 0,28	− 0,20	− 0,01	− 0,21
VII	+ 0,14	+ 0,06	− 0,06	− 0,19	+ 0,11	− 0,09
VI	+ 0,08	+ 0,02	+ 0,01	− 0,13	+ 0,18	− 0,16
V	− 0,01	− 0,15	− 0,05	+ 0,22	+ 0,12	− 0,15
IV	− 0,15	− 0,24	+ 0,06	+ 0,20	+ 0,10	± 0,00
III	− 0,10	+ 0,13	± 0,00	− 0,04	+ 0,07	− 0,09
II	− 0,04	+ 0,16	± 0,00	+ 0,13	− 0,17	− 0,07

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die Mittelwerthe der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Fortsetzung der Tafel 59.

Station	Aneroïd Nr. 3	4	5	6	7	8
			31. August Nachmittag.			
II	+ 0,11	− 0,06	− 0,06	− 0,04	+ 0,02	+ 0,04
III	− 0,14	− 0,17	± 0,00	− 0,10	+ 0,21	+ 0,20
IV	− 0,02	− 0,20	− 0,02	− 0,16	+ 0,32	+ 0,10
V	− 0,04	− 0,18	+ 0,01	− 0,19	+ 0,29	+ 0,10
VI	± 0,00	− 0,41	− 0,11	+ 0,13	+ 0,35	+ 0,04
VII	+ 0,07	− 0,46	− 0,08	+ 0,13	+ 0,31	+ 0,04
VIII	+ 0,20	− 0,41	− 0,04	+ 0,10	+ 0,19	− 0,03
VII	+ 0,33	− 0,40	− 0,02	+ 0,14	− 0,02	− 0,06
VI	+ 0,14	− 0,28	− 0,05	+ 0,19	+ 0,09	− 0,08
V	+ 0,03	− 0,14	− 0,04	+ 0,28	− 0,11	− 0,05
IV	+ 0,01	− 0,15	− 0,06	+ 0,26	− 0,08	+ 0,03
III	− 0,04	− 0,14	− 0,06	+ 0,04	+ 0,13	+ 0,04
II	− 0,03	− 0,09	− 0,13	+ 0,08	+ 0,16	± 0,00
			1. September Vormittag.			
II	+ 0,03	− 0,02	+ 0,03	+ 0,03	− 0,02	− 0,08
III	+ 0,09	+ 0,02	+ 0,08	− 0,04	− 0,01	− 0,12
IV	+ 0,07	− 0,01	+ 0,06	− 0,05	− 0,01	− 0,07
V	+ 0,01	+ 0,05	+ 0,09	+ 0,05	− 0,14	− 0,05
VI	− 0,09	+ 0,08	+ 0,24	+ 0,04	− 0,24	− 0,01
VII	− 0,28	+ 0,07	+ 0,29	± 0,00	− 0,03	− 0,03
VIII	− 0,48	− 0,08	+ 0,17	+ 0,14	+ 0,13	+ 0,13
VII	− 0,29	+ 0,04	+ 0,02	− 0,10	+ 0,05	+ 0,27
VI	− 0,20	+ 0,11	+ 0,07	− 0,16	− 0,03	+ 0,19
V	− 0,05	+ 0,08	− 0,04	± 0,00	+ 0,02	± 0,00
IV	+ 0,13	+ 0,04	± 0,00	+ 0,05	− 0,21	± 0,00
III	+ 0,24	+ 0,09	− 0,03	− 0,06	− 0,27	+ 0,04
II	− 0,04	+ 0,09	− 0,06	+ 0,06	+ 0,02	− 0,05
			1. September Nachmittag.			
II	+ 0,05	− 0,03	− 0,01	− 0,05	+ 0,01	+ 0,01
III	− 0,05	± 0,00	+ 0,06	+ 0,01	− 0,03	− 0,02
IV	+ 0,11	+ 0,06	− 0,01	− 0,24	+ 0,07	± 0,00
V	− 0,08	+ 0,10	+ 0,05	− 0,16	+ 0,02	+ 0,09
VI	− 0,03	+ 0,02	− 0,05	+ 0,01	− 0,03	+ 0,07
VII	− 0,28	+ 0,19	+ 0,01	+ 0,03	− 0,03	+ 0,05
VIII	− 0,25	+ 0,41	− 0,02	− 0,10	− 0,06	+ 0,01
VII	+ 0,17	+ 0,36	− 0,21	− 0,20	− 0,08	− 0,02
VI	+ 0,10	+ 0,23	− 0,17	− 0,08	− 0,09	+ 0,02
V	− 0,03	+ 0,10	− 0,09	+ 0,12	− 0,03	− 0,08
IV	− 0,10	+ 0,25	− 0,10	+ 0,17	− 0,14	− 0,09
III	− 0,08	+ 0,07	− 0,02	+ 0,07	− 0,04	+ 0,02
II	− 0,10	+ 0,11	± 0,00	+ 0,09	− 0,08	± 0,00

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die Mittelwerthe der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände. (Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 60.

Station	Aneroïd Nr.					
	3	4	5	6	7	8
			6. September.			
II	— 0,02	— 0,01	— 0,05	— 0,13	+ 0,08	+ 0,12
III	+ 0,01	— 0,08	— 0,08	— 0,29	+ 0,23	+ 0,23
IV	+ 0,01	— 0,09	— 0,16	— 0,29	+ 0,38	+ 0,13
V	— 0,01	— 0,12	— 0,17	— 0,14	+ 0,34	+ 0,10
VI	± 0,00	— 0,17	— 0,18	+ 0,04	+ 0,15	+ 0,15
VII	+ 0,01	— 0,05	— 0,19	— 0,03	+ 0,19	+ 0,05
VIII	+ 0,03	— 0,11	— 0,09	— 0,16	+ 0,21	+ 0,09
IX	— 0,02	— 0,14	— 0,16	— 0,24	+ 0,55	— 0,02
X	+ 0,06	+ 0,12	— 0,17	— 0,20	+ 0,24	— 0,06
XI	+ 0,06	— 0,03	— 0,04	— 0,13	+ 0,21	— 0,06
XI	+ 0,08	+ 0,13	+ 0,11	— 0,09	— 0,13	— 0,12
X	+ 0,12	+ 0,11	+ 0,07	— 0,07	— 0,17	— 0,06
IX	+ 0,04	+ 0,14	+ 0,14	— 0,07	— 0,21	— 0,06
VIII	+ 0,06	+ 0,09	+ 0,08	— 0,02	— 0,04	— 0,18
VII	+ 0,08	+ 0,11	+ 0,04	± 0,00	— 0,05	— 0,17
VI	+ 0,05	+ 0,05	+ 0,05	± 0,00	— 0,04	— 0,10
V	+ 0,08	+ 0,01	± 0,00	— 0,04	— 0,01	— 0,02
IV	+ 0,02	— 0,01	— 0,10	+ 0,08	— 0,07	+ 0,06
III	+ 0,04	— 0,03	— 0,09	+ 0,21	— 0,08	— 0,05
II	+ 0,04	+ 0,03	— 0,07	+ 0,17	— 0,16	— 0,04
			7. September.			
II	— 0,03	+ 0,07	+ 0,10	— 0,04	— 0,09	— 0,03
III	— 0,10	+ 0,05	+ 0,05	— 0,08	+ 0,01	+ 0,04
IV	— 0,05	— 0,03	+ 0,08	— 0,21	+ 0,10	+ 0,09
V	— 0,19	+ 0,06	— 0,02	+ 0,14	— 0,04	+ 0,03
VI	— 0,13	— 0,06	— 0,05	+ 0,24	— 0,05	+ 0,07
VII	— 0,12	— 0,03	— 0,03	+ 0,10	± 0,00	+ 0,07
VIII	+ 0,11	+ 0,04	— 0,14	± 0,00	— 0,06	+ 0,07
IX	— 0,04	— 0,07	— 0,15	+ 0,08	+ 0,15	+ 0,05
X	— 0,02	+ 0,08	— 0,07	+ 0,08	— 0,01	— 0,08
XI	+ 0,01	+ 0,02	+ 0,04	— 0,04	— 0,01	± 0,00
XI	— 0,10	+ 0,10	+ 0,02	+ 0,01	— 0,11	+ 0,05
X	+ 0,13	+ 0,08	+ 0,09	— 0,02	— 0,27	— 0,03
IX	+ 0,11	+ 0,12	+ 0,03	— 0,01	— 0,17	— 0,09
VIII	— 0,01	+ 0,14	+ 0,09	+ 0,12	— 0,19	— 0,13
VII	+ 0,04	+ 0,21	± 0,00	+ 0,09	— 0,21	— 0,12
VI	— 0,03	+ 0,09	— 0,10	+ 0,17	— 0,08	— 0,08
V	+ 0,05	+ 0,07	— 0,02	+ 0,21	— 0,20	— 0,10
IV	+ 0,01	+ 0,04	— 0,09	+ 0,20	— 0,09	— 0,07
III	— 0,08	± 0,00	+ 0,08	+ 0,24	— 0,11	— 0,11
II	— 0,05	— 0,09	+ 0,04	+ 0,17	— 0,05	— 0,03

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die Mittelwerthe der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände. (Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Fortsetzung der Tafel 60.

Station	Aneroïd Nr. 3	4	5	6	7	8
			8. September.			
II	− 0,10	+ 0,05	+ 0,13	− 0,03	+ 0,12	− 0,19
III	+ 0,06	+ 0,10	+ 0,09	− 0,02	− 0,06	− 0,19
IV	− 0,01	− 0,03	+ 0,07	+ 0,14	− 0,09	− 0,07
V	− 0,02	− 0,04	+ 0,18	+ 0,04	− 0,03	− 0,16
VI	− 0,03	+ 0,04	+ 0,10	− 0,09	+ 0,09	− 0,14
VII	− 0,06	− 0,05	+ 0,13	− 0,11	+ 0,08	+ 0,01
VIII	− 0,11	− 0,02	+ 0,05	± 0,00	+ 0,12	− 0,07
IX	+ 0,06	− 0,07	+ 0,13	+ 0,09	− 0,08	− 0,14
X	− 0,02	− 0,16	+ 0,05	+ 0,07	+ 0,18	− 0,15
XI	+ 0,14	+ 0,11	+ 0,05	− 0,10	− 0,18	− 0,02
XI	− 0,02	+ 0,03	− 0,01	− 0,02	+ 0,03	− 0,04
X	− 0,06	− 0,08	+ 0,17	− 0,17	− 0,01	+ 0,12
IX	+ 0,08	+ 0,20	+ 0,01	− 0,13	− 0,19	± 0,00
VIII	− 0,03	+ 0,12	+ 0,05	− 0,07	− 0,03	− 0,06
VII	− 0,09	± 0,00	+ 0,08	± 0,00	+ 0,02	− 0,04
VI	− 0,02	+ 0,07	+ 0,15	− 0,06	− 0,11	− 0,05
V	+ 0,07	+ 0,02	− 0,06	− 0,01	+ 0,01	− 0,05
IV	± 0,00	+ 0,04	+ 0,05	± 0,00	− 0,02	− 0,07
III	+ 0,02	− 0,05	− 0,10	+ 0,06	+ 0,10	− 0,02
II	+ 0,10	+ 0,06	− 0,02	− 0,04	+ 0,01	− 0,13
			9. September.			
II	− 0,03	± 0,00	+ 0,02	− 0,07	+ 0,01	+ 0,04
III	+ 0,01	± 0,00	+ 0,06	− 0,12	− 0,03	+ 0,06
IV	− 0,08	± 0,00	+ 0,13	− 0,03	− 0,10	+ 0,09
V	− 0,02	− 0,08	+ 0,12	− 0,22	+ 0,01	+ 0,17
VI	− 0,07	− 0,11	+ 0,02	+ 0,07	− 0,04	+ 0,12
VII	+ 0,01	− 0,13	+ 0,04	+ 0,05	− 0,12	+ 0,14
VIII	− 0,06	− 0,16	+ 0,04	+ 0,22	− 0,13	+ 0,08
IX	− 0,14	− 0,12	− 0,04	+ 0,34	− 0,11	+ 0,06
X	− 0,14	− 0,09	− 0,15	+ 0,31	− 0,01	+ 0,05
XI	− 0,06	− 0,22	− 0,12	+ 0,15	+ 0,09	+ 0,15
XI	− 0,07	− 0,16	− 0,10	+ 0,18	+ 0,03	+ 0,13
X	− 0,08	− 0,10	− 0,08	− 0,14	+ 0,11	+ 0,27
IX	− 0,12	− 0,12	± 0,00	+ 0,04	+ 0,03	+ 0,15
VIII	+ 0,09	− 0,14	− 0,15	− 0,08	+ 0,13	+ 0,17
VII	+ 0,12	− 0,07	− 0,05	− 0,09	+ 0,02	+ 0,05
VI	+ 0,16	+ 0,11	− 0,03	− 0,21	+ 0,02	− 0,07
V	+ 0,16	− 0,01	− 0,08	− 0,06	− 0,12	+ 0,11
IV	+ 0,16	+ 0,09	− 0,04	+ 0,01	− 0,09	− 0,11
III	+ 0,08	− 0,08	− 0,05	+ 0,06	− 0,06	+ 0,05
II	+ 0,01	− 0,08	− 0,10	+ 0,05	+ 0,04	+ 0,06

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die Mittelwerthe der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 61.

Station	Aneroid Nr. 3	4	5	6	7	8
			6. September.			
II	− 0,02	− 0,02	− 0,03	− 0,13	+ 0,10	+ 0,12
III	± 0,00	− 0,09	− 0,06	− 0,30	+ 0,25	+ 0,21
IV	+ 0,02	− 0,10	− 0,13	− 0,29	+ 0,35	+ 0,12
V	− 0,02	− 0,14	− 0,15	− 0,16	+ 0,36	+ 0,08
VI	± 0,00	− 0,18	− 0,16	+ 0,03	+ 0,18	+ 0,13
VII	+ 0,01	− 0,06	− 0,16	− 0,04	+ 0,22	+ 0,04
VIII	+ 0,03	− 0,12	− 0,05	− 0,17	+ 0,24	+ 0,08
IX	− 0,02	− 0,15	− 0,13	− 0,25	+ 0,57	− 0,03
X	+ 0,05	+ 0,10	− 0,15	− 0,22	+ 0,27	− 0,08
XI	+ 0,05	− 0,05	− 0,02	− 0,16	+ 0,23	− 0,08
XI	+ 0,08	+ 0,12	+ 0,13	− 0,10	− 0,11	− 0,13
X	+ 0,12	+ 0,10	+ 0,07	− 0,08	− 0,17	− 0,07
IX	+ 0,05	+ 0,14	+ 0,15	− 0,07	− 0,20	− 0,06
VIII	+ 0,06	+ 0,08	+ 0,09	− 0,02	− 0,03	− 0,18
VII	+ 0,08	+ 0,10	+ 0,04	− 0,01	− 0,05	− 0,18
VI	+ 0,05	+ 0,04	+ 0,06	± 0,00	− 0,04	− 0,11
V	+ 0,08	± 0,00	− 0,01	− 0,05	± 0,00	− 0,03
IV	+ 0,03	− 0,02	− 0,09	+ 0,07	− 0,06	+ 0,06
III	+ 0,05	− 0,03	− 0,09	+ 0,20	− 0,08	− 0,06
II	+ 0,05	+ 0,04	− 0,06	+ 0,17	− 0,15	− 0,08
			7. September.			
II	− 0,03	+ 0,07	+ 0,10	− 0,04	− 0,09	− 0,03
III	− 0,10	+ 0,05	+ 0,05	− 0,08	+ 0,01	+ 0,04
IV	− 0,05	− 0,03	+ 0,08	− 0,21	+ 0,10	+ 0,09
V	− 0,18	+ 0,06	− 0,01	+ 0,14	− 0,03	+ 0,04
VI	− 0,14	− 0,07	− 0,06	+ 0,23	− 0,06	+ 0,07
VII	− 0,12	− 0,03	− 0,03	+ 0,10	+ 0,01	+ 0,07
VIII	+ 0,10	+ 0,04	− 0,15	− 0,01	− 0,07	+ 0,06
IX	− 0,04	− 0,07	− 0,15	+ 0,08	+ 0,15	+ 0,05
X	− 0,02	+ 0,08	− 0,07	+ 0,09	− 0,01	− 0,08
XI	+ 0,01	+ 0,01	+ 0,03	− 0,05	− 0,01	− 0,01
XI	− 0,10	+ 0,10	+ 0,02	+ 0,01	− 0,11	+ 0,05
X	+ 0,13	+ 0,08	+ 0,10	− 0,02	− 0,26	− 0,03
IX	+ 0,11	+ 0,13	+ 0,04	− 0,01	− 0,17	− 0,09
VIII	− 0,02	+ 0,13	+ 0,09	+ 0,12	− 0,19	− 0,14
VII	+ 0,04	+ 0,21	± 0,00	+ 0,09	− 0,21	− 0,13
VI	− 0,03	+ 0,10	− 0,10	+ 0,17	− 0,07	− 0,09
V	+ 0,04	+ 0,07	− 0,01	+ 0,21	− 0,19	− 0,11
IV	± 0,00	+ 0,05	− 0,09	+ 0,21	− 0,09	− 0,07
III	− 0,08	± 0,00	+ 0,08	+ 0,24	− 0,11	− 0,12
II	− 0,05	− 0,08	+ 0,04	+ 0,17	− 0,04	− 0,03

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die Mittelwerthe der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Fortsetzung der Tafel 61.

Station	Aneroid Nr.					
	3	4	5	6	7	8
			8. September.			
II	— 0,10	+ 0,05	+ 0,14	— 0,02	+ 0,12	— 0,19
III	+ 0,06	+ 0,11	+ 0,09	— 0,02	— 0,06	— 0,19
IV	— 0,01	— 0,03	+ 0,06	+ 0,14	— 0,10	— 0,08
V	— 0,03	— 0,04	+ 0,18	+ 0,04	— 0,02	— 0,16
VI	— 0,05	+ 0,04	+ 0,11	— 0,08	+ 0,10	— 0,13
VII	— 0,06	— 0,05	+ 0,13	— 0,11	+ 0,08	+ 0,01
VIII	— 0,10	— 0,01	+ 0,06	± 0,00	+ 0,12	— 0,06
IX	+ 0,06	— 0,07	+ 0,14	+ 0,10	— 0,08	— 0,14
X	— 0,01	— 0,16	+ 0,05	+ 0,07	+ 0,19	— 0,14
XI	+ 0,14	+ 0,11	+ 0,05	— 0,11	— 0,18	— 0,02
XI	— 0,01	+ 0,04	— 0,01	— 0,01	+ 0,04	— 0,03
X	— 0,06	— 0,07	+ 0,17	— 0,16	— 0,01	+ 0,13
IX	+ 0,08	+ 0,20	+ 0,01	— 0,12	— 0,20	± 0,00
VIII	— 0,04	+ 0,12	+ 0,05	— 0,07	— 0,04	— 0,05
VII	— 0,09	± 0,00	+ 0,07	+ 0,01	+ 0,02	— 0,03
VI	— 0,02	+ 0,06	+ 0,14	— 0,05	— 0,12	— 0,04
V	+ 0,08	+ 0,02	— 0,06	± 0,00	+ 0,01	— 0,03
IV	— 0,01	+ 0,03	+ 0,05	± 0,00	— 0,02	— 0,07
III	+ 0,01	— 0,06	— 0,11	+ 0,06	+ 0,09	— 0,01
II	+ 0,10	+ 0,06	— 0,02	— 0,03	+ 0,01	— 0,12
			9. September.			
II	— 0,03	± 0,00	+ 0,02	— 0,07	+ 0,01	+ 0,04
III	+ 0,02	± 0,00	+ 0,06	— 0,12	— 0,03	+ 0,06
IV	— 0,08	± 0,00	+ 0,12	— 0,03	— 0,11	+ 0,08
V	— 0,03	— 0,08	+ 0,12	— 0,22	+ 0,01	+ 0,17
VI	— 0,07	— 0,11	+ 0,02	+ 0,07	— 0,05	+ 0,11
VII	+ 0,01	— 0,14	+ 0,04	+ 0,04	— 0,12	+ 0,14
VIII	— 0,05	— 0,16	+ 0,04	+ 0,23	— 0,13	+ 0,08
IX	— 0,14	— 0,12	— 0,05	+ 0,34	— 0,11	+ 0,05
X	— 0,14	— 0,09	— 0,15	+ 0,31	— 0,01	+ 0,05
XI	— 0,06	— 0,22	— 0,12	+ 0,16	+ 0,10	+ 0,16
XI	— 0,07	— 0,16	— 0,10	+ 0,18	+ 0,03	+ 0,13
X	— 0,08	— 0,09	— 0,07	— 0,14	+ 0,12	+ 0,27
IX	— 0,12	— 0,12	± 0,00	+ 0,04	+ 0,03	+ 0,15
VIII	+ 0,08	— 0,15	— 0,15	— 0,09	+ 0,13	+ 0,16
VII	+ 0,12	— 0,06	— 0,04	— 0,10	+ 0,03	+ 0,05
VI	+ 0,16	+ 0,12	— 0,01	— 0,21	+ 0,03	— 0,07
V	+ 0,15	± 0,00	— 0,07	— 0,06	— 0,12	+ 0,11
IV	+ 0,15	+ 0,09	— 0,03	+ 0,01	— 0,09	— 0,11
III	+ 0,08	— 0,07	— 0,05	+ 0,05	— 0,05	+ 0,05
II	+ 0,01	— 0,08	— 0,09	+ 0,05	+ 0,04	+ 0,05

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die Mittelwerthe der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände. (Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 62.

Station	Aneroïd-Paar 3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	30. August Vormittag.			30. August Nachmittag.		
II	+ 0,03	− 0,03	+ 0,01	+ 0,01	− 0,05	+ 0,03
III	− 0,01	− 0,03	+ 0,02	− 0,02	− 0,04	+ 0,04
IV	+ 0,04	− 0,15	+ 0,12	+ 0,01	+ 0,03	− 0,03
V	+ 0,03	− 0,12	+ 0,08	− 0,03	− 0,01	+ 0,03
VI	− 0,03	± 0,00	+ 0,04	− 0,14	+ 0,21	− 0,08
VII	− 0,01	+ 0,03	− 0,04	− 0,13	+ 0,24	− 0,11
VIII	+ 0,12	− 0,09	− 0,03	− 0,20	+ 0,19	± 0,00
VII	+ 0,09	− 0,12	+ 0,03	+ 0,16	− 0,07	− 0,10
VI	+ 0,08	− 0,02	− 0,08	+ 0,12	− 0,08	− 0,06
V	+ 0,02	+ 0,06	− 0,08	+ 0,07	+ 0,03	− 0,09
IV	+ 0,04	± 0,00	− 0,04	+ 0,04	+ 0,05	− 0,10
III	− 0,10	+ 0,11	− 0,01	± 0,00	+ 0,12	− 0,13
II	− 0,09	+ 0,05	+ 0,03	+ 0,03	+ 0,06	− 0,10
	31. August Vormittag.			31. August Nachmittag.		
II	− 0,04	− 0,03	+ 0,07	+ 0,02	− 0,05	+ 0,03
III	+ 0,05	− 0,12	+ 0,07	− 0,16	− 0,05	+ 0,20
IV	− 0,04	+ 0,01	+ 0,02	− 0,12	− 0,10	+ 0,20
V	+ 0,10	− 0,17	+ 0,06	− 0,11	− 0,09	+ 0,19
VI	+ 0,07	− 0,09	+ 0,03	− 0,21	+ 0,01	+ 0,20
VII	+ 0,06	− 0,01	− 0,05	− 0,20	+ 0,03	+ 0,18
VIII	+ 0,36	− 0,24	− 0,12	− 0,10	+ 0,03	+ 0,08
VII	+ 0,10	− 0,13	+ 0,01	− 0,04	+ 0,07	− 0,04
VI	+ 0,05	− 0,06	+ 0,01	− 0,08	+ 0,07	− 0,01
V	− 0,08	+ 0,09	− 0,02	− 0,06	+ 0,13	− 0,08
IV	− 0,20	+ 0,13	+ 0,05	− 0,08	+ 0,10	− 0,03
III	+ 0,02	− 0,02	− 0,01	− 0,09	± 0,00	+ 0,09
II	+ 0,05	+ 0,06	− 0,13	− 0,07	− 0,03	+ 0,08
	1. September Vormittag.			1. September Nachmittag.		
II	+ 0,01	+ 0,03	− 0,05	+ 0,01	− 0,02	+ 0,01
III	+ 0,06	+ 0,02	− 0,07	− 0,02	+ 0,05	− 0,03
IV	+ 0,03	− 0,01	− 0.04	+ 0,08	− 0,12	+ 0,03
V	+ 0,03	+ 0,06	− 0,10	+ 0,01	− 0,05	+ 0,05
VI	− 0,01	+ 0,13	− 0,13	± 0,00	− 0,01	+ 0,02
VII	− 0,11	+ 0,14	− 0,04	− 0,04	+ 0,03	+ 0,01
VIII	− 0,27	+ 0,17	+ 0,10	+ 0,09	− 0,05	− 0,03
VII	− 0,13	− 0,04	+ 0,16	+ 0,26	− 0,22	− 0,06
VI	− 0,05	− 0,05	+ 0,08	+ 0,16	− 0,14	− 0,01
V	+ 0,01	− 0,03	+ 0,01	+ 0,04	+ 0,02	− 0,06
IV	+ 0,08	+ 0,02	− 0,12	+ 0,08	+ 0,04	− 0,11
III	+ 0,16	− 0,05	− 0,13	− 0,01	+ 0,02	− 0,01
II	+ 0,02	− 0,01	− 0,02	± 0,00	+ 0,03	− 0,05

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die Mittelwerthe der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 63.

Station	Aneroïd-Paar 3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	30. August Vormittag.			30. August Nachmittag.		
II	+0,03	−0,03	±0,00	+0,01	−0,04	+0,04
III	−0,01	−0,02	+0,02	−0,02	−0,04	+0,04
IV	+0,04	−0,15	+0,11	±0,00	+0,03	−0,05
V	+0,04	−0,11	+0,08	−0,03	±0,00	+0,04
VI	−0,03	±0,00	+0,04	−0,14	+0,21	−0,08
VII	−0,01	+0,03	−0,04	−0,14	+0,24	−0,11
VIII	+0,12	−0,09	−0,04	−0,19	+0,20	+0,01
VII	+0,09	−0,12	+0,02	+0,16	−0,07	−0,10
VI	+0,08	−0,02	−0,08	+0,13	−0,07	−0,05
V	+0,01	+0,06	−0,08	+0,07	+0,02	−0,10
IV	+0,04	±0,00	−0,05	+0,05	+0,06	−0,11
III	−0,10	+0,11	−0,01	+0,01	+0,13	−0,14
II	−0,08	+0,06	+0,03	+0,04	+0,06	−0,10
	31. August Vormittag.			31. August Nachmittag.		
II	−0,04	−0,04	+0,06	+0,03	−0,05	+0,03
III	+0,05	−0,13	+0,07	−0,16	−0,05	+0,21
IV	−0,04	+0,01	+0,02	−0,11	−0,09	+0,21
V	+0,10	−0,17	+0,07	−0,11	−0,09	+0,20
VI	+0,07	−0,09	+0,03	−0,21	+0,01	+0,20
VII	+0,05	−0,02	−0,05	−0,20	+0,03	+0,18
VIII	+0,36	−0,24	−0,11	−0,11	+0,03	+0,08
VII	+0,10	−0,13	+0,01	−0,04	+0,06	−0,04
VI	+0,05	−0,06	+0,01	−0,07	+0,07	+0,01
V	−0,08	+0,09	−0,02	−0,06	+0,12	−0,08
IV	−0,20	+0,13	+0,05	−0,07	+0,10	−0,03
III	+0,02	−0,02	−0,01	−0,09	−0,01	+0,09
II	+0,06	+0,07	−0,12	−0,06	−0,03	+0,08
	1. September Vormittag.			1. September Nachmittag.		
II	+0,01	+0,03	−0,05	+0,01	−0,03	+0,01
III	+0,06	+0,02	−0,07	−0,03	+0,04	−0,03
IV	+0,03	+0,01	−0,04	+0,09	−0,13	+0,04
V	+0,03	+0,07	−0,10	+0,01	−0,06	+0,06
VI	−0,01	+0,14	−0,13	−0,01	−0,02	+0,02
VII	−0,11	+0,15	−0,03	−0,05	+0,02	+0,01
VIII	−0,28	+0,16	+0,13	+0,08	−0,06	−0,03
VII	−0,13	−0,04	+0,16	+0,27	−0,21	−0,05
VI	−0,05	−0,05	+0,08	+0,17	−0,13	−0,04
V	+0,02	−0,02	+0,01	+0,04	+0,02	−0,06
IV	+0,09	+0,03	−0,11	+0,08	+0,04	−0,12
III	+0,17	−0,05	−0,12	−0,01	+0,03	−0,01
II	+0,03	±0,00	−0,02	+0,01	+0,05	−0,04

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die Mittelwerthe der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände. (Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 64.

Station	Aneroïd-Paar 3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	6. September.			7. September.		
II	— 0,02	— 0,09	+ 0,10	+ 0,02	+ 0,03	— 0,06
III	— 0,04	— 0,19	+ 0,23	— 0,03	— 0,02	+ 0,03
IV	— 0,04	— 0,23	+ 0,26	— 0,04	— 0,07	+ 0,10
V	— 0,07	— 0,16	+ 0,22	— 0,07	+ 0,06	— 0,01
VI	— 0,09	— 0,07	+ 0,15	— 0,10	+ 0,10	+ 0,01
VII	— 0,02	— 0,11	+ 0,12	— 0,08	+ 0,04	+ 0,04
VIII	— 0,04	— 0,13	+ 0,15	+ 0,08	— 0,07	+ 0,01
IX	— 0,08	— 0,20	+ 0,27	— 0,06	— 0,04	+ 0,10
X	+ 0,09	— 0,19	+ 0,09	+ 0,03	+ 0,01	— 0,05
XI	+ 0,02	— 0,09	+ 0,08	+ 0,02	± 0,00	— 0,01
XI	+ 0,11	+ 0,01	— 0,13	± 0,00	+ 0,02	— 0,03
X	+ 0,12	± 0,00	— 0,12	+ 0,11	+ 0,04	— 0,15
IX	+ 0,09	+ 0,04	— 0,14	+ 0,12	+ 0,01	— 0,13
VIII	+ 0,08	+ 0,03	— 0,11	+ 0,07	+ 0,11	— 0,16
VII	+ 0,10	+ 0,02	— 0,11	+ 0,13	+ 0,05	— 0,17
VI	+ 0,05	+ 0,03	— 0,07	+ 0,03	+ 0,04	— 0,08
V	+ 0,05	— 0,02	— 0,02	+ 0,06	+ 0,10	— 0,15
IV	+ 0,01	— 0,01	— 0,01	+ 0,03	+ 0,06	— 0,08
III	+ 0,01	+ 0,06	— 0,07	— 0,04	+ 0,16	— 0,11
II	+ 0,04	+ 0,05	— 0,10	— 0,07	+ 0,11	— 0,04
	8. September.			9. September.		
II	— 0,03	+ 0,05	— 0,04	— 0,02	— 0,03	+ 0,03
III	+ 0,08	+ 0,04	— 0,13	+ 0,01	— 0,03	+ 0,02
IV	— 0,02	+ 0,11	— 0,08	— 0,04	+ 0,05	— 0,01
V	— 0,03	+ 0,11	— 0,10	— 0,05	— 0,05	+ 0,09
VI	+ 0,01	+ 0,01	— 0,03	— 0,09	+ 0,05	+ 0,04
VII	— 0,06	+ 0,01	+ 0,05	— 0,06	+ 0,05	+ 0,01
VIII	— 0,07	+ 0,03	+ 0,03	— 0,11	+ 0,13	— 0,03
IX	— 0,01	+ 0,11	— 0,11	— 0,13	+ 0,15	— 0,03
X	— 0,09	+ 0,06	+ 0,02	— 0,12	+ 0,08	+ 0,02
XI	+ 0,13	— 0,03	— 0,10	— 0,14	+ 0,02	+ 0,12
XI	+ 0,01	— 0,02	— 0,01	— 0,12	+ 0,03	+ 0,08
X	— 0,07	± 0,00	+ 0,06	— 0,09	— 0,11	+ 0,19
IX	+ 0,14	— 0,06	— 0,10	— 0,12	+ 0,02	+ 0,09
VIII	+ 0,05	— 0,01	— 0,05	— 0,03	— 0,12	+ 0,15
VII	— 0,05	+ 0,04	— 0,01	+ 0,03	— 0,07	+ 0,04
VI	+ 0,03	+ 0,05	— 0,08	+ 0,14	— 0,12	— 0,03
V	+ 0,05	— 0,04	— 0,02	+ 0,08	— 0,07	— 0,01
IV	+ 0,02	+ 0,03	— 0,05	+ 0,13	— 0,02	— 0,10
III	— 0,02	— 0,02	+ 0,04	± 0,00	+ 0,01	— 0,01
II	+ 0,08	— 0,03	— 0,06	— 0,04	— 0,03	+ 0,05

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die Mittelwerthe der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 65.

Station	Aneroid-Paar 3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	6. September.			7. September.		
II	−0,02	−0,08	+0,11	+0,02	+0,03	−0,06
III	−0,05	−0,18	+0,23	−0,03	−0,02	+0,03
IV	−0,04	−0,21	+0,24	−0,04	−0,07	+0,10
V	−0,08	−0,16	+0,22	−0,06	+0,07	+0,01
VI	−0,09	−0,07	+0,16	−0,11	+0,09	+0,01
VII	−0,03	−0,10	+0,13	−0,08	+0,04	+0,04
VIII	−0,05	−0,11	+0,16	+0,07	−0,08	−0,01
IX	−0,09	−0,19	+0,27	−0,06	−0,04	+0,10
X	+0,08	−0,19	+0,10	+0,03	+0,01	−0,05
XI	±0,00	−0,09	+0,08	+0,01	−0,01	−0,01
XI	+0,10	+0,02	−0,12	±0,00	+0,02	−0,03
X	+0,11	−0,01	−0,12	+0,11	+0,04	−0,15
IX	+0,10	+0,04	−0,13	+0,12	+0,02	−0,13
VIII	+0,07	+0,04	−0,11	+0,06	+0,11	−0,17
VII	+0,09	+0,02	−0,12	+0,13	+0,05	−0,17
VI	+0,05	+0,03	−0,08	+0,04	+0,04	−0,08
V	+0,04	−0,03	−0,02	+0,06	+0,10	−0,15
IV	+0,01	−0,01	±0,00	+0,03	+0,06	−0,08
III	+0,01	+0,06	−0,07	−0,04	+0,16	−0,12
II	+0,05	+0,06	−0,09	−0,07	+0,11	−0,04
	8. September.			9. September.		
II	−0,03	+0,06	−0,04	−0,02	−0,03	+0,03
III	+0,09	+0,04	−0,13	+0,01	−0,03	+0,02
IV	−0,02	+0,10	−0,09	−0,04	+0,05	−0,02
V	−0,04	+0,11	−0,09	−0,06	−0,05	+0,09
VI	−0,01	+0,02	−0,02	−0,09	+0,05	+0,03
VII	−0,06	+0,01	+0,05	−0,07	+0,04	+0,01
VIII	−0,06	+0,03	+0,03	−0,11	+0,14	−0,03
IX	−0,01	+0,12	−0,11	−0,13	+0,15	−0,03
X	−0,09	+0,06	+0,03	−0,12	+0,08	+0,02
XI	+0,13	−0,03	−0,10	−0,14	+0,02	+0,13
XI	+0,02	−0,01	+0,01	−0,12	+0,04	+0,08
X	−0,07	+0,01	+0,06	−0,09	−0,11	+0,20
IX	+0,14	−0,06	−0,10	−0,12	+0,02	+0,09
VIII	+0,04	−0,01	−0,05	−0,04	−0,12	+0,15
VII	−0,05	+0,04	−0,01	+0,03	−0,07	+0,04
VI	+0,02	+0,05	−0,08	+0,14	−0,11	−0,02
V	+0,05	−0,03	−0,01	+0,08	−0,07	−0,01
IV	+0,01	+0,03	−0,05	+0,12	−0,01	−0,10
III	−0,03	−0,03	+0,04	+0,01	±0,00	±0,00
II	+0,08	−0,03	−0,06	−0,04	−0,02	+0,05

Die zunächst sich anreihenden Tafeln 66 mit 69 enthalten die Scalenabweichungen der drei Aneroïdpaare in Bezug auf die berechneten Barometerstände. Wie dieselben ermittelt wurden, soll nachstehendes Beispiel zeigen.

In Tafel 62 finden sich und zwar unter 30. August Station II Depression für die drei Aneroïdpaare die Scalenabweichungen

$$+0{,}03 \quad -0{,}03 \quad +0{,}01$$

vorgetragen mit Bezug auf den Mittelwerth der mit Scalencorrectionen versehenen Barometerstände. Nun beträgt aber die Abweichung des Mittelwerthes von dem einschlägigen, berechneten Barometerstand nach Tafel 54 $+0{,}13$; folglich gehen obige Scalenabweichungen über in

$$+0{,}16 \quad +0{,}10 \quad +0{,}14.$$

Die so ermittelten Scalenabweichungen lassen sich dann leicht mit Benützung der vom Verfasser veröffentlichten Hilfstafeln für barometrische Höhenmessungen in Höhenfehler umsetzen — und sind die diesbezüglichen Resultate in den Tafeln 70 mit 73 zusammengestellt.

Wie schon früher erwähnt, müssen diese Resultate darüber Aufschluss geben können, ob und in wie weit durch die Berücksichtigung der Bodenstrahlung nennenswerthe Verbesserungen zu Tage gefördert wurden.

Man erfährt dieses bald, wenn man für jede Tafel und für jedes der drei Aneroïdpaare ohne Rücksichtnahme auf das Vorzeichen und die Station alle Höhenfehler zur Summe vereinigt und diese Fehlersummen durch die Zahl der Bestimmungen dividirt. Die hieraus sich ergebenden mittleren Fehler müssen unter der Voraussetzung, dass die Bodenstrahlung, so wie sie hier in Rechnung genommen wurde, ihre Berechtigung hat und die Luftzustände während der Dauer der Messungen nicht zu abnorme waren, für die Tafeln mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung jedenfalls kleiner ausfallen als für die Tafeln ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.

Die Rechnung hat nun Folgendes ergeben:

Brannenburg-Reindleralpe.

Mittlerer Fehler einer einzelnen Bestimmung

ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung	± 2,9	± 2,7	± 3,2
mit „ „ „	± 2,9	± 3,0	± 3,3

berechnet aus je 78 Bestimmungen

Bichel-Benedictenwand.

Mittlerer Fehler einer einzelnen Bestimmung

ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung	± 2,6	± 2,9	± 3,5
mit „ „ „	± 1,7	± 2,0	± 2,6

berechnet aus je 80 Bestimmungen.

Um aus diesen Fehlerresultaten einen einigermassen berechtigten Schluss folgern zu können, muss darauf aufmerksam gemacht werden, dass die Witterungsverhältnisse, unter denen die Messungen an der Brannenburger Schleife vorgenommen wurden, der Berücksichtigung der Bodenstrahlung nicht so günstig waren als bei der Schleife Bichel-Benedictenwand. Während nämlich der 30. August, dann der 6. mit 9. September als hell und sonnig zu verzeichnen sind, konnte am 31. August Nachmittags und am 1. September Vormittags des starken Gewölkes wegen die Sonne nicht recht zum Durchbruch kommen. Hierzu kommt noch, dass am 31. August Nachmittags wenn auch nicht in unmittelbarer Nähe, so doch in einer Entfernung von einigen Stunden ein ziemlich heftiges Gewitter niederging. Unterzieht man die Tafeln 70 und 71 einer näheren Betrachtung, so findet man, dass gerade an den letztgenannten Tagen durch die Berücksichtigung der Bodenstrahlung die Resultate der einzelnen Bestimmungen nicht nur nicht verbessert, sondern wesentlich verschlechtert wurden. Es hat daher die Behauptung sehr grosse Wahrscheinlichkeit für sich, dass die Bodenstrahlung nur an hellen, sonnigen Tagen in Rechnung genommen werden darf. Da man aber über solche Tage nicht immer zu verfügen hat und der Einzelnbestimmung eines bedeutenden barometrischen Höhenunterschiedes immerhin nur ein untergeordneter Werth beizulegen ist, so wird man für den Fall, dass genauere Resultate angestrebt werden sollen, die Beobachtungen so einrichten, dass zur Berechnung eines jeden Punktes wenigstens 2 Messungen vorliegen Vertheilen sich die darauf bezüglichen Beobachtungszeiten derart auf die verschiedenen Tagesstunden, dass sich dieselben auf entgegengesetzten Seiten der Temperaturcorrectionscurve punktiren, dann wird man unbeschadet der Genauigkeit die Bodenstrahlung vernachlässigen dürfen. Die Tafeln 74 und 75, in welchen die Tagesmittelwerthe der absoluten Höhenfehler mit und ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung zusammengestellt sind, werden diese letztere Behauptung rechtfertigen; die in Tafel 78 den Stationen II mit VII gegenüberstehenden Höhenfehler sind aus 4, alle übrigen Höhenfehler der beiden Tafeln aus 2 Bestimmungen hervorgegangen. Ausserdem ist in Bezug auf diese Tafeln noch zu bemerken, dass denselben auch die Gesammtmittelwerthe der absoluten Höhenfehler angefügt sind, die in so fern einiges Interesse beanspruchen, als sich dieselben bei richtiger Durchführung der Höhenberechnung der Wahrheit sehr nähern müssen.

Um über die Genauigkeit der aus beiden Aneroïdschleifen abgeleiteten Scalencorrectionscurven bestimmtere Anhaltspunkte zu gewinnen, sollen jetzt die aus Brannenburg-Reindleralpe hervorgegangenen Curven auf Bichel-Benedictenwand und umgekehrt angewendet werden.

Im ersteren Falle wird man die einschlägigen Curven, ohne dass man dabei ihre durch die Beobachtungen fixirten Endpunkte zu überschreiten hat, direct zur Berechnung der Stationen II mit VIII der Schleife Bichel-Benedictenwand benützen können; im zweiten Falle lassen sich die Stationen IV mit VIII der Schleife Brannenburg-Reindleralpe ableiten, wenn man das zur Ergänzung nöthige und gegen die Abgleichungswerthe gekehrte Curvenstück den Brannenburger Curven entnimmt und unter Beibehaltung seiner Richtung mit dem Anfangspunkte der Bicheler Curven = 706,46 in Verbindung bringt. Beobachtet man dann bei Anbringung der Scalencorrectionen an die mit Standcorrectionen versehenen Barometerstände und bei der sich anschliessenden Höhenberechnung das seither eingehaltene Verfahren, so ergeben sich für die Einzelnbestimmungen die in den Tafeln 76 mit 79 zusammengestellten absoluten Höhenfehler.

Was vorhin in Betreff der Bodenstrahlung gesagt wurde, das findet man, wie nachstehende Zusammenstellung der mittleren Fehler zeigt, auch hier bestätigt.

Brannenburg-Reindleralpe.

	Mittlerer Fehler einer einzelnen Bestimmung		
ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung	± 4,3	± 3,4	± 3,9
„ „ „ „	± 4,7	± 3,9	± 4,3

berechnet aus je 54 Bestimmungen.

Bichel-Benedictenwand.

	Mittlerer Fehler einer einzelnen Bestimmung		
ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung	± 3,1	± 2,6	± 3,5
mit „ „ „	± 2,2	± 1,6	± 2,3

berechnet aus je 56 Bestimmungen.

Die Abweichungen, die zwischen diesen und den unmittelbar vorher verzeichneten mittleren Fehlern bestehen, erklären sich dadurch, dass hier einerseits die Divergenzen der Scalencorrectionscurven zum Ausdruck kommen und andererseits nicht alle Reisestationen berücksichtigt werden konnten.

Aus den Gesammtmittelwerthen der absoluten Höhenfehler, die neben den Tagesmittelwerthen in den Tafeln 80 und 81 enthalten

sind, entziffern sich weiterhin, wenn man die drei Aneroïdpaare zum Mittel vereinigt, folgende Höhenfehler:

Brannenburg-Reindleralpe.

Stationen:	IV	V	VI	VII	VIII
Höhenunterschiede:	352,8	453,5	683,1	779,2	952,0
Höhenfehler: Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung	— 0,3	— 0,2	— 1,2	— 2,0	— 2,1
Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung	— 0,5	— 0,5	— 0,9	— 1,4	— 0,6.

Bichel-Benedictenwand.

Stationen:	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Höhenunterschiede:	35,4	146,5	273,7	399,1	354,8	566,6	755,2
Höhenfehler: Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung	+ 0,1	+ 0,1	+ 0,1	+ 1,1	+ 1,4	+ 1,8	+ 2,0
Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung	+ 0,1	+ 0,2	+ 0,5	+ 1,3	+ 1,3	+ 1,1	+ 0,7.

Sieht man diese Fehlerbeträge als Wirkung des unvollkommenen Eintreffens der bei Aufstellung der Barometerformel zu Grunde gelegten Voraussetzungen an, welche nämlich erfordern, dass die Vergleichsstationen in einer normalem Luftdrucke ausgesetzten Verticallinie liegen und die Barometer- und Thermometerbeobachtungen gleichzeitig geschehen: so darf man nur die positiven und negativen Abweichungen der einzelnen Aneroïdpaare, wie sie sich vorstehenden Fehlerbeträgen gegenüberstellen, in Rechnung nehmen, um hieraus die auf die Divergenzen der Scalencorrectionscurven bezügliche Leistungsfähigkeit der drei Aneroïdpaare kennen zu lernen. Auf bezeichnetem Wege gelangt man zu folgenden mittleren Fehlern:

Brannenburg-Reindleralpe.

Stationen:	IV	V	VI	VII	VIII
Höhenunterschiede:	352,8	453,5	683,1	779,2	952,0
Mittlere Fehler: Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung	± 0,6	± 1,1	± 1,4	± 1,6	± 2,0
Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung	± 0,7	± 1,1	± 1,4	± 1,7	± 2,0.

Biehel-Benedietenwand.

Stationen:						
II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Höhenunterschiede:						
35,4	146,5	273,7	399,1	354,8	566,6	755,2
Mittlere Fehler:						
Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung						
± 0,5	± 0,7	± 0,8	± 1,3	± 1,4	± 1,7	± 2,0
Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung						
± 0,6	± 0,7	± 0,9	± 1,2	± 1,4	± 1,6	± 2,0.

Aus dieser Fehlerzusammenstellung geht ganz deutlich hervor, dass

1. die Berücksichtigung und Vernachlässigung der Bodenstrahlung in Bezug auf die instrumentale Leistungsfähigkeit keine Aenderungen im Gefolge bat und dass
2. die instrumentale Leistungsfähigkeit der Aneroïdpaare selbst mit der Höbenzunahme abnimmt.

Es wird also ganz von dem Grade der Genauigkeit, der beansprucht werden soll, abhängen, ob man sieh mit einem Aneroïdpaar begnügen darf oder ob man zu 2 oder 3 Aneroïdpaaren greifen muss. Für den Fall, dass man mit 3 Aneroïdpaaren arbeitet, wird man die Aneroïdkästen so construiren lassen, dass je 3 Instrumente in einen Kasten zu liegen kommen. Die 6 Instrumente kann dann der Messgehilfe ohne besondere Besehwerden transportiren. Ferner wird der Beobaebter bei einiger Uebung diese Instrumente innerhalb 3 Minuten abzulesen und die einsehlägigen Ablesungen in das Beobaebtungsjournal einzutragen im Stande sein. Ausserdem lassen sieh, wenn sämmtliche Correetionswertbe für die einzelnen Instrumente ermittelt sind, je 3 Aneroïde zu einem einzigen vereinigen, so dass auch für die Höhenberechnung kein wesentlicher Mehraufwand an Zeit erfordert wird. Sollten während der Messungsoperationen das eine oder das andere Instrument seine Constanten in einer die Resultate schädigenden Weise ändern, so wird man dasselbe entfernen und durch ein neues ersetzen, von dem wenigstens die Temperaturcorrectionen festgestellt sein sollen; die diesbezüglichen Scalencorrectionen ergeben sich dann bald aus dem Vergleiche mit den Resultaten der übrigen Reise-Aneroïde. Bei guten Instrumenten, sorgfältiger Verpaekung und vorsiebtigem Transporte derselben wird letzterer Fall nur selten eintreten. Ob nicht sämmtliche Reise-Aneroïde — was freilieb das Schlimmste wäre — während der Mes-

sungen ihre Temperatur- und Scalencorrectionen in einem und demselben Sinne geändert haben, davon kann man sich leicht überzeugen, wenn man das Programm für die barometrischen Höhenmessungen derart entwirft, dass die Schleife, von welcher die Scalencorrectionen abgenommen wurden, am Schlusse der Vermessung nochmals begangen werden kann. Gelegentlich der barometrischen Detailcotirung der Rheinpfalz, welche sich auf die Jahre 1878 und 1879 vertheilt, hat der Verfasser nach eben besprochener Richtung hin Erfahrungen gesammelt, welche beweisen, dass man solchen Befürchtungen keinen besonderen Raum geben darf.

So wurden vor Beginn der Detailcotirung 1879 und zwar in den ersten Tagen des Monats Mai die ein Jahr vorher ermittelten Scalencorrectionen der in beiden Jahren verwendeten Reise-Aneroïde Nr. 3 mit 8 an derselben Schleife „Neustadt-Calmit", welche in 6 Vergleichsstationen abgetheilt war, wie folgt, geprüft.

Jeder der drei Reisebeobachter hatte sämmtliche Reise-Aneroïde zuerst auf den Stationen I, II, I, dann I, II, III, II, I. u. s. f. abzulesen. Diese Ablesungen geschahen gleichzeitig mit den auf der Station I zurückgelassenen Stations-Aneroïden Nr. 50655 und 50665, an welch letztere Beobachtungen sich noch die Bestimmungen der Temperaturen der freien Luft an dem eingangs der Abhandlung erwähnten Thermometer anschlossen. Auf der Station I wurden die Ablesungen „zweimal" wiederholt, auf allen übrigen Stationen „einmal". Nachdem die abgelesenen Barometerstände auf 0° C. reducirt waren, konnten, da eben so wenig wie im Vorjahre sich nennenswerthe elastische Nachwirkungen geltend gemacht hatten, behufs Anbringung der Standcorrectionen die Mittelwerthe aus den Anfangs- und Schlussabgleichungen in Rechnung genommen werden. Die vollständige Reduction der Barometerstände wurde, wie bereits gesagt, mit Hilfe der ein Jahr vorher ermittelten Scalencorrectionen durchgeführt.

Die Höhenberechnung, die in einer den vorstehenden analogen Weise — jedoch ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung — bethätigt wurde, weist folgendes Ergebniss auf:

Absolute Höhenfehler der Aneroïdpaare

3.4	5.6	7.8
Station II = 75,5 (nivellirter Höhenunterschied).		
— 1,0	— 1,5	— 1,2
— 0,9	— 1,0	— 0.5
— 1,2	— 1,6	— 0,4

Station II = 75,5.

	— 1,9	— 2,4	— 0,9
	— 0,3	— 1,8	+ 0,1
	— 1,3	— 0,7	+ 0,2
	+ 0,3	+ 1,8	+ 1,3
	— 0,8	— 1,8	— 0,9
	— 1,0	— 0,8	+ 0,2
	— 1,3	— 2,2	— 1,0
	— 0,7	— 0,7	— 0,2
	— 1,1	— 1,4	— 0,9
	— 1,2	— 0,4	+ 0,8
	— 1,2	— 1,2	— 1,2
	+ 0,2	+ 0,8	+ 0,1
	— 1,2	— 2,3	— 3,0
	— 1,5	— 0,8	— 1,0
	— 2,2	— 1,2	— 3,0
	+ 0,1	+ 0,2	+ 0,7
	— 2,4	— 1,2	— 2,3
	+ 0,9	+ 1,0	+ 0,8
	— 2,4	— 1,6	— 2,5
	— 0,1	+ 1,3	+ 0,4
	— 0,5	— 1,1	— 1,0
	— 0,9	— 0,8	+ 1,0
	— 1,5	— 1,3	— 1,0
	+ 0,3	— 1,3	— 0,3
Mittel:	— 1,0	— 1,1	— 0,8

Station III = 174,9.

	± 0,0	— 1,2	— 0,3
	— 0,2	+ 1,1	+ 0,3
	— 0,2	— 0,8	+ 0,7
	— 1,2	— 1,8	— 1,0
	+ 0,9	— 0,2	+ 0,9
	+ 0,2	— 1,3	— 0,2
	± 0,0	— 0,5	+ 0,9
	— 1,5	— 2,3	— 1,5
	+ 0,3	+ 0,3	+ 1,1
	— 0,3	— 2,0	— 1,5
	+ 2,7	+ 1,1	+ 3,0
	+ 0,2	+ 1,2	— 1,0
	+ 1,8	+ 1,4	+ 1,1
	— 1,6	— 1,1	— 0,9
	+ 0,5	+ 1,1	+ 1,1
	— 1,5	— 1,8	— 1,6
	+ 1,4	+ 2,2	+ 2,7
	+ 1,2	+ 1,0	+ 1,0
	+ 0,4	— 0,7	+ 1,8
	— 1,5	— 1,8	— 1,1
	— 0,8	— 1,3	— 0,7
Mittel:	± 0,0	— 0,4	+ 0,2

Station IV = 344,7.

	± 0,0	− 0,5	± 0,0
	− 0,1	− 0,4	− 1,0
	− 3,0	− 2,8	− 3,2
	+ 0,5	− 0,1	− 0,4
	+ 1,1	+ 0,7	+ 0,8
	+ 0,9	+ 1,0	− 1,0
	+ 1,2	+ 2,0	+ 1,0
	− 1,0	− 0,4	− 1,2
	− 1,9	+ 0,1	− 0,2
	− 3,6	− 2,8	− 3,3
	+ 1,2	+ 2,0	+ 1,9
	+ 0,3	+ 1,1	− 0,1
	+ 0,7	+ 1,6	+ 1,9
	− 0,8	− 1,0	− 0,4
	− 1,8	− 1,8	− 1,4
Mittel:	− 0,4	− 0,1	− 0,4

Station V = 436,2.

	− 0,5	− 1,5	− 1,0
	+ 3,2	+ 4,4	+ 2,8
	− 2,1	− 1,2	− 1,1
	− 2,3	− 1,5	− 2,3
	+ 0,7	+ 0,5	+ 0,8
	− 1,9	+ 0,1	+ 0,2
	+ 2,2	+ 2,0	+ 3,9
	+ 0,1	+ 0,5	+ 1,1
	− 0,7	− 1,1	− 0,3
Mittel:	− 0,1	+ 0,2	+ 0,5

Station VI = 527,8.

	− 3,1	− 2,0	− 1,8
	− 0,1	+ 0,8	+ 2,2
	− 1,2	− 0,2	+ 0,3
Mittel:	− 1,5	− 0,5	+ 0,2

Ueberblickt man vorstehende Fehlergrössen, so wird man zu der Ueberzeugung gelangen, dass die drei Aneroïdpaare keine Aenderungen in Bezug auf ihre Constanten erfahren haben.

Während der barometrischen Detailcotirung wurden im ersten Jahre 228 und im zweiten Jahre 363 trigonometrisch bestimmte und grösstentheils durch Steine versicherte Punkte mit in Vergleich genommen. Die mittleren Fehler, die aus diesen Bestimmungen hervorgegangen sind, vertheilen sich auf die drei Aneroïdpaare folgendermassen:

1878	Aneroïdpaar	3.4	± 1,3	aus	66	Bestimmungen
	„	5,6	± 1,4	„	88	„
	„	7.8	± 1,5	„	74	„

1879	Aneroïdpaar	3.4	$\pm$ 1,3	aus 119	Bestimmungen
	"	5.6	$\pm$ 1,4	" 127	"
	"	7.8	$\pm$ 1,4	" 117	"

Aus diesen Fehlerzusammenstellungen mag man ersehen, dass die drei Aneroïdpaare in beiden Jahren gleich gut gearbeitet haben.

In demselben Jahre, als die Versuchsmessungen längs der Brannenburger und Bicheler Schleife vorgenommen wurden, war Gelegenheit geboten, die Leistungsfähigkeit der Aneroïdpaare in einem bedeutend weniger coupirten Terrain als das der Rheinpfalz kennen zu lernen. Der diesbezügliche Vermessungsdistrict umfasst den Theil von Schwaben, welcher von den Eisenbahnlinien Augsburg-Ulm-Memmingen-Buchloe-Augsburg eingeschlossen ist. Da dieser Terrainabschnitt noch gar nicht vermessen war, so wurde derselbe unter Benützung der Fixpunkte des bayerischen Präcisionsnivellements vorerst mit einem Nivellementnetz versehen, das sich in durchschnittlichen Distanzen von 14 ^{km} über die ganze Fläche ausbreitete. Längs der nivellirten Schleifen wurden dann Barometerstationen etablirt, von welchen aus das umliegende Terrain bis auf eine Entfernung von 7 bis 8 ^{km} mit den drei Aneroïdpaaren begangen werden musste. Hierbei konnten immer mehrere der einnivellirten Punkte mit in Vergleich genommen werden, so dass am Schlusse der barometrischen Messungen 212 solcher Vergleichsbeobachtungen vorlagen. Die in Rechnung zu nehmenden Scalencorrectionen wurden während des vorausgegangenen Winters durch öfteren Vergleich mit dem Normal-Quecksilberbarometer der königlichen Sternwarte zu Bogenhausen in derartiger Scalenausdehnung ermittelt, dass die einschlägigen Scalencorrectionscurven bei ihrer Anwendung nicht weit über die Endpunkte hinaus verlängert werden mussten. Die Höhenberechnung, die eben so wie in der Rheinpfalz mit den früher erwähnten Hilfstafeln auf dem Vermessungsterritorium bethätigt wurde, weist nun gegenüber vorbezeichneten 212 Vergleichsbeobachtungen folgende mittlere Fehler auf:

Aneroïdpaar	3.4	$\pm$ 0,6	aus 75	Bestimmungen
"	5.6	$\pm$ 0,7	" 72	"
"	7.8	$\pm$ 0,8	" 65	"

Wirft man schliesslich einen Rückblick auf alle in der Abhandlung verzeichneten Fehlerresultate, so wird man anerkennen müssen, dass gute Aneroïdbarometer bei all den Detailcotirungen, wo es sich um keine zu grosse Genauigkeit der Resultate handelt, mit Vortheil in Verwendung genommen werden können.

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die berechneten Barometerstände.
(Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 66.

Station	Aneroid-Paar					
	3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	30. August Vormittag.			30. August Nachmittag.		
II	+ 0,16	+ 0,10	+ 0,14	+ 0,02	− 0,04	+ 0,04
III	+ 0,12	+ 0,10	+ 0,15	+ 0,01	− 0,01	+ 0,07
IV	+ 0,27	+ 0,08	+ 0,35	− 0,09	− 0,07	− 0,13
V	+ 0,29	+ 0,14	+ 0,34	− 0,19	− 0,17	− 0,13
VI	+ 0,30	+ 0,33	+ 0,37	− 0,32	+ 0,03	− 0,26
VII	+ 0,24	+ 0,28	+ 0,21	− 0,36	+ 0,01	− 0,34
VIII	+ 0,35	+ 0,14	+ 0,20	− 0,52	− 0,13	− 0,32
VII	+ 0,01	− 0,20	− 0,05	+ 0,13	− 0,10	− 0,13
VI	− 0,36	− 0,46	− 0,52	+ 0,12	− 0,08	− 0,06
V	− 0,45	− 0,41	− 0,55	+ 0,13	+ 0,09	− 0,03
IV	− 0,45	− 0,49	− 0,53	+ 0,07	+ 0,08	− 0,07
III	− 0,30	− 0,09	− 0,21	+ 0,02	+ 0,14	− 0,11
II	− 0,13	+ 0,01	− 0,01	+ 0,04	+ 0,07	− 0,09
	31. August Vormittag.			31. August Nachmittag.		
II	+ 0,04	+ 0,05	+ 0,15	+ 0,15	+ 0,08	+ 0,16
III	+ 0,20	+ 0,03	+ 0,22	− 0,06	+ 0,05	+ 0,30
IV	+ 0,43	+ 0,48	+ 0,49	+ 0,31	+ 0,33	+ 0,63
V	+ 0,36	+ 0,09	+ 0,32	+ 0,48	+ 0,50	+ 0,78
VI	+ 0,44	+ 0,28	+ 0,40	+ 0,33	+ 0,55	+ 0,74
VII	+ 0,60	+ 0,53	+ 0,49	+ 0,30	+ 0,53	+ 0,68
VIII	+ 0,66	+ 0,06	+ 0,18	+ 0,52	+ 0,65	+ 0,70
VII	+ 0,42	+ 0,19	+ 0,33	+ 0,23	+ 0,34	+ 0,23
VI	+ 0,30	+ 0,19	+ 0,26	+ 0,31	+ 0,46	+ 0,38
V	+ 0,04	+ 0,21	+ 0,10	+ 0,15	+ 0,34	+ 0,13
IV	− 0,09	+ 0,24	+ 0,16	− 0,02	+ 0,16	+ 0,03
III	+ 0,10	+ 0,06	+ 0,07	− 0,02	+ 0,07	+ 0,16
II	+ 0,05	+ 0,06	− 0,13	− 0,18	− 0,14	− 0,03
	1. September Vormittag.			1. September Nachmittag.		
II	+ 0,05	+ 0,07	− 0,01	+ 0,08	+ 0,05	+ 0,08
III	+ 0,16	+ 0,12	+ 0,03	− 0,03	+ 0,04	− 0,04
IV	+ 0,14	+ 0,10	+ 0,07	− 0,06	− 0,26	− 0,11
V	+ 0,15	+ 0,18	+ 0,02	− 0,30	− 0,36	− 0,26
VI	− 0,12	+ 0,02	− 0,24	− 0,22	− 0,23	− 0,20
VII	− 0,46	− 0,21	− 0,39	− 0,32	− 0,25	− 0,27
VIII	− 0,86	− 0,42	− 0,49	− 0,12	− 0,26	− 0,24
VII	− 0,87	− 0,78	− 0,58	+ 0,11	− 0,37	− 0,21
VI	− 0,67	− 0,67	− 0,54	− 0,12	− 0,42	− 0,32
V	− 0,30	− 0,34	− 0,30	− 0,26	− 0,28	− 0,36
IV	− 0,41	− 0,47	− 0,61	− 0,08	− 0,12	− 0,27
III	− 0,08	− 0,29	− 0,37	− 0,18	− 0,15	− 0,18
II	− 0,13	− 0,16	− 0,17	− 0,18	− 0,15	− 0,23

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die berechneten Barometerstände.
(Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 67.

Station	Aneroïd-Paar 3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	30. August Vormittag.			30. August Nachmittag.		
II	+ 0,06	± 0,00	+ 0,03	+ 0,10	+ 0,05	+ 0,13
III	− 0,02	− 0,03	− 0,01	+ 0,12	+ 0,10	+ 0,18
IV	− 0,01	− 0,20	+ 0,06	+ 0,14	+ 0,17	+ 0,09
V	+ 0,04	− 0,11	+ 0,08	+ 0,04	+ 0,07	+ 0,11
VI	+ 0,06	+ 0,09	+ 0,13	− 0,08	+ 0,27	− 0,02
VII	+ 0,04	+ 0,08	+ 0,01	− 0,16	+ 0,22	− 0,13
VIII	+ 0,24	+ 0,03	+ 0,08	− 0,42	− 0,03	− 0,22
VII	+ 0,04	− 0,17	− 0,03	+ 0,08	− 0,15	− 0,18
VI	− 0,27	− 0,37	− 0,43	− 0,02	− 0,22	− 0,20
V	− 0,33	− 0,28	− 0,42	− 0,01	− 0,06	− 0,18
IV	− 0,28	− 0,32	− 0,37	− 0,05	− 0,04	− 0,21
III	− 0,20	+ 0,01	− 0,11	− 0,07	+ 0,05	− 0,22
II	− 0,07	+ 0,07	+ 0,04	− 0,01	+ 0,01	− 0,15
	31. August Vormittag.			31. August Nachmittag.		
II	− 0,08	− 0,08	+ 0,02	+ 0,23	+ 0,15	+ 0,23
III	+ 0,02	− 0,16	+ 0,04	+ 0,06	+ 0,17	+ 0,43
IV	+ 0,12	+ 0,17	+ 0,18	+ 0,56	+ 0,58	+ 0,88
V	+ 0,02	− 0,25	− 0,01	+ 0,74	+ 0,76	+ 1,05
VI	+ 0,06	− 0,10	+ 0,02	+ 0,67	+ 0,89	+ 1,08
VII	+ 0,27	+ 0,20	+ 0,17	+ 0,62	+ 0,85	+ 1,00
VIII	+ 0,35	− 0,25	− 0,12	+ 0,81	+ 0,95	+ 1,00
VII	+ 0,35	+ 0,12	+ 0,26	+ 0,41	+ 0,51	+ 0,41
VI	+ 0,33	+ 0,22	+ 0,29	+ 0,43	+ 0,57	+ 0,51
V	+ 0,12	+ 0,29	+ 0,18	+ 0,17	+ 0,35	+ 0,15
IV	+ 0,02	+ 0,35	+ 0,27	− 0,02	+ 0,15	+ 0,02
III	+ 0,17	+ 0,13	+ 0,14	− 0,07	+ 0,01	+ 0,11
II	+ 0,09	+ 0,10	− 0,09	− 0,19	− 0,16	− 0,05
	1. September Vormittag.			1. September Nachmittag.		
II	− 0,06	− 0,04	− 0,12	+ 0,12	+ 0,08	+ 0,12
III	− 0,07	− 0,11	− 0,20	+ 0,09	+ 0,16	+ 0,09
IV	− 0,24	− 0,26	− 0,31	+ 0,16	− 0,06	+ 0,11
V	− 0,31	− 0,27	− 0,44	− 0,06	− 0,13	− 0,01
VI	− 0,70	− 0,55	− 0,82	+ 0,12	+ 0,11	+ 0,15
VII	− 1,01	− 0,75	− 0,93	+ 0,07	+ 0,14	+ 0,13
VIII	− 1,35	− 0,91	− 0,94	+ 0,34	+ 0,20	+ 0,23
VII	− 1,14	− 1,05	− 0,85	+ 0,50	+ 0,02	+ 0,18
IV	− 0,85	− 0,85	− 0,72	+ 0,18	− 0,12	− 0,03
V	− 0,32	− 0,36	− 0,33	− 0,04	− 0,06	− 0,14
VI	− 0,38	− 0,44	− 0,58	+ 0,11	+ 0,07	− 0,09
III	− 0,04	− 0,26	− 0,33	− 0,09	− 0,05	− 0,09
II	− 0,09	− 0,12	− 0,14	− 0,13	− 0,09	− 0,18

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die berechneten Barometerstände.
(Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 68.

Station	Aneroid Paar					
	3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	6. September.			7. September.		
II	— 0,06	— 0,13	+ 0,06	+ 0,01	+ 0,02	— 0,07
III	+ 0,19	+ 0,04	+ 0,46	+ 0,15	+ 0,16	+ 0,21
IV	+ 0,39	+ 0,20	+ 0,69	+ 0,18	+ 0,15	+ 0,32
V	+ 0,57	+ 0,48	+ 0,86	+ 0,32	+ 0,45	+ 0,38
VI	+ 0,29	+ 0,31	+ 0,53	+ 0,26	+ 0,46	+ 0,37
VII	+ 0,46	+ 0,37	+ 0,60	+ 0,31	+ 0,43	+ 0,43
VIII	+ 0,41	+ 0,32	+ 0,60	+ 0,14	— 0,01	+ 0,07
IX	+ 0,35	+ 0,23	+ 0,70	— 0,19	— 0,17	— 0,03
X	+ 0,25	— 0,03	+ 0,25	— 0,34	— 0,36	— 0,42
XI	+ 0,09	— 0,02	+ 0,15	— 0,19	— 0,21	— 0,22
XI	— 0,42	— 0,52	— 0,66	— 0,12	— 0,10	— 0,15
X	— 0,19	— 0,31	— 0,43	± 0,00	— 0,07	— 0,26
IX	— 0,37	— 0,42	— 0,60	— 0,18	— 0,29	— 0,43
VIII	— 0,47	— 0,52	— 0,66	— 0,21	— 0,17	— 0,44
VII	— 0,39	— 0,47	— 0,60	— 0,23	— 0,31	— 0,53
VI	— 0,33	— 0,35	— 0,45	— 0,30	— 0,29	— 0,41
V	— 0,18	— 0,25	— 0,25	— 0,24	— 0,20	— 0,45
IV	— 0,27	— 0,29	— 0,29	— 0,21	— 0,18	— 0,32
III	— 0,24	— 0,19	— 0,32	— 0,18	+ 0,02	— 0,25
II	— 0,10	— 0,09	— 0,24	— 0,14	+ 0,04	— 0,11
	8. September.			9. September.		
II	+ 0,10	+ 0,18	+ 0,09	+ 0,19	+ 0,18	+ 0,24
III	+ 0,34	+ 0,30	+ 0,13	— 0,07	— 0,11	— 0,06
IV	+ 0,26	+ 0,39	+ 0,20	+ 0,01	+ 0,10	+ 0,04
V	+ 0,08	+ 0,22	+ 0,01	— 0,15	— 0,15	— 0,01
VI	+ 0,22	+ 0,22	+ 0,18	— 0,18	— 0,04	— 0,05
VII	+ 0,17	+ 0,24	+ 0,28	— 0,25	— 0,14	— 0,18
VIII	+ 0,37	+ 0,47	+ 0,47	+ 0,18	+ 0,42	+ 0,26
IX	+ 0,48	+ 0,60	+ 0,38	+ 0,24	+ 0,52	+ 0,34
X	+ 0,28	+ 0,43	+ 0,39	+ 0,20	+ 0,40	+ 0,34
XI	+ 0,14	— 0,02	— 0,09	+ 0,43	+ 0,59	+ 0,69
XI	— 0,02	— 0,05	— 0,04	+ 0,14	+ 0,29	+ 0,34
X	+ 0,09	+ 0,16	+ 0,22	— 0,07	— 0,09	+ 0,21
IX	+ 0,09	— 0,11	— 0,15	— 0,47	— 0,33	— 0,26
VIII	— 0,18	— 0,24	— 0,28	— 0,16	— 0,25	+ 0,02
VII	— 0,10	— 0,01	— 0,06	+ 0,06	— 0,04	+ 0,07
VI	— 0,08	— 0,06	— 0,19	— 0,03	— 0,29	— 0,20
V	— 0,19	— 0,28	— 0,26	— 0,15	— 0,30	— 0,24
IV	— 0,13	— 0,12	— 0,20	— 0,06	— 0,21	— 0,29
III	— 0,11	— 0,11	— 0,05	— 0,06	— 0,05	— 0,07
II	+ 0,12	+ 0,01	— 0,02	— 0,13	— 0,12	— 0,04

Die Scalenabweichungen in Bezug auf die berechneten Barometerstände. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 69.

Station	Aneroïd-Paar					
	3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	6. September			7. September.		
II	— 0,10	— 0,16	+ 0,03	— 0,02	— 0,01	— 0,10
III	+ 0,06	— 0,07	+ 0,34	+ 0,02	+ 0,03	+ 0,08
IV	+ 0,18	+ 0,01	+ 0,46	— 0,02	— 0,05	+ 0,12
V	+ 0,30	+ 0,22	+ 0,60	+ 0,08	+ 0,21	+ 0,15
VI	+ 0,13	+ 0,15	+ 0,38	+ 0,05	+ 0,25	+ 0,17
VII	+ 0,24	+ 0,17	+ 0,40	+ 0,02	+ 0,14	+ 0,14
VIII	+ 0,16	+ 0,10	+ 0,37	— 0,16	— 0,31	— 0,24
IX	+ 0,12	+ 0,02	+ 0,48	— 0,47	— 0,45	— 0,31
X	+ 0,09	— 0,18	+ 0,11	— 0,56	— 0,58	— 0,64
XI	— 0,03	— 0,12	+ 0,05	— 0,36	— 0,38	— 0,38
XI	— 0,23	— 0,31	— 0,45	— 0,11	— 0,09	— 0,14
X	+ 0,03	— 0,09	— 0,20	+ 0,07	± 0,00	— 0,19
IX	— 0,13	— 0,19	— 0,36	— 0,05	— 0,15	— 0,30
VIII	— 0,26	— 0,29	— 0,44	— 0,03	+ 0,02	— 0,26
VII	— 0,18	— 0,25	— 0,39	— 0,04	— 0,12	— 0,34
VI	— 0,18	— 0,20	— 0,31	— 0,13	— 0,13	— 0,25
V	— 0,03	— 0,10	— 0,09	— 0,03	+ 0,01	— 0,24
IV	— 0,14	— 0,16	— 0,15	— 0,06	— 0,03	— 0,17
III	— 0,16	— 0,11	— 0,24	— 0,08	+ 0,12	— 0,16
II	— 0,09	— 0,08	— 0,23	— 0,12	+ 0,06	— 0,09
	8. September.			9. September.		
II	+ 0,08	+ 0,17	+ 0,07	+ 0,18	+ 0,17	+ 0,23
III	+ 0,23	+ 0,18	+ 0,01	— 0,08	— 0,12	— 0,07
IV	+ 0,05	+ 0,17	— 0,02	— 0,01	+ 0,08	+ 0,01
V	— 0,17	— 0,02	— 0,22	— 0,17	— 0,16	— 0,02
VI	+ 0,04	+ 0,07	+ 0,03	— 0,17	— 0,03	— 0,05
VII	— 0,08	— 0,01	+ 0,03	— 0,23	— 0,12	— 0,15
VIII	+ 0,10	+ 0,19	+ 0,19	+ 0,21	+ 0,46	+ 0,29
IX	+ 0,24	+ 0,37	+ 0,14	+ 0,33	+ 0,61	+ 0,43
X	+ 0,06	+ 0,21	+ 0,18	+ 0,31	+ 0,51	+ 0,45
XI	— 0,03	— 0,19	— 0,26	+ 0,57	+ 0,73	+ 0,84
XI	— 0,15	— 0,18	— 0,16	+ 0,32	+ 0,48	+ 0,52
X	+ 0,04	+ 0,12	+ 0,17	+ 0,14	+ 0,12	+ 0,43
IX	+ 0,17	— 0,03	— 0,07	— 0,24	+ 0,10	— 0,03
VIII	— 0,07	— 0,12	— 0,16	+ 0,08	± 0,00	+ 0,27
VII	+ 0,04	+ 0,13	+ 0,08	+ 0,27	+ 0,17	+ 0,28
VI	+ 0,05	+ 0,08	— 0,05	+ 0,12	— 0,13	— 0,04
V	± 0,00	— 0,08	— 0,06	+ 0,01	— 0,14	— 0,08
IV	+ 0,02	+ 0,04	— 0,04	+ 0,05	— 0,08	— 0,17
III	± 0,00	± 0,00	+ 0,07	+ 0,02	+ 0,01	+ 0,01
II	+ 0,13	+ 0,02	— 0,01	— 0,12	— 0,10	— 0,03

Die absoluten Höhenfehler der Reise-Aneroïde. (Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 70.

Station	Aneroïd-Paar					
	3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	30. August Vormittag.			30. August Nachmittag.		
II	− 1,9	− 1,2	− 1,7	− 0,2	+ 0,4	− 0,4
III	− 1,4	− 1,2	− 1,8	− 0,1	+ 0,1	− 0,9
IV	− 3,3	− 1,0	− 4,3	+ 1,1	+ 0,9	+ 1,6
V	− 3,5	− 1,7	− 4,2	+ 2,4	+ 2,1	+ 1,6
VI	− 3,7	− 4,1	− 4,6	+ 4,1	− 0,3	+ 3,3
VII	− 3,0	− 3,4	− 2,6	+ 4,6	− 0,1	+ 4,3
VIII	− 4,4	− 1,7	− 2,5	+ 6,7	+ 1,6	+ 4,2
VII	− 0,1	+ 2,5	+ 0,6	− 1,6	+ 1,3	+ 1,6
VI	+ 4,4	+ 5,8	+ 6,5	− 1,5	+ 1,0	+ 0,8
V	+ 5,6	+ 5,1	+ 6,8	− 1,6	− 1,1	+ 0,3
IV	+ 5,6	+ 6,1	+ 6,6	− 0,9	− 1,0	+ 0,9
III	+ 3,7	+ 1,1	+ 2,6	− 0,2	− 1,7	+ 1,3
II	+ 1,6	− 0,1	+ 0,1	− 0,4	− 0,9	+ 1,1
	31. August Vormittag.			31. August Nachmittag		
II	− 0,4	− 0,6	− 1,8	− 1,8	− 1,0	− 1,9
III	− 2,4	− 0,3	− 2,7	+ 0,8	− 0,6	− 3,6
IV	− 5,3	− 5,8	− 6,0	− 3,7	− 4,0	− 7,6
V	− 4,4	− 1,1	− 3,9	− 5,9	− 6,1	− 9,5
VI	− 5,5	− 3,4	− 4,9	− 4,1	− 6,7	− 9,1
VII	− 7,5	− 6,5	− 6,1	− 3,7	− 6,6	− 8,4
VIII	− 8,2	− 0,7	− 2,2	− 6,5	− 8,1	− 8,7
VII	− 5,2	− 2,3	− 4,1	− 2,9	− 4,1	− 2,9
VI	− 3,8	− 2,4	− 3,2	− 3,8	− 5,6	− 4,7
V	− 0,5	− 2,6	− 1,2	− 1,8	− 4,2	− 1,6
IV	+ 1,1	− 2,9	− 1,9	+ 0,2	− 1,9	− 0,3
III	− 1,2	− 0,7	− 0,9	+ 0,2	− 0,9	− 1,9
II	− 0,6	− 0,7	+ 1,6	+ 2,1	+ 1,7	+ 0,3
	1. September Vormittag.			1. September Nachmittag.		
II	− 0,6	− 0,8	+ 0,1	− 1,0	− 0,6	− 1,0
III	− 1,9	− 1,4	− 0,3	+ 0,3	− 0,4	+ 0,4
IV	− 1,7	− 1,2	− 0,8	+ 0,8	+ 3,1	+ 1,3
V	− 1,8	− 2,1	− 0,2	+ 3,6	+ 4,4	+ 3,2
VI	+ 1,5	− 0,2	+ 3,0	+ 2,7	+ 2,8	+ 2,4
VII	+ 5,6	+ 2,5	+ 4,8	+ 3,9	+ 3,1	+ 3,3
VIII	+ 10,6	+ 5,2	+ 6,0	+ 1,5	+ 3,2	+ 3,0
VII	+ 10,8	+ 9,6	+ 7,1	− 1,4	+ 4,5	+ 2,5
VI	+ 8,2	+ 8,2	+ 6,6	+ 1,5	+ 5,1	+ 3,9
V	+ 3,6	+ 4,1	+ 3,6	+ 3,2	+ 3,4	+ 4,4
IV	+ 4,9	+ 5,7	+ 7,4	+ 1,0	+ 1,5	+ 3,2
III	+ 1,0	+ 3,4	+ 4,4	+ 2,1	+ 1,8	+ 2,1
II	+ 1,5	+ 1,9	+ 2,0	+ 2,1	+ 1,8	+ 2,8

Die absoluten Höhenfehler der Reise-Aneroïde. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 71.

Station	Aneroïd-Paar 3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	30. August Vormittag.			30. August Nachmittag.		
II	−0,8	±0,0	−0,3	−1,2	−0,7	−1,6
III	+0,2	+0,3	+0,1	−1,4	−1,2	−2,2
IV	+0,1	+2,5	−0,8	−1,7	−2,1	−1,1
V	−0,5	+1,4	−1,0	−0,5	−0,9	−1,4
VI	−0,8	−1,1	−1,6	+1,0	−3,4	+0,2
VII	−0,5	−1,0	−0,1	+2,1	−2,8	+1,6
VIII	−3,0	−0,4	−1,0	+5,3	+0,4	+2,8
VII	−0,5	+2,2	+0,3	−1,0	+1,9	+2,3
VI	+3,4	+4,7	+5,4	+0,2	+2,7	+2,5
V	+4,1	+3,5	+5,2	+0,1	+0,8	+2,3
IV	+3,5	+3,9	+4,6	+0,7	+0,6	+2,6
III	+2,4	−0,1	+1,3	+0,9	−0,7	+2,8
II	+0,9	−0,9	−0,4	+0,1	−0,1	+1,9
	31. August Vormittag.			31. August Nachmittag.		
II	+1,0	+1,0	−0,2	−2,8	−1,8	−2,8
III	−0,2	+2,0	−0,4	−0,7	−2,0	−5,1
IV	−1,5	−2,1	−2,2	−6,7	−7,0	−10,6
V	−0,2	+3,0	+0,1	−8,9	−9,3	−12,8
VI	−0,8	+1,3	−0,2	−8,2	−10,9	−13,3
VII	−3,3	−2,5	−2,2	−7,6	−10,5	−12,3
VIII	−4,4	+3,1	+1,5	−10,1	−11,8	−12,4
VII	−4,4	−1,5	−3,2	−5,1	−6,3	−5,1
VI	−4,1	−2,7	−3,5	−5,3	−7,0	−6,3
V	−1,5	−3,5	−2,1	−2,0	−4,3	−1,8
IV	−0,2	−4,3	−3,3	+0,2	−1,8	−0,2
III	−2,0	−1,6	−1,7	+0,9	−0,1	−1,3
II	−1,1	−1,2	+1,1	+2,3	+1,9	+0,6
	1. September Vormittag.			1. September Nachmittag.		
II	+0,8	+0,4	+1,4	−1,4	−1,0	−1,4
III	+0,9	+1,3	+2,4	−1,1	−1,9	−1,1
IV	+2,9	+3,1	+3,8	−1,9	+0,8	−1,3
V	+3,7	+3,3	+5,4	+0,7	+1,6	+0,1
VI	+8,6	+6,7	+10,1	−1,5	−1,4	−1,8
VII	+12,5	+9,3	+11,4	−0,8	−1,7	−1,6
VIII	+16,8	+11,3	+11,7	−4,2	−2,4	−2,8
VII	+14,1	+13,0	+10,5	−6,1	−0,2	−2,2
VI	+10,5	+10,5	+8,9	−2,2	+1,5	+0,3
V	+3,8	+4,4	+3,9	+0,5	+0,7	+1,7
IV	+4,6	+5,3	+6,9	−1,3	−0,8	+1,1
III	+0,4	+3,1	+4,0	+1,1	+0,6	+1,1
II	+1,1	+1,4	+1,7	+1,5	+1,1	+2,1

Die absoluten Höhenfehler der Reise-Aneroïde. (Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 72.

Station	Aneroid-Paar 3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	6. September.			7. September.		
II	+ 0,7	+ 1,5	− 0,7	− 0,1	− 0,2	+ 0,8
III	− 2,2	− 0,5	− 5,3	− 1,8	− 1,9	− 2,5
IV	− 4,6	− 2,4	− 8,1	− 2,2	− 1,8	− 3,8
V	− 6,8	− 5,7	− 10,2	− 3,9	− 5,5	− 4,6
VI	− 3,4	− 3,7	− 6,3	− 3,2	− 5,6	− 4,5
VII	− 5,6	− 4,5	− 7,3	− 3,8	− 5,3	− 5,3
VIII	− 5,0	− 4,0	− 7,4	− 1,8	+ 0,1	− 0,8
IX	− 4,3	− 2,8	− 8,7	+ 2,5	+ 2,1	+ 0,4
X	− 3,1	+ 0,4	− 3,1	+ 4,4	+ 4,6	+ 5,4
XI	− 1,2	+ 0,2	− 1,9	+ 2,5	+ 2,7	+ 2,9
XI	+ 5,4	+ 6,7	+ 8,5	+ 1,6	+ 1,3	+ 1,9
X	+ 2,4	+ 3,9	+ 5,5	± 0,0	+ 0,9	+ 3,3
IX	+ 4,7	+ 5,3	+ 7,5	+ 2,2	+ 3,7	+ 5,5
VIII	+ 5,9	+ 6,5	+ 8,3	+ 2,7	+ 2,1	+ 5,6
VII	+ 4,8	+ 5,9	+ 7,5	+ 2,9	+ 3,9	+ 6,7
VI	+ 4,1	+ 4,3	+ 5,6	+ 3,8	+ 3,7	+ 5,1
V	+ 2,2	+ 3,1	+ 3,1	+ 3,0	+ 2,5	+ 5,6
IV	+ 3,3	+ 3,5	+ 3,5	+ 2,6	+ 2,3	+ 4,0
III	+ 2,9	+ 2,3	+ 3,9	+ 2,3	− 0,2	+ 3,1
II	+ 1,2	+ 1,1	+ 2,9	+ 1,7	− 0,5	+ 1,3
	8. September.			9. September.		
II	− 1,2	− 2,2	− 1,1	− 2,3	− 2,1	− 2,8
III	− 4,1	− 3,6	− 1,6	+ 0,8	+ 1,4	+ 0,7
IV	− 3,2	− 4,8	− 2,4	− 0,1	− 1,3	− 0,5
V	− 1,0	− 2,8	− 0,1	+ 1,8	+ 1,8	+ 0,1
VI	− 2,8	− 2,8	− 2,2	+ 2,2	+ 0,5	+ 0,6
VII	− 2,1	− 3,0	− 3,5	+ 3,1	+ 1,7	+ 2,2
VIII	− 4,7	− 5,9	− 5,9	− 2,2	− 5,3	− 3,3
IX	− 6,0	− 7,6	− 4,8	− 3,0	− 6,5	− 4,2
X	− 3,6	− 5,5	− 5,0	− 2,5	− 5,0	− 4,3
XI	− 1,8	+ 0,2	+ 1,2	− 5,4	− 7,5	− 8,8
XI	+ 0,2	+ 0,6	+ 0,5	− 1,8	− 3,7	− 4,3
X	− 1,2	− 2,0	− 2,8	+ 0,8	+ 1,1	− 2,6
IX	− 1,2	+ 1,4	+ 1,9	+ 5,9	+ 4,1	+ 3,2
VIII	+ 2,2	+ 3,0	+ 3,5	+ 2,0	+ 3,1	− 0,2
VII	+ 1,3	+ 0,1	+ 0,7	− 0,7	+ 0,5	− 0,8
VI	+ 1,0	+ 0,7	+ 2,3	+ 0,3	+ 3,5	+ 2,4
V	+ 2,4	+ 3,4	+ 3,2	+ 1,8	+ 3,7	+ 2,9
IV	+ 1,6	+ 1,5	+ 2,5	+ 0,7	+ 2,5	+ 3,5
III	+ 1,4	+ 1,4	+ 0,6	+ 0,7	+ 0,6	+ 0,8
II	− 1,5	− 0,1	+ 0,2	+ 1,6	+ 1,5	+ 0,5

Die absoluten Höhenfehler der Reise-Aneroïde. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 73.

Station	Aneroid-Paar					
	3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	6. September.			7. September.		
II	+ 1,1	+ 1,9	− 0,3	+ 0,2	+ 0,1	+ 1,2
III	− 0,7	+ 0,8	− 4,0	− 0,2	− 0,3	− 1,0
IV	− 2,2	− 0,1	− 5,5	+ 0,2	+ 0,6	− 1,5
V	− 3,6	− 2,6	− 7,2	− 1,0	− 2,5	− 1,8
VI	− 1,6	− 1,8	− 4,6	− 0,6	− 3,1	− 2,1
VII	− 2,9	− 2,1	− 4,9	− 0,2	− 1,7	− 1,7
VIII	− 2,0	− 1,3	− 4,6	+ 2,0	+ 3,9	+ 3,0
IX	− 1,5	− 0,2	− 6,0	+ 6,0	+ 5,7	+ 3,9
X	− 1,2	+ 2,3	− 1,4	+ 7,1	+ 7,5	+ 8,2
XI	+ 0,4	+ 1,5	− 0,6	+ 4,7	+ 4,9	+ 4,9
XI	+ 2,9	+ 3,9	+ 5,7	+ 1,4	+ 1,2	+ 1,8
X	− 0,4	+ 1,2	+ 2,5	− 0,9	± 0,0	+ 2,5
IX	+ 1,6	+ 2,4	+ 4,5	+ 0,6	+ 1,9	+ 3,8
VIII	+ 3,3	+ 3,6	+ 5,5	+ 0,4	− 0,2	+ 3,3
VII	+ 2,2	+ 3,1	+ 4,8	+ 0,5	+ 1,5	+ 4,3
VI	+ 2,2	+ 2,4	+ 3,8	+ 1,6	+ 1,6	+ 3,1
V	+ 0,3	+ 1,3	+ 1,1	+ 0,3	− 0,1	+ 3,0
IV	+ 1,7	+ 1,9	+ 1,8	+ 0,8	+ 0,3	+ 2,2
III	+ 1,9	+ 1,4	+ 2,9	+ 1,0	− 1,5	+ 1,9
II	+ 1,1	+ 1,0	+ 2,8	+ 1,5	− 0,8	+ 1,1
	8. September.			9. September.		
II	− 1,0	− 2,0	− 0,9	− 2,1	− 2,0	− 2,8
III	− 2,8	− 2,3	− 0,1	+ 1,0	+ 1,5	+ 0,8
IV	− 0,6	− 2,1	+ 0,2	+ 0,1	− 1,0	− 0,1
V	+ 2,1	+ 0,2	+ 2,8	+ 2,1	+ 2,0	+ 0,2
VI	− 0,5	− 0,9	− 0,3	+ 2,1	+ 0,3	+ 0,6
VII	+ 1,0	+ 0,1	− 0,4	+ 2,9	+ 1,5	+ 1,9
VIII	− 1,3	− 2,4	− 2,4	− 2,6	− 5,7	− 3,6
IX	− 3,1	− 4,7	− 1,8	− 4,1	− 7,6	− 5,3
X	− 0,7	− 2,6	− 2,3	− 3,9	− 6,5	− 5,6
XI	+ 0,4	+ 2,4	+ 3,4	− 7,2	− 9,1	− 10,6
XI	+ 1,9	+ 2,3	+ 2,0	− 4,0	− 6,0	− 6,5
X	− 0,5	− 1,5	− 2,2	− 1,8	− 1,5	− 5,4
IX	− 2,1	+ 0,4	+ 0,8	+ 3,0	+ 1,2	+ 0,4
VIII	+ 0,8	+ 1,5	+ 2,0	− 0,9	± 0,0	− 3,3
VII	− 0,5	− 1,6	− 1,0	− 3,3	− 2,1	− 3,4
VI	− 0,6	− 1,0	+ 0,6	− 1,5	+ 1,6	+ 0,5
V	± 0,0	+ 1,0	+ 0,7	− 0,1	+ 1,7	+ 0,9
IV	− 0,2	− 0,5	+ 0,5	− 0,6	+ 0,9	+ 2,1
III	± 0,0	± 0,0	− 0,9	− 0,2	− 0,1	− 0,1
II	− 1,6	− 0,2	+ 0,1	+ 1,5	+ 1,2	+ 0,3

Die absoluten Höhenfehler der Reise-Aneroïde.

Tagesmittelwerthe.

(Ohne Berücksichtigung d. Bodenstrahlung.) (Mit Berücksichtigung d. Bodenstrahlung.)

Tafel 74.

Station	Aneroïd-Paar					
	3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
			30. August.			
II	— 0,2	— 0,5	— 0,2	— 0,3	— 0,4	— 0,1
III	+ 0,5	— 0,4	+ 0,3	+ 0,5	— 0,4	+ 0,5
IV	+ 0,6	+ 1,3	+ 1,2	+ 0,7	+ 1,2	+ 1,3
V	+ 0,7	+ 1,1	+ 1,1	+ 0,8	+ 1,2	+ 1,3
VI	+ 0,8	+ 0,6	+ 1,5	+ 1,0	+ 0,7	+ 1,6
VII	± 0,0	+ 0,1	+ 1,0	± 0,0	+ 0,1	+ 1,0
VIII	+ 1,2	— 0,1	+ 0,9	+ 1,2	± 0,0	+ 0,9
			31. August.			
II	— 0,2	— 0,2	— 0,5	— 0,2	± 0,0	— 0,3
III	— 0,7	— 0,6	— 2,5	— 0,5	— 0,4	— 2,1
IV	— 1,9	— 3,7	— 4,0	— 2,1	— 3,8	— 4,1
V	— 3,2	— 3,5	— 4,1	— 3,2	— 3,5	— 4,2
VI	— 4,3	— 4,5	— 5,5	— 4,6	— 4,8	— 5,8
VII	— 4,8	— 4,9	— 5,4	— 5,1	— 5,2	— 5,7
VIII	— 7,4	— 4,4	— 5,5	— 7,3	— 4,4	— 5,5
			1 September.			
II	+ 0,5	+ 0,6	+ 1,0	+ 0,5	+ 0,5	+ 1,2
III	+ 0,4	+ 0,9	+ 1,7	+ 0,4	+ 1,0	+ 1,6
IV	+ 1,3	+ 2,3	+ 2,8	+ 1,1	+ 2,1	+ 2,6
V	+ 2,2	+ 2,5	+ 2,8	+ 2,2	+ 2,5	+ 2,8
VI	+ 3,5	+ 4,0	+ 4,0	+ 3,9	+ 4,3	+ 4,4
VII	+ 4,7	+ 4,9	+ 4,4	+ 4,9	+ 5,1	+ 4,5
VIII	+ 6,1	+ 4,2	+ 4,5	+ 6,3	+ 4,5	+ 4,5
			Gesammtmittelwerthe.			
II	± 0,0	± 0,0	+ 0,1	± 0,0	± 0,0	+ 0,2
III	+ 0,1	— 0,1	— 0,1	+ 0,1	± 0,0	± 0,0
IV	± 0,0	± 0,0	± 0,0	— 0,1	— 0,2	± 0,0
V	— 0,1	± 0,0	— 0,1	— 0,1	+ 0,1	± 0,0
VI	± 0,0	± 0,0	± 0,0	+ 0,1	+ 0,1	+ 0,1
VII	± 0,0	± 0,0	± 0,0	— 0,1	± 0,0	— 0,1
VIII	± 0,0	± 0,0	± 0,0	+ 0,1	± 0,0	± 0,0

Die absoluten Höhenfehler der Reise-Aneroïde.
Tagesmittelwerthe.

(Ohne Berücksichtigung d. Bodenstrahlung.) (Mit Berücksichtigung d. Bodenstrahlung.)

Tafel 75.

Station	Aneroïd-Paar					
	3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
			6. September.			
II	+ 1,0	+ 1,3	+ 1,1	+ 1,1	+ 1,5	+ 1,3
III	+ 0,4	+ 0,9	− 0,7	+ 0,6	+ 1,1	− 0,6
IV	− 0,7	+ 0,6	− 2,3	− 0,3	+ 0,9	− 1,9
V	− 2,3	− 1,3	− 3,6	− 1,7	− 0,7	− 3,1
VI	+ 0,4	+ 0,3	− 0,4	+ 0,3	+ 0,3	− 0,4
VII	− 0,4	+ 0,7	+ 0,1	− 0,4	+ 0,5	− 0,1
VIII	+ 0,5	+ 1,3	+ 0,5	+ 0,7	+ 1,2	+ 0,5
IX	+ 0,2	+ 1,3	− 0,6	+ 0,1	+ 1,1	− 0,8
X	− 0,4	+ 2,2	+ 1,2	− 0,8	+ 1,8	+ 0,6
XI	+ 2,1	+ 3,5	+ 3,3	+ 1,7	+ 2,7	+ 2,6
			7. September.			
II	+ 0,8	− 0,4	+ 1,1	+ 0,9	− 0,4	+ 1,2
III	+ 0,3	− 1,1	+ 0,3	+ 0,4	− 0,9	+ 0,5
IV	+ 0,2	+ 0,3	+ 0,1	+ 0,5	− 0,5	+ 0,4
V	− 0,5	− 1,5	+ 0,5	− 0,4	− 1,3	+ 0,6
VI	+ 0,3	− 1,0	+ 0,3	+ 0,5	− 0,8	+ 0,5
VII	− 0,5	− 0,7	+ 0,7	+ 0,2	− 0,1	+ 1,3
VIII	+ 0,5	+ 1,1	+ 2,4	+ 1,2	+ 1,9	+ 3,2
IX	+ 2,4	+ 2,9	+ 3,0	+ 3,3	+ 3,8	+ 3,9
X	+ 2,2	+ 2,8	+ 4,4	+ 3,1	+ 3,8	+ 5,4
XI	+ 2,1	+ 2,0	+ 2,4	+ 3,1	+ 3,1	+ 3,4
			8. September.			
II	− 1,4	− 1,2	− 0,5	− 1,3	− 1,1	− 0,4
III	− 1,4	− 1,1	− 0,5	− 1,4	− 1,2	− 0,5
IV	− 0,8	− 1,7	+ 0,1	− 0,4	− 1,3	+ 0,4
V	+ 0,7	+ 0,3	+ 1,6	+ 1,1	+ 0,6	+ 1,8
VI	− 0,9	− 1,1	+ 0,1	− 0,6	− 1,0	+ 0,2
VII	− 0,4	− 1,5	− 1,4	+ 0,3	− 0,8	− 0,7
VIII	− 1,3	− 1,5	− 1,2	− 0,3	− 0,5	− 0,2
IX	− 3,6	− 3,2	− 1,5	− 2,6	− 2,2	− 0,5
X	− 2,4	− 3,8	− 3,9	− 0,6	− 2,1	− 2,3
XI	− 0,8	+ 0,7	+ 0,9	+ 1,2	+ 2,4	+ 2,7
			9. September.			
II	− 0,4	− 0,3	− 1,2	− 0,3	− 0,4	− 1,3
III	+ 0,8	+ 1,0	+ 0,8	+ 0,4	+ 0,7	+ 0,4
IV	+ 0,3	+ 0,6	+ 1,5	− 0,3	− 0,1	+ 1,0
V	+ 1,8	+ 2,8	+ 1,5	+ 1,0	+ 1,9	+ 0,6
VI	+ 1,3	+ 2,0	+ 1,5	+ 0,3	+ 1,0	+ 0,6
VII	+ 1,2	+ 1,1	+ 0,7	− 0,2	− 0,3	− 0,8
VIII	− 0,1	− 1,1	− 1,8	− 1,8	− 2,9	− 3,5
IX	+ 1,5	− 1,2	− 0,5	− 0,9	− 3,2	− 2,5
X	− 0,9	− 2,0	− 3,5	− 2,9	− 4,0	− 5,5
XI	− 3,6	− 5,6	− 6,6	− 5,6	− 7,6	− 8,6

Gesammtmittelwerthe.

Station	Aneroïd-Paar					
	3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
II	± 0,0	− 0,1	+ 0,1	+ 0,1	− 0,1	+ 0,2
III	± 0,0	− 0,1	± 0,0	± 0,0	− 0,1	− 0,1
IV	− 0,2	− 0,1	− 0,2	− 0,1	± 0,0	± 0,0
V	− 0,1	+ 0,1	± 0,0	± 0,0	+ 0,1	± 0,0
VI	+ 0,3	+ 0,1	+ 0,4	+ 0,1	− 0,1	+ 0,2
VII	± 0,0	− 0,1	± 0,0	± 0,0	− 0,2	− 0,1
VIII	− 0,1	− 0,1	± 0,0	± 0,0	− 0,1	± 0,0
IX	+ 0,1	± 0,0	+ 0,1	+ 0,1	− 0,1	± 0,0
X	− 0,4	− 0,2	− 0,5	− 0,3	− 0,1	− 0,5
XI	− 0,1	+ 0,1	± 0,0	+ 0,1	+ 0,1	± 0,0

Die absoluten Höhenfehler der Reise-Aneroïde. (Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 76.

Station	Aneroïd-Paar					
	3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	6. September			7. September.		
II	+ 0,8	+ 1,1	+ 0,3	+ 0,1	− 0,9	+ 1,6
III	− 1,5	+ 1,9	− 3,4	− 1,4	− 3,1	− 2,0
IV	− 3,6	+ 4,0	− 5,7	− 1,7	− 3,3	− 2,9
V	− 4,2	− 7,1	− 6,4	− 1,8	− 6,3	− 2,9
VI	− 1,9	− 5,4	− 3,2	− 0,9	− 6,3	− 2,1
VII	− 2,2	− 5,9	− 4,2	− 0,2	− 6,0	− 3,2
VIII	± 0,0	− 5,1	− 4,4	+ 3,2	− 0,4	+ 0,5
VIII	+ 11,1	+ 5,8	+ 10,0	+ 7,7	+ 2,3	+ 6,4
VII	+ 8,4	+ 4,7	+ 9,8	+ 6,7	+ 3,8	+ 8,4
VI	+ 6,2	+ 3,1	+ 8,0	+ 5,7	+ 3,2	+ 6,9
V	+ 4,7	+ 1,9	+ 5,6	+ 5,0	+ 2,1	+ 6,9
IV	+ 4,2	+ 1,9	+ 4,8	+ 3,4	+ 1,4	+ 4,9
III	+ 3,5	+ 1,2	+ 4,7	+ 2,7	− 0,7	+ 3,4
II	+ 1,6	+ 0,6	+ 3,6	+ 1,8	− 0,8	+ 1,5
	8. September.			9. September.		
II	− 1,2	− 2,4	− 1,2	− 2,1	− 2,8	− 2,1
III	− 3,6	− 3,6	− 1,6	+ 1,5	+ 0,5	+ 1,4
IV	− 2,2	− 5,3	− 1,4	+ 0,5	− 2,6	+ 0,5
V	+ 1,0	− 3,0	+ 0,9	+ 4,0	+ 0,9	+ 1,8
VI	− 0,7	− 2,9	− 1,0	+ 4,5	− 0,2	+ 3,0
VII	+ 1,5	− 2,9	− 1,9	+ 6,9	+ 1,2	+ 4,4
VIII	+ 0,2	− 5,5	− 5,3	+ 2,8	− 5,7	− 2,0
VIII	+ 7,6	+ 2,9	+ 4,7	+ 6,9	+ 2,3	+ 1,3
VII	+ 5,0	− 0,2	+ 2,8	+ 3,1	− 0,5	+ 1,5
VI	+ 3,2	+ 0,2	+ 4,5	+ 2,6	+ 2,4	+ 4,9
V	+ 4,6	+ 2,9	+ 4,7	+ 4,0	+ 2,4	+ 4,8
IV	+ 2,4	+ 0,3	+ 3,3	+ 1,5	+ 0,8	+ 4,6
III	+ 1,9	+ 0,7	+ 1,0	+ 1,4	− 0,5	+ 1,5
II	− 1,1	− 0,5	+ 0,8	+ 1,8	+ 0,6	+ 1,2

Die absoluten Höhenfehler der Reise-Aneroïde. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 77.

Station	Aneroïd-Paar 3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	6. September.			7. September.		
II	+ 1,2	+ 1,5	+ 0,8	+ 0,5	− 0,6	+ 1,9
III	+ 0,1	− 0,3	− 1,8	+ 0,3	− 1,4	− 0,2
IV	− 0,9	− 1,4	− 3,1	+ 1,2	− 0,5	± 0,0
V	− 1,2	− 4,0	− 3,2	+ 1,5	− 3,2	+ 0,3
VI	+ 0,3	− 3,3	− 1,0	+ 1,5	− 4,0	+ 0,3
VII	+ 0,1	− 3,8	− 1,8	+ 2,9	− 3,1	− 0,1
VIII	+ 1,9	− 3,3	− 2,6	+ 5,7	+ 2,0	+ 2,9
VIII	+ 6,9	+ 1,7	+ 6,0	+ 4,1	− 1,4	+ 2,8
VII	+ 5,2	+ 1,6	+ 6,6	+ 3,7	+ 0,8	+ 5,4
VI	+ 4,1	+ 1,3	+ 6,2	+ 3,9	+ 1,4	+ 4,8
V	+ 2,9	+ 0,2	+ 3,6	+ 2,8	− 0,2	+ 4,5
IV	+ 2,8	+ 0,7	+ 3,4	+ 1,7	− 0,2	+ 3,2
III	+ 2,8	+ 0,3	+ 3,8	+ 1,7	− 1,6	+ 2,3
II	+ 1,5	+ 0,5	+ 3,5	+ 1,6	− 1,0	+ 1,2
	8. September.			9. September		
II	− 1,0	− 2,0	− 1,0	− 2,0	− 2,8	− 2,1
III	− 2,2	− 1,9	± 0,0	+ 1,8	+ 0,7	+ 1,5
IV	+ 0,6	− 2,5	+ 1,4	+ 1,3	− 1,9	+ 1,1
V	+ 4,3	+ 0,1	+ 3,9	+ 4,4	+ 1,5	+ 2,2
VI	+ 1,4	− 0,8	+ 1,1	+ 4,2	− 0,3	+ 2,9
VII	+ 4,0	− 0,4	+ 0,5	+ 6,0	+ 0,2	+ 3,4
VIII	+ 2,2	− 3,4	− 3,2	+ 1,2	− 7,4	− 3,9
VIII	+ 4,6	− 0,1	+ 1,6	+ 2,6	− 2,0	− 3,1
VII	+ 2,4	− 2,7	+ 0,4	± 0,0	− 3,6	− 1,7
VI	+ 1,5	− 1,6	+ 2,7	+ 0,7	+ 0,3	+ 3,0
V	+ 2,3	+ 0,6	+ 2,6	+ 2,4	+ 0,8	+ 3,2
IV	+ 0,6	− 1,4	+ 1,6	+ 0,3	− 0,2	+ 3,5
III	+ 0,5	− 0,6	− 0,3	+ 0,6	− 1,2	+ 0,7
II	− 1,5	− 0,9	+ 0,5	+ 1,7	+ 0,5	+ 1,1

Die absoluten Höhenfehler der Reise-Aneroïde. (Ohne Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 78.

Station	Aneroid-Paar					
	3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	30. August Vormittag.			30. August Nachmittag.		
IV	−3,9	−0,3	−5,1	+0,3	+1,6	+0,8
V	−4,4	−0,3	−5,2	+1,5	+3,5	+0,3
VI	−6,5	−3,1	−6,2	+1,0	+0,5	+1,5
VII	−7,2	−3,2	−5,1	+0,2	+0,2	+1,9
VIII	−9,6	−1,6	−3,9	+1,0	+2,0	+2,5
VII	−4,4	+2,8	−1,7	−6,1	+1,5	−0,8
VI	+1,6	+6,6	+4,8	−4,4	+1,9	−1,0
V	+4,8	+6,5	+5,6	−2,6	+0,2	−1,0
IV	+4,7	+6,7	+5,7	−1,7	−0,2	±0,0
	31. August Vormittag.			31. August Nachmitag.		
IV	−6,1	−5,3	−6,8	−4,6	−3,4	−8,4
V	−5,2	+0,2	−5,2	−6,8	−4,7	−10,6
VI	−8,1	−2,6	−6,4	−7,0	−5,9	−10,7
VII	−11,5	−6,2	−8,4	−7,9	−6,1	−10,7
VIII	−12,9	−0,2	−3,6	−11,8	−7,9	−10,1
VII	−9,3	−2,0	−6,4	−7,0	−3,8	−5,2
VI	−6,4	−1,4	−4,8	−6,6	−4,8	−6,4
V	−1,2	−1,1	−2,4	−2,7	−2,8	−2,7
IV	+0,2	−2,3	−2,7	−0,6	−1,3	−1,2
	1. September Vormittag.			1. September Nachmittag.		
IV	−2,4	−0,5	−1,5	±0,0	+3,9	+0,8
V	−2,4	−0,8	−1,2	+3,0	+5,7	+2,1
VI	−1,2	+0,6	+1,4	±0,0	+3,8	+0,8
VII	+1,6	+3,1	+2,3	−0,1	+3,6	+1,0
VIII	+5,4	+5,6	+4,7	−3,5	+3,6	+1,5
VII	+6,6	+10,1	+4,8	−5,3	+4,9	+0,2
VI	+5,5	+9,0	+5,0	−1,3	+6,2	+2,3
V	+3,0	+5,3	+2,7	+2,7	+4,8	+3,3
IV	+4,2	+6,4	+6,6	+0,2	+2,2	+2,6

Die absoluten Höhenfehler der Reise-Aneroïde. (Mit Berücksichtigung der Bodenstrahlung.)

Tafel 79.

Station	Aneroïd-Paar 3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
	30. August Vormittag.			30. August Nachmittag.		
IV	− 0,8	+ 3,0	− 1,7	− 2,6	− 1,5	− 2,2
V	− 1,6	+ 2,5	− 2,5	− 1,7	+ 0,1	− 2,9
VI	− 3,4	+ 0,1	− 3,0	− 1,7	− 2,2	− 1,3
VII	− 4,0	+ 0,1	− 1,7	− 1,6	− 1,5	± 0,0
VIII	− 6,8	+ 1,3	− 1,2	+ 1,3	+ 2,2	+ 2,8
VII	− 4,0	+ 3,2	− 1,4	− 4,7	+ 3,1	+ 0,7
VI	+ 0,8	+ 5,7	+ 3,9	− 2,5	+ 4,1	+ 1,1
V	+ 2,8	+ 4,6	+ 3,7	− 1,1	+ 1,8	+ 0,6
IV	+ 2,6	+ 4,6	+ 3,6	− 0,2	+ 1,1	+ 1,5
	31. August Vormittag.			31. August Nachmittag.		
IV	− 2,5	− 1,5	− 3,2	− 7,8	− 6,4	− 11,6
V	− 1,4	+ 4,2	− 1,4	− 10,2	− 8,1	− 14,1
VI	− 3,2	+ 2,4	− 1,7	− 10,9	− 9,7	− 14,6
VII	− 6,9	− 1,4	− 3,8	− 11,0	− 9,2	− 13,9
VIII	− 7,9	+ 5,0	+ 1,4	− 14,1	− 10,1	− 12,4
VII	− 7,8	− 0,3	− 4,9	− 8,6	− 5,1	− 6,7
VI	− 6,7	− 1,5	− 5,0	− 8,0	− 5,8	− 7,8
V	− 2,6	− 2,5	− 3,8	− 3,3	− 3,2	− 3,3
IV	− 1,2	− 3,6	− 4,1	− 0,7	− 1,2	− 1,3
	1. September Vormittag.			1. September Nachmittag.		
IV	+ 2,0	+ 4,0	+ 3,0	− 2,7	+ 1,3	− 2,0
V	+ 2,7	+ 4,2	+ 3,8	− 0,2	+ 2,6	− 1,2
VI	+ 5,9	+ 7,7	+ 8,5	− 4,1	− 0,2	− 3,4
VII	+ 9,0	+ 10,5	+ 9,7	− 4,2	− 0,5	− 3,3
VIII	+ 13,1	+ 13,2	+ 12,4	− 7,9	− 0,6	− 2,8
VII	+ 10,6	+ 14,2	+ 8,8	− 9,4	+ 0,8	− 3,9
VI	+ 7,9	+ 11,5	+ 7,4	− 4,7	+ 2,5	− 1,3
V	+ 2,9	+ 5,3	+ 2,7	− 0,3	+ 1,8	+ 0,2
IV	+ 3,8	+ 6,0	+ 6,3	− 2,1	± 0,0	+ 0,2

Die absoluten Höhenfehler der Reise-Aneroïde.
Tagesmittelwerthe.

(Ohne Berücksichtigung d. Bodenstrahlung.) (Mit Berücksichtigung d. Bodenstrahlung.)

Tafel 80.

Station	Aneroïd-Paar 3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
			6. September.			
II	+ 1,2	+ 0,9	+ 2,0	+ 1,4	+ 1,0	+ 2,2
III	+ 1,0	− 0,4	+ 0,7	+ 1,5	± 0,0	+ 1,0
IV	+ 0,3	− 1,1	− 0,5	+ 1,0	− 0,4	+ 0,2
V	+ 0,3	− 2,6	− 0,4	+ 0,9	− 1,9	+ 0,2
VI	+ 2,2	− 1,2	+ 2,4	+ 2,2	− 1,0	+ 2,6
VII	+ 3,1	− 0,6	+ 2,8	+ 2,7	− 1,1	+ 2,4
VIII	+ 5,6	+ 0,4	+ 2,8	+ 4,4	− 0,8	+ 1,7
			7. September.			
II	+ 1,0	− 0,9	+ 1,6	+ 1,1	− 0,8	+ 1,6
III	+ 0,7	− 1,9	+ 0,7	+ 1,0	− 1,5	+ 1,1
IV	+ 0,9	− 1,0	+ 1,0	+ 1,5	− 0,4	+ 1,6
V	+ 1,6	− 2,1	+ 2,0	+ 2,2	− 1,7	+ 2,4
VI	+ 2,4	− 1,6	+ 2,4	+ 2,7	− 1,3	+ 2,6
VII	+ 3,3	− 1,1	+ 2,6	+ 3,3	− 1,2	+ 2,7
VIII	+ 5,5	+ 1,0	+ 3,5	+ 4,9	+ 0,3	+ 2,9
			8. September.			
II	− 1,2	− 1,5	− 0,2	− 1,3	− 1,5	− 0,3
III	− 0,9	− 1,5	− 0,3	− 0,9	− 1,3	− 0,2
IV	+ 0,1	− 2,5	+ 1,0	+ 0,6	− 2,0	+ 1,5
V	+ 2,8	− 0,1	+ 2,8	+ 3,3	+ 0,4	+ 3,3
VI	+ 1,3	− 1,4	+ 1,8	+ 1,5	− 1,2	+ 1,9
VII	+ 3,3	− 1,6	+ 0,5	+ 3,2	− 1,6	+ 0,5
VIII	+ 3,9	− 1,3	− 0,3	+ 3,4	− 1,8	− 0,8
			9. September.			
II	− 0,2	− 1,1	− 0,5	− 0,2	− 1,2	− 0,5
III	+ 1,5	± 0,0	+ 1,5	+ 1,2	− 0,3	+ 1,1
IV	+ 1,0	− 0,9	+ 2,6	+ 0,8	− 1,1	+ 2,3
V	+ 4,0	+ 1,7	+ 3,3	+ 3,4	+ 1,2	+ 2,7
VI	+ 3,6	+ 1,1	+ 4,0	+ 2,5	± 0,0	+ 3,0
VII	+ 5,0	+ 0,4	+ 3,0	+ 3,0	− 1,7	+ 0,9
VIII	+ 4,9	− 1,7	− 0,4	+ 1,9	− 4,7	− 3,5
			Gesammtmittelwerthe.			
II	+ 0,2	− 0,7	+ 0,7	+ 0,3	− 0,8	+ 0,7
III	+ 0,6	− 0,9	+ 0,6	+ 0,7	− 0,8	+ 0,8
IV	+ 0,6	− 1,4	+ 1,0	+ 0,9	− 0,9	+ 1,4
V	+ 2,2	− 0,8	+ 1,9	+ 2,4	− 0,5	+ 2,1
VI	+ 2,3	− 0,7	+ 2,6	+ 2,2	− 0,9	+ 2,5
VII	+ 3,9	− 0,7	+ 2,2	+ 3,0	− 1,4	+ 1,6
VIII	+ 4,9	− 0,4	+ 1,4	+ 3,7	− 1,7	+ 0,1

Die absoluten Höhenfehler der Reise-Aneroïde.

Tagesmittelwerthe.

(Ohne Berücksichtigung d. Bodenstrahlung.) (Mit Berücksichtigung d. Bodenstrahlung.)

Tafel 81.

Station	Aneroïd-Paar					
	3.4	5.6	7.8	3.4	5.6	7.8
			30. August.			
IV	— 0,2	+ 2,0	+ 0,4	— 0,3	+ 1,8	+ 0,3
V	— 0,2	+ 2,5	— 0,1	— 0,4	+ 2,3	— 0,3
VI	— 2,1	+ 1,5	— 0,2	— 1,7	+ 1,9	+ 0,2
VII	— 4,4	+ 0,4	— 1,4	— 3,6	+ 1,2	— 0,6
VIII	— 4,3	+ 0,2	— 0,7	— 2,8	+ 1,8	+ 0,8
			31. August.			
VI	— 2,8	— 3,1	— 4,8	— 3,1	— 3,2	— 5,1
V	— 4,0	— 2,1	— 5,2	— 4,4	— 2,4	— 5,7
VI	— 7,0	— 3,7	— 7,1	— 7,2	— 3,7	— 7,3
VII	— 8,9	— 4,5	— 7,7	— 8,6	— 4,0	— 7,3
VIII	— 12,4	— 4,1	— 6,9	— 11,0	— 2,6	— 5,5
			1. September.			
IV	+ 0,5	+ 3,0	+ 2,1	+ 0,3	+ 2,8	+ 1,9
V	+ 1,6	+ 3,8	+ 1,7	+ 1,3	+ 3,5	+ 1,4
VI	+ 0,8	+ 4,9	+ 2,4	+ 1,3	+ 5,4	+ 2,8
VII	+ 0,7	+ 5,4	+ 2,1	+ 1,5	+ 6,3	+ 2,8
VIII	+ 1,0	+ 4,6	+ 3,1	+ 2,6	+ 6,3	+ 4,8
			Gesammtmittelwerthe.			
IV	— 0,8	+ 0,6	— 0,8	— 1,0	+ 0,5	— 1,0
V	— 0,9	+ 1,4	— 1,2	— 1,2	+ 1,1	— 1,4
VI	— 2,8	+ 0,9	— 1,6	— 2,6	+ 1,2	— 1,4
VII	— 4,2	+ 0,4	— 2,3	— 3,6	+ 1,2	— 1,7
VIII	— 5,2	+ 0,3	— 1,5	— 3,7	+ 1,8	± 0,0

Bericht über den Stand der Arbeiten, welche durch die internationale Meterconvention vom 8. (20.) Mai 1875 veranlasst worden sind.

Von

H. Wild.

(Aus dem Bulletin de l'Académie Imp. des Sciences de St.-Pétersbourg vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Nach Erfüllung der mir gewordenen Mission, als Specialdelegirter Russlands und technischer Beirath des bevollmächtigten russischen Diplomaten an der in Paris versammelten internationalen Meterconferenz Theil zu nehmen, habe ich die Ehre hiermit der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften einen Bericht über den Erfolg dieser Mission abzustatten. Ich halte dies um so mehr für geboten, als unzweifelhaft das Resultat dieser Conferenz dereinst in der Geschichte der exacten Wissenschaften wie der Cultur im Allgemeinen als ein epochemachendes Ereigniss verzeichnet werden wird. Da indessen selbst manchen Fachmännern die hohe Bedeutnng des durch die fragliche Conferenz erstrebten und auch erreichten Zieles unverständlich geblieben ist, so erscheint es wohl hinlänglich gerechtfertigt, wenn ich, um auch Fernerstehenden eine richtige Würdigung des Ganzen zu ermöglichen, hier etwas weiter aushole.

Mit der Creirung des metrischen Maasssystems zu Paris im Jahre 1798 wurden, wie dies für jedes Maasssystem nothwendig ist, als materielle Darstellungen der beiden Grundeinheiten desselben, nämlich derjenigen für die Länge und der für das Gewicht, ein Meter und ein Kilogramm, beide aus Platin angefertigt und als Urmaasse (Prototype) des neuen Systems in den Archiven Frankreichs zu Paris deponirt. Nach diesen Prototypen sollten alle metrischen Maasse unmittelbar oder mittelbar abgeglichen werden. So lange als Maasse dieses neuen

Systems hauptsächlich bloss in Frankreich gebraucht wurden, konnte diese Einrichtung keine erheblichen Schwierigkeiten zur Folge haben. Allein schon die Urheber der metrischen Maasse wollten damit nicht bloss für Frankreich, sondern für die ganze Welt ein neues Maasssystem begründen. So sehr nun auch die Vorzüge des neuen Systems, nämlich die systematische Benennung aller Unterahtheilungen und Vielfachen der Einheiten, die consequent durchgeführte, unserm Zahlensystem angepasste Decimaltheilung und die einfachen Relationen zwischen den verschiedenen Maasseinheiten darin, inshesondere derjenigen des Volumens und Gewichts, geeignet waren, die Realisirung dieses grossen Gedankens zu fördern, so haben doch lange politische und andere engherzigere Gründe seine Einführung in anderen Ländern verhindert. Als endlich, nachdem die Gelehrten das metrische Maass wenigstens zu einem wissenschaftlich internationalen gemacht hatten, auch viele Staaten als solche dasselhe adoptirten, traten bereits die Folgen des principiellen Fehlers der ersten Einrichtung deutlich hervor. Wie alle menschlichen Einrichtungen und Erfindungen einer steten Entwickelung und Vervollkommnung fähig sind, so ist dies auch für jedes Maasssystem und seine Handhabung der Fall, und da nun ehen so gewiss bald das eine, hald das andere der civilisirten Völker den anderen in seiner Entwickelung mehr oder minder vorauseilt, so kann ein Maass nur dann als internationales wirklich allen Staaten genügen, wenn es den Anforderungen der augenhlicklich auf diesem Gebiete am weitesten vorgeschrittenen Völker genügt, und dazu ist eben eine beständige internationale Verwaltung desselhen unenthehrlich. Indem die französischen Gelehrten im Jahre 1798 sich damit begnügten, für die Einrichtung des neuen Maasssystems und die Construction der neuen Prototype zwar fremde Gelehrte als Berather und Gehilfen heizuziehen, dann aber die Aufbewahrung und Verwaltung dieser Prototype ausschliesslich Frankreich reservirten, schufen sie unhewusst ein Hinderniss für die Entwickelung des metrischen Systems und seine allgemeine Einführung. Die Staaten, welche das metrische Maasssystem ganz adoptiren wollten oder auch nur für ihre wissenschaftlichen und technischen Bedürfnisse authentische Copien der metrischen Prototype benöthigten, sahen sich gezwungen, zu deren Erlangung entweder Gelehrte nach Paris zu schicken oder dann von französischen Gelehrten und Beamten die Vergleichung solcher Copien mit dem Meter und Kilogramm der Archive hesorgen zu lassen. Die hierin schon

liegende Inconvenienz wurde aber noch bedeutend dadurch vermehrt, dass in dem einen wie anderen Falle bei diesen Vergleichungen die von Frankreich zur Disposition gestellten Comparatoren gebraucht wurden, welche nicht mehr dem neuesten Standpunkt dieses Wissensgebietes entsprachen. Die betreffenden Einrichtungen in Frankreich waren nämlich fast stationär geblieben, während man in anderen Ländern Europas seit Beginn dieses Jahrhunderts im Begleit mit der rapiden Entwickelung der Wissenschaft und Technik auch darin — sowohl was die Construction und Beschaffenheit der Urmaasse betrifft, als auch hinsichtlich der Hilfsinstrumente zu den Maassvergleichungen — die grössten Fortschritte gemacht hatte. Deshalb fanden es dann in neuester Zeit manche ausländische Gelehrte für nöthig, mit einem ganzen Apparat nach Paris zu wandern, um daselbst mit eigenen Instrumenten, unter Umgebung der von den französischen Behörden zur Disposition gestellten, die Verification ihrer Meter und Kilogramme nach den Prototypen der Archive zu bewerkstelligen. Selbst in solchen Fällen liess aber die Genauigkeit der erlangten Resultate ungünstiger äusserer Bedingungen halber manches zu wünschen übrig, und auch die sorgfältigsten Messungen mit den besten Instrumenten konnten nicht über die Unsicherheiten hinweghelfen, welche eben den Prototypen der Archive zu Paris vom Standpunkt der neueren Wissenschaft aus anhaften. Gemäss der im Jahre 1798 allein bekannten und gebräuchlichen Behandlungsweise des Platins bestehen nämlich die metrischen Prototype der Archive zu Paris aus unreinem, sehr wahrscheinlich arsenikhaltigem Platin und dürfen deshalb nicht mit Flüssigkeiten in Berührung gebracht werden. Es ist daher weder das specifische Gewicht des Platinakilogramms sicher zu bestimmen, noch die thermische Ausdehnung für das Platinameter der Archive genau bekannt, und doch sind dies zwei Grössen, deren Kenntniss für genaue Maassvergleichungen unentbehrlich ist. Zudem bieten diese Prototype in Folge der Unreinheit und Weichheit des Platins nicht die zu fordernden Garantien der Unveränderlichkeit dar. Aus dem letzteren Grunde hat auch bereits seit längerer Zeit die französische Regierung die unmittelbare Benutzung der Prototype der Archive zu Maassvergleichungen suspendirt und für diesen Zweck nur den Gebrauch der im Conservatoire des Arts et Metiers deponirten Copien derselben gestattet. Diese Copien sind allerdings im Auftrage der Regierung von einer Commission zu Anfang des Jahres 1864 mit den Prototypen der

Archive neu verglichen worden; gleichwohl konnte ihnen nicht die Authenticität wie den letzteren beigemessen werden, da diese Vergleichungen nicht die dem gegenwärtigen Standpunkt der Wissenschaft entsprechende Sicherheit darbieten.

Unter solchen Umständen wurde nach und nach die Erlangung genauer Copien der metrischen Urmaasse zu einer schwierigen, ja geradezu unmöglichen Sache, und nur so konnte es auch dahin kommen, dass authentische Copien des Meters und Kilogramms der Archive in verschiedenen Ländern, ja sogar solche in demselben Lande, die aus verschiedenen Epochen stammen, bei directer Vergleichung unter einander um Grössen abweichen, welche die gegenwärtige Fehlergrenze bei genauen Maassvergleichungen ungefähr 1000 Male überschreiten. Und in Anbetracht dessen dürfen wir auch wohl nicht die Gelehrten allzusehr tadeln, die ihren Regierungen abriethen, das in ihren Ländern bestehende, auf gute Urmaasse und genaue Maassvergleichungen basirte Maasssystem gegen das metrische System umzutauschen.

Man wird jetzt auch verstehen, warum die Klagen über diesen bedauerlichen Zustand des allmählich zum internationalen gewordenen metrischen Maass- und Gewichtssystems nicht in Frankreich, sondern zuerst im Auslande laut wurden. Sie fanden ihren bestimmten Ausdruck in Verbesserungsvorschlägen, welche in den Jahren 1867—69 der Reihe nach der internationale Statistische Congress, die internationale Geodätische Conferenz und ganz besonders unsere Akademie der Wissenschaften auf Betrieb unseres verstorbenen Collegen v. Jacobi machte. Diese Vorschläge gingen ziemlich übereinstimmend dahin, eine internationale Commission von Fachmännern zusammenzuberufen, um über die Herstellung neuer metrischer Prototype und authentischer Copien derselben für alle Länder, sowie die Begründung eines beständigen, fest organisirten internationalen Maassvergleichsbureaus zu berathen. Auf solche Weise sollte also nicht bloss den augenblicklichen Uebelständen abgeholfen, sondern durch Beseitigung des erwähnten principiellen Fehlers bei der Einrichtung des metrischen Systems auch für die Zukunft der Wiederkehr derselben vorgebeugt werden[1]).

1) Zweck und Aufgabe einer solchen einzuberufenden Commission konnten also nicht, wie vielfach geglaubt wurde, darin bestehen, das metrische Maasssystem in allen dabei sich betheiligenden Staaten für den Gebrauch im täglichen Leben einzuführen. Es wäre durchaus verfrüht gewesen, zur Zeit und bei dieser Gelegenheit diese Frage zu erörtern; dagegen ist zu erwarten, dass sich dies als Consequenz des ganzen Unternehmens von selbst ergeben wird, indem es dann zumal für jeden

In Folge dieser Wünsche lud endlich die französische Regierung auf den Vorschlag ihrer Akademie der Wissenschaften alle Staaten zur Theilnahme an einer internationalen Metercommission zu Paris im August 1870 ein. Bekanntlich verhinderten die Kriegsereignisse jenes Jahres eine vollständige Versammlung und damit entscheidende Berathungen der Commission. Dieselben Differenzen aber, die sich schon in jener Versammlung gezeigt hatten, traten unvermindert wieder hervor, als dann im September 1872 die Commission aufs neue und vollzählig zur Fassung bestimmter Beschlüsse zusammentrat. Während nämlich in den Sitzungen dieser Commission in allen rein wissenschaftlichen (bloss die Reform der metrischen Prototype und die Herstellung gleichwerthiger Copien derselben für alle Länder betreffenden) Fragen fast einstimmige Resolutionen ohne allzugrosse Mühe zu Stande kamen, gingen über die Art und Weise der Ausführung dieser Beschlüsse die Meinungen sehr stark und bestimmt aus einander. Der eine Theil der Versammlung, mit dem grösseren Theil der französischen Delegirten an ihrer Spitze, wollte wieder wie im Jahre 1798 die Ausführung der Reform und die spätere Verwaltung der neuen Prototype fast ganz Frankreich, resp. den französischen Mitgliedern der Commission, übertragen und den Delegirten der übrigen Länder mehr eine bloss passive, gutheissende Stellung einräumen; der andere Theil dagegen der Commission, darunter auch mehrere französische Delegirte, hielt an der Ansicht fest, dass die neuen metrischen Prototype nur dann wirklich internationale, als welche sie ja auch Frankreich angesehen wissen wolle, sein werden, wenn nicht bloss die Festsetzung der Principien ihrer Herstellung, sondern auch diese selbst unabhängig von einer bestimmten Nationalität und jedenfalls unter beständiger

Staat nur vom höchsten volkswirthschaftlichen Interesse sein kann, so rasch als immer möglich das metrische Maasssystem zu adoptiren. Aber auch die neue Herleitung des Meters gemäss seiner ursprünglichen Definition als der 40 millionste Theil des Erdmeridians konnte nicht im Ernst in einer solchen Versammlung zur Sprache kommen, obschon selbst Männer der Wissenschaft dies als einen der Hauptzwecke derselben betrachtet haben. Man ist in der neuesten Zeit in der Metrologie so sehr von den früheren Ideen der Vorzüglichkeit der Naturmaasse zurückgekommen, dass es gegenwärtig keinem in dieser Wissenschaft Bewanderten einfallen würde, die Länge des bestehenden Meters ändern zu wollen, selbst wenn dieselbe viel mehr von ihrer Definition als Naturmaass abwiche, als sie dies wirklich thut. Ein Maasssystem erscheint gegenwärtig durch concrete, aus möglichst unveränderlichem Material construirte und gut aufbewahrte Urmaasse viel sicherer fundamentirt, als durch Anlehnung an ein der Natur entnommenes Maass, dessen Ausmessung immer viel grössere und zudem variable Fehler in sich schliesst.

und wirksamer internationalen Controle erfolge und gleich von Anfang an dies Mal auch auf eine international festgesetzte und garantirte Aufbewahrung sowie eine von keiner einzelnen Nation abhängige Zugänglichkeit derselben Bedacht genommen werde. Zwischen diesen beiden Hauptansichten kam schliesslich ein Compromiss zu Stande, wonach die Anfertigung der neuen Prototype des Meters und Kilogramms sammt ihren Copien, sowie die Vergleichung der ersteren mit den alten Prototypen der Archive den französischen Mitgliedern der Commission übertragen, die endgültigen Verificationen aber der neuen Prototype und ihrer Copien sammt allen Hilfsarbeiten dazu, sowie die Aufbewahrung und künftige Verwaltung der ersteren einem leitenden internationalen Comité und einem beobachtenden internationalen Maass- und Gewichtsbureau reservirt bleiben sollten. Für das Erstere wurden unmittelbar am Schluss der Sitzungen aus dem Schooss der Commission 12 Mitglieder gewählt, welche alle verschiedenen Staaten angehörten; das Letztere sollte durch einen zwischen den participirenden Staaten abzuschliessenden Vertrag auf gemeinsame Kosten begründet und unterhalten werden.

Da die Delegirten zur internationalen Metercommission, vorwiegend Männer der Wissenschaft, von ihren Regierungen nicht mit bezüglichen Vollmachten ausgerüstet waren, so bedurften selbstverständlich alle die Ausführung und künftige Organisation betreffenden Beschlüsse derselben noch der Sanction und definitiven Redaction seitens der Regierungen. Es schien am schicklichsten, zu dem Ende eine Conferenz von bevollmächtigten Diplomaten zu berufen, denen Fachmänner als technische Beiräthe beizugeben wären und die dann über die ganze Ausführung der projectirten Reformen einen definitiven, alle Details bestimmenden Vertrag zwischen den participirenden Staaten abzuschliessen hätten. Eine erste Einladung der französischen Regierung zur Beschickung einer solchen Diplomatenconferenz im Jahre 1873 wurde, wahrscheinlich in Folge von Missverständnissen, von vielen Staaten ablehnend beantwortet; da indessen das von der internationalen Commission für die Leitung der Ausführung erwählte Comité sich in Folge dessen ausser Stande sah, eine wirkliche Action zu beginnen, so lud die französische Regierung auf seine Bitte Ende 1874 die verschiedenen Staaten neuerdings ein, in dieser Sache eine Conferenz von Diplomaten zu beschicken. In Folge dessen trat dann wirklich die fragliche Conferenz am 1. März dieses Jahres (1875) in Paris zusammen.

Auf dieser Conferenz waren alle europäischen Staaten mit Ausnahme Grossbritanniens, ferner die Vereinigten Staaten von Nordamerika, Brasilien, die Argentinische Republik, Peru und Venezuela durch diplomatische Bevollmächtigte und meistentheils auch noch durch einen oder mehrere Specialdelegirte vertreten. Grossbritannien hatte nur einen Specialdelegirten zur Conferenz geschickt.

Obschon nun durch den erwähnten Compromiss seitens der internationalen Metercommission die Nothwendigkeit einer rein internationalen und dauernden Institution nicht bloss für die endgültige Verification der neuen Prototype, sondern auch für ihre künftige Verwaltung anerkannt worden war, haben doch bei den Berathungen der Conferenz einige Specialdeligirte dieselbe neuerdings in Zweifel gezogen, ja sogar heftig bekämpft, was leider die Verhandlungen bedeutend in die Länge zog. Schliesslich entschied doch die Logik der Thatsachen zu Gunsten einer dauernden internationalen Institution[1]).

---

1) Folgende einfache Betrachtung mag noch zur Verstärkung der Nothwendigkeit einer solchen Institution, wie sie sich im Verfolg dieses Berichts aus den Thatsachen unmittelbar ergeben hat, dienen.

Die Erfahrung hat nämlich schon längst dahin geführt, dass in jedem Staate mit einem geordneten Maass- und Gewichtswesen eine Centralstelle nothwendig sei, wo die Urmaasse oder wenigstens genaue Copien derselben deponirt sind und wo auch die nöthigen Hilfsinstrumente und sachverständige Beamte zu genauen Maassvergleichungen sich befinden. — Hier werden zur Erhaltung der Uebereinstimmung der Maasse und Gewichte in den verschiedenen Landestheilen nicht bloss anfänglich, sondern wiederholt von Zeit zu Zeit (etwa alle 5—10 Jahre) die Normalmaasse für die verschiedenen Bezirke nach den Urmaassen abgeglichen. Wo dieses Verfahren nicht befolgt wurde, haben sich mit der Zeit immer wieder störende Differenzen zwischen den Maassen in verschiedenen Theilen desselben Landes hergestellt. Wenn nun schon erfahrungsgemäss für das Maasssystem eines einzelnen Landes eine solche Centralstelle für die Verwaltung der Urmaasse nothwendig ist, so muss dies offenbar noch viel mehr für ein allen Staaten gemeinsames, internationales Maasssystem der Fall sein. Das metrische Maasssystem ist aber nicht bloss gegenwärtig in den meisten europäischen und amerikanischen Staaten sowie in Ostindien eingeführt, sondern auch in anderen Ländern für den internationalen Verkehr adoptirt worden, also in der That bereits das Weltmaass geworden. Würde man bei der jetzigen Reform der metrischen Urmaasse und der Anfertigung von Copien derselben für alle Staaten nicht zugleich eine solche Centralstelle zur Verwaltung dieser internationalen Prototype im Namen aller betheiligten Länder und zur zeitweisen internationalen Controle der unveränderten Uebereinstimmung der an die verschiedenen Staaten vertheilten Copien einrichten, so wäre trotz der sorgfältigsten Ausführung dieser Reform doch in kurzer Zeit wieder der Eintritt derselben Unordnungen im metrischen Maass- und Gewichtssystem als internationalem zu befürchten, wie sie zur Zeit bestehen und eben durch die vereinten Anstrengungen aller Länder beseitigt werden sollen.

In der zweiten Sitzung nämlich der Diplomatenconferenz haben die Bevollmächtigten von 14 unter den 20 bei der Conferenz vertretenen Staaten sich bereit erklärt, das in vorstehendem Sinne abgefasste, von den Specialdelegirten Russlands, Deutschlands, Oesterreichs, Italiens, der Schweiz, Frankreichs, Spaniens, Belgiens und der Vereinigten Staaten Nordamerikas ausgearbeitete und vorgestellte Conventionsproject Nr. 1 zu unterzeichnen; die Bevollmächtigten von 5 anderen Staaten behielten sich ihre Entschliessung in Erwartung weiterer Instructionen ihrer Regierungen noch vor, und nur Holland erklärte sich für das zweite, von anderen Mitgliedern der Specialistencommission vorgeschlagene Conventionsproject. Das erste Project war damit von der überwiegenden Majorität angenommen; mit Rücksicht aber auf die Staaten, welche sich noch nicht entschieden hatten, setzte die Conferenz den 20. Mai für die definitive Unterzeichnung dieser Convention fest; ferner wurde ein Termin von 6 Monaten für die Ratification der Convention seitens der Staaten fixirt und erklärt, dass die Convention mit dem 1. Januar 1876 in Kraft treten solle.

Nach soeben empfangenen Nachrichten ist nun am 20. Mai die fragliche Convention definitiv von den Bevollmächtigten folgender 17 Staaten unterzeichnet worden: Deutschland, Argentinische Republik, Oesterreich-Ungarn, Belgien, Brasilien, Dänemark, Spanien, Vereinigte Staaten, Frankreich, Italien, Peru, Portugal, Russland, Schweden und Norwegen, Schweiz, Türkei, Venezuela. Von den 20 bei der Conferenz vertretenen Staaten sind also nur England, Holland und Griechenland zur Zeit der Convention noch nicht beigetreten.

Diese Convention, welche jetzt nur noch der Ratification durch die Souveraine oder Parlamente bedarf[1]), um mit dem 1. Januar 1876 für 370 Millionen Bewohner der Erde in Kraft zu treten, enthält folgende wesentliche Bestimmungen.

In oder in unmittelbarer Nähe von Paris[2]) wird ein permanentes und wissenschaftliches internationales Maass- und Gewichtsbureau auf gemeinsame Kosten der contrahirenden Staaten errichtet.

1) Diese Ratification ist seither für alle genannten Staaten mit Ausnahme von Brasilien, das sich zurückgezogen hat, erfolgt. Ausserdem ist im Jahre 1879 noch Serbien der Convention beigetreten.

2) Wie schon im Jahre 1872, so wurde auch dies Mal wieder in den Privatverhandlungen von einigen Verfechtern der Idee des internationalen Bureaus gewiss nicht ganz mit Unrecht geltend gemacht, dass in einem kleinen neutralen Staat

Dasselbe wird in einem besonderen Gebäude etablirt, das die nöthigen Garantien der Stabilität und Ruhe darbietet. Seine Hauptaufgaben sind:

1. die Verification und Vergleichung der neuen Prototype und ihrer Copien jetzt und in Zukunft,
2. die Aufbewahrung der neuen internationalen Prototype,
3. die Vergleichung dieser Prototype mit den nicht metrischen Fundamentalmaassen der verschiedenen Länder und mit den geodätischen Maassen,
4. die Verification überhaupt von Normalmaassen von Behörden und Privaten aller Länder, welche dies verlangen (letztere indessen nur gegen Entrichtung bestimmter Gebühren).

Sein Personal besteht aus einem Director, zwei Gehilfen desselben und weiteren Angestellten nach Bedarf. Der Director und die zwei Gehilfen werden vom internationalen Maass- und Gewichtscomité gewählt, welchem exclusive die allgemeine Direction der Arbeiten des Bureaus und seine Ueberwachung anvertraut ist.

Dieses Comité, das sich selbst constituirt und anfänglich mindestens ein Mal im Jahre versammelt, besteht aus 14 Mitgliedern, die alle verschiedenen Staaten angehören. Es wurde zum ersten Mal zusammengesetzt aus den 12 Mitgliedern, welche seiner Zeit von der

die Bedingung einer vollkommenen Internationalität des Bureaus viel leichter und sicherer zu erfüllen wäre als in einem Grossstaat und dass daher nicht Paris resp. Frankreich als Sitz des Bureaus gewählt werden sollte, sondern ein Ort in der Schweiz oder Belgien. Andererseits aber war nicht zu leugnen, dass man Frankreich als der Wiege des metrischen Maasssystems in dieser Beziehung Rücksichten schulde; auch war ganz bestimmt anzunehmen, dass demgemäss nicht bloss Frankreich selbst, sondern eine ganze Reihe von Staaten mit ihm sich nie an einem ausserhalb Frankreichs begründeten Maass- und Gewichtsbureau für das metrische System betheiligen würden. Dadurch wäre aber erst recht der internationale Charakter des letzteren aufgehoben worden und entweder gar nichts oder dann mehrere metrische Urmaasse entstanden. Von den beiden Uebeln war also jedenfalls das aus der Wahl von Paris als Sitz des Bureaus allfällig entspringende das kleinere. Indem man sich hierfür entschied und Frankreich diese grosse Concession machte, musste zugleich bei der Redaction der Convention alles aufgeboten werden, um den grossen Einfluss, welchen unausweichlich jeder Grossstaat auf ein in ihm begründetes öffentliches Institut ausüben wird, durch keine weiteren Zugeständnisse zu verstärken, sondern im Gegentheil denselben durch allerlei Cautelen möglichst zu paralysiren und so die Internationalität des Bureaus zu wahren. Von diesem Standpunkte aus betrachtet dürften manche Bestimmungen der Convention, die man ohne dies vielleicht kleinlich gefunden hätte, in ihrem wahren Lichte erscheinen und für ganz gerechtfertigt gehalten werden.

internationalen Maass- und Gewichtscommission gewählt worden waren, und den zwei Delegirten, welche damals nächst diesen bei der Wahl am meisten Stimmen auf sich vereinigt hatten. Es besteht demnach aus den Herren:

1. Bosscha (Holland),	8. Hirsch (Schweiz),
2. Broch (Norwegen),	9. Husny-Bey (Türkei),
3. Chisholm (Grossbritannien),	10. Ibañez (Spanien),
4. Förster (Deutschland),	11. Morin (Frankreich),
5. Govi (Italien),	12. Stas (Belgien),
6. Herr (Oesterreich),	13. Wild (Russland),
7. Hilgard (Vereinigte Staaten),	14. Wrede (Schweden)[1]).

Alle 6 Jahre (das erste Mal nach Vollendung der neuen metrischen Urmaasse und ihrer Copien) wird dieses Comité zur Hälfte erneuert von den in solchen Intervallen regelmässig sich versammelnden Generalconferenzen für Maass und Gewicht, welche aus Delegirten aller betheiligten Staaten bestehen werden.

Dieser Generalconferenz steht die oberste Entscheidung über alle das metrische Maasssystem betreffenden Fragen zu; sie hat die Aufgabe, die nöthigen Maassregeln zu seiner Verbesserung und Ausbreitung zu berathen und zu provociren; unter ihrer Autorität leitet das internationale Comité alle bezüglichen Arbeiten.

Die Vertheilung der Kosten unter den sich betheiligenden Staaten ist in der Art regulirt, dass die Bevölkerungszahl der Staaten, die das metrische System ganz angenommen haben, dreifach, die derjenigen, welche dasselbe bloss facultativ eingeführt haben, zweifach und die der übrigen Länder einfach gezählt und proportional zu den so erhaltenen Zahlen die Kosten auf die einzelnen Staaten repartirt werden.

Erst nach Verlauf von 12 Jahren kann der eine oder andere der contrahirenden Staaten unter Aufgeben aller weiteren Ansprüche sich von dieser Convention zurückziehen, die auch nur durch ein gemeinsames Einverständniss aller abgeändert werden kann.

Die Convention enthält endlich noch einige Uebergangsbestimmungen, um die durch sie geschaffene Organisation an die bereits von der internationalen Metercommission für die Zwischenzeit veranlassten provisorischen Ausführungsarbeiten insbesondere an diejenige der fran-

1) Die Herren Bosscha und Chisholm haben seither, da ihre Staaten der Convention nicht beitraten, die Annahme der Wahl abgelehnt und sind durch die Herren Krusper (Ungarn) und Gould (Argentinische Republik) ersetzt worden.

zösischen Mitglieder anzuschliessen. Es wurde nämlich festgesetzt, dass die Herstellung der neuen metrischen Prototype und ihrer Copien für alle betheiligten Länder, sowie ihre Vergleichung mit den alten Prototypen der Archive zu Paris wie bis dahin der französischen Section übertragen bleiben sollte.

Gemäss der im letzten Artikel dieser Uebergangsbestimmungen ertheilten Autorisation hat sich gleich nach Schluss der Conferenz das genannte internationale Maass- und Gewichtscomité in Paris versammelt und sich durch die Wahl des Generals Ibañez, Directors des Instituts für Geographie und Statistik in Madrid, zum Präsidenten und des Professors Hirsch, Directors der Sternwarte in Neuchâtel, zum Secretär constituirt. In mehreren Sitzungen wurden dann noch die nöthigen Berathungen gepflogen über vorbereitende Studien bis zum Beginn der eigentlichen Thätigkeit vom nächsten Jahre an und vor allem auch über die Schritte, welche zur Erwerbung geeigneter Localitäten für die Einrichtung des internationalen Bureaus bei der französischen Regierung zu thun sein. Zur Verfolgung dieser und ähnlicher Arbeiten hielt es endlich das Comité für nützlich, den künftigen Directors des Bureaus, dessen definitive Wahl erst nach der Ratification der Convention thunlich erschien, schon jetzt zu designiren. Die Wahl fiel einstimmig auf den Professor Govi aus Turin.

So ist denn durch diese Convention eine feste Organisation für die Ausführung der Metermaassreform geschaffen und zugleich das erste wissenschaftliche internationale Institut creirt. Durch dieses können die gemeinsamen Arbeiten auf sicherer und unabhängiger Basis gefördert werden, und wenn auch bis zur Lösung der nächsten Aufgaben noch mehrere Jahre verfliessen dürften, so kann man jetzt ruhig der Vollendung dieser ihrer Natur nach langwierigen und delicaten Untersuchungen entgegensehen. Das Ziel, welches unsere Akademie der Wissenschaften seiner Zeit durch ihre Vorschläge anstrebte, wird sicher erreicht werden.

Bald sind fünf Jahre verstrichen, seit ich (am 20. Mai 1875) die Ehre hatte, der Akademie über den Erfolg der diplomatischen Conferenz des Meters zu Paris im Frühjahr 1875 einen (den vorgedruckten) Bericht zu erstatten, der als solcher auch in öffentliche Blätter überging. Es dürfte daher an der Zeit sein, über die Arbeiten, welche

auf Grundlage der durch diese Conferenz abgeschlossenen internationalen Convention inzwischen unternommen und fortgeführt worden sind, der Akademie wieder einmal ausführlicher Rechenschaft zu geben und dadurch sie und weiterhin auch das Publikum über den Stand der so wichtigen Reform der metrischen Urmaasse zu unterrichten.

Man wird sich erinnern, dass die internationale Meterconvention entsprechend den Beschlüssen und Wünschen der internationalen Metercommission vom Jahre 1872 die Gesammtarheit der Reform der metrischen Urmaasse zwischen zwei Organen vertheilte, indem sie festsetzte, dass die französische Section der früheren internationalen Metercommission mit der Anfertigung der neuen metrischen Prototype und ihrer Copien für alle Länder, sowie mit der Verification derselben nach den alten metrischen Prototypen der Archive zu Paris betraut bleiben solle, dass dagegen die endgültige Vergleichung der nationalen metrischen Etalons mit den neuen internationalen Prototypen, sowie die Aufhewahrung und Verwaltung der letzteren, die künftige Anfertigung und Verification von Copien dieser etc. einem in Paris zu begründenden internationalen Maass- und Gewichtshureau zu übertragen sei, das nach den Vorschriften und unter Controle eines aus 14 Mitgliedern bestehenden internationalen Maass- und Gewichtscomités zu arheiten hahe.

Wie und in welchem Maasse haben sich nun bis dahin diese heiden Organe der ihnen gewordenen Aufgaben entledigt?

Die französische Section der internationalen Metercommission, welche schon 1869 constituirt worden war und ihre Thätigkeit mit Studien über das geeigneteste Material für die neuen Prototype begann, hat dem Auftrag jener Commission zufolge nach mannigfachen Vorversuchen im Jahre 1873 am 13. Mai 1874 im Conservatoire des Arts et Metiers durch Guss einen Block von 250 kgr hergestellt, der nach den Bestimmungen der internationalen Metercommission aus 90 % reinem Platin und 10 % reinem Iridium bestehen und aus dem die neuen Prototype und die von den verschiedenen Staaten bestellten 62 Meter und 42 Kilogramme angefertigt werden sollten. Kleine Proben dieses Materials sind zwar wiederholten Untersuchungen auf ihre physikalischen Eigenschaften, insbesondere ihr spec. Gewicht und ihre Ausdehnung durch Wärme, unterworfen worden, die gewünschten Versuche aber betreffend die Unveränderlichkeit des Materials sind bis dahin nicht angestellt. Bis zum Frühjahr 1879 waren überhaupt

aus dem fraglichen Material erst 27 Meter so weit hergestellt, dass sie zur Aufnahme der Theilung bereit waren. In der Nacht vom 31. December 1878 zum 1. Januar 1879 wurde auch im Conservatoire des Arts et Metiers eines dieser Meter nach dem Prototypmeter der Archive getheilt, indessen erwies sich die Theilung später bei näherer Untersuchung als ungenügend. Seither scheint kein weiterer bezüglicher Versuch mehr gemacht worden zu sein. Noch weniger weit ist man in der Anfertigung der Kilogramme gekommen, indem nach einigen, der geringen Homogenität des Materials halber verunglückten Versuchen vor der Hand die Herstellung von Kilogrammen aus demselben ganz eingestellt worden ist.

Demgemäss scheint auch die französische Section für die Beschaffung einer genauen Wage und der nöthigen Hilfsinstrumente für die Verification der Kilogramme keine endgültigen Schritte gethan zu haben[1]). Dagegen hat dieselbe zwei Comparatoren für die Meter anfertigen lassen, von welchen der erstere mit longitudinaler Bewegung des Wagens hauptsächlich zur Tracirung der Platin-Iridium-Meter nach dem alten Archivmeter, der andere mit gewöhnlicher transversaler Bewegung des Wagens zur nachherigen Vergleichung der getheilten Meter mit dem Archivmeter dienen soll. Der erstere Comparator ist bereits definitiv und sehr solide in einem kleinen Zimmer aufgestellt, welches behufs Ausführung der Theilung in der Nähe von 0° durch Einblasen von kalter Luft auf diese Temperatur gebracht und einige Zeit bei derselben constant erhalten werden kann. Der zweite Comparator kommt in ein zweites, gleich beschaffenes Zimmer zu stehen, war aber zur Zeit meines Besuchs im Conservatoire (im Mai 1879) noch nicht montirt.

Beide Instrumente müssen so weit, als sich dies nach dem Aeussern beurtheilen lässt, als gut und zweckentsprechend bezeichnet werden; leider liegen aber weder von dem einen noch anderen vollständige

1) Ich kann dagegen an dieser Stelle nicht unerwähnt lassen, dass ich im Laboratorium des Herrn Deville in der École normale eine vorzügliche, von Collot in Paris verfertigte Wage zur Vergleichung von Kilogrammen gesehen habe, die ebenfalls eine Vorrichtung zur Vertauschung der Gewichte auf den Wagschalen ohne Oeffnung des Gehäuses nach einem besonderen Systeme besitzt. Eben so habe ich auch bei derselben Gelegenheit den Längencomparator im Collège de France besichtigt, mit welchem die Herren H. Deville und E. Mascart einen Theil ihrer interessanten, in der Schrift „Sur la construction de la Règle géodésique internationale“ (Paris 1879) beschriebenen Untersuchungen ausgeführt haben.

Messungen vor, welche ihre Leistungsfähigkeit zifferngemäss anzugeben gestatteten, und dasselbe gilt auch von den Einrichtungen zur Erhaltung der Temperaturconstanz bei den Beobachtungen.

Die französische Section ist somit, obschon sie bereits 7 Jahre unter den günstigsten äusseren Umständen und gewissermassen bei sich zu Hause gearbeitet hat, noch ziemlich weit von der Vollendung der ihr gewordenen Aufgabe entfernt. Die Schuld hieran tragen in erster Linie einige, in ihrer Bestimmtheit für jene Zeit etwas verfrühte Beschlüsse der internationalen Metercommission. Dieselbe beschloss nämlich, die neuen Meter und Kilogramme aus einer Legirung von 90 % Platin und 10 % Iridium anfertigen zu lassen, obschon damals, wie sich seither ergeben hat, weder die Eigenschaften dieser Legirung noch die Herstellung und Eigenschaften des chemisch reinen Iridiums genügend bekannt waren; sie beschloss ferner, dass je alle Meter und je alle Kilogramme der Gleichartigkeit halber aus einem Gussblock angefertigt werden sollten, was sich in der Wirklichkeit als durchaus unpraktisch erwiesen hat; sie setzte endlich theoretischen Betrachtungen zufolge für die Meter eine neue eigenthümliche Querschnittsform (angenähert die Form eines X) fest, obschon über die Möglichkeit befriedigender Herstellung derselben noch keinerlei Erfahrungen vorlagen. In zweiter Linie ist wohl diese Verzögerung in der Ausführung der ihr übertragenen Aufgabe dem Umstand beizumessen, dass die französische Section dieselbe, nämlich die Herstellung der neuen Meter und Kilogramme, zu wörtlich nahm und demzufolge auch die Ausführung der rein technischen Theile dieser Arbeit wie Guss des Materials, Construction der Stäbe und Kilogramme aus demselben, Politur der letzteren, Ziehen der Striche auf den Metern u. s. w. selbst in die Hand nahm. Misshelligkeiten, die, zum Theil deshalb und aus anderen Gründen mehr, zwischen ihren Mitgliedern ausbrachen, mussten ebenfalls lähmend auf den gedeihlichen Fortgang der Arbeiten einwirken.

Diesen Umständen allen ist es beizumessen, dass im Frühjahr 1874 Platin und Iridium legirt wurden, deren Reinheit nicht genügend festgestellt war, dass man daraus einen einzigen Block von 250 ^{kgr} goss, der sich später als nicht genügend homogen in seiner ganzen Ausdehnung erwies, dass man die Anfertigung der Meterstäbe aus diesem Material fortsetzte, nachdem bereits am 19. November 1874 der berühmte Chemiker Henri Saint-Claire Deville in der Sitzung

der französischen Section auf die ungenügende Reinheit desselben hingewiesen hatte. Die grosse Mühe, welche die eigene Herstellung der Meterstäbe mit ihrem complicirten Querschnitt aus einem so harten Material wie Platin-Iridium verursachte, war denn auch wohl der Hauptgrund, weshalb die Mehrheit der französischen Section die bereits vollendeten Stäbe nicht verwerfen und die Fortsetzung der Anfertigung weiterer aus demselben Material selbst dann nicht sistiren wollte, als Herr Deville im Mai 1875 ihr seine Analysen in extenso vorlegte, wonach Stücke der angefertigten Stäbe bis zu 2,7 % fremder Metalle (darunter 2,3 % oxydable) ausser Platin und Iridium enthielten. Man zog es vor, die Richtigkeit dieser Analysen anzuzweifeln.

Erst nachdem im Jahre 1877 das internationale Maass- und Gewichtscomité vermöge der ihm durch die Convention ertheilten Befugniss durch zwei seiner Mitglieder mit gefälliger Beihilfe des Herrn Deville ebenfalls Analysen von Proben des fraglichen Materials hatte ausführen lassen, welche die früheren Resultate des Herrn Deville vollkommen bestätigten, mussten alle Zweifel verstummen und wurde demzufolge beschlossen, die weitere Anfertigung von Metern aus dem fraglichen Material zu sistiren, bis vergleichende Untersuchungen einiger der bereits vollendeten Stäbe mit neuen, aus ganz reinem Platin-Iridium anzufertigenden über die Zulässigkeit des ersteren Materials entschieden haben würden. Das internationale Comité, welches diese Untersuchung in seinem Bureau ausführen soll, hat indessen dieselbe noch nicht beginnen können, da ihm bis dato die fraglichen beiderlei Stäbe von der französischen Section noch nicht übergeben worden sind.

Das zweite von der Convention mit den Ausführungsarbeiten betraute Organ, das internationale Maass- und Gewichtscomité mit seinem beständigen, in Paris zu begründenden Bureau, konnte seine eigentliche Thätigkeit erst nach Ratification der Convention durch die dabei betheiligten Regierungen mit dem Jahre 1876 beginnen. Seither sind auf einem von Frankreich geschenkten Stücke Land im Parke von St. Cloud oberhalb Sèvres, in welchem sich der im Kriege zerstörte „Pavillon de Breteuil" befand, erstens durch Restauration des letzteren die nöthigen Wohnungen und Bureauräume für die Beamten des internationalen Maass- und Gewichtsinstituts, sowie eine mechanische Werkstätte und ein chemisches Laboratorium geschaffen worden, und sodann ist daneben ein Observations-

gebäude und ein Maschinenhaus neu erbaut worden, von welchen das erstere 6 grosse Säle mit Einrichtung zur Präcisionstemperirung derselben, ferner ein physikalisches Laboratorium und endlich zwei über einander liegende, kellerartige Gewölbe besitzt. Das untere der beiden letzteren, durch zwei eiserne Thüren verwahrte und nahe constante Temperatur besitzende, ist für die Aufbewahrung der künftigen internationalen metrischen Prototypen und ihrer „Temoins“ bestimmt. Das Maschinenhaus birgt die Dampfmaschine und die Apparate zur Abkühlung und Erwärmung der Luft und des Salzwassers, welche Ventilatoren und Pumpen durch Röhrenleitungen zu den Sälen des Observationsgebäudes befördern. Die Luft wird dort direct in die Säle nach Oeffnung entsprechender Klappen eingeblasen, das Salzwasser aber fliesst auf allen Seiten über die Rückseite der cannelirten Zinkwand herunter, mit welcher die ebenfalls mit Zink bekleideten Wände des Zimmers in einem Abstand von ungefähr ½ Fuss ringsum umhüllt sind. Hierdurch wird es, wie wir im Verfolg noch näher sehen werden, möglich, jeden Saal in kurzer Zeit auf eine beliebige, zwischen — 1° und 30° C. gelegene Temperatur abzukühlen oder zu erwärmen und alsdann beliebig lang auf der gewählten Temperatur mit Schwankungen von bloss 0,1° zu erhalten. Aeussere Temperaturwechsel, Sonnenschein u. dergl. haben keinen störenden Einfluss auf die Temperatur der Säle, da dieselben rings von einem gleichmässig temperirten Corridor umgeben sind und ihr Licht bloss von oben durch hohe, in das Dach des Hauses eingesetzte Laternen empfangen.

In diesen Sälen des Observationsgebäudes waren zur Zeit meiner letzten Anwesenheit im Mai dieses Jahres bereits verschiedene Instrumente aufgestellt und in Gebrauch genommen, nämlich in dem grossen Saal für die Präcisionswagen, die zur Vergleichung der Kilogramme im lufterfüllten Raume bestimmte Wage von Ruprecht in Wien mit Mechanismus zu Arretirung und zur Versetzung der Gewichte auf den Wagschalen aus der Ferne, so dass, da auch die Ablesung der Wage mit Fernrohr und Scale aus der Ferne geschieht, der Beobachter während der ganzen Dauer einer Wägung gar nicht in die Nähe der Wage zu kommen braucht. Diese Wage ist das Vollendetste, was ich in dieser Richtung bis dahin kennen gelernt habe. Dank ihrer vortrefflichen Construction, den erwähnten Mechanismen sowie endlich der Solidität ihrer Aufstellung — sie steht auf einem im Erdboden unabhängig vom Zimmerboden fundamentirten Steinpfeiler — und der

Temperaturconstanz des Saales lässt sie nämlich Kilogramme gleichen Volumens, wie wir noch näher im Verfolg sehen werden, mit einem wahrscheinlichen Fehler von bloss $^1/_{200}$ mgr oder also dem $^1/_{200}$ millionten Theil der ganzen Grösse vergleichen; es repräsentirt dies ein dem blossen Auge eben noch erkennbares Staubkörnchen.

In demselben Raume befand sich noch eine in gleicher Weise aufgestellte hydrostatische Wage von Sacré in Brüssel, welche zur Bestimmung der specifischen Gewichte der Kilogramme bestimmt ist und demgemäss eine etwas geringere Empfindlichkeit besitzt; ausserdem waren die für die Reduction der Wägungen auf den leeren Raum nöthigen Hilfsinstrumente wie Barometer, Thermometer, Hygrometer bereits vorhanden und verificirt. Ein drittes, damals noch leeres Steinfundament in diesem Saal wird mit der von Bunge in Hamburg zu liefernden Wage zur Vergleichung der Kilogramme im leeren Raum besetzt werden.

Ein zweiter Saal enthält allein den für die Vergleichung der Strichmeter bestimmten Längencomparator von Gebrüder Brunner in Paris. Es ist dies ebenfalls ein mit den neuesten Vervollkommnungen ausgerüstetes, vorzüglich gelungenes Instrument, welches zwei Strichmeter mit einem wahrscheinlichen Fehler von 0,03 Mikron oder $^1/_{30000}$stel Millimeter zu vergleichen erlaubt, wie die weiterhin mitzutheilenden Messungsresultate zeigen werden.

In einem weiteren Saale ist der nach den Angaben von Baron v. Wrede in Stockholm construirte Comparator zur Bestimmung der absoluten Wärmeausdehnung der Meter nach einer neuen Methode aufgestellt worden, und ebenda befindet sich auch das von Turettini in Genf nach meinen Angaben angefertigte Normalbarometer und Manometer, das zugleich als Luftthermometer zu benutzen ist, sowie die Vorrichtungen zur Normalpunktsbestimmung, Calibrirung und Vergleichung der Quecksilberthermometer, endlich ein Fizeauscher, von Laurent in Paris gearbeiteter Apparat zur Bestimmung der Ausdehnung kleiner Stäbe.

Obschon noch weitere Wagen und Comparatoren für Untersuchung von Unterabtheilungen des Kilogramms und des Meters bestellt sind und ein Steinheil'scher Comparator für Endmaasse bereits vorhanden ist, so trete ich hier auf die Besprechung dieser Instrumente nicht ein, da sie eben zur Zeit noch nicht aufgestellt waren.

Das Comité hat sich aber nicht damit begnügt, das internationale Bureau einzurichten und darin die erwähnten Instrumente aufzustellen; es sind vielmehr bereits von ihm und durch die Beamten des Bureaus eine Reihe von Arbeiten und Untersuchungen ausgeführt worden, welche dem Gedeihen des ganzen Unternehmens sehr förderlich gewesen sind und deren ich hier um so eher noch kurz zu gedenken habe, als ein Theil derselben auch uns unmittelbaren Nutzen gebracht hat.

Die erste Arbeit, welche das Comité noch vor Vollendung des internationalen Bureaus durch einige seiner Mitglieder ausführen liess, ist die schon oben erwähnte chemische Untersuchung von Proben des zur Herstellung der Meter von der Section française verwendeten Platin-Iridiums. Bei dieser Gelegenheit liess dann das Comité auch gleich für das internationale Bureau Typen von wirklich reinem Platin und Iridium sowie von verschiedenen Legirungen beider Metalle herstellen und mit vom Hause Matthey in London geliefertem reinen Platin-Iridium von der normirten Zusammensetzung (90 Platin auf 10 Iridium) 2 Meter, 2 Kilogramme und 2 Grammgewichtssätze herstellen, von welchen die Meter von den Gebrüdern Brunner in Paris ausgearbeitet und getheilt, die letzteren vom Mechanikus Oertling in London abgeglichen wurden.

Nach Vollendung der Bauten in Breteuil im Sommer 1878 beauftragte dann das Comité die Beamten des Bureaus sofort mit der Aufstellung, Justirung und Prüfung der erwähnten Instrumente, worauf im Februar dieses Jahres unter Leitung des mit der Direction des Bureaus zeitweise betrauten Comitémitgliedes Herrn Prof. Broch aus Christiania die Untersuchung der obigen Maasse vermittels derselben beginnen konnte. Herr Dr. Pernet aus Bern, als Gelehrter für Specialuntersuchungen angestellt, übernahm die Untersuchung der Normalthermometer, des Normalbarometers und die wiederholte Vergleichung der beiden Meter zur Prüfung ihrer Unveränderlichkeit; Herr Dr. Benoit aus Paris, als erster Adjunct des Bureaus angestellt, begann die Bestimmung der absoluten Ausdehnung der verschiedenen Typen aus Platin, Iridium und ihrer Legirungen vermittels des Fizeau'schen Apparates, sowie der absoluten Ausdehnung der Meterstäbe mit dem Wrede'schen Comparator; Herr Marek endlich aus Wien, früher Gehilfe in der österreichischen Normaleichstätte zu Wien und dann zum zweiten Adjuncten des Bureaus erwählt, führte die Vergleichungen der Kilogramme und die Verification der Gewichts-

sätze aus Platin-Iridium aus und bestimmte das specifische Gewicht der einzelnen Stücke. Der Letztere machte auch im Auftrage des Comités mit dem einen der Platin-Iridium-Kilogramme eine Reise nach London, um es daselbst mit dem sog. Miller'schen Platinkilogramm zu vergleichen, das zur Zeit unstreitig die genaueste Copie des Prototypkilogramms der Archive in Paris repräsentirt. Vergleichende Wägungen im Bureau vor und nach der Reise mit dem daselbst intact verbliebenen gleichen Kilogramm ergaben, dass dasselbe durch die Reise sein Gewicht innerhalb der Genauigkeitsgrenze der Wägungen, d. h. innerhalb 0,004 ^{mgr} nicht verändert habe; vorhergehende Messungen hatten bereits gezeigt, dass auch durch Eintauchen in Wasser behufs Bestimmung des spec. Gewichts keine darüber hinausgehende Veränderung des absoluten Gewichts erfolgt sei.

Für die Meterstäbe aus dem reinen Platin-Iridium hat Dr. Pernet bereits ähnliche günstige Resultate für ihre Unveränderlichkeit erhalten, indem seine Messungen ergaben, dass die wiederholte Erwärmung und Abkühlung des einen Stabes auf eine Reihe von Temperaturen, die zwischen — 2° und + 40° wechselten, keine 0,00003 ^{mm} übersteigende bleibende Veränderung in seiner absoluten Länge bei 0° bewirkt habe.

Das Comité glaubte aber bei diesen vorbereitenden Untersuchungen nicht stehen bleiben zu dürfen, sondern hielt sich angesichts der sehr langen Verzögerung in der Anfertigung der neuen metrischen Prototype und ihrer Copien mit Rücksicht auf die bedeutenden Opfer, welche die Staaten diesem internationalen Unternehmen bereits gebracht haben, für verpflichtet, den letzteren die Möglichkeit zu bieten, durch das Mittel des internationalen Maass- und Gewichtsbureaus inzwischen bereits zu einem Vergleich der in den verschiedenen Ländern existirenden metrischen Maassetalons zu gelangen. In einem Circular an die Regierungen erbot es sich demgemäss, im Bureau mit den dortigen Typen die Verification einzusendender metrischer Etalons ausführen zu lassen. Da das Maass- und Gewichtsdepot unsers Finanzministeriums, wie der Akademie bekannt ist, die Benutzung dieses Anerbietens officiell ablehnte, so schien es mir in Anbetracht der Unsicherheit, welche den metrischen Etalons des physikalischen Centralobservatoriums zur Zeit noch anhaftete, geboten, davon für unsere Akademie Gebrauch zu machen und meine Reise ins Ausland in diesem Frühjahre dazu zu benutzen, um ein Bergkrystallkilogramm und ein Messingmeter mit

Strichen auf eingelassenen Goldstiften, die ich für das physikalische Cabinet der Akademie unlängst erworben hatte, nach Paris zur Verification im internationalen Bureau mitzunehmen.

Das Kilogramm ist in Paris während meines dortigen 14tägigen Aufenthalts und zum Theil in meiner Gegenwart von Herrn Marek mit dem einen Platin-Iridium-Kilogramm verglichen und dann von mir nach St. Petersburg zurückgebracht worden. Die Vergleichung des Messingmeters mit dem einen Platin-Iridium-Meter durch Herrn Dr. Pernet nahm mehr Zeit in Anspruch, da sie bei verschiedenen Temperaturen zu erfolgen hatte. In meinem Beisein geschah sie bei 12,0° und 30°, später noch bei 12°, 18° und 4°. Dann bestimmte Herr Pernet noch die absolute Ausdehnung unsers Meters mit dem Wrede'schen Comparator, worauf nochmalige Controlbeobachtungen über unveränderte absolute Länge desselben bei 8° erfolgten.

Nach Beendigung dieser Vergleichungen gegen Ende November hat mir das Bureau das Meter sofort per Transportcomptoir zugeschickt. Es verstösst dies allerdings gegen die Tradition, wonach zur Verhütung von Stössen feinere Maasse nur in der Hand von Personen transportirt werden sollen. Gleichwohl braucht man darüber nicht besorgt zu sein, indem zufolge der von mir angeordneten Verpackung des Meters dasselbe sicherlich auch bei dem gewählten viel einfacheren und billigeren Transport weniger starken Erschütterungen ausgesetzt worden ist, als wenn es eine Person direct von Paris nach St. Petersburg gebracht hätte. Das in sein Etui eingeschlossene Meter war nämlich mit starken Kautschukschläuchen in einer grösseren Kiste so aufgehängt, dass es ihre Wände nicht berühren und also jeder auf die letztere ausgeübte Stoss durch die Elasticität des Kautschuks unschädlich gemacht wurde. Zur Bekräftigung dessen kann ich anführen, dass ich kürzlich zwei ganz ähnlich verpackte, gefüllte Quecksilberbarometer aus Berlin mir habe zuschicken lassen und dieselben in vollkommen gutem Zustande erhielt. Eine neue Vergleichung des fraglichen Meters in Paris im nächsten Jahre wird übrigens das sicherste Kriterium für die Zulässigkeit dieser neuen Transportmethode von Maassen liefern. Der Gefälligkeit des Herrn Pernet verdanke ich auch die Zusendung einer Copie der Originalbeobachtungen, welche zugleich die oben erwähnten Nachweise über Temperaturconstanz des Locals — im Comparator selbst variirten die Temperaturen während jeder Beobachtungsreihe nur um 0,01° — und über die Genauigkeit

der Messungen enthält. Das Schlussresultat freilich über die absolute Länge und den Ausdehnungscoëfficienten des Meters kann erst nach Vollendung der Berechnungen aller Beobachtungen mitgetheilt werden; bis dahin wird dann auch die begonnene Vergleichung des Platin-Iridium-Meters des Bureaus mit der preussischen und schweizerischen Copie des Archivmeters beendigt sein und so zugleich der absolute Werth unsers Meters bezogen auf das letztere festgestellt werden können[1]).

Dagegen bin ich in der Lage, bereits ein definitives Resultat über das absolute Gewicht unsers Bergkrystallkilogramms vorzulegen, da mir Herr Marek nicht bloss die Endresultate seiner Vergleichungen desselben mit dem Platin-Iridium-Kilogramm des internationalen Bureaus, sondern auch diejenigen des letzteren mit der englischen (Miller'schen), österreichischen und schweizerischen Copie des Archivkilogramms in Paris mitgetheilt hat. Danach ist unser Bergkrystallkilogramm im leeren Raum um $20{,}2^{\text{mgr}}$ schwerer als das Prototypkilogramm der Archive zu Paris und die Unsicherheit dieses Resultates kann nicht grösser als $0{,}1^{\text{mgr}}$ sein.

Die Details aller dieser und der oben erwähnten anderen Arbeiten im internationalen Maass- und Gewichtsbureau werden demnächst in einer besonderen Publication dieses Instituts der Oeffentlichkeit übergeben werden, so dass die gesammte wissenschaftliche Welt sich ein Urtheil über die Leistungen desselben wird bilden können.

Inzwischen habe ich die Ehre, der Akademie zusammen mit den erwähnten Vergleichsdocumenten die beiden fraglichen Etalons selbst vorzustellen, deren Erlangung also dank dem internationalen Institut in Paris unserm Lande keinerlei erhebliche Kosten verursacht hat und so die Nützlichkeit desselben auch in dieser Richtung augenfällig macht.

Hiernach darf man wohl sagen, dass das zweite durch die Convention instituirte Ausführungsorgan der Meterreform, das internationale Maass- und Gewichtscomité, seine Aufgabe, so weit dies von ihm abhing, bis dahin vollständig erfüllt hat und das obschon es fortwährend mit

1) Nach einer inzwischen empfangenen Mittheilung des Herrn Pernet über diese Berechnungen und Vergleichungen ist es sehr wahrscheinlich, dass unser Messingmeter bei 0^0 um $0{,}008^{\text{mm}}$ länger ist als das Archivmeter. Die diesem Resultat bezüglich seines absoluten Werths noch anhaftende Unsicherheit von $0{,}008^{\text{mm}}$ kann erst nach Vergleichung der Typen des internationalen Bureaus mit weiteren Copien des Archivmeters gehoben werden.

bedeutenden äusseren und inneren Schwierigkeiten zu kämpfen hatte. Eines der Hemmnisse bestand darin, dass die Mittel für die Einrichtung des Instituts von der Convention wegen Mangels an vorliegenden Erfahrungen etwas zu niedrig bemessen worden waren; am meisten aber ist bis zur Stunde einer noch befriedigenderen Function des internationalen Maass- und Gewichtsbureaus hinderlich, dass das Comité keinen anerkannt tüchtigen Fachmann zur festen Besetzung des Directorats desselben finden konnte und daher diese Stelle fortwährend bloss provisorisch und zeitweise durch Mitglieder des Comités selbst bekleiden lassen musste. Die durch die Commission festgesetzten Bedingungen der Stelle sind so wenig günstig, dass alle Persönlichkeiten, die für dieselbe in Frage kommen konnten, von vorn herein eine Wahl ablehnten. Hoffen wir, dass auch dies letzte Hemmniss sich bald auf die eine oder andere Weise werde beseitigen lassen, wie es schon mit so vielen anderen geschehen ist.

Graphische Untersuchungen über Galvanometerrollen mit Rücksicht auf die grösstmögliche Empfindlichkeit.

Von

M. Th. Edelmann,

Privatdocent a. d. techn. Hochschule und Inhaber des physik.-mech. Instituts in München.

(Mit Tafel XI.)

Die Einrichtung meistempfindlicher Galvanometer ist schon längst und von Seite mehrerer Autoren (hauptsächlich von W. Weber) in den Kreis eingehender theoretischer Untersuchung und praktischer Behandlung (Thomson) gezogen worden, worüber man in Wiedemann's Galvanismus Bd. II eine Zusammenstellung des wichtigsten Vorhandenen findet. Neuerdings hat H. Weber[1]), auf die Wichtigkeit des Galvanometers als Messinstrument hinweisend, eingehende Studien über solche Instrumente publicirt. Er hat sich der eben so mühevollen als verdienstlichen Arbeit unterzogen, in Beziehung auf eine ganze Reihe gegebener Kettenwiderstände, Windungsformen und Nadellängen Tafeln zu berechnen, aus welchen der ausführende Mechaniker die nöthigen Dimensionen sofort entnehmen kann. Diese Berechnungen gehen von der Annahme bestimmter, bereits in Gebrauch befindlicher Nadel- und Windungs-Querschnittsformen aus, und zugleich ist bei allen hierher gehörigen Betrachtungen vorausgesetzt, dass der Windungsdraht innerhalb der ganzen Galvanometerrolle eine gleichbleibende Dicke beibehalten solle. Wir setzen diese Beschränkungen nicht voraus; wohl aber, dass die Windungen kreisförmig seien.

Ein Spiegelgalvanometer — um die Betrachtung über solche kann es sich hier selbstverständlich allein handeln — ist bekanntlich um so empfindlicher, je grösser durch einen bestimmten Strom und unter sonst gleichen äusseren Umständen die Anzahl der abgelesenen Scalentheile ausfällt. Nehmen wir der Einfachheit der Betrachtung halber

1) Repertorium Bd. 11 u. 13.

einen Strom von der absoluten (elektromagnetischen) Intensität Eins an, wirkend auf eine sehr kurze Nadel, welche durch eine Horizontalcomponente Eins (absolut) des Erdmagnetismus im magnetischen Meridiane festgehalten wird, und einen Abstand der Scala vom Spiegel von einem halben Meter, dann haben wir mit genügender Annäherung durch die Wirkung einer einzigen kreisförmigen Windung bekanntlich folgenden Scalenausschlag in Millimetern zu erwarten:

$$y = \frac{2\pi r^2}{(e^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}. \qquad \text{(I}$$

In dieser Gleichung bedeuten: r den Radius der Windung, e den Abstand der Windungsfläche von der Nadelmitte und ferner y den Scalenausschlag unter obigen Annahmen.

Wir bedienen uns zur vorliegenden Untersuchung einer graphischen Methode, welche sich auf die Anwendung vorstehender Gleichung stützt und den Vorzug grosser Einfachheit und Uebersichtlichkeit vor der rechnerischen Methode bietet. Auf absolute Genauigkeit muss hier ohnehin von vorn herein verzichtet werden, da einer solchen die praktische Ausführung und hauptsächlich die Herstellungsweise der Drahtrolle unter gar keinen Umständen vollkommen strenge folgen könnte.

Aus der Betrachtung der Gleichung (I) ergibt sich unmittelbar, dass die wirksamsten Galvanometerwindungen diejenigen sind, welche zunächst dem Mittelpunkte der Galvanometernadel angebracht werden und einen möglichst kleinen Radius besitzen. Daraus folgt, dass man die Galvanometernadel so klein als möglich zu machen hat, und eben daher auch, dass man in Berücksichtigung der Dämpfer, welche gerade den wirksamsten Windungen den Platz rauben, diese so klein als möglich machen soll. Wegen der geringen Dimensionen der in Anwendung kommenden Galvanometernadeln ergibt sich als Form der einzelnen Windung der Kreis, für welchen Formel (I) gilt. Von den Windungen gleichen Durchmessers sind zwar jene die wirksamsten, welche in der Nadelebene liegen. Diese werden aber wenigstens bis zur Breite von 2^{mm} durch die Aufhängung der Nadel verdrängt. Eine Aufhängungsweise der Nadel wie bei dem jetzt veralteten Meissner-Meyerstein'schen Galvanometer, wo die mechanische Verbindung der Nadel mit der Suspension ausserhalb der Rolle herumreicht und die mittleren Windungen dadurch erhalten bleiben, ist

wegen Rücksichten auf die dynamische Empfindlichkeit nicht brauchbar und selbst für Schwinguugsgalvanometer sehr unbequem. Aus meinen bisherigen Erfahrungen ergab sich, dass — hauptsächlich wegen des Einflusses des Coconfadens — der kleinste brauchbare Durchmesser einer verlässigen Galvanometernadel bis 8 mm herabsinken könne und dass demzufolge der kleinste Radius der Windungen, welcher in der Praxis noch vorkommen kann, 6 mm ausmisst. In Bezug auf jene Windungen, welche in der Nähe der Rollenachse liegen, kann man aus der Betrachtung alle diejenigen als nie verwendet weglassen, welche innerhalb zweier spitzer, mit der Rollenachse conaxialer Kreiskegelstücke liegen, von welchen in der Fig. 2 Tafel XI (halbe Querschnitte einer Rolle in natürlicher Grösse) die Erzeugenden *ab* und *bc* angegeben sind.

Das Maximum der Empfindlichkeit wird — was die Widerstandsverhältnisse anbetrifft und wenn man die Dicke der Umspinnung zunächst vernachlässigt — bekanntlich dann erreicht, wenn der Widerstand der Galvanometerrolle dem äusseren Gesammtwiderstand (Leitung plus Kette) gleich ist. Jede einzelne Galvanometerwindung tritt mit ihrem Widerstande als Summand des Galvanometerwiderstandes ein. Die Widerstände der einzelnen Windungen sind umgekehrt proportional den zugehörigen Radien, und es ist demnach eine Windung um so werthvoller im Galvanometer, je grösser für diese Windung in der Formel (I) der Werth von y ausfällt, und dann, je weniger durch dieselbe Widerstand in die Galvanometerrolle hineingebracht wird. Wenn also für irgend ein Galvanometer mit kreisförmigen Windungen der Widerstand derselben in Betracht gezogen werden muss, dann ergibt sich für jede Windung eine bestimmte Werthangabe z ihrer Verwendbarkeit, welche sich aus folgender Gleichung rechnen lässt:

$$z = \frac{r}{(r^2 + e^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \qquad \text{(II}$$

Um ein anschauliches und für die graphische Methode verwendbares Bild über den Verwendungswerth der einzelnen Windungen zu erhalten, verfahren wir nun folgendermassen:

Wir berechnen zunächst für alle gewöhnlich vorkommenden r und e die Werthe von z und erhalten hierdurch nachstehende Tabelle 1.

Tabelle 1.

Werthe von z aus der Gleichung $z = \frac{r}{(r^2 + e^2)^{\frac{3}{2}}}$.

r	$e = 0$	$e = 5$	$e = 10$	$e = 15$	$e = 20$	$e = 25$	$e = 30$	$e = 35$	$e = 40$	$e = 45$	$= 50$
2,5	1600	143,1	22,81	7,11	3,05	1,58	0,92	0,58	0,39	0,27	0,19
5	404,6	141,5	35,78	12,65	5,71	3,02	1,78	1,13	0,76	0,54	0,39
10	100,0	71,56	35,36	17,07	8,95	5,12	3,16	2,07	1,43	1,05	0,75
15	44,44	39,73	25,60	15,71	9,66	6,05	3,98	2,42	1,92	1,41	1,05
20	25,00	22,82	19,62	12,81	8,84	6,10	4,27	3,05	2,24	1,68	1,28
25	16,00	15,08	13,10	10,09	7,50	5,66	4,19	3,14	2,38	1,83	1,43
30	11,12	10,66	9,49	7,95	6,40	5,04	3,93	3,06	2.41	1,90	1,51
35	8,16	7,92	7,26	6,34	5,34	4,40	3,57	2,89	2,33	1,89	1,54
40	6,25	6,11	5,71	5,13	4,47	3,81	3.20	2,66	2,21	1,83	1,52
45	4,94	4,84	4,59	4,22	3,77	3,29	2,85	2,43	2,06	1,75	1,48
50	4,05	3,94	3,77	3,52	3,20	2,86	2,52	2,20	1,91	1,64	1,41
55	3,31	3,27	3,15	2,97	2,74	2,49	2,24	1,99	1,75	1,53	1,34
60	2,78	2,75	2,67	2,54	2,37	2,18	1,99	1,79	1,60	1,42	1,26

Aus der vorstehenden Tahelle entuehmen wir z. B., dass der relative Werth einer Galvanomcterwindung vom Radius 20 mm und einem Abstande von 30 mm (vom Windungsmittelpunkt bis zur Nadelmitte) durch die Zahl 4,27 sich ausdrücko. Trageu wir die r als Abscissen, die zugehörigen z (in Millimeteru) als Ordinaten auf und verbinden alle z mit gleichem Werthe von e unter sich durch eine Curve, dann erhalten wir eine Curvenschaar, welche in Fig. 1 Taf. XI in continuirlichen Linien abgebildet ist. Nun schneiden wir alle Curven durch horizontale (ausgezogene) Graden, welche gezogen sind durch dic Schnittpunkte der äussersten Curve (für die Werthe von z bei $e = 0$) mit jenen verticalen Geraden, welche die r von 5 zu 5 mm vorstellen. Mit Hilfe der auf allen Curven erhaltenen Schnittpunkte lässt sich nun in Bezug auf den Rollenquerschnitt in natürlicher Grösse jene in ausgezogenen Linien angegebene Curvenschaar zeichneu, welche in Fig. 2 dargestellt ist. Jede dieser Curven berührt Drahtquerschnitte gleichen Verwendungswerthes, weshalb die äussere Begrenzung der Rollen eines meistempfindlichen Galvanometers mit vorgeschriebenem Widerstande im Meridianschnitte jenen Curven unbedingt folgen muss, wie hereits W. Weber nachgewiesen hat. Es erweist sich als genügend, dass die in Fig. 2 in natürlicher Grösse gezeichneten 15 Curven, deren grösste Abstände von der Rollenmitte nur von 5 zu 5 mm ansteigen, bei den rechnerischen Vorbestimmungen und später bei der praktischen Ausführung allein in Betracht gezogen werden.

Demgemäss fertigt man auch nur 15 Wickelschablonen und hilft sich inzwischen dieser Curven einerseits durch Interpolation, andererseits durch das Augenmaass.

Um ein eben solches Bild über den Nadelausschlag, welcher von jeder einzelnen Windung hervorgebracht wird, zu erhalten, berechnet man gerade so wie vorhin — jetzt aber mit Gleichung (I) für alle praktisch vorkommenden e und r — die Ausschläge y und erhält nachstehende Tabelle 2 und für alle Werthe von y die in Fig. 1 punktirt dargestellte Curvenschaar, aus deren Schnitt für gleiche y sich die in Fig. 2 punktirt eingetragenen Curven ergeben, welche (ebenfalls in natürlicher Grösse) die Windungen gleicher Wirksamkeit verbinden. Die eingeschriebenen Zahlen bedeuten die Ausschläge, (wie oben schon angegeben) abgelesen an einer 0,5 ^{m} entfernten Scala und hervorgebracht durch eine einzelne Windung bezüglichen Ortes mit dem Strome Eins und bei einer Horizontalintensität Eins.

Tabelle 2.

Werthe von y aus der Gleichung $y = \dfrac{r^2}{(r^2 + e^2)^{\frac{3}{2}}}$.

r	$e = 0$	$e = 5$	$e = 10$	$e = 15$	$e = 20$	$e = 25$	$e = 30$	$e = 35$	$e = 40$	$e = 45$	$e = 50$
2,5	4000	357,8	57,03	17,77	7,63	3,94	2,29	1,45	0,97	0.68	0,50
5	2000	707,1	178,9	63,25	28,53	15,09	8,89	5,66	3,82	3,39	1,98
10	1000	715,5	353,5	170,7	89,45	51,23	31,63	20,74	14,27	10,21	7,54
15	666,6	596,0	384,0	235,7	145,0	90,79	59,63	36,28	28,86	21,09	15,82
20	500,0	456,5	392,3	256,1	176,8	121,9	85,34	61,06	44,72	33,49	25,61
25	400,0	377,2	320,2	252,2	186,1	141,4	104,9	78,54	59,55	45,79	35,78
30	333,3	319,9	284,6	238,5	192,0	151,1	117,9	91,88	72,83	56,89	45,40
35	285,7	277,2	254,0	221,8	187,0	153,9	125,1	101,0	81,58	66,12	53,88
40	250,0	244,3	228,3	205,2	179,9	152,5	128,0	106,5	88,39	73,31	60,95
45	222,2	218,2	206,7	189,7	169,6	148,4	128,0	108,5	92,78	78,56	66,52
50	200,0	197,0	188,6	175,7	160,1	143,1	126,1	110,0	95,23	82,13	70,55
55	181,8	179,6	173,1	163,3	150,9	137,5	123,0	109,2	96,17	84,29	73,66
60	166,6	164,9	159,9	152,2	142,3	131,1	119,5	107,4	96,01	85,33	75,56
65	153,8	152,5	148,5	142,3	134,3	125.5	115,2	105,0	95,01	85,51	76,61
70	142,9	141,8	138,6	133,6	127,0	119,3	110,9	102,2	93,50	85,03	76,98
75	133,3	132,5	129,9	125,7	120,3	113,6	106,7	99,33	91,59	84,07	76,80
80	125,0	124,2	122,2	118,7	114,1	108,7	102,6	96,12	89,45	82,76	76,22

Die beiden Curvensysteme in Fig. 2 geben uns nun alle Mittel in die Hand, um durch einfache graphische Methoden alles zur Construction eines meistempfindlichen Galvanometers Wissenswerthe zu erfahren.

Nehmen wir zunächst an, wir hätten es mit Galvanometerrollen zu thun, deren Meridianschnitte durch die Linien *abc* und irgend eine der ausgezogenen Curven 10, 15, 20 etc. gegeben sei, dann brauchen wir zunächst, um den Widerstand einer solchen Rolle rechnen zu können, den Flächeninhalt F des bezüglichen Querschnittes und die Schwerpunktsabscisse S dieser Fläche von der Galvanometerachse. Die Länge L eines einen Quadratmillimeter schnittflächigen Drahtes rechnet sich dann für jede Rolle aus der bekannten Formel für Rotationskörper

$$L = F \cdot 2\pi \cdot S.$$

Mit Hilfe eines Amsler'schen Polarplanimeters aus dem geodätischen Cabinet unserer technischen Hochschule, mit dessen Stift ich die Meridianschnitte der Rollen umfahren habe (auch durch Wägung entsprechend ausgeschnittener gleich dicker Papierstücke zu erreichen), fand ich für diese Querschnitte die in der ersten Colonne folgender Tabelle 3 angegebenen Flächeninhalte F_3 in Quadratmillimetern, sowie ich vermittels eines Amsler'schen Momentenplanimeters aus dem mechanisch-technischen Laboratorium Bauschinger's die zugehörigen Schwerpunktsabscissen S_3 (in Millimetern) ermittelte.

Tabelle 3.
Windungsquerschnitte.

Grosster Windungsradius der Fläche R_3	F_3^{qmm}	S_3^{mm}	L_3^{mm}	$F'_3{}^{qmm}$	$S'_3{}^{mm}$	$L'_3{}^{mm}$
80 mm	5880	41,1	1 519000	5732	42,10	1 517000
75	5150	38,7	1 252000	5012	39,5	1 244000
70	4473	36,1	1 015000	4345	37,1	1 013000
65	3863	33,5	813100	3745	34,4	809600
60	3277	31,2	642400	3169	32,1	639200
55	2711	28,9	492300	2613	29,6	486000
50	2176	26,5	362320	2088	27,5	360800
45	1716	24,0	258800	1638	25,0	257200
40	1345	21,7	183400	1277	22,8	182900
35	1031	19,8	128300	944	20,8	123400
30	724	17,5	79600	660	18,6	77100
25	484	15,6	46400	428	16,8	45300
20	285	13,7	24500	238	15,2	22700
15	131	11,9	9800	119	13,6	9300
10	30	7,9	1490	20,9	7,9	1040

Weil nun die Windungen 1^{mm} rechts und links von der Mittelebene meistentheils fehlen, so habe ich auch die Flächeninhalte

F'_3 und die Schwerpunktsabcissen S'_3 bestimmt, welchen die in Fig. 2 weiss gelassenen Flächen entsprechen, und in den Colonnen 4 und 5 angegeben. Endlich sind in den Colonnen 3 und 6 die Längen L_3 und L'_3 in Millimetern eines Wicklungsdrahtes enthalten, der bei jedem Umgang einen Quadratmillimeter des Rollenquerschnittes einnimmt.

Um die Ablenkung einer Nadel durch eine mit beliebiger Curve begrenzte Drahtrolle zu erfahren, zerlegen wir die Querschnittsfläche der gesammten Windungen in einzelne Zonen, die wir durch je zwei auf einander folgende (ausgezogene) Curven und Stücke der Geraden *abc* begrenzt sein lassen, und bestimmen zunächst für jede solche Zone die Wirkungsgrösse, wozu wir das punktirte Curvensystem zu Hilfe nehmen. Es wird nämlich jede der Zonen durch die Ablenkungscurven in (meist viereckige) Flächentheile zerlegt, und man darf mit genügender Sicherheit annehmen, dass alle die Windungen, welche den betrachteten Zonentheilen zugehören, nicht nur eine gleiche Wirkung auf die Nadel ausüben, sondern auch dass jede solche Windung, die einen Quadratmillimeter Schnittfläche hat, eine Ablenkung hervorbringt, die sich als Mittelwerth der zugehörigen begrenzenden punktirten Curven berechnet. So ist z. B. innerhalb der in Fig. 2 schraffirten Fläche eine mittlere Ablenkung von 7,5 ^{mm} für jede solche Windung anzunehmen. Man bestimmt nun zunächst mit dem Flächenplanimeter (ich habe der Genauigkeit wegen eine zehnmal vergrösserte Zeichnung benutzt) die Inhalte aller dieser Zonenstücke in Quadratmillimetern, multiplicirt alle so gefundenen Zahlen mit den zugehörigen mittleren Ablenkungen und addirt diese Producte innerhalb jeder Zone. Hieraus findet man nicht nur den Flächeninhalt der Zonen, sondern auch die von den Windungen jeder Zone ausgehende Gesammtablenkung (wenn man für jeden Quadratmillimeter Querschnitt eine Windung annimmt).

In der folgenden Tabelle 4 sind in der ersten Colonne die Flächeninhalte f_i der ganzen Zonen, in der zweiten eben diese Flächeninhalte f'_i ohne die Windungen, welche 1 ^{mm} rechts und links von der Symetrieebene liegen, eingeschrieben. Die Colonne 3 ($f_i k$) enthält die von jeder Zone hervorgebrachte Gesammtablenkung, die Colonne 4 (k) die mittlere Ablenkung einer einzelnen Windung, welche der bezüglichen Zone angehört; endlich Colonne 5 (s'_i) die mit dem Amsler'schen Momentenplanimeter bestimmten Schwerpunktsabscissen, sowie 6 (l'_i) die Längen des Wicklungsdrahtes jeder Zone, der auf jeden Umgang einen Quadratmillimeter des Querschnittes einnimmt.

Tabelle 4.
Windungszonen.

Zone	f_4 qmm	f'_4 qmm	$f'_4 k$	k	s'_4 mm	l'_4 mm
80—75	730	720	1826	2,54	59,8	273000
75—70	677	667	1843	2,76	55,5	231000
70—65	610	600	1862	3,10	50,8	203400
65—60	586	576	1887	3,28	46,8	170400
60—55	566	556	1918	3,45	42,9	153200
55—50	535	525	1955	3,72	39,2	125200
50—45	460	450	1975	4,39	35,5	103600
45—40	371	361	2008	5,56	31,8	74300
40—35	314	304	2022	7,12	28,0	59500
35—30	307	297	2041	8,24	24,9	46300
30—25	240	230	2024	10,5	21,5	31800
25—20	199	189	2003	12,7	18,4	22600
20—15	154	144	1997	16,4	15,8	13400
15—10	101	91	1869	23,6	13,0	8260
10	30	22	787,5	35,8	10,3	1040

Aus der Tabelle 4 lassen sich nun mit leichter Mühe alle in der Tabelle 5 enthaltenen Zahlen berechnen, welche sich auf Windungen beziehen, die der Reihe nach irgend eine der ausgezogenen Curven als äussere Begrenzung haben (ohne die 2 mm dicke Mittelschicht). Die erste Colonne L'_s enthält die kubischen Inhalte der Rollen in Kubikmillimetern, die zweite log $\Sigma f_4 k$ die Ablenkungen, wenn der Quadratmillimeter-Querschnitt einmal durchströmt wird, und endlich die dritte K die zugehörige mittlere Ablenkung.

Tabelle 5.
Zahlen für die Berechnung des meistempfindlichen Galvanometers.

R_5	L'_5	$\Sigma_5 f'_4 k$	K
80	1 517000	30100	5,24
75	1 244000	28220	5,62
70	1 013000	26390	6,07
65	809600	24520	6,55
60	639200	22620	7,14
55	486000	20730	7,92
50	360800	18770	8,98
45	257200	16810	10,24
40	182900	14780	11,56
35	123400	12600	12,95
30	77100	10150	15,02
25	45300	7718	17,27
20	22700	5303	20,63
15	9300	2941	25,97
10	1040	788	35,80

Es erübrigt nun nur noch, einige Constanten in Bezug auf seidebesponnene Kupferdrähte zu wissen. Durch sehr viele Versuche habe ich die in folgender Tabelle 6 niedergelegten Zahlen ermittelt. In der ersten Colonne n_6 ist enthalten, wie viele Windungen des besponnenen Drahtes einen Quadratmillimeter des Rollenquerschnittes einnehmen; in der zweiten w_6 findet sich der zugehörige Widerstand in Quecksilbereinheiten pro laufenden Meter, endlich in der dritten Colonne ϱ_6 die Verhältnisszahl des Durchmessers der Kupferseele zum Durchmesser des hesponnenen Drahtes.

Tabelle 6.

Windungsdrähte.

n_6	w_6	ϱ_6	n_6	w_6	ϱ_6	n_6	w_6	ϱ_6
0,1	0,00235	0,96	1,5	0,053	0,90	16	0,385	0,81
0,2	0,00515	0,95	2	0,068	0,90	40	3,132	0,63
0,3	0,0102	0,95	2,5	0,082	0,89			
0,4	0,0134	0,94	3	0,102	0,89			
0,5	0,0179	0,94	4	0,134	0,88			
0,6	0,021	0,93	5	0,165	0,88			
0,7	0,025	0,92	6	0,202	0,87			
0,8	0,028	0,92	7	0,238	0,87			
0,9	0,030	0,91	8	0,277	0,86			
1,0	0,034	0,91	9	0,322	0,85			
			10	0,369	0,83			

Schwendler und H. Weber haben nachfolgenden Satz festgestellt: „Soll ein Galvanometer das Maximum der Empfindlichkeit besitzen, so muss sich sein Widerstand zu dem Widerstande der übrigen Kette verhalten wie der Durchmesser des von der Ueberspinnung freien Drahtes zu dem des übersponnenen Drahtes.“ Zur Berücksichtigung dieser Regel henutzen wir die Zahlen ϱ_6 aus der vorigen Tabelle.

Nehmen wir der Erläuterung halber die Construction eines Galvanometers vor für den Widerstand 0,5 Q.E. der äusseren Kette, wie er zu Melloni'schen Versuchen vorkommen kann. In der nachfolgenden Tabelle 7 sind die Resultate der Rechnung zusammengestellt für Drähte solchen Durchmessers, dass von ihnen 0,2 his 2,5 einen Quadratmillimeter des Rollenquerschnittes einnehmen. Sollen alle die so bewickelten Rollen maximalempfindlich werden, dann haben wir von jedem der Drähte so viel zu nehmen, dass der in der zweiten Colonne W_7 angegebene und aus $W_7 = \varrho_6 \times 0{,}5$ Q.E. berechnete Widerstand erreicht wird.

In der nächsten Rubrik ist die Länge L_7 des Drahtes n_6 in Millimetern angegeben, welcher von der betreffenden Sorte den soeben berechneten Widerstand W_7 besitzt $\left(L_7 = \frac{W_7}{w_6}\right)$. Durch diese Drähte werden auf der Drahtrolle die in Colonne Q_7 angegebenen Zahlen von Kubikmillimetern eingenommen $\left(Q_7 = \frac{L_7}{q_6}\right)$.

Tabelle 7.
Galvanometerrollen für den äusseren Widerstand = 0,5 Q.E.

n_6	W_7	L_7	Q_7	R_7	$\Sigma_7 f'k$	A_7
0,2	0,475	92200	461000	54	19600	3920
0,3	0,475	46600	155300	37	13800	4130
0,4	0,47	35100	87800	31	10650	4260
0,5	0,47	26300	52600	27	8640	4320
0,6	0,465	22300	37200	23	7220	4330
0,7	0,46	18000	25700	21	6290	4390
0,8	0,46	16400	20500	20	5400	4320
0,9	0,455	15100	16700	18	4630	4170
1,0	0,455	13400	13400	17	3830	3830
1,5	0,45	8500	5670	15	2410	3610
2	0,45	6620	3310	13	1630	3260
2,5	0,445	5430	2170	10,5	1160	2890

Mit letzteren Zahlen Q_7 ist in die Rubrik L_3 in der Tabelle 5 einzugehen, wo die hierher gehörigen fraglichen Werthe von L_3 und $\Sigma_5 f'k$ inzwischen liegen. Man construirt nun mit den R_3 als Abscissen, $\Sigma_5 f_1 k$ und L_3 als Ordinaten (sämmtlich aus Tabelle 5 entnommen) zwei Curven, schneidet durch Parallele mit der Ordinatenachse und mit den Werthen von Q_7 als Abscissen die zu L_3 gehörige Curve und fällt aus diesen Schnittpunkten Lothe auf die Abscissenachse. Diese Lothe schneiden auf ihr die Werthe der grössten Windungsradien R_7 ein und werden durch die Curve für die $\Sigma_5 f_1 k$ nach den in der nun folgenden Colonne angegebenen Werthen von $\Sigma_7 f'k$ (von der Abscissenachse aus zu messen) abgegrenzt. Werden nun die letzten Zahlen mit den unter n_6 angegebenen Werthen (Anzahl der Windungen auf 1 qmm) multiplieirt, dann erhält man für alle diese Rollen unter obigen Beziehungen für Stromintensität Eins etc. die unter A_7 angegebenen Ausschläge. Es ergibt sich endlich aus diesen letzten Zahlen als wirksamste Rolle eine solche, welche mit 18 m Draht bewickelt ist. Durch 70 Querschnitte dieses Drahtes (aufgewickelt) müssen 100 qmm

des Rollenquerschnittes verbraucht werden und dieser Quersehnitt hat durch eine Lemniscate der in Fig. 2 ausgezogen angegebenen Curvenschaar begrenzt zu sein, welche zum grössten Windungsradius = 21 ^{mm} gehört.

Wie man durch Einzeichnen eines beliebigen Rollenquerschnittes in die Curvensysteme Fig. 2 auch anders geformte Galvanometerrollen kreisförmiger Windungscurven mit Bleistift und Planimeter untersuchen kann, ergibt sich als einfache Folgerung aus dem Vorausstehenden. In meinen Werkstätten werden schon seit längerer Zeit alle Rollenconstanten ausschliesslich nach der mitgetheilten graphischen Methode bestimmt, wenn die Besteller einen äusseren Kettenwiderstand vorschreiben, was neuerdings sehr häufig der Fall zu sein pflegt. Einige Minuten genügen vollkommen zu dieser Arbeit, da alle benöthigten Curven in mehrfach vergrösserten Dimensionen ein- für allemal hergestellt und zum Gebrauche bereit sind.

Wenn ein bestimmter Widerstand gar nicht erreicht werden will, dann kann — oder (wie bei Rollen für galvanometrische Bestimmungen von Entladungen der Leydener Flaschen etc.) wenn von in Betrachtung zu ziehenden Widerstandsverhältnissen gar nicht die Rede ist, dann muss man praktischerweise die Rollen durch irgend eine der punktirten Wirkungscurven Fig. 2 begrenzt sein lassen. Welche derselben man wählt, hängt hier nur von der zur Verfügung stehenden Drahtsorte (möglichst dünner und langer, vorzüglich isolirter Draht) und von den beabsichtigten Dimensionen und Kosten ab.

Will man endlich die Empfindlichkeit eines Galvanometers auf die höchstmögliche Spitze treiben, dann nimmt man nach Thomson statt einer einzigen Drahtrolle und der unter dem Einflusse vom astasirenden Hauy'schen Stabe befindlichen Nadel zwei vertical über einander stehende Rollen, von welchen man jede mit dem halben berechneten Widerstand versieht und maximalempfindlich bestimmt. Jede Rolle umgibt eine von zwei astatischen Nadeln. Man kann innerhalb jeder Rolle noch die Drahtstärke (nach aussen zunehmend) wechseln lassen. Alle hierher gehörigen graphischen Betrachtungen ergeben sich von selbst aus dem Vorausstehenden.

Der neue Kometensucher der Wiener Sternwarte.

Von

E. Schneider,

Mechaniker in Währing bei Wien.

(Mit Tafel XII u. XIII.)

Bei Gelegenheit der Verlegung der Wiener Sternwarte in das neue Gebäude auf der sog. Türkenschanze in Währing wurde mir der ehrenvolle Auftrag zu Theil, die Reparatur und Aufstellung der wichtigeren Instrumente zu besorgen. Ich wurde hierdurch in die glückliche Lage versetzt, mir das Vertrauen des Herrn Directors Prof. Dr. Ed. Weiss zu erwerben, so dass er mich mit der Construction und Anfertigung eines neuen Kometensuchers betraute. Die Aufgabe wurde folgendermassen gestellt: Das Fernrohr sollte parallaktisch montirt sein und zwar so, dass das Ocular sich im Durchschnittspunkte der Declinationsachse mit der Polarachse befindet. Dabei sollte die Ablesung der Nonien am Stundenkreise und Declinationskreise möglichst bequem bewirkt werden können. Das Fernrohr sollte leicht und ohne zu vibriren stellbar sein. — Den soeben präcisirten Anforderungen haben bereits früher Y. Villarceau (s. Memoiren der Pariser Sternwarte Bd. 9 vom Jahre 1868) und Le Verrier (s. dieses Repertorium Bd. 3 S. 57) durch verschiedene Constructionen zu entsprechen versucht.

Was nun zunächst die letztere Construction betrifft, so scheint sie mir zu mehrfachen Bedenken gegen die Stabilität des Instrumentes Veranlassung zu geben. Allein auch die Construction von Villarceau dürfte namentlich bei Montirung grösserer Fernrohre manche Uebelstände mit sich führen. Bei dieser Construction ist nämlich das Fernrohr nur in der Nähe des Ocularendes unterstützt, so dass also die ganze Last desselben nur auf der einen Seite der Stütze zur Wirkung gelangt, welcher Umstand leicht zu Oscillationen und Verbiegungen etc. des Fernrohres Veranlassung geben kann.

Aus diesem Grunde verwarf ich die einarmigen Bügel von Villarceau, griff zu zweiarmigen entsprechend versteiften und unterstützte das Fernrohr in der Mitte statt beim Ocularende. Nachdem ich meine Construction in rohen Zügen concipirt hatte, wurden vom Herrn Director Dr. Weiss die Detailanordnungen getroffen und mit der Anfertigung von Zeichnungen und Modellen im August 1879 begonnen. Nach Ablauf von 4 Monaten war das Instrument vollendet.

Im Nachfolgenden erlaube ich mir dasselbe an der Hand der in ein Achtel der Natur ausgeführten Zeichnung (Taf. XII) zu beschreiben. *A* ist ein gusseisernes Gestell, an welchem die Lager *L*, *L'* für die Polarachse *P* befestigt sind. Das Lager *L* trägt den Stundenkreis *K*. An der Polarachse ist ein starker, entsprechend gerippter und versteifter Eisenbügel *E* befestigt, welcher die beiden Lager *l* und *l'* für die Declinationsachse *F* trägt. Die Declinationsachse *F* ist mit zwei starken Ansätzen versehen, auf welche ein zweiter Eisenbügel *O* geschraubt ist. Der Bügel *O* trägt eine rectificirbare Messingplatte *R* mit zwei Ringen, in welchen das Fernrohr *S* sicher gelagert sich befindet. (Das Fernrohr *S* ist mit einem Oculargetriebe *T* versehen und wurde von G. und S. Merz in München bezogen.) Dessen Objectiv hat 6 Zoll Oeffnung und ca. 4 ½ Fuss Brennweite; der Polarkreis *K* hat 48^{cm} Durchmesser und ist direct von 30 zu 30 Zeitsecunden getheilt. Zwei diametrale Nonien vermitteln die Ablesung von Zeitsecunde zu Zeitsecunde. An der Peripherie des Stundenkreises befindet sich eine Schraube ohne Ende, in welche die Mikrometerschraube für die Feinbewegung des Fernrohrs um die Polarachse eingreifen kann, sobald sie durch den Excenter *C* ausgelöst wird. Die Mikrometerschraube ist an einem Ende mit einem 45gradigen Kronrade versehen, in welches ein zweites eingreift, das mit Hilfe des Griffes *D* verdreht werden kann. Am Declinationsachsenlager *l* ist eine Metallbüchse *G* angebracht, die dem Declinationskreise *K'* zur Führung dient. Der Declinationskreis hat ebenfalls 48^{cm} Durchmesser, ist von 15 zu 15 Bogenminuten direct getheilt und können mittels zweier diametraler Nonien die Winkel von 30 zu 30 Secunden an demselben abgelesen werden. Die Büchse *G* dient auch dem Klemmarme *H* zur Führung. *H* kann durch die Pressschraube *I* in jeder beliebigen Stellung fest geklemmt werden.

Der Klemmarm *H* trägt an seinem Ende eine Schraubenmutter, in welche eine am Messingrahmen *M* angebrachte Mikrometerschraube

passt. Diese Mikrometerschraube ist ebenfalls mit einem 45 gradigen Kronrade versehen, in welches ein mit einem Griffe N versehenes zweites Kronrad eingreift. Mit Hilfe von N wird das Fernrohr S mikrometrisch um die Declinationsachse verdreht. Das Fernrohr ist durch ein Gegengewicht Q' contrebalancirt. An der Polarachse befinden sich drei Gegengewichte Q behufs Ausbalancirung der Bügel E und O, der Declinationsachse F etc.

Bei dem Umstande, dass der um P drehbare Theil des Instrumentes sammt der Polarachse ca. 1000 ^{kgr} wiegt, musste sehr viel Sorgfalt darauf verwendet werden, um die Reibungen zwischen P und den Lagern L und L' auf ein Minimum zu reduciren. Dazu dienen erstens die in der Richtung der Polarachse wirkende Körnerschraube U und zweitens die am Bügel B angebrachten Frictionsrollen. Der Bügel B hängt an einer an Gestelle A angebrachten Achse a und ist durch Druckschrauben b regulirbar.

Am Gestelle A ist ein Lappen angegossen, in welchem sich eine Stellschraube s befindet. Diese dient zur Correction der Polarachse in verticaler Richtung, während zwei Schrauben s' und s'' (auf der anderen Seite von A) zur Correction von P im azimutalen Sinne dienen.

Die Declinationsachse ist ihrer Länge nach durchbohrt, theils um deren Gewicht zu verringern, theils um durch diese Bohrung hindurch eventuell das Licht einer Beleuchtungslampe führen zu können. Die Bestandtheile dieses Instrumentes sind absichtlich stärker und massiver gebaut worden, als es für das in Verwendung genommene Fernrohr nöthig gewesen wäre. Dies ist aus zwei Ursachen geschehen: erstens sollte für den Fall vorgesorgt werden, dass man mit dem Instrumente ein längeres Fernrohr verbinden wollte, und zweitens wollte ich erfahren, ob die Montirung eines bedeutend längeren Rohres nach diesem Principe wesentlichen Schwierigkeiten begegnen würde. Trotzdem nun, dass die Fernrohrstützen stärker gebaut worden sind und dass die um die Polarachse beweglichen Theile des Instrumentes ca. 1000 ^{kgr} wiegen, unterliegt die Bewegung des Fernrohres, wie die bisherigen Erfahrungen gelehrt haben, keinen Schwierigkeiten. Zudem ist für die bequeme und rasche Bewegung des Fernrohres, selbst wenn es geklemmt ist, durch entsprechend construirte Mikrometervorrichtungen ausreichend gesorgt.

Der Vortheil, dass die Länge des Fernrohres die Benutzung desselben für verschiedene Beobachtungen nicht erschwert und dass der Beobachter seinen Standort nicht zu verändern braucht und mit Ruhe

beobachten kann, dürfte diese Construction der Beachtung der Herren Astronomen empfehlen. Spectralanalysen, photographische Aufnahmen etc. dürften mit Hilfe dieser Construction bequem und rasch durchgeführt werden. — Ich bin in Folge der mit dem ersten Instrumente gemachten Erfahrungen der festen Ueberzeugung, dass die Montirung von bedeutend längeren Fernrohren (z. B. von 30—40 Fuss Länge) nach diesem Principe durchführbar ist. Um zu zeigen, wie ich mir die Durchführung dieser Montirung bei langen Fernrohren vorstelle, lege ich zwei Skizzen (Taf. XIII) bei. Fig. 1 stellt einen Refractor, Fig. 2 einen Cassegrain'schen Reflector montirt nach diesem Principe dar.

Johann v. Lamont.

(Aus der Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Wenn ein scientifischer Forschung geweihtes Leben sich abschliesst, wenn die Hand des Todes jene Thätigkeit einstellt, welche bisher einen reichen Schatz wissenschaftlicher Publicationen zu Tage gefördert hatte, — dann ziemt es sich wohl, noch einmal Rückschau zu halten auf alle diese Arbeiten und Bestrebungen, um auf solche Weise dem Verstorbenen noch einen letzten Abschiedsgruss zu widmen. Dieser Gedanke war es, welcher mich veranlasste, im Nachfogenden eine kurze Lebensskizze Johann v. Lamont's zu entwerfen. Wenn auch nicht dem Kreise von Lamont's Fachgenossen angehörend, so vereinigte mich mit ihm das Band langjähriger, treuer Freundschaft; mit Stolz darf ich mich seinen Schüler nennen, und die Arbeiten, welche mir im Interesse der europäischen Gradmessung auszuführen vergönnt war, verdanken seiner Anregung und seiner Unterstützung ihre Entstehung. Möchten darum diese Umstände mein Beginnen rechtfertigen und demselben eine wohlwollende, nachsichtsvolle Beurtheilung sichern!

Johann v. Lamont wurde am 13. December 1805 zu Braemar im nördlichen Schottland, in unmittelbarer Nachbarschaft des nun zum Besitze der englischen Krone gehörigen Schlosses Balmoral, geboren. Sein Vater, Robert Lamont, hatte sich in früher Jugend genöthigt gesehen, in Folge der Theilnahme seines Clans an der letzten Erhebung zu Gunsten des Prätendenten Karl Eduard v. Stuart, die Heimat am Loch-Lomond zu verlassen, um in der Nähe von Aberdeen bleibenden Aufenthalt zu nehmen. Von hier kehrte er kurz vor dem Anfange des gegenwärtigen Jahrhunderts wieder in die Hochlande zurück und liess sich in Braemar nieder, woselbst er die Stelle eines Verwalters auf den Besitzungen des Grafen v. Fife erhielt. Von den drei Söhnen, welche der zweiten Ehe Robert Lamont's entstammen, zeigte Johann, der mittlere im Alter, schon im Elementarunterricht eine hervorragende geistige Begabung, so dass sein Vater beschloss,

alle Mittel anzuwenden, um dem Knaben eine höhere wissenschaftliche Ausbildung angedeihen zu lassen. Doch ehe noch der Vater dieses Vorhaben zur Ausführung bringen konnte, wurde er im Jahre 1816 durch den Tod seiner trauernden Familie entrissen, und es schien mehr als zweifelhaft, ob der damals elfjährige Knabe die kaum begonnenen Studien fortsetzen könne. Eine eigenthümliche Fügung der Vorsehung, wie Lamont sich in dankbarer Pietät wiederholt ausdrückte, machte dieser Ungewissheit ein Ende. Um die Mitte des Jahres 1817 kam P. Gallus Robertson, Conventual des Schottenstiftes zu St. Jacob in Regensburg, nach Braemar und theilte dem dortigen Pfarrer gelegentlich eines Besuches mit, dass es beabsichtigt sei, neue Zöglinge in das Schottenseminar aufzunehmen; Lamont wurde vorgerufen, und nach einem kurzen Examen erklärte sich der noch nicht zwölfjährige Knabe bereit, nach eingeholter Einwilligung seiner Mutter dem P. Robertson nach Regensburg zu folgen und seine schottische Heimat zu verlassen; seine Angehörigen, welche bald darauf nach Nordamerika auswanderten, hat er in seinem Leben niemals wiedergesehen.

Schon am 1. November 1817 traf Lamont in Regensburg ein, und nachdem er im Seminar die deutsche Sprache zugleich mit den Elementen der lateinischen und griechischen Sprache erlernt hatte, setzte er seine Studien im Gymnasium und Lyceum, an welchen Anstalten damals vorzügliche Lehrkräfte wirkten, mit dem besten Erfolge fort. Was in öffentlichen Lehranstalten vorgetragen wurde, nahm übrigens nur einen Theil seiner Thätigkeit in Anspruch; den übrigen Theil füllte die Erlernung lebender Sprachen, — von denen er nach und nach sich fast alle jene anzueignen wusste, welche eine naturwissenschaftliche Literatur aufzuweisen haben, — ganz besonders aber das Studium der mathematischen Disciplinen aus. Zu den letzteren hatte er gleich vom Anfange an die entschiedenste Vorliebe gezeigt und unter der Leitung seines Lehrers, des P. Benedict Deasson, erhebliche Fortschritte gemacht, so dass er noch als Schüler des Gymnasiums mit dem Infinitesimalcalcul vollkommen vertraut wurde und das Studium schwieriger Probleme der Physik und Astronomie in Angriff nehmen konnte. Gern gedachte er stets der Männer, aus deren Werken er in seiner Jugendzeit hauptsächlich Belehrung geschöpft hatte, und besonders Euler's, dessen „Theoria motus corporum solidorum" er als Muster einfacher und klarer Darstellung

rühmte. Sehr zum Vortheil gereichte es Lamont, dass er Gelegenheit fand, sich in der kleinen mechanischen Werkstätte, welche P. Deasson besass, die später so erfolgreich verwerthete praktische Kenntniss und Handfertigkeit in der Mechanik zu erwerben.

Im Jahre 1827 wurde einer der sehnlichsten Wünsche Lamont's erfüllt, indem er von Seiten des Schottenstiftes nach München gesendet wurde, um dort an der unter Soldner's Leitung stehenden Sternwarte weitere Uebung und Ausbildung zu suchen. Die rasch erlangte Fertigkeit und Verwendbarkeit in allen Beobachtungs- und Rechnungsarbeiten fand nicht bloss Soldner's ungetheilte Anerkennung, sondern zog auch die Aufmerksamkeit des damaligen Ministers Graf Armansperg auf sich; so kam es, dass — als im folgenden Jahre Soldner's Gesundheitszustand ihm nicht mehr erlaubte, seine Arbeiten fortzusetzen — Lamont durch königliches Signat vom 28. März 1828 zum Assistenten an der Bogenhauser Sternwarte ernannt wurde. Im Jahre 1833 wurde Soldner durch den Tod von einem langwierigen und schmerzhaften Krankenlager, das ihn schon mehrere Jahre hindurch der wissenschaftlichen Thätigkeit gänzlich entzogen hatte, erlöst, und Lamont übernahm nun die provisorische Leitung der Sternwarte. Hiermit war ihm die willkommene Gelegenheit zu erfolgreicher, selbständiger Wirksamkeit eröffnet, und er entwarf auch sogleich seinen Plan hierzu. Um diesen zu würdigen ist es nöthig, einen Blick auf den damaligen Zustand der Sternwarte zu werfen. Seit dreizehn Jahren hatte die Publication der Beobachtungen aufgehört, so dass die Anstalt in völlige Vergessenheit gerathen war; was die Einrichtung der Sternwarte betraf, so befand sie sich in demselben Zustande, in welchem sie bei ihrer Gründung gewesen war; von einer Vermehrung oder Vervollständigung des Instrumentenvorrathes konnte keine Rede sein, da die Dotation bloss ausreichte, um Brennholz und Beleuchtungsmaterial anzuschaffen und von Zeit zu Zeit den Beobachtungssaal und die übrigen Räume reinigen zu lassen. Nicht Soldner's Schuld, sondern der Widerstand, auf den seine Wünsche und Anträge gestossen waren, und die eigenthümlichen Verhältnisse der Zeit hatten diesen Zustand herbeigeführt. Vor allem musste es sich darum handeln, der Sternwarte ergiebigere Mittel zur Ausführung und Veröffentlichung astronomischer Arbeiten zu verschaffen. Auf diesen Punkt richtete Lamont zuerst seinen Blick, und nachdem er sich überzeugt hatte, dass bei dem Geiste äusserster Sparsamkeit, welcher damals fast die

gesammte Staatsverwaltung beseelte, ein directes Vorgehen erfolglos bleiben würde, musste er sich bescheiden, die Erreichung seiner Absichten auf dem Wege allmählich sich vollziehender Aufbesserungen, in zähem und ausdauerndem Arbeiten und Ringen zu erstreben. Bis zu Soldner's Tode waren bloss die in den Jahren 1820 und 1821 am Meridiankreise angestellten Beobachtungen (Bd. 1 der ganzen Serie) zur Veröffentlichung gelangt; Lamont bewirkte nun zunächst, dass die Genehmigung ertheilt wurde, die von Soldner in den Jahren 1822 — 1827 ausgeführten Beobachtungen (Bd. 2 — 5) auf Kosten der Akademie zu publiciren. Die grosse Masse von Reductionen, die hierzu erforderlich waren und von ihm allein berechnet werden mussten, nahm während der ersten Jahre seiner Wirksamkeit auf der Sternwarte fast seine ganze Zeit in Anspruch.

Diese Thätigkeit erwarb sich die besondere Anerkennung Friedrich v. Schelling's, des damaligen Präsidenten der kgl. bayer. Akademie der Wissenschaften, und mit der ihm eigenthümlichen Bescheidenheit erklärte Lamont noch in späteren Jahren, dass er seine im Jahre 1835 erfolgte definitive Ernennung zum Vorstande der Bogenhauser Sternwarte in erster Linie der einflussreichen Empfehlung des berühmten Philosophen zu verdanken hatte. Fast gleichzeitig mit dieser Ernennung wurde Lamont auch zum ordentlichen Mitgliede der Akademie erwählt. Bald darauf erhielt die Anstalt einen in dem berühmten Institute von Fraunhofer (jetzt Firma Merz) verfertigten Refractor von 10 ½ Pariser Zoll Objectivöffnung; mit diesem mächtigsten dioptrischen Fernrohre damaliger Zeit beobachtete Lamont zunächst die Satellitensysteme der Planeten Saturn und Uranus; er wies nach, dass die damals angenommenen mittleren Bewegungen des zweiten, dritten, vierten und fünften Saturnsmondes nicht unbedeutender Verbesserungen bedürfen, und hatte die Genugthuung, seine Resultate (Gelehrte Anzeigen der Akademie zu München Nr. 179 — 182) durch die fast gleichzeitig von J. Herschel veröffentlichten Zahlen bestätigt zu sehen. Die Möglichkeit, die Satelliten des Uranus zu sehen, gab Lamont Veranlassung, die Masse dieses entfernten Planeten, welche früher nur aus den auf die Saturnsbahn ausgeübten Störungen berechnet werden konnte, aus den Beobachtungen des zweiten und vierten Mondes zu bestimmen; im Gegensatze zu Bouvard's Resultate ($^1/_{19500}$) fand er die Masse des Planeten erheblich kleiner $= {}^1/_{24605}$ (Memoirs of the R. Astronomical Society Vol. 11), während die neuesten

auf der Washingtoner Sternwarte mit dem grossen Refractor von Alvan Clark ausgeführten Bestimmungen hierfür (im Mittel aus Oberon und Titania) 1/22738 ergeben. Auch den Nebelflecken und zwar namentlich dem Orion- und dem Omega-Nebel, sowie einigen anderen in J. Herschel's „Catalogue of Nebulae and Clusters of Stars" vorkommenden Nebeln wandte Lamont seine Aufmerksamkeit zu; die von ihm in dieser Richtung gemachten Bemerkungen und Messungen sind theils in dem 11. Bande der „Observationes astronomicae", theils in dem 17. Bande der „Annalen" enthalten; auch kommen daselbst mehrere Messungen von Doppelsternen vor. Mit ganz besonderem Fleisse führte er die Vermessung einzelner Sternhaufen aus, unter welchen namentlich der Sternhaufen im Sobieski'schen Schilde (1836 bis 1839) hervorzuheben ist. Mehr als 30 Jahre später (1869 und 1870) hat Herr Prof. Dr. Helmert diese Arbeit wiederholt ausgeführt (Publicationen der Hamburger Sternwarte Nr. 1), und wenn der Zeitraum von 30 Jahren zu kurz erschien, um schon jetzt entschiedene Aenderungen in den relativen Positionen der Sterne dieses Sternhaufens zu constatiren, so bieten diese von Lamont und Helmert unternommenen Triangulationen eine sehr sichere Grundlage für die Forschungen späterer Generationen.

Die Arbeiten am Meridiankreise wurden nebenbei regelmässig fortgesetzt; während die Beobachtungen der Sonne, des Mondes und der Planeten vom Jahre 1835 an unterblieben, wurde dagegen der Bestimmung von Fixsternpositionen um so mehr Aufmerksamkeit zugewendet, als im Jahre 1838 die Dotation der Sternwarte eine kleine Erhöhung behufs Anstellung eines Gehilfen (Observators) erfuhr. Die Beobachtungen der Jahre 1828—1844 wurden unter dem Titel „Observationes Astronomicae in Specula Regia Monachiensi institutae" in 10 Bänden, deren Einrichtung mit jener der ersten fünf Bände vollkommen übereinstimmt, veröffentlicht; an diese Publicationsreihe schliessen sich dann 21 weitere Bände mit dem Titel „Annalen der kgl. Sternwarte bei München" und 13 Supplementbände hierzu an; die letzte dieser Publicationen erfolgte im Jahre 1877, zwei Jahre vor Lamont's Tode. Im Jahre 1840 wurde damit begonnen, die kleinen Sterne von der 7. bis incl. zur 10. Grössenklasse am Meridiankreise nach Zonen zu beobachten, und in diesen Beobachtungen erblickte Lamont fortan eine der Hauptaufgaben der Sternwarte. Die Wichtigkeit ähnlicher Arbeiten, welche zwar weniger glänzende und in die

Augen springende, dafür aber um so nützlichere Resultate für den Betrieb astronomischer Forschung liefern, ist allgemein anerkannt, und seit Lalande haben Astronomen von hervorragendem Verdienste einen wesentlichen Theil ihrer Thätigkeit den sogenannten Zonenbeobachtungen zugewendet. Die genauere Bestimmung möglichst vieler Sternpositionen liefert nicht bloss dem umfassenden Studium der Eigenbewegungen der Sterne die unentbehrliche Grundlage, sondern gewährt auch für die Erforschung der kleinen Planeten, deren Kenntniss seit der Entdeckung der Astraea (8. December 1845) eine nie geahnte Erweiterung erfahren hat, die nothwendigen Hilfsmittel, indem sie uns die Oerter der zu den relativen Positionsbestimmungen gebrauchten Vergleichssterne kennen lehrt. Dass die Ergebnisse der Münchener Zonenbeobachtungen in letzterer Beziehung die ergiebigste Verwendung gefunden haben, das beweist unter Anderem ein auch nur flüchtiger Einblick in die letzten Bände der Astromischen Nachrichten. Im Ganzen umfassen die Lamont'schen Zonen, die wiederholten Bestimmungen eines und desselben Sternes eingerechnet, mehr als 80000 Sternbeobachtungen, unter welchen sich auch zwei vor der Entdeckung des Neptun ausgeführte Beobachtungen dieses Planeten befinden. Ein Theil der Lamont'schen Zonensterne ist auch von anderen Atronomen beobachtet worden; ein anderer Theil, nach Argelander's Schätzung ca. 12000 — 13000, bezieht sich dagegen auf bisher noch niemals bestimmte Sterne. Die Supplementbände Nr. 5, 8, 9, 11, 12 und 13 der Annalen der Sternwarte enthalten katalogweise Zusammenstellungen der Positionen der Zonensterne; seit 1875 war Lamont mit Revision der gewonnenen Resultate und mit Herstellung eines grossen, auf den Anfang des Jahres 1880 reducirten Generalkatalogs aller Münchener Zonen beschäftigt; es war ihm jedoch nicht beschieden, diese umfassende und mühevolle Arbeit zu vollenden. Nachdem Lamont bereits zum Beginne der Zonenbeobachtungen am Meridiankreise Modificationen angebracht hatte, welche es gestatteten, in kurzer Zeit möglichst viele Sterne entsprechend genau zu bestimmen (vgl. Bd. 12 der gesammten Beobachtungsreihe = Bd. 7 der Obs. Astr.), führte er im Jahre 1850 die chronographische Registrirung der Durchgangszeiten ein, und war auf diese Weise die Bogenhauser Sternwarte das erste Observatorium Europas, welches diese ursprünglich von den amerikanischen Sternwarten ausgegangene Methode zur Durchführung brachte. Die eigenthümliche Einrichtung des gegenwärtig noch in Thätigkeit

befindlichen Registrirapparates der Münchener Sternwarte ist von Lamont in dem 25. Bande der Denkschriften der Akademie der Wissenschaften eingehend beschrieben worden.

Auch an den durch das Unternehmen einer europäischen Gradmessung hervorgerufenen astronomischen Arbeiten betheiligte sich Lamont, indem er theils selbst an einigen Punkten Bayerns Breiten- und Azimutbestimmungen vornahm, theils ähnliche und andere Beobachtungen unter seiner speciellen Leitung ausführen liess. Die bisherigen Resultate sind veröffentlicht in „Astronomische Bestimmung der Lage des bayer. Dreiecknetzes auf dem Erdsphäroid“ (1. und 2. Mittheilung), dann im „10. Supplementband der Annalen“, „Bestimmung der geographischen Breite der kgl. Sternwarte bei München“ (Supplement zum 21. Band der Annalen), „Détermination télégraphique de la différence de longitude entre les observatoires de Genève et de Bogenhausen près Munich“ und in „Astronomisch-geodätische Ortsbestimmungen in Bayern“.

Seit 1840 hat Lamont einen Theil seiner Thätigkeit mit besonderer Vorliebe und anerkanntem Erfolge der Meteorologie und den in das Gebiet der Physik der Erde einschlagenden Fragen zugewendet. Um das ihm in dieser Beziehung zukommende Verdienst zu würdigen, ist es nothwendig, den Zustand dieser Wissenschaften in dem ersten Viertel unseres Jahrhunderts ins Auge zu fassen. Das ganze damals an Beobachtungen vorliegende Material beschränkte sich auf die Aufzeichnungen einzelner Sternwarten und auf zeitlich eng begrenzte Beobachtungsreihen einiger Freunde und Verehrer der Witterungskunde; die theoretischen Untersuchungen bezogen sich nur auf vereinzelte Punkte und entbehrten des nothwendigen systematischen Zusammenhanges. Wenn wir mit Recht in Kämtz und Dove jene Männer feiern, welche durch ihre Bemühungen die Meteorologie zu einer Wissenschaft erhoben haben, so fordert es die Gerechtigkeit, dass wir diesen auch Lamont's Namen beifügen. Mit Recht machte er die Ansicht geltend, dass nur die Vergleichung gleichzeitiger, an möglichst vielen Orten angestellter Beobachtungen eine Grundlage der Wissenschaft abgeben könne, und es gelang seinen Anstrengungen, einen meteorologischen Verein ins Leben zu rufen, welcher sich nicht bloss über Bayern und Süddeutschland erstreckte, sondern auch in Norddeutschland, Belgien, Holland, Frankreich und Italien Mitglieder zählte. Mit diesen Bestrebungen suchte er zunächst an die Arbeiten der ehe-

maligen Societas Palatina (1781 — 1792) anzuknüpfen und erlangte von der Regierung zur Begründung eines Vereinsorganes einen jährlichen Zuschuss von 800 fl. Von dieser „Annalen für Meteorologie und Erdmagnetismus" betitelten, von Lamont herausgegebenen Zeitschrift konnten leider nur drei Jahrgänge (1842 — 1844, 12 Hefte) zur Veröffentlichung gelangen, denn von 1845 an wurde der bisher von der Regierung geleistete Zuschuss aus extremen Sparsamkeitsrücksichten zurückgezogen. Damit die auf den verschiedenen Stationen auszuführenden Beobachtungen in aller Strenge vergleichbare Resultate lieferten, war es nothwendig, dass die zur Anwendung kommenden Instrumente nicht bloss nach richtigen Constructionsprincipien gefertigt, sondern dass auch deren individuelle Correctionen möglichst sorgfältig bestimmt wurden. Lamont glaubte dieser Bedingung am vollständigsten zu entsprechen, wenn er selbst die Herstellung und Untersuchung der Instrumente beaufsichtigte, und richtete daher das geräumigste Zimmer seiner kleinen Wohnung auf der Sternwarte aus Privatmitteln als mechanische Werkstätte ein; hier beschäftigte er von nun an ständig einen und nach Bedarf auch zwei Mechaniker. Im Laufe der Jahre gingen aus dieser Werkstatt wohl über 300 Barometer und eben so viele Thermometer und Psychrometer hervor, welche theils an Mitglieder des meteorologischen Vereins, theils an die von der Regierung mit meteorologischen Beobachtungen betrauten Gerichtsärzte und zum Theil an verschiedene Anstalten gegen Erlag der selbst für die damaligen Preisverhältnisse noch überaus gering veranschlagten Herstellungskosten abgegeben wurden. Die so sich ergebenden Einnahmen, denen Lamont in den ersten Jahren allerdings noch manchen Beitrag aus Privatmitteln hinzufügen musste, deckten die für Material und Arbeit erwachsenden Auslagen; später, im Jahre 1849, wurde die Exigenz der Werkstätte auf die Dotation der Sternwarte übernommen. Auf die Verbindung der Werkstätte mit der Sternwarte legte Lamont stets grosses Gewicht; sie allein machte es ihm möglich, jene zahlreichen, stets sinnreich angeordneten Experimentaluntersuchungen durchzuführen, deren Ergebnisse er in seinen vielfachen Publicationen mittheilte. — Die Thätigkeit des meteorologischen Vereins gerieth leider schon nach wenigen Jahren erspriesslicher Wirksamkeit in Stockung; es war dieses jedoch nicht Lamont's Schuld, und ist die Hauptursache in dem Umstande zu suchen, dass ihm, wie oben erwähnt, die Mittel zur Fortführung der Vereinszeitschrift ent-

zogen wurden; in Folge dessen erkaltete der Eifer der Mehrzahl der Mitglieder, welche, theilweise durch Berufsgeschäfte sehr in Anspruch genommen, nicht mehr geneigt waren, ihre freiwillig und ohne Anspruch oder Aussicht auf ein besonderes Honorar übernommenen regelmässigen Beobachtungen fortzusetzen. Die Einrichtung eines über Bayern ausgedehnten Netzes meteorologischer Beobachtungsstationen blieb indessen stets ein Lieblingsproject Lamont's, und wenn dieser Gedanke erst in neuester Zeit (1879) unter gleichzeitiger Gründung einer neuen meteorologischen Centralstation in München realisirt wurde, so darf bei allen über die Organisation des Beobachtungsnetzes hervorgetretenen formellen Meinungsverschiedenheiten nicht vergessen werden, dass die erste Anregung zur Einrichtung eines derartigen Systemes schon im Jahre 1842 durch Lamont und durch den von ihm damals gegründeten meteorologischen Verein gegeben wurde. Es dürfte ferner hervorzuheben sein, dass die neue Einrichtung im Vergleich mit dem früheren Versuche mit sehr ergiebigen finanziellen Mitteln ins Leben gerufen wurde; auch die für die Beobachter erlassene Instruction weicht in keinem wesentlichen Punkte von den einst von Lamont gegebenen, in dem „Jahrbuch der kgl. Sternwarte bei München für 1841“ veröffentlichten Vorschriften ab. — Auf der Sternwarte wurden schon seit 1825 meteorologische Beobachtungen in regelmässiger Weise ausgeführt; bis zum Schlusse des Jahres 1837 wurde täglich dreimal (Sonnen-Aufgang und Untergang, sowie $2^h\,30^m$ m. Zt.) beobachtet; dann fasste Lamont den Plan stündlicher Aufzeichnung, zu dessen Realisirung er in der Werkstätte der Sternwarte registrirende Instrumente neuer, ihm eigenthümlicher Construction herstellen liess. Nach verschiedenen vorgängigen Versuchen trat diese Einrichtung im Anfange des Jahres 1840 in Wirksamkeit, und nachdem im Jahre 1847 weitere Verbesserungen an den Registrirungsapparaten (vgl. Bd. 25 der Denkschriften der Akademie) vorgenommen wurden, haben sich diese Instrumente so sehr bewährt, dass dieselben bis auf den heutigen Tag ohne Unterbrechung in Thätigkeit verblieben sind. Neben den Angaben der registrirenden Instrumente wurden zur Erlangung einer Controle täglich von 7^h Morgens bis 6^h Abends stündliche Beobachtungen der meteorologischen Instrumente nach der gewöhnlichen Weise aufgezeichnet. Das ausgedehnte Beobachtungsmaterial ist neben anderen Arbeiten in den Bänden 1—21 der „Annalen der kgl. Sternwarte“, in den Supplementbänden Nr. 2, 3 und 6,

dann in den oben erwähnten zwölf Heften der „Annalen für Meteorologie und Erdmagnetismus" zur Veröffentlichung gelangt. Die seit 1876 ausgeführten Beobachtungen sind — wahrscheinlich mit der Bestimmung, dereinst als Theile des 22. Bandes der „Annalen der kgl. Sternwarte" zu gelten — in monatlichen Zusammenstellungen publicirt worden. Durch diese ununterbrochene, 40 Jahre umfassende Reihe stündlicher Aufzeichnungen hat sich die Bogenhauser Sternwarte ein unbestreitbares, hervorragendes Verdienst um die meteorologische Wissenschaft erworben. Die Supplementbände Nr. 1 und 7 enthalten die in dem der Sternwarte unterstellten meteorologischen Observatorium auf dem Hohenpeissenberge in dem Zeitraume von 1792—1864 ausgeführten, von Lamont mit aller Sorgfalt revidirten Beobachtungen und bieten sowohl mit Rücksicht auf die zeitliche Ausdehnung der Beobachtungsreihe als auch wegen der ausgezeichneten Lage dieses in nahezu 1000^{m} Meereshöhe gelegenen Observationspunktes ganz besonders werthvolle Resultate. Ausser den ständigen Beobachtungen wurden noch manche andere auf die Physik der Erde bezügliche Untersuchungen vorgenommen, unter welchen namentlich eine dreijährige Serie von Beobachtungen der so räthselhaften elektrischen Erscheinungen der Atmosphäre zu erwähnen ist; das hierzu benutzte Elektrometer ist sammt der mathematischen Theorie dieses Instrumentes in dem 25. Bande der Denkschriften der Akademie beschrieben; die Ergebnisse dieser Beobachtungen bestätigten die bereits früher erkannte tägliche und jährliche Periode und veranlassten Lamont, eine ständige negative Ladung des Erdkörpers anzunehmen, welche Ansicht er in dem 85. Bande der Poggendorff'schen Annalen ausführlich dargelegt hat. Unter den übrigen zahlreichen meteorologischen Abhandlungen Lamont's sind noch besonders hervorzuheben: die im 16. Bande der Denkschriften der Akademie enthaltene „Darstellung der Temperaturverhältnisse an der Oberfläche der Erde": ein Versuch, diesen Gegenstand in Form einer mathematisch begründeten Theorie zu entwickeln; ferner die im 8. Bande (Abth. 1) dieser Denkschriften mitgetheilten „Resultate aus den an der kgl. Sternwarte veranstalteten meteorologischen Untersuchungen", die dem 3. Supplementbande der Annalen der Sternwarte vorangeschickte Einleitung, die Jahresberichte für 1852, 1854 und 1858; dann der in Briefform veröffentlichte Aufsatz „die Dalton'sche Dampftheorie und ihre Anwendung auf den Wasserdampf der Atmosphäre", in welchem Lamont

in dieser heute noch strittigen Frage sich wiederholt gegen die Annahme einer von der trockenen Luft unabhängigen Dunstatmosphäre ausspricht und ein hierauf bezügliches Experiment mittheilt; ferner mehrere in den ersten vier Bänden der Oesterreichischen Zeitschrift für Meteorologie enthaltene Artikel etc.

In ganz besonderer Weise nahm die Untersuchung der Erscheinungen des Magnetismus im Allgemeinen und des Erdmagnetismus insbesondere Lamont's Thätigkeit in Anspruch; auf diesem Gebiete hat sich seine reiche Begabung, sein in Schaffung von Instrumenten und Methoden für exacte Forschung so erfinderischer Geist im hellsten Lichte gezeigt. Gleichwohl scheint Lamont diese Richtung weniger aus eigener Initiative als auf äussere Veranlassung hin eingeschlagen zu haben. Um die Zeit zwischen 1835 und 1845 war das Interesse für das Studium der Vertheilung und der Erscheinungen des Erdmagnetismus in allen naturwissenschaftlichen Kreisen auf das lebhafteste erregt und die Erforschung der diese Erscheinungen beherrschenden Gesetze gewissermassen zur wissenschaftlichen Tagesordnung erhoben worden. Gauss, Deutschlands grösster Mathematiker, hatte nicht bloss die Theorie des Erdmagnetismus zum Gegenstande einer analytischen Untersuchung gemacht, welche die bewunderungswürdige Tiefe seines Geistes aufs neue documentirte und bekanntlich die Grundlage der späteren Entwickelung der sogenannten Potentialtheorie bildete, sondern auch den Instrumenten und Beobachtungsmethoden seine Aufmerksamkeit zugewendet und zur Gewinnung eines entsprechend ausgedehnten Materials verlässiger Beobachtungsresultate einen magnetischen Verein ins Leben gerufen, während A. v. Humboldt sein Ansehen und seine vielfachen Verbindungen mit einflussreichen Persönlichkeiten dazu benutzte, um bei den Regierungen, sowie bei gelehrten Gesellschaften eine thatkräftige Unterstützung dieser Forschungen durch Einrichtung ständiger Observatorien und Ausrüstung wissenschaftlicher Expeditionen zu erwirken. Auf diese Art kam es, dass sowohl das britische als das russische Gouvernement sich bei der bayerischen Regierung für die Einrichtung eines magnetischen Observatoriums verwendeten; die betreffenden Anträge erhielten die Genehmigung des Königs Ludwig I., während überdies der damalige Kronprinz Maximilian auf Schelling's Vermittelung dem neu errichteten, Lamont's Leitung anvertrauten magnetischen Observatorium einen besonderen Zuschuss aus seiner Privatkasse zunächst für die Dauer einer drei-

jährigen Beobachtungsperiode anwies. — Im Jahre 1840 begann Lamont seine magnetischen Beobachtungen unter Anwendung von Instrumenten, welche nach den damals geltenden Principien construirt waren; er überzeugte sich bald, dass diese Grundsätze nicht unwesentlich modificirt werden müssten, wenn die auszuführenden Beobachtungen wirklich präcise Resultate ergeben sollten, und zwar nicht nur in ständigen Observatorien, sondern auch unter auf Reisen stattfindenden, erschwerenden Umständen. Wenn er zunächst den Gebrauch der bisher üblichen grossen Magnetstäbe ausschloss, so muss anerkannt werden, dass diese anfänglich vielfach bestrittene Neuerung nach und nach allgemeine Anerkennung gefunden hat; ein Gleiches gilt von der Beseitigung des störenden Einflusses der Bewegung der Luft auf Stand und Bewegung der zu den Beobachtungen verwendeten Magnetstäbe, welche er durch Anwendung möglichst luftdichter, eng an die Nadel anschliessender Magnetgehäuse erreicht hat. Bei der analytischen Untersuchung der bei den Intensitätsbestimmungen eine wichtige Rolle spielenden Ablenkungsverhältnisse fand Lamont, dass die Entwickelung sich wesentlich einfacher gestalte, wenn man statt der bis dahin üblichen Ablenkungen „senkrecht auf den Meridian", solche „senkrecht auf die Richtung der freien Nadel" vornimmt; in ähnlicher Weise überzeugte er sich, dass eine Combination von Ablenkungen „Magnet Ost und West" mit solchen „Magnet Nord und Süd" geeignet sei, das sonst schwierig zu bestimmende zweite Glied in der Entwickelung des Sinus des Ablenkungswinkels, in so weit dasselbe von dem zur Ablenkung gebrauchten Magnete abhängt, ganz zu eliminiren, während der vom schwingenden Magnet abhängige Theil unter der Voraussetzung, dass nur sehr kleine Nadeln gebraucht werden, mit genügender Schärfe auf theoretischem Wege berechnet werden kann. Nach diesen Grundsätzen construirte Lamont seinen für den Gebrauch der ständigen Observatorien eingerichteten grossen magnetischen Theodoliten zur absoluten Bestimmung der Declination und Horizontalintensität, dann später einen kleineren Reisetheodoliten, welchen er nach Lloyd's Vorgang mit einer als Differential-Inclinatorium wirkenden Einrichtung ausstattete und durch Beigabe der betreffenden Ergänzungstheile auch zu Zeit- und Azimutbeobachtungen verwendbar machte. Die Beschreibung dieser Instrumente findet sich im 22. und 25. Bande der Denkschriften der Münchener Akademie, dann in den „Untersuchungen über Rich-

tung und Stärke des Erdmagnetismus an verschiedenen Punkten des südwestlichen Europa". — Wenn Lamont öfters äusserte, dass eine vollkommen präcise absolute Bestimmung der Horizontalintensität eine ziemlich schwierige Sache sei, so wird ihm jeder Leser der wahrhaft classischen, über diesen Gegenstand im 16. Bande der akademischen Denkschriften publicirten Abbandlung vollkommen beipflichten und gern zugeben, dass die streng mathematische Behandlung magnetischer Messungen noch grössere Schwierigkeit bietet als die jetzt ziemlich vollständig entwickelte Theorie astronomischer Instrumente. Den grossen magnetischen Theodoliten benutzte Lamont zu einer Reihe von Untersuchungen über einige die Construction der Instrumente und die Beobachtungsmethoden betreffenden Punkte; das magnetische Moment ($M = \int x\,d\mu$) eines Stabes ist bekanntlich bei wechselnden Temperaturen (t) durch den Ausdruck $M = M_0(1 - \alpha t)$ dargestellt; indem Lamont den Zusammenhang des Temperaturcoëfficienten α mit der molekularen Beschaffenheit des Stabes studirte, kam er dazu, rücksichtlich der Temperatur compensirte Ablenkungsmagnete herzustellen, durch deren Anwendung er die Apparate zur Beobachtung der Intensitätsvariationen verbesserte, während die Construction compensirter Deflectoren für den Reisetheodoliten die mit diesem Instrumente auszuführenden Intensitätsbestimmungen wesentlich erleichterte und vereinfachte. — Ueber die Inductionswirkung des Erdmagnetismus auf permanente Magnete herrschten entgegengesetzte Ansichten; Lamont bewies durch unanfechtbare Messungen, dass ein solcher Einfluss thatsächlich bestehe und bei Forderung äusserster Präcision in Rechnung genommen werden müsse. Der allmählich fortschreitende Kraftverlust permanenter Magnetstäbe wurde nach Hansteen als bloss von der Zeit abhängig betrachtet; Lamont zeigte, dass die in der Hansteen'schen Formel $A + Be^{-qt}$ auftretende Constante q überdies auch von den in dem betreffenden Zeitintervalle eintretenden Temperaturveränderungen beeinflusst werde. — Man findet diese und viele andere verwandte Untersuchungen in dem von Lamont verfassten Abschnitt: „Magnetismus der Erde" in Dove's Repertorium der Physik Bd. 2.

Die regelmässigen Beobachtungen an den Variationsinstrumenten wurden von Lamont und 2 oder 3 Gehilfen von 1841 — 1845, also fast fünf Jahre hindurch, in ein- oder zweistündigen Intervallen bei Tag und Nacht ausgeführt, wobei zu erwähnen ist, dass Lamont den schwierigsten Theil dieser Arbeit, die anstrengenden nächtlichen Beobachtungen,

meistens selbst besorgt hat; um diese Anstrengungen zu mässigen, sann er auf Mittel zur Herstellung selbstregistrirender Variationsinstrumente. Bekanntlich hatte man in England bereits angefangen die Photographie zur Registrirung zu verwenden; diese Einrichtung war jedoch für das Budget der Münchener Sternwarte viel zu kostspielig, und Lamont construirte desshalb die im 25. Bande der akademischen Denkschriften beschriebenen registrirenden magnetischen Instrumente, deren Gang sich als vollkommen zuverlässig erwies; diese Instrumente standen von 1847—1868 im Gebrauche; die Resultate, deren Veröffentlichung bis jetzt aus finanziellen Gründen nicht ermöglicht werden konnte, liegen in der Registratur der Sternwarte vor.

Nachdem Lamont seine im magnetischen Observatorium der Bogenhauser Sternwarte angestellten Arbeiten zu einem vorläufigen Abschlusse gebracht hatte, fasste er den Entschluss, durch eine Reihe von Reisebeobachtungen auch über die Vertheilung der magnetischen Wirkungen an der Erdoberfläche weiteres und zuverlässiges Material zu sammeln.

Der von ihm bei der Akademie eingereichte Antrag auf Ausführung einer magnetischen Vermessung Bayerns wurde von dem damaligen Vorstande dieser Corporation, Geheimrath v. Thiersch, begutachtet und vom Cultusministerium genehmigt. Es dürfte wohl nicht uninteressant sein zu erfahren, dass Lamont zu dieser ausgedehnten Arbeit nur einen jährlichen Zuschuss von 300 fl. (514 M.) erhielt und auch nicht mehr verlangt hatte; bei ihm war es Princip, alle Zwecke mit möglichst geringen Mitteln zu erreichen; nur durch strenge Beschränkung gelehrter Prodigalität hielt er es für möglich, dass der Staat die nöthigen Mittel stets zur Verfügung habe, um die Bestrebungen seiner Angehörigen auf dem jetzt fast unübersehbaren Felde wissenschaftlicher Forschung zweckmässig und gedeihlich zu unterstützen. In den Jahren 1849 und 1850, dann 1852—1855 verwendete Lamont je 8—12 Wochen seiner Ferienzeit auf die magnetische Vermessung Bayerns und bestimmte in 480 Instrumentaufstellungen die magnetischen Elemente für 420 Punkte des bayerischen Territoriums und der angrenzenden Staaten. Die Resultate dieser Messungen wurden unter dem Titel „Magnetische Ortsbestimmungen, ausgeführt an verschiedenen Punkten des Königreichs Bayern und an einigen auswärtigen Stationen“ in zwei Bänden (1854 und 1856) veröffentlicht und zur Herstellung der diesem Werke beigegebenen

„Magnetischen Karten“ benutzt. Die so wohlgelungene Ausführung dieser Arbeit veranlasste den der Förderung wissenschaftlicher Thätigkeit stets in edler Fürsorge zugewendeten König Maximilian II. von Bayern, Lamont mit einer magnetischen Expedition nach Südfrankreich, Spanien und Portugal zu betrauen. Mit der seinem Charakter eigenthümlichen Energie und Ausdauer trat Lamont, nachdem er sich kurz vorher die nöthige Kenntniss der spanischen Sprache angeeignet hatte, im August 1856 die Reise an, von welcher er Anfangs October zurückkehrte, um seine Messungen im darauf folgenden Jahre fortzusetzen und zu vollenden. Die im Jahre 1858 publicirten „Untersuchungen über Richtung und Stärke des Erdmagnetismus an verschiedenen Punkten des südwestlichen Europa“ enthalten die detaillirte Darlegung der bei diesen Expeditionen auf 76, theilweise doppelt besuchten Stationen erhaltenen Resultate und bringen den Verlauf der Curven gleicher Declination, Inclination und Horizontalintensität in Karten zur Darstellung. Im Jahre 1858 endlich unternahm Lamont seine letzte magnetische Excursion, bei welcher er für 31, theils in Norddeutschland, theils in Belgien, Holland oder Dänemark gelegene Stationen die magnetischen Elemente bestimmte. Die Verdienste Lamont's um die Erforschung der geographischen Vertheilung der erdmagnetischen Erscheinungen beschränken sich nicht bloss auf die von ihm persönlich ausgeführten Excursionen; wenn wir sehen, wie der von ihm construirte Reisetheodolit in nicht weniger als fünfundvierzig, in der Werkstätte der Sternwarte unter seiner unmittelbaren Leitung gefertigten Exemplaren an einzelne Beobachter wie an Staatsanstalten in alle Welttheile versendet wurde, so werden wir anerkennen müssen, dass Lamont's Thätigkeit einen hervorragenden, maassgebenden Einfluss auf die Fortschritte und die Ausbreitung der erdmagnetischen Forschung ausgeübt hat. — Was nun die aus der geographischen Vertheilung des Erdmagnetismus hervorgehenden Schlüsse über die den Erscheinungen zu Grunde liegenden Ursachen, d. h. über den Sitz der erdmagnetischen Kraft betrifft, so stellt diese Frage sich zur Stunde noch als ein ungelöstes Problem dar. Die scharfsinnigen Entwickelungen, mit welchen Gauss die Analysis in seinen erdmagnetischen Untersuchungen bereichert hat, gewähren uns bloss ein abstractes Bild der idealen Vertheilung des Erdmagnetismus; für die thatsächlichen Verhältnisse, d. h. für die physikalische Lösung des Problems geben sie uns nur die einzige Andeutuug, dass wir den

Sitz der Kraft nicht an der Erdoberfläche, sondern in einer gewissen Tiefe unter dieser Oberfläche zu suchen haben. Von den im Innern der Erde herrschenden Zuständen wissen wir mit Bestimmtheit nur, dass hier Massen von grosser Dichtigkeit vorhanden sein müssen; für den heutezutage allgemein angenommenen feurig-flüssigen Zustand geben die räumlich so sehr beschränkten Beobachtungen über die Temperaturzunahme, wie Poisson in seiner berühmten „Théorie mathématique de la chaleur" gezeigt hat, keinen concludenten Beweis. Lamont's Hypothese von der Existenz eines festen, magnetischen Erdkernes ist deshalb sicher eben so zulässig wie manche andere Annahme über die Ursache der erdmagnetischen Erscheinungen; er selbst legte derselben stets nur den Werth einer Untersuchungshypothese bei und verlangte bloss, dass auch andere Forscher bei Entwickelung ihrer Ansichten die gleiche Reserve beobachten sollten. In den Jahren 1859—1861 beschäftigte Lamont sich mit einer eingehenden experimentellen und theoretischen Untersuchung des sogenannten Erdstromes, deren Resultate er in einer eigenen Abhandlung unter dem Titel „Der Erdstrom und der Zusammenhang desselben mit dem Magnetismus der Erde" veröffentlichte. Das Hauptresultat dieser Untersuchung ist die im Allgemeinen, neben manchen vereinzelnten Abweichungen, bestehende Uebereinstimmung in den Schwankungen des Erdstromes mit den Variationen der Declination und Horizontalintensität, welche es als sehr wahrscheinlich erscheinen lässt, dass wenigstens der grösste Theil dieser Variationen des Erdmagnetismus und des elektrischen Zustandes einer gemeinsamen Ursache zuzuschreiben ist. Wenn der Einblick in diese Schrift wegen der zahlreichen, höchst scharfsinnig angeordneten und stets mit exacten Messungen und Rechnungen verbundenen Experimente für den ernsten Forscher grosses Interesse bietet, so erscheinen dagegen die einschlägigen Darstellungen eines grossen Theiles unserer Lehrbücher der Physik, welche schwierige Probleme nicht selten durch ziemlich oberflächliche Betrachtungen statt durch strenge Beobachtungs- und Rechnungsmethoden zu lösen suchen und den so erlangten Resultaten gleichwohl unbestreitbare Geltung vindiciren, in mehr als zweifelhaftem Lichte, wie dieses Lamont nicht selten zu betonen pflegte. Die Erklärung der erdmagnetischen Erscheinungen als ausschliessliche Wirkung elektrischer Ströme stellt nur eine der Möglichkeiten, nur eine der Lösungen dieses zur Zeit noch unbestimmten Problems dar und hat

nicht mehr Anspruch auf thatsächliche Richtigkeit als irgend eine andere der möglichen Hypothesen über die Vertheilung des Magnetismus in der Masse des Erdkörpers, welche der Gauss'schen Potentialtheorie genügt; man kann, wie Gauss gezeigt hat, wohl das magnetische Potential der Erde bestimmen, nicht aber die wirklich stattfindende Vertheilung des Magnetismus, — denn diese Aufgabe ist unbestimmt, und verschiedene Anordnungen des Magnetismus der Massentheilchen können ganz gleiche Potentialwerthe ergeben. Von dieser Ansicht ausgehend war Lamont bemüht, auf Grund des von ihm und anderen Forschern gewonnenen Beobachtungsmaterials zunächst einige empirische Gesetze aufzufinden. Als solche müssen wir die von ihm entdeckte 10jährige Periode in der Grösse der magnetischen Variationen (Sitzungsberichte der k. b. Akademie 1862 Thl. II), dann die Relation, welche die Zunahme der Horizontalintensität mit der Abnahme der Inclination verknüpft (Untersuchungen über Stärke und Richtung des Erdmagnetismus in Norddeutschland, Belgien etc. S. 20; Sitzungsberichte 1862 Thl. II etc.) erwähnen. Ferner dürften die von ihm angestellten und in den Jahresberichten pro 1854 und 1858 veröffentlichten Untersuchungen über die Theorie der Magnetisirung des weichen Eisens durch den galvanischen Strom noch besonders hervorzuheben sein. — Ausser den zahlreichen in den regelmässigen Publicationen der Sternwarte, in den Denkschriften der Akademie und anderen gelehrten Zeitschriften veröffentlichten Arbeiten sind noch als geschlossene Werke anzuführen das „Handbuch des Erdmagnetismus“ (Berlin, Veit & Co. 1849), von welchem Lamont auf Antrieb des Verlegers eine zweite umgearbeitete Auflage veranstalten wollte, an welchem Vorhaben er indessen durch den Tod gehindert wurde; dann das „Handbuch des Magnetismus“, welches den 15. Band der seit 1860 bei Leop. Voss in Leipzig erschienenen, von einer Gesellschaft deutscher Physiker bearbeiteten, jedoch unvollständig gebliebenen „Encyklopädie der Physik“ bildete. — Auch in der populären Darstellung hat sich Lamont versucht; der Band „Astronomie und Erdmagnetismus“ der 1848—1852 im Verlage der Franckh'schen Buchhandlung in Stuttgart herausgegebenen „Encyklopädie der Wissenschaften“ gibt hiervon ein rühmliches Zeugniss; die originelle und stets klare Auffassung und Ausdrucksweise bekundet aufs neue, dass gute populär-wissenschaftliche Darstellungen in der Regel nur jenen Autoren gelingen, welche die Kenntniss des betreffenden

Faches nicht bloss aus der einschlägigen Literatur, sondern auch aus unmittelbarer Beobachtung und eigener selbständiger Forschung geschöpft haben.

Lamont's regelmässige Lehrthätigkeit begann später als dieses sonst in der Gelehrtenlaufbahn gewöhnlich der Fall zu sein pflegt; wenn ihm auch seine Stellung als ordentliches Mitglied der Akademie das Recht verlieh, an der Universität öffentliche Vorträge zu halten, — von welcher Befugniss er auch je nach vorhandener Veranlassung und Anregung einige Male Gebrauch machte, — so wurde er doch erst im Jahre 1852, nach Gruithuisen's Tode, als ordentlicher Professor an der Münchener Universität angestellt. In dieser Eigenschaft hielt er alljährlich im Wintersemester eben so gediegene als anregende und geistvolle Vorlesungen über „populäre Astronomie", welche stets einen grösseren Kreis von Zuhörern, unter welchen sich häufig auch ältere, verschiedenen Berufskreisen angehörige Männer einfanden, versammelten. Das Sommersemester verwendete er zu den Vorträgen über „praktische Astronomie" und zur Abhaltung von Uebungen im Gebrauche der Instrumente und im Beobachten. Fanden sich geeignet vorgebildete, mit Neigung und Begabung ausgerüstete Zuhörer, so hielt er ausser den vorerwähnten in einigen Jahren auch noch Vorlesungen über die Theorie der planetarischen Störungen. Auch möchte zu bemerken sein, dass nicht wenige auswärtige Beobachter, ehe sie ihre magnetischen Expeditionen antraten, sich vorerst nach Bogenhausen begeben haben, um sich daselbst unter Lamont's persönlicher Anweisung für die Ausführung der von ihnen beabsichtigten Reisebeobachtungen vorzubereiten.

Ruhig und ohne jene Schicksalsschläge, welche oft so schmerzlich und hemmend in die menschliche Thätigkeit eingreifen, floss Lamont's Leben dahin; er erfreute sich bis in sein Alter einer im Wesentlichen ununterbrochenen Gesundheit und fühlte sich glücklich in der ihm zu Theil gewordenen Stellung. Unverheirathet und von äusserst einfacher Lebensweise, machte er nur sehr geringe Ansprüche an die von Vielen so leidenschaftlich begehrten Genüsse des Lebens. Erst in seinem 60. Lebensjahre richtete er sich einen kleinen Haushalt ein und nahm eine ständige Dienerin auf, um im herannahenden Alter der etwa benöthigten Pflege nicht ganz entbehren zu müssen. Die zahlreichen Anerkennungen, welche ihm durch Ordensverleihungen, sowie durch die Erwählung zum Mitgliede so vieler gelehrten Gesell-

schaften zu Theil wurden, änderten nicht im geringsten seinen einfachen, bescheidenen Sinn; Lamont erblickte in allen derartigen, von Manchen so begierig angestrebten Auszeichnungen nur eine Aufmunterung zu weiterer Thätigkeit. Gesellschaftlichen Vergnügungen, durch welche er von seinen Arbeiten abgezogen zu werden fürchtete, blieb er grundsätzlich fremd; doch war er darum nichts weniger als misanthropisch: er besass vielmehr jene reine Heiterkeit des Gemüthes, welche eine Frucht des inneren Seelenfriedens ist, den er sich stets zu bewahren wusste. Im Umgange mit Freunden und näheren Bekannten war er munter und reich an treffenden, geistvollen Bemerkungen. Wahrheitsliebe und unerschütterliche Festigkeit waren Grundzüge seines Charakters; gegenüber jenen, welche ihm letztere Eigenschaft als Hartnäckigkeit auslegten, dürfte geltend zu machen sein, dass unbeugsames Beharren bei dem als recht und wahr Erkannten jedenfalls jener Charakterlosigkeit vorzuziehen ist, welche blosser Opportunitätsrücksichten halber die eigene Ueberzeugung weltklug zu verleugnen pflegt. Als eine hervorragende Eigenschaft Lamont's muss auch seine Mildthätigkeit gegen Hilfsbedürftige erwähnt werden; sich selbst die nöthige Kenntniss der Verhältnisse nicht zutrauend, liebte er es, seine Gaben Vereinen oder Personen, welche sein Vertrauen genossen, zur zweckmässigen Verwendung zu übergeben. Seinem Adoptiv-Vaterlande Bayern und dessen Regentenhause bewahrte Lamont eine nie erschütterte Treue und Anhänglichkeit; diesen Gefühlen, sowie dem innigen und thatkräftigen Interesse, welches er während seines ganzen Lebens der Förderung der Wissenschaften zugewendet hatte, gab er in seiner letztwilligen Verfügung in beredter Weise Ausdruck. Wie sein Leben wissenschaftlicher Forschung gewidmet war, so wollte er auch nach seinem Tode wenigstens einen indirecten Beitrag zur Entwickelung der ihm vorzüglich am Herzen liegenden exacten Wissenschaften leisten. Schon im Jahre 1853 gründete er deshalb an der Münchener Universität einen Stipendienfond für Studirende, welche sich mit nachgewiesenem Erfolge dem Studium der Astronomie, der mathematischen Physik oder der reinen Mathematik widmen. Das ursprüngliche Kapital dieser Stiftung erhöhte er noch bei Lebzeiten durch successive Schenkungen auf die Summe von 50000 M.; der Rest seines durch Sparsamkeit erworbenen Vermögens fiel nach testamentarischer Bestimmung gleichfalls jenem Fond zu, welcher auf diese Weise zu der respectablen Höhe von 160000 M. angewachsen ist.

Bald nach Vollendung des 70. Lebensjahres machte sich eine Abnahme der Körperkräfte Lamont's bemerkbar, und der sonst so rasche, die Energie seines Wesens bekundende Gang verlangsamte sich mehr und mehr; im Winter 1878/79 trat diese Entkräftung deutlicher hervor, und er vermochte den Weg nach der Stadt nur mehr zu Wagen zurückzulegen; um die Mitte des Monats Juli steigerte sich der Schwächezustand in bedenklicher Weise; doch Lamont, der nun das Bett nicht mehr verlassen konnte, war immer noch mit zuversichtlicher Hoffnung auf Wiedergenesung erfüllt. Endlich trat Bewusstlosigkeit ein, und am 6. August 1879 Morgens beschloss ein sanfter Tod das rastloser Thätigkeit gewidmete Leben. — Mit Recht glaube ich an seinem Grabe die einfachen Worte unseres gemüthvollen Dichters Claudius wiederholen zu dürfen:

— — — Ach, sie haben
Einen guten Mann begraben,
Und mir war er mehr!

C. v. Orff.

Ueber fehlerhaft gestaltete Reflexionsprismen.

Von

Dr. Armin Wittstein.

Herr Geheimer Hofrath Bruhns übertrug mir im Sommer 1879 die Untersuchung eines, nach seinen Angaben construirten, tragbaren Durchgangsinstrumentes[1]), über welches von ihm bereits im 12. Bande der Vierteljahresschrift der Astronomischen Gesellschaft ausführliche Mittheilungen gegeben worden sind, und das einen, wenn ich nicht irre, aus den vierziger Jahren datirenden Vorschlag C. A. Steinheil's realisirt. Vor dem Objectiv des stets horizontal liegenden Fernrohres befindet sich ein in Metall gefasster Glaskörper, von dem man voraussetzt, er sei ein gerades dreiseitiges Prisma, mit rechtwinkeligem und gleichschenkeligem Hauptschnitte, so dass alle, eine seiner (in der Regel von den Optikern quadratisch begrenzten) Kathetenflächen senkrecht treffenden Lichtstrahlen keine Brechung erleiden, sondern von der Hypotenusenfläche total reflectirt werden, d. h. normal zur anderen Kathetenfläche wieder austreten. Das Prisma dient somit als ebener Spiegel, vor dem es noch den Vorzug voraus hat, lichthellere Bilder (je nach dem Brechungsindex beträgt der Lichtverlust 8—12 Procent), als die von gewöhnlichen Spiegeln entworfenen, zu liefern. Bedingungen für den Achromatismus der, mittels des Reflexionsprisma erhaltenen katadioptrischen Bilder sind der Parallelismus der Kanten sowie die Gleichheit der, an der reflectirenden Hypotenusenebene anliegenden Ebenenwinkel. Setzt man die Erfüllung der eben genannten Bedingungen und der zuerst erwähnten, die einen rechten Winkel an der brechenden Kante verlangt, in aller Strenge nicht voraus, so entsteht auch die Frage nach dem Einfluss, der aus einer solchen unregel-

[1]) dessen mechanische Theile aus der Werkstätte von Lingke & Cie. in Freiberg i. S. hervorgegangen sind, während Dr. Schroeder in Hamburg die optischen geliefert hat.

mässigen Form des Glaskörpers auf die beobachteten Durchgangszeiten von Gestirnen erwächst.

Die Untersuchung dieses Einflusses, welche ich im Folgenden an der Hand der, von Herrn Professor Seidel im 24. Bande der Astronomischen Nachrichten veröffentlichten Abhandlung „Zur Theorie des Steinheil'schen Passageprisma" durchführen werde, besteht in der Betrachtung des Weges, den ein Lichtstrahl zurücklegt, der gezwungen ist, eine dreiseitige Glaspyramide zu durchwandern, welche man sich jetzt, an Stelle des Prisma, vor dem Objectiv denken möge. Hinsichtlich des in der Praxis vorkommenden Falles müssen freilich der Pyramide zwei Eigenschaften (deren Erreichung nicht frei von Schwierigkeit ist) zugeschrieben werden, nämlich die ihrer vollkommenen Homogeneität und Begrenzung durch wirkliche Ebenen, sowie in demselben die nicht weniger wesentlichen Umstände als Voraussetzungen gelten, dass der, so leicht eintretenden Durchbiegung des Glaskörpers und der Deformation seiner Gestalt durch Pressionen in Folge von Temperaturzunahme auf geeignete Weise vorgebeugt sei[1]).

Um das Resultat einer solchen Betrachtung, bei der nur die Abweichung des Prisma von der idealen Form in's Auge gefasst ist, ohne Weiteres auf ein gegebenes Durchgangsinstrument der oben kurz beschriebenen Construction übertragen zu können, muss man es mit einem, in jeder Hinsicht fehlerfreien Fernrohr zu thun und dessen Collimationsfehler entweder vernichtet oder, ohne Prisma, genau ermittelt haben; denn im entgegengesetzten Falle würden sich die Einflüsse beider, von Prisma und Fernrohr herrührenden Fehlerquellen mit einander vermengen und im combinirten Apparat keine Trennung

[1]) Es sei mir bei dieser Gelegenheit gestattet, noch eines Ausspruches v. Lamont's zu gedenken, den Jeder, der mit Instrumenten, wie das in Rede stehende, zu verschiedenen Jahreszeiten beobachtet, bestätigt finden wird. In der 14. Anmerkung zu seiner Ersten Mittheilung über die „Astronomische Bestimmung der Lage des bayerischen Dreiecknetzes auf dem Erdsphäroid" (Sitzungsberichte der Münchener Akademie d. W. 1865) sagt nämlich v. Lamont: „Die Vollkommenheit der Reflexion wird auch in sehr grossem Maasse durch die Reinheit der reflectirenden Fläche bedingt, und da sehr bald bei jedem Prisma, welches in stark abwechselnden Temperaturen gebraucht wird, ein leichter Niederschlag auf der reflectirenden Fläche entsteht, so wird auch dadurch die optische Kraft des Fernrohres vermindert. Letzteren Uebelstand wird man ohne Zweifel verhindern können dadurch, dass man hinter der reflectirenden Fläche des Prisma und in einem Abstande von etwa einer halben Linie eine Glasplatte anbringt und ringsherum den Zutritt der Luft in den Zwischenraum durch Klebwachs verhindert."

mehr erlauben. War die Herstellung eines Prisma nicht von ähnlichen vorzüglichen Prüfungsmethoden begleitet, wie mir deren durch die Güte des Herrn Dr. Adolph Steinheil bekannt geworden sind, so lassen sich Winkelungleichheit und Pyramidalität mit hinreichender Schärfe nach einem ziemlich einfachen, von C. A. Steinheil angegebenen Verfahren (ebenfalls Astronom. Nachr. XXIV.) bestimmen, und dann die, in Folge der Unregelmässigkeit des Glaskörpers nothwendigen, Correctionen der beobachteten Durchgangszeiten leicht in Rechnung ziehen.

ABCV (Fig. 1) sei eine willkürlich gewählte, dreiseitige Pyramide, deren Seitenfläche *ABV* als die reflectirende angenommen werden möge. Fällt nun von einem Stern *S* auf *ACV*, unter beliebigem Winkel, der Lichtstrahl *SL* auf, so erfolgt in *L* dessen erste Brechung in der Richtung *LM*, in *M* seine Reflexion nach *MN* und endlich in *N* seine zweite Brechung, nach der er in der Richtung *NS'* in das Fernrohr eintritt. *P'L*, *PM*, *P''N* sind die Einfallslothe in den Punkten *L*, *M*, *N*. Den Gesetzen der Optik zufolge liegen

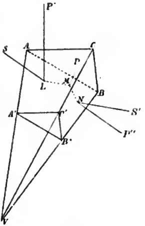


Fig. 1.

die Geraden *P'L*, *SL*, *LM* in einer Ebene, der Normalebene auf *ACV*
" " *PM*, *LM*, *NM* " " " " " " *ABV*
" " *P''N*, *S'N*, *MN* " " " " " " *BCV*.

Der Punkt *M* ist somit ein, den drei Normalebenen gemeinschaftlicher.

Die Natur der hier zu behandelnden Aufgabe berechtigt, deren Lösung von den Hilfsmitteln der sphärischen Trigonometrie zu erwarten, d. h. jede vorkommende Richtung durch einen, ihr parallelen Kugelradius zu ersetzen. Legt man die Reflexionsebene in die Ebene eines grössten Kreises, so wird der eben geschilderte Vorgang folgendermaassen auf die Kugelfläche des Himmelsgewölbes übertragen:

Durch den Mittelpunkt der Kugel ziehe man — und zwar so, dass erst *ACV* und *BCV* durchdrungen werden müssen, ehe das Himmelsgewölbe geschnitten wird — zu *P'L* und *P''N* parallele Gerade,

welche die Kugelfläche in p', p'' (Fig. 2) treffen mögen und mit P (gleichfalls der nach Aussen gerichteten Normale angehörig) die Pole der drei Seitenebenen der Pyramide bilden (jede Kante der ursprünglichen Pyramide steht dann senkrecht auf einer Ebene des, durch die drei Normalen gebildeten neuen Dreikants). Ferner seien s, l, n, s', der Reihe nach, die Punkte, von denen der Lichtstrahl ausging und nach der ersten Brechung herkommt, sowie gegen die er nach seiner Reflexion und zweiten Brechung gerichtet ist. Nennt man α, β die Ebenenwinkel, welche an der reflectirenden Ebene anliegen, setzt

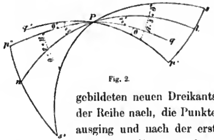


Fig. 2.

$$\alpha + \beta = 180^\circ - 2\lambda, \quad \alpha - \beta = 2\mu,$$

so sind, wie aus einiger Ueberlegung hervorgeht, Daten vorliegender Aufgabe:

$$\text{Bogen } Pp' = 90^\circ + \lambda + \mu, \text{ Bog. } Pp'' = 90^\circ + \lambda - \mu, \text{ Bog. } Pl = \text{Bog. } Pn,$$
$$p'ls,\ p''ns',\ lPn \text{ Bogen grösster Kreise},$$

$$\sin lp' = k \sin sp', \quad \sin np'' = k \sin s'p'', \quad k \text{ (Brechungsindex)} < 1.$$

Weiter ist leicht einzusehen, dass die Halbirungsebene qPq' des Winkels $p'Pp''$ (oder in unserem Falle seines Nebenwinkels) gegen beide, in der reflectirenden Ebene liegende Kanten der Pyramide gleich, und zwar um den Winkel Θ, geneigt sein wird, wenn 2Θ den Winkel an der Spitze der Pyramide zwischen jenen Kanten bezeichnet, also $qPp' = q'Pp'' = \Theta$ und $qPl = q'Pn = \vartheta$.

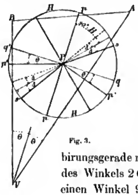


Fig. 3.

Stellen in Fig. 3 $p'P$, $p''P$, sP, $s'P$ die orthogonalen Projectionen der Normalen beider Seitenebenen sowie die des ein- und austretenden Strahles auf die reflectirende Ebene ABV vor, und halbirt man den, von den Projectionen jener Strahlen gebildeten Winkel $2\varDelta$, so wird dessen Halbirungsgerade mit der Geraden pPp, welche der Halbirenden des Winkels 2Θ an der Spitze der Pyramide parallel ist, einen Winkel $90^\circ - H$ einschliessen. H ist positiv, wenn

(wie in der Figur angenommen) der Stern auf der, von der Spitze der Pyramide abgewandten Seite der Basis steht. Δ können wir immer als positiv annehmen, denn stets wird s' näher der Spitze der Pyramide liegen, als s. Unmittelbar lässt dann Fig. 3 erkennen, dass

$$sPq = \Pi - \Delta,\quad s'Pq' = \Pi + \Delta,\quad sPp' = \Pi - \Delta + \Theta,$$
$$s'Pp'' = \Pi + \Delta - \Theta.$$

Bedeuten endlich ν, ν' die sphärischen Abstände des Sternes und seines Bildes von der reflectirenden Ebene, so kann man $90^0 + \nu$ für Ps und $90^0 + \nu'$ für Ps' schreiben.

Zunächst ergibt sich (Fig. 2) aus dem Dreieck sPp' und mit Rücksicht auf das Brechungsgesetz:

$$\cos^2 lp' = 1 - k^2 + k^2[\sin(\lambda+\mu)\sin\nu + \cos(\lambda+\mu)\cos\nu\cos(\Pi - \Delta + \Theta)]^2$$
$$= R^2. \tag{1}$$

Sodann folgt aus den ersten Grundlehren der sphärischen Trigonometrie:

$$\frac{\sin Pl}{\sin p'l} = \frac{\sin p'}{\sin(\vartheta + \Theta)},\quad \frac{\sin Ps}{\sin p's} = \frac{\sin p'}{\sin(\Pi - \Delta + \Theta)}$$

und aus der Division beider Ausdrücke:

$$\frac{\sin Pl}{k \sin Ps} = \frac{\sin(\Pi - \Delta + \Theta)}{\sin(\vartheta + \Theta)}$$

oder

$$\sin Pl \sin(\vartheta + \Theta) = k \cos\nu \sin(\Pi - \Delta + \Theta). \tag{2}$$

Aus dem Dreieck $p'Pl$ findet man:

$$\operatorname{cotg} Pl \sin Pp' = \cos Pp' \cos(\vartheta + \Theta) + \sin(\vartheta + \Theta) \operatorname{cotg} p'$$

$$\cos Pl \cos(\lambda+\mu) = -\sin(\lambda+\mu)\cos(\vartheta+\Theta)\sin Pl + \sin(\vartheta+\Theta)\operatorname{cotg} p' \sin Pl$$

$$\sin Pl \cos(\vartheta+\Theta)\sin(\lambda+\mu) = k\cos\nu\sin(\Pi+\Theta-\Delta)\operatorname{cotg} p' - \cos Pl\cos(\lambda+\mu)$$

$$\begin{aligned}\sin Pl\cos(\vartheta+\Theta)\sin(\lambda+\mu) = {} & k\cos\nu\sin(\lambda+\mu)\cos(\Pi-\Delta+\Theta) \\ & - k\sin\nu\cos(\lambda+\mu) + \sin(\lambda+\mu) R \times \\ & \quad \cos(\lambda+\mu) + k\sin\nu\cos(\lambda+\mu) \\ & - k\sin^2(\lambda+\mu)\cos(\lambda+\mu)\sin\nu \\ & - k\sin(\lambda+\mu)\cos^2(\lambda+\mu)\cos\nu\cos(\Pi-\Delta+\Theta)\end{aligned}$$

— $1 - \sin^2(\lambda+\mu)$ statt $\cos^2(\lambda+\mu)$ gesetzt —

$$\sin Pl\cos(\vartheta+\Theta) = \cos(\lambda+\mu) R + k\sin(\lambda+\mu) \times$$
$$[-\cos(\lambda+\mu)\sin\nu + \sin(\lambda+\mu)\cos\nu\cos(\Pi-\Delta+\Theta)]. \tag{3}$$

Ganz eben so erhält man die für den austretenden Strahl geltenden Relationen, wobei man sich nur noch daran zu erinnern braucht, dass $Pl = Pn$, nämlich:

$$\cos^2 np'' = 1 - k^2 + k^2[\sin(\lambda-\mu)\sin\nu' + \cos(\lambda-\mu)\cos\nu'\cos(H+\Delta-\Theta)]^2$$
$$= R'^2 \qquad 4)$$

$$\sin Pl \sin(\vartheta - \Theta) = k\cos\nu' \sin(H+\Delta-\Theta) \qquad (5$$

$$\sin Pl \cos(\vartheta-\Theta) = \cos(\lambda-\mu)\ R' + k\sin(\lambda-\mu)\times$$
$$[-\cos(\lambda-\mu)\sin\nu' + \sin(\lambda-\mu)\cos\nu'\cos(H+\Delta-\Theta)]. \qquad (6$$

Vorstehende sechs Gleichungen enthalten Alles, was sich von der Lage des ein- und austretenden Strahles angeben lässt.

Jetzt möge der Lichtstrahl normal auf die Fläche ACV auffallen, d. h. der Glaskörper so vor dem Objectiv befestigt sein, dass seine eine Seitenfläche stets normal auffallendes Licht empfange oder, mit anderen Worten, senkrecht auf der Tangentialebene des Objectives in dessen Mittelpunkt stehe. Diese Annahme können wir von nun an um so eher zu Grunde legen, als es ja wohl in den meisten Fällen das Bestreben des Künstlers sein wird, derselben so nahe wie möglich gerecht zu werden. Gröbere Abweichungen von der normalen Incidenz geben sich dem Beobachter sofort zu erkennen, und entsprechende Correctionsvorrichtungen gestatten dann fast immer die Vornahme der nöthigen Verbesserung der Stellung des Prisma. Sollte der auffallende Lichtstrahl eine geringe Neigung gegen die normale Richtung verrathen, so brächte dieser Umstand, vom theoretischen Standpunkt aus betrachtet, zwar eine Störung des Aplanatismus hervor, wäre jedoch in der Praxis nicht von grossem Belang, worauf bereits Herr Professor Listing im 7. Bande dieses Journals aufmerksam gemacht hat; um so geringer ist der Einfluss der schiefen Incidenz, je mehr sich der Winkel an der brechenden Kante einem Rechten nähert.

Unter Berücksichtigung von

$$\cos(\lambda+\mu)\sin 2\Theta = k\cos\nu'\sin(H+\Delta-\Theta)$$

besteht in dem erläuterten speciellen Falle für den austretenden Strahl die Gleichung

$$\sin(\lambda-\mu)[k\cos\nu'\cos(H+\Delta-\Theta) - \cos(\lambda+\mu)\cos 2\Theta]$$
$$+ \cos(\lambda-\mu)[\sin(\lambda+\mu) - k\sin\nu'] = 0,$$

welche, wenn man $\lambda + \nu''$ für ν' schreibt, übergeht in

$$\sin\lambda\cos\lambda[2\sin^2\Theta + k\cos(\mu-\nu'')\cos(H+\Delta-\Theta) - k\cos(\mu-\nu'')]$$
$$- k\cos^2\lambda[\sin\mu\cos\nu''\cos(H+\Delta-\Theta) + \cos\mu\sin\nu'']$$
$$- k\sin^2\lambda[\cos\mu\sin\nu''\cos(H+\Delta-\Theta) + \sin\mu\cos\nu'']$$
$$+ \sin\mu\cos\mu\, 2\cos^2\Theta = 0.$$

Es versteht sich von selbst, dass die hierin auftretenden Grössen ν', J, H verschieden von den, früher eben so bezeichneten sind. Sind 2Θ und 2μ sehr klein, ist also der Glaskörper nahezu ein gleichschenkeliges Prisma, so folgt zunächst:

$$k\cos(H+J-\Theta)[\sin\lambda\cos\lambda-\cos^2\lambda\cdot\mu-\sin^2\lambda\cdot\nu'']$$
$$-k[\sin\lambda\cos\lambda+\cos^2\lambda\cdot\nu''+\sin^2\lambda\cdot\mu]+2\mu=0.$$

Bedenkt man, dass der Winkel $H+J-\Theta$ oder $s'Pp''$ (siehe Fig. 4) gleichfalls ein so kleiner werden wird, dass man dessen Cosinus der Einheit gleich setzen kann, so ergeben sich für die Abstände des Sternes und seines Bildes von der reflectirenden Ebene die Ausdrücke:

$$\begin{cases}\lambda+\mu \quad . \quad . \quad . \quad \text{Stern}\\ \lambda+\dfrac{(2-k)}{k}\cdot\mu \quad \text{Beobachtetes Bild.}\end{cases}$$

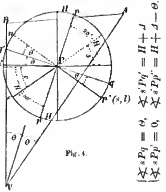


Fig. 4.

$\left(\dfrac{2-k}{k}\right)\cdot\mu$ ist der für ν'' gefundene Werth, der, was bei erster Betrachtung etwas frappirt, von der Pyramidalität gar nicht afficirt erscheint. Aus den allgemeinen Seidel'schen Formeln würde man jedoch ganz Aehnliches erhalten, nämlich „dass der Einfluss der Winkelungleichheit den der Pyramidalität um so mehr überwiegt, je grösser die Neigung der Gesichtslinie gegen die Kanten des Prisma ($90^\circ - H$) ist, oder (wie in unserem Falle) je weniger schief man durch dasselbe sieht".

Ist $k=1$, oder findet gar keine Brechung Statt, so wird $\nu''=\mu$, welche Identität nur in so fern bestehen kann, als beide Grössen verschwinden; für μ gilt das negative Vorzeichen, sobald die Seitenebene, welche dem Stern zugewendet ist , einen grösseren Winkel mit der Reflexionsebene einschliesst, als die unmittelbar vor dem Objectiv befindliche.

Für $k=\frac{2}{3}$ endlich wird $\nu''=2\mu$ und, da im vorliegenden Fall ein nahe rechtwinkeliges Prisma vorausgesetzt werden darf, $45^\circ \pm 2\mu$ (je nachdem der kleinere oder grössere Ebenenwinkel dem Stern zugekehrt ist) der Abstand des beobachteten Bildes von der reflectirenden Ebene, sowie man ferner sofort erkennt, dass der Winkel zwischen dem ein- und austretenden Strahl

$90^0 - 3\mu$ beträgt, wenn der kleinere Ebenenwinkel dem Stern zugewendet ist,

$90^0 + 3\mu$ beträgt, wenn der grössere Ebenenwinkel dem Stern zugewendet ist.

Eine fehlerhafte Gestalt des Prisma ruft also eine Correction der beobachteten Durchgangszeit hervor, welche mit der wegen der Collimation des Fernrohres conform ist.

Befände sich das Prisma — wie bei den gebräuchlichen Durchgangsinstrumenten mit gebrochenem Fernrohr — etwa in der Mitte der Brennweite des Objectivs, statt vor demselben, sollte es also dazu dienen, ein convergentes Strahlenbündel um neunzig Grade von seiner Richtung abzulenken, so würde die Discussion der eben behandelten Frage eine wesentlich andere werden. Denn, was uns früher als der ideale, wenigstens in Bezug auf das Prisma keineswegs leicht zu realisirende Zustand erschien, nämlich die strenge richtigen Formen von Objectiv und Prisma, schlägt im gegenwärtigen Falle in das Gegentheil um, da jetzt gerade ein fehlerfreies Prisma sowohl Farbenzerstreuung als auch sphärische Aberration hervorrufen müsste, mit anderen Worten: ein vollkommen präcises Bild eines anvisirten Gegenstandes unter solchen Umständen nicht von vorn herein zu erwarten wäre. Die, an Stelle eines jeden Reflexionsprisma substituirbare, planparallele Platte, welche mit dessen Basis parallel und von bestimmter Dicke ist, zeigt, dass die Wirkung des Prisma in eine katoptrische und dioptrische zerfällt und sich nur so lange, als man es mit parallelen Strahlen zu thun hat, auf erstere, d. h. die eines Planspiegels, allein reducirt. Treffen überdiess, wie wir zuletzt annahmen, die parallelen Strahlen unter senkrechter Incidenz auf, so fällt jene stellvertretende Platte mit der Reflexionsebene zusammen.

Herr Professor Listing, der sich in seiner oben angezogenen Abhandlung eingehend mit der Untersuchung der Verwendbarkeit eines Reflexionsprisma in nicht parallelem Lichte beschäftigt, gelangt u. A. zu dem bemerkenswerthen Resultat, dass — ein rechtwinkeliges, gleichschenkeliges Prisma vorausgesetzt — für den Fall eines (auf der dem Objectiv zugewandten Kathetenfläche) senkrechten Strahlenkegels von mässiger Apertur die Homocentricität des Lichtes nicht merklich beeinträchtigt, sondern nur, um ein Object mit vollkommener Deutlichkeit wahrzunehmen, eine geringe Ocularverschiebung, deren Grösse sich einfach bestimmt, nothwendig wird; Aplanatismus und Angular-

vergrösserung bleiben ungeändert. Tritt hingegen ein schiefer Strahlenkegel durch das Prisma, so zeigt er nach der Brechung planatische Abweichung, und die Gesammtheit seiner einzelnen Mantellinien wird sich im Allgemeinen in diakaustischen Flächen schneiden.

Zugegeben, dass bei den wirklich vorkommenden Verwendungen eines Prisma in nicht parallelem Lichte, wie z. B. bei der für ein gebrochenes Fernrohr, die Wirkungen der angedeuteten schädlichen Einflüsse nicht immer auffallend zu erkennen sind, sei es weil deren Ursachen zufällig sehr gering waren, sei es weil der Künstler sie empirisch auf die eine oder andere Weise unterdrückt hat, so ist doch damit ihr bemerkbares Auftreten überhaupt nicht ausgeschlossen, und erinnere ich mich selbst eines Falles, in welchem dasselbe in der That vorhanden war.

In gegenwärtiger Zeit, in der die meisten Aufgaben der Dioptrik sich nicht mehr der mathematischen Behandlung entziehen, und die Wissenschaft einen vollständigen Sieg über die Empirie errungen hat, könnte vielleicht der Vorschlag zu einem Versuch der Zusammenberechnung von Objectiv und Prisma, auf welchen Gedanken das Besprochene unmittelbar führt, einiger Beachtung werth gefunden werden. Jeder der beiden Glaskörper müsste dann wahrscheinlich mit Absicht nicht ganz frei von Fehlern hergestellt werden, so zwar, dass beide in ihrer Totalwirkung ein scharfes, befriedigendes Bild hervorbringen. Gelingt ferner die Ausführung eines solchen Apparates eben so exact, als die Rechnung strenge durchgeführt werden kann, so ist kein Grund abzusehen, wesshalb die nothwendigen Mängel in den Constructionen von Prisma und Objectiv auf die beobachteten Durchgangszeiten von Gestirnen influiren sollten. Lässt jedoch die Ausführung zu wünschen übrig, so dürfte sich schwerlich bestimmen lassen, um welchen Betrag die, mit einem solchen Instrument angestellten Passagebeobachtungen fehlerhafte Resultate ergeben.

Ueber die dichroitische Fluorescenz des Magnesiumplatincyanürs.

Experimenteller Beweis der Perpendicularität der Lichtschwingungen zur Polarisationsebene.

Von

E. Lommel.

(Aus den „Annalen der Physik und Chemie" vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

1. Ueber die Fluorescenz des rothen Magnesiumplatincyanürs besitzen wir Angaben von Stokes, Grailich und Hagenbach. Stokes[1]) gibt die rothe Fluorescenz dieses Salzes als sehr stark an, Grailich[2]) dagegen konnte sie nur in geringen Spuren wahrnehmen, während Hagenbach[3]) sie wiederum als sehr schön bezeichnet, und zwar etwas mehr ins Orange gehend als diejenige des Chlorophylls.

An einem ziemlich grossen, schön ausgebildeten Krystall hatte ich Gelegenheit, diese Fluorescenz genauer zu studiren. Der Krystall, eine quadratische Säule von 10^{mm} Höhe und 8^{mm} Breite mit den beiden Basisflächen und den Flächen einer quadratischen Pyramide als Abstumpfung der Ecken, zeigt die von Haidinger[4]) beschriebenen Oberflächenfarben in ausgezeichneter Weise: auf den Seitenflächen grünen, senkrecht zur Säulenachse polarisirten Metallglanz, auf der Endfläche senkrecht zur Reflexionsebene polarisirten, violettblauen Schiller.

Im durchgehenden Lichte erweist er sich, wie ebenfalls Haidinger bereits angab, als dichroitisch: der ordinäre Strahl erscheint hell carminroth, der extraordinäre dunkel blutroth. Im Spectroskop gewahrt man in beiden Fällen nur das rothe Ende des Spectrums, indem der Rest dort von dem 42., hier von dem 41. Theilstrich der Bunsenschen Scala an durch Absorption völlig ausgelöscht wird. Eine dünne, senkrecht zur Prismenachse geschnittene Platte dagegen zeigt einen scharfen Absorptionsstreifen, welcher bei 49 schwach beginnt, von 52 bis 67 tief schwarz erscheint und bei 70 endet; Grünblau und

1) Phil. Trans. 1853 p. 396. Pogg Ann. 1855 Bd. 96 S. 541.
2) Krystallographisch-optische Untersuchungen, Wien und Olmütz 1858, S. 112.
3) Pogg. Ann. Jubelbd. 1874 S. 313.
4) Pogg. Ann. 1847 Bd. 71 S. 328.

namentlich Blau sind nur schwach verdunkelt, das violette Ende dagegen ist unsichtbar.

2. Im weissen Licht tritt die Fluorescenz des Magnesiumplatincyanürs nicht sehr deutlich hervor, weil sie, besonders auf den Seitenflächen, durch die lebhafte Oberflächenfarbe überstrahlt wird. Beleuchtet man aber mit Sonnenlicht, welches durch ein blaues oder violettes Glas gegangen und nun, zwar stark erregend, aber sehr lichtschwach ist, so verschwindet die grüne Oberflächenfarbe, und der Krystall erglüht in prachtvoll gelbrothem Fluorescenzlicht.

3. Betrachtet man nun das von einer *Seitenfläche* ausstrahlende Fluorescenzlicht durch ein *Nicol*'sches Prisma, so erscheint es *orangegelb*, wenn die Polarisationsebene des Nicols senkrecht steht zur Säulenachse, dagegen *scharlachroth*, wenn die Polarisationsebene zur Säulenachse parallel ist.

4. Erregen wir nun mit *polarisirtem* Licht, indem wir das einfallende violette Strahlenbündel, ehe es auf die *Seitenfläche* des Krystalls senkrecht trifft, durch ein *Nicol*'sches Prisma gehen lassen, so strahlt die beleuchtete Fläche *orangegelbes* Fluorescenzlicht aus, wenn die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes zur Krystallachse senkrecht, dagegen *scharlachrothes*, wenn die Polarisationsebene zur Krystallachse parallel steht. Dreht man das Nicol aus der ersten in die zweite Lage, so sieht man in sehr auffallender Weise die gelbe Fluorescenz in die rothe sich verwandeln. Dasselbe geschieht, wenn man, das Nicol in der ersten Stellung belassend, den Krystall um die Richtung der einfallenden Strahlen als Achse dreht. Dreht man dagegen den Krystall um die Säulenachse, während das Nicol die erste oder die zweite Lage einnimmt, wobei die einfallenden Strahlen immer schräger auf die Seitenfläche des Prismas treffen, so behält das Fluorescenzlicht seine Farbe, d. h. es bleibt im ersten Falle orangegelb, im zweiten scharlachroth.

5. Betrachtet man das ausgestrahlte Fluorescenzlicht durch ein zweites Nicol, so findet man dasselbe für die beiden Hauptstellungen des ersten Nicols jeweils in demselben Sinne polarisirt wie das erregende Licht, nämlich das orangegelbe senkrecht zur Krystallachse, das scharlachrothe parallel zu ihr.

6. Mit dem Spectroskop untersucht, zeigt das orangegelbe Fluorescenzlicht ein Spectrum, welches sich von 37 bis 58 der *Bunsen*schen Scala erstreckt und im Gelb bei 53 ein Maximum der Licht-

stärke besitzt; das Spectrum der scharlachrothen Fluorescenzfarbe dagegen reicht von 35 nur bis 53 und erhebt sich ungefähr bei 47 im Orangeroth zu einem Maximum.

7. Das Magnesiumplatincyanür gehört zu den fluorescirenden Substanzen erster Klasse; denn durch (unpolarisirtes) rothes Licht, welches nur Strahlen enthält, die weniger brechbar sind als *D* (50), wird das Fluorescenzspectrum bis 58 hervorgerufen.

8. Wir haben bisher nur die Fluorescenzerscheinungen betrachtet, welche eine Seitenfläche des quadratischen Prismas darbietet. Nun lassen wir das (horizontal gedachte) polarisirte violette Strahlenbündel auf die Basisfläche senkrecht treffen, indem wir den Krystall so aufstellen, dass seine Achse mit der Richtung der einfallenden Strahlen zusammenfällt (Anfangsstellung). Die Basisfläche leuchtet nun mit scharlachrothem Fluorescenzlicht (Spectrum bis 53), welches unpolarisirt ist und seine Nüance nicht ändert, wenn man den Krystall oder das Nicol um die Strahlesrichtung als Achse dreht.

9. Wir stellen jetzt die Polarisationsebene horizontal und drehen den Krystall um eine verticale Achse, so dass das erregende Licht unter immer grösserem Einfallswinkel auf die Basisfläche trifft; das Fluorescenzlicht bleibt in diesem Falle unverändert scharlachroth (Spectrum bis 53).

10. Stellen wir dagegen die Polarisationsebene vertical und lassen wir die einfallenden Strahlen immer schräger auf die Basisfläche treffen, indem wir den Krystall aus der Anfangsstellung um eine verticale Achse drehen, so ändert sich die Fluorescenzfarbe, indem sie mehr ins Gelbe zieht, und im Spectroskop verlängert sich das Spectrum bis 58.

11. Bei dem ersteren Versuch (9) bleibt, während der Krystall gedreht wird, die Normale der Polarisationsebene senkrecht zur Krystallachse. Bei dem letzteren Versuch (10) dagegen ändert sich der Winkel, welchen die Normale der Polarisationsebene mit der Krystallachse bildet.

Wir ersehen daraus, dass die Aenderung der Fluorescenzfarbe bedingt ist durch die Aenderung des Winkels, welchen die Normale der Polarisationsebene mit der Krystallachse einschliesst.

12. Aus dieser Thatsache aber folgt, dass die Lichtschwingungen senkrecht zur Polarisationsebene vor sich gehen.

Denn, wie man sich den Vorgang der Fluorescenz auch vorstellen mag, dieselbe ist jedenfalls das Resultat einer Einwirkung, welche die Körpertheilchen von Seiten der auf sie treffenden Bewegung des Aethers erfahren. Der Erfolg dieser Einwirkung kann nur dann ein anderer werden, wenn die Aetherbewegung in Bezug auf das von ihr afficirte Körpertheilchen sich ändert. Von den Attributen, durch welche die an den Körpertheilchen angelangte Aetherbewegung erschöpfend charakterisirt ist, nämlich Intensität, Periode und Schwingungsrichtung, ändert sich aber in den obigen Versuchen nur die Schwingungsrichtung, indem dieselbe mit der allen Theilchen des Krystalls gemeinschaftlichen Richtung der Krystallachse immer andere Winkel bildet.

Treten demnach Aenderungen in der Beschaffenheit des Fluorescenzlichtes ein, so können dieselben nur dadurch bedingt sein, dass die Schwingungsrichtung ihre Lage gegen die Krystallachse ändert.

Die Beobachtung aber zeigt, dass solche Aenderungen eintreten, wenn die Normale der Polarisationsebene ihre Lage gegen die Krystallachse ändert.

Die Normale der Polarisationsebene ist demnach mit der Schwingungsrichtung identisch, d. h. die Lichtschwingungen stehen senkrecht zur Polarisationsebene.

13. Dieser Beweis gründet sich allein auf das Verhalten der Basisfläche. Zu der nämlichen Folgerung gelangt man aber auch, indem man die an der Basisfläche gemachten Beobachtungen mit den an der Seitenfläche gemachten combinirt.

Es folgt nämlich aus (8), dass die scharlachrothe Fluorescenz durch Schwingungen senkrecht zur Achse hervorgerufen wird.

Auf der Seitenfläche des Prismas tritt aber (nach 4) die rothe Fluorescenz auf, wenn die Polarisationsebene zur Krystallachse parallel steht.

Die Schwingungen (als transversal vorausgesetzt) müssen demnach zur Polarisationsebene senkrecht stehen.

14. Diese beiden Beweise (12 und 13) für die Perpendicularität der Lichtschwingungen zur Polarisationsebene sind gewissermassen verwandt mit den Beweisen, welche Nörremberg[1]) und Haidinger[2]) aus dem Dichroismus der Krystalle zu führen versuchten. Sie unterscheiden sich aber von ihnen in einer sehr wesentlichen Hinsicht.

1) Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik (7. Aufl.) Bd. 1 S. 810.

2) Wiener Ber. 1852 Bd. 8 S. 52. Pogg. Ann. 1852 Bd. 86 S. 131.

Aus der dichroitischen Absorption geht wie aus der dichroitischen Fluorescenz zunächst hervor, dass die Erscheinungen von der Neigung der Normalen der Polarisationsebene zur Krystallachse abhängen. Wäre nun festgestellt, dass die Absorption nur von der Lage der Schwingungsrichtung gegenüber der Krystallachse bedingt wird, so wäre durch die Schlüsse Nörremberg's und Haidinger's der Beweis, dass die Schwingungen zur Polarisationsebene normal sind, allerdings geführt. Man kann sich aber auch vorstellen, dass die Absorption nicht nur von der Schwingungsrichtung, sondern auch von der Richtung des durch den Krystall fortgepflanzten Strahls abhänge, in der Weise, dass sie durch die Lage der zu diesen beiden Richtungen Senkrechten bedingt werde. Lässt man nun diese zweite Annahme zu, so führen die Thatsachen der dichroitischen Absorption zu dem entgegengesetzten Schluss, dass die Schwingungen in der Polarisationsebene liegen. So unwahrscheinlich die zweite Hypothese auch sein mag, so reicht ihre Möglichkeit doch hin, die Beweise von Nörremberg und Haidinger ihrer zwingenden Kraft zu berauben.

Bei den hier vorliegenden Versuchen dagegen hat man es weder mit im Krystall fortgepflanzten noch mit reflectirten Strahlen zu thun. Hier handelt es sich nur um Licht, welches die an der Oberfläche des Krystalls liegenden Moleküle vermöge jenes Processes des Selbstleuchtens, welchen wir Fluorescenz nennen, nach allen Seiten hin ausstrahlen. Die Wirkung, welche das erregende Licht auf die Moleküle ausübt, kann hier nur bedingt sein durch die Beschaffenheit der Aetherbewegung, welche in unmittelbarer Nähe des Moleküls stattfindet, gleichgültig, auf welchem Wege diese Bewegung dem Moleküle zugeführt worden sein mag. Die Möglichkeit, dass etwa die Richtung der einfallenden Strahlen die Erscheinungen mitbedinge, bleibt somit ausgeschlossen, und damit auch die Annahme, dass die Erscheinungen eine Function der Lage des auf den Richtungen des Strahles und der Schwingungen errichteten Perpendikels sein könnten. Es kann vielmehr nur die Neigung der Schwingungsrichtung zur Krystallachse maassgebend sein, und daraus folgt im Zusammenhang mit den Versuchsresultaten, welche zeigen, dass die Lage der Normalen der Polarisationsebene zur Krystallachse die Erscheinungen bestimmt, mit Nothwendigkeit, dass Schwingungsrichtung und Normale der Polarisationsebene zusammenfallen.

Kleinere Mittheilungen.

Ueber das Verhältniss der specif. Wärme der Luft bei constantem Drucke zu derjenigen bei constantem Volum und das Poisson'sche Gesetz.

Von

Dr. August Kurz

in Augsburg.

In der diesbezüglichen Mittheilung von Herrn Bauer S. 43 und 44 dieses Bandes ist gar nichts davon gesagt, dass für die Versuche von Clément und Désormes jene Formel nur als Annäherung gilt, welche später auch von diesen und anderen Experimentatoren durch die correcte logarithmische Formel, siehe unten am Ende, ersetzt worden ist.

Vielmehr scheinen die dort angegebenen vier Zustände eine exacte Lösung zu liefern. Es rührt dies daher, dass dieselben dem fraglichen Versuche nicht entsprechen, sei es, dass man hierbei das Luftquantum Anfangs bei offenem Hahne erwärmt, oder durch Pumpen eine Verdünnung oder auch Verdichtung hervorruft. Statt dies breiter auseinanderzusetzen, genügt die Bemerkung, dass über die Temperatur der Umgebung nichts gesagt wird, und, was noch wichtiger, dass die Angaben der Volume dort ganz überflüssig weil unbenutzt erscheinen, während sie doch, wie sich gleich zeigen soll, gerade so voll in die Rechnung eintreten wie die Temperatur- und die Druckangaben.

Zu diesem Ende können wir der mittlerweile erschienenen 2. Abtheilung des 2. Bandes der J. Müller'schen Physik von Pfaundler, 8. Aufl. S. 350—352, die drei Zustände entnehmen (möglichst mit Bauer's Bezeichnung):

I. vor dem Oeffnen des Hahnes	$b - \beta$	v	T
II. im Momente des Hahnschlusses	b	$v - \varphi$	$T + x$
III. nach Wiedereintritt von T.	$b - \beta'$	$v - \varphi$	T

Bezüglich $(v - \varphi)$ versäumt Pfaundler die Bemerkung nicht, dass es sich nur um das in I vorhandene Luftquantum handelt, welches durch von aussen hinzugetretene Luft zusammengedrückt

worden ist. Das Gesammtvolum v, dasjenige des Ballons, denkt man sich trotz der Variationen des engen Manometers und der geringen Temperaturänderungen constant.

Aus diesen drei Zuständen ist sofort klar, welche zwei Paare derselben man nach dem Gesetze von Mariotte und Gay-Lussac vereinigen muss, um einfache Resultate zu erhalten. Man findet nach leichter Rechnung

$$\frac{\varphi}{v} = \frac{\beta - \beta'}{b - \beta'} \quad \text{und} \quad x = \frac{\beta'}{b - \beta'} \cdot T$$

für die verhältnissmässige Compression und die entsprechende Temperaturzunahme x von I auf II. Alsdann spricht Pfaundler als ausdrückliche Annäherung aus, dass man innerhalb enger Grenzen zweierlei solche Compressionen und zugehörige x einander proportional setzen dürfe.

Das zweite Paar hierzu ist bei Pfaundler schon am Eingange dieser Untersuchung vorgesehen, in der auch von Bauer vorangestellten Gleichung

$$c : c_1 = 1 + \delta \tag{1}$$

(gegenüber Bauer $\imath = 1$ und $\imath' = \delta$).

Um diese Gleichung sowohl als auch die gerade besprochene Annäherung vollends auf ihren Werth hin zu prüfen, schreibe ich die Zustandsänderungen an:

$$\left.\begin{array}{lll} b & v & T \\ b & v + \frac{v}{T} & T + 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{bei constantem Drucke;} \\ \text{specif. Wärme } c\end{array} \tag{2}$$

und hieran anschliessend

$$\left.\begin{array}{lll} b & v + \frac{v}{T} & T + 1 \\ b + y & v & T + 1 + \delta. \end{array}\right\} \tag{3}$$

Aus beiden Schemen definirt sich δ als diejenige Temperaturzunahme, welche bei Veränderung der drei Variablen dieselbe Abnahme $\left(\frac{v}{T}\right)$ des Volums v $\left(\text{strenger: } v + \frac{v}{T}\right)$ bewirkt, welche auch als Zunahme des Volums bei 1° Temperaturerhöhung unter constantem Drucke erscheint (vgl. S. 43). Es ist also jetzt eine zweite verhältnissmässige Compression $\left(\frac{1}{T}\right)$ und eine zweite zugehörige Temperaturzunahme δ beschafft; so dass die verlangte Proportion lautet:

$$\frac{\varphi}{v} : x = \frac{1}{T} : \delta$$

und nach Substitution der manometrischen Angaben β und β' die gewünschte Gleichung

$$\delta = \frac{\beta'}{\beta - \beta'}$$

sich ergibt.

Die Gleichung (1) ist nicht ganz richtig, indem sie sagt, dass man im Processe (2) gerade so viel Wärme verbrauche, als wenn man (2) und (3) verbindend die Zustandsänderung

$$\left.\begin{array}{llll} b & v & T & \text{bei constantem Volum;} \\ b + y & v & T + 1 + \delta & \text{specif. Wärme } c_1 \end{array}\right\} \quad (4$$

bewirke. Denn die beim Processe (2) in Arbeit verwandelte Wärmemenge ist kleiner als die bei (3) aus Arbeit verwandelte Wärmemenge, weil da der Druck auf $b + y$ gesteigert werden muss. Davon also abgesehen.

Die Fehlerhaftigkeit der obigen Proportion ersieht man aus I und II

$$\frac{b\,(v - \varphi)}{T + x} = \frac{(b - \beta) \cdot v}{T}$$

und aus (3)

$$\frac{(b + y)\, v}{T + 1 + \delta} = \frac{b \cdot \left(v + \frac{v}{T}\right)}{T + 1};$$

formt man nämlich beide Gleichungen in folgender Weise um, wobei in der letzten statt $T + 1$ auch T geschrieben wird,

$$\frac{b}{b - \beta} \cdot \left(1 - \frac{\varphi}{v}\right) = \frac{T + x}{T}$$

und

$$\frac{b + y}{b} \cdot \left(1 - \frac{1}{T}\right) = \frac{T + \delta}{T}$$

(links $1 - \frac{1}{T}$ geschrieben statt $1 + \frac{1}{T}$ im Nenner),

so kann man den Werth oder Unwerth der obigen Proportion

$$\frac{\varphi}{v} : x = \frac{1}{T} : \delta$$

leicht durchschauen.

In letzterem zweifelhaften Sinne äusserte ich mich vor fünf Jahren, als ich die elementare Berechnung der Formel $\frac{c}{c_1} = \frac{\beta}{\beta - \beta'}$ kritisirte[1]).

1) S. Blätter für das bair. Gymn.- u. Realschulwesen Bd. 11 S. 271 u. 272.

Heute stimme ich für deren Verwerfung, und belege dieses Urtheil, wenn das Vorige nicht ausreichend sein sollte zu diesem Verzichte auf das elementare Lehrobject, noch mit Folgendem:

Auch Pfaundler lässt der letzten Formel die correcte logarithmische Formel (wenn auch für eine andere Versuchsanordnung) folgen, die aber, als ohne höhere Rechnung nicht ableitbar, gleich fertig bingestellt wird. Ich schlage dazu folgenden Mittelweg vor: Das Poisson'sche Gesetz, eine Analogie zum gewöhnlichen Mariotte'schen Gesetz, sei allerdings nur aus höherer Rechnung ableitbar; allein es lasse sich auf Grundlage dieser Analogie ersehen, dass die Manometerstände bei demselben in einer höheren als der ersten Potenz mit den Volumwerthen variiren; der fragliche Exponent regele sich als $\frac{c}{c_1}$ oder abkürzungsweise k; also statt $\frac{b}{b'} = \frac{v'}{v}$ komme jetzt

$$\frac{b}{b'} = \left(\frac{v'}{v}\right)^k;$$

oder, statt der Volume die Dichtigkeiten eingeführt,

$$\frac{b}{b'} = \left(\frac{d}{d'}\right)^k.$$

In unserem obigen Falle I. II. III lautet diese Gleichung

$$\frac{b-\beta}{b} = \left(\frac{b-\beta}{b-\beta'}\right)^k$$

und wird alsdann theoretisch vollkommen correct

$$k = \frac{c}{c_1} = \frac{\log b - \log(b-\beta)}{\log(b-\beta') - \log(b-\beta)}$$

gefunden, welcher Werth allerdings bei kleinen Differenzen in den früheren

$$\frac{c}{c_1} = \frac{\beta}{\beta - \beta'}$$

näherungsweise übergeht. So ist z. B. für $b = 760$, $\beta = 13{,}71$, $\beta' = 3{,}61$ genauer $k = 1{,}357$ und ungenauer $= 1{,}355$.

Wüllner (2. Aufl.; 4 Bde.) scheint das Verdict über die elementare Ableitung der letzten Näherungsformel ebenfalls gesprochen zu haben; denn er bringt bloss die richtige Formel. Jamin (3 Bde.) hat dagegen die obige elementare Entwicklung, welche aber besonders durch die ohne Erläuterung geschweige Kritik hingestellten beiden letzten Glieder der obigen incriminirten Proportion schwer verständlich bleibt.

Ueber die Absorption strahlender Wärme in Gasen und Dämpfen.

Von

E. Lecher und J. M. Pernter.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1880 Nr. 17.)

In der Einleitung dieser Arbeit werden sämmtliche Methoden, welche bisher zur Untersuchung dieses Gegenstandes angewandt wurden, besprochen und hauptsächlich die Versuchsanordnung Tyndall's und die dabei stattfindende Vaporhäsion einer ausführlicheren Discussion unterzogen. Die Verfasser zeigen aus den Zahlen, welche Tyndall selbst als Ergebniss seiner Beobachtungen angegeben hat, die bedeutende Grösse dieser Fehlerquelle. Es ergibt sich, dass Tyndall's Resultate oft um 30 % differiren, je nachdem derselbe seine Experimentirröhre ganz oder nur zur Hälfte polirt liess.

Es ist für diese Differenz kaum ein anderer Grund als die Vaporhäsion aufzufinden. Dass eine Verdichtung der Dämpfe längs den Wänden stattgefunden, lässt sich auch direct nachweisen, wenn man die Beobachtungen Tyndall's, bei welchen der Dampfdruck direct gemessen wurde, mit jenen vergleicht, bei welchen die Versuchsröhre durch wiederholte Verbindung mit einem gesättigten Dampf enthaltenden Fläschchen mit dem entsprechenden Dampfe gefüllt wurde. Aus den beobachteten Absorptionen kann man auf den Dampfdruck im Füllfläschchen zurückschliessen, und findet z. B. für den Benzoldampf eine Spannung von 2 Atmosphären. Dieser entspricht für die verdampfende Flüssigkeit eine Temperatur von 100° C. Da letztere aber in Wirklichkeit gleich 11° gewesen, muss der Ueberschuss an Dampf von der an den Wänden niedergeschlagenen Flüssigkeit herrühren.

Von derlei Betrachtungen ausgehend und von vielen misslichen Erfahrungen belehrt, stellten die Verfasser ihre Methode und Apparate schliesslich in der Art fest, dass Thermosäule und Wärmequelle in ein und demselben Gefässe untergebracht wurden. Luftströmungen sind dadurch unmerklich gemacht, dass die die Strahlung aussendende Fläche von Fall zu Fall von aussen her mittels eines Dampfstrahles von siedendem Wasser plötzlich auf 100° C. gebracht wird.

Von den Resultaten sei in erster Linie erwähnt, dass die Absorption durch Wasserdampf im Gegensatz zu Tyndall als unmessbar klein gefunden wurde. Die Verfasser zeigen, wie der Widerspruch dieses Resultates mit manchen meteorologischen Beobachtungen nur ein scheinbarer ist. Die von Violle am Montblanc angestellten Versuche zeigen nämlich, dass ein Meter der damals am Versuchsorte vorhandenen Luft nur 0,007 % der Gesammtstrahlung absorbirt. Werden die Feuch-

tigkeitsverhältnisse und die Verschiedenheit der untersuchten Wellenlängen berücksichtigt, so gelangt man auf Grund ganz einfacher Schlüsse zu dem Resultate, dass, Violle's Messungen als richtig vorausgesetzt, erst bei einer Schicht von 300 m Länge durch bei 12° gesättigten Wasserdampf jene Absorption der Wärmestrahlung erfolgen kann, welche Tyndall (auch in geringerem Grade Hoorweg) bei 1,22 m Länge findet. Durch diese einfache Rechnung wird natürlich eben so wie durch die erhaltenen experimentellen Resultate die Ansicht von Magnus zur endlichen, wohl kaum mehr angreifbaren Evidenz gebracht, dass Wasserdampf keine merkliche Absorption ausübt.

Die übrigen in vorliegender Arbeit gelieferten Werthe stimmen in Bezug auf Gase so ziemlich mit den von Tyndall gegebenen überein, was selbstverständlich bei den Dämpfen nicht der Fall ist. Für Atmosphärendruck ist die Intensität der durch eine Gasschicht von 310 mm Länge gehenden Strahlung, die eintretende = 100 gesetzt, folgende:

Luft	99,8	Kohlensäure	92,3
Kohlenoxyd	93,3	Aethylen	51,8.

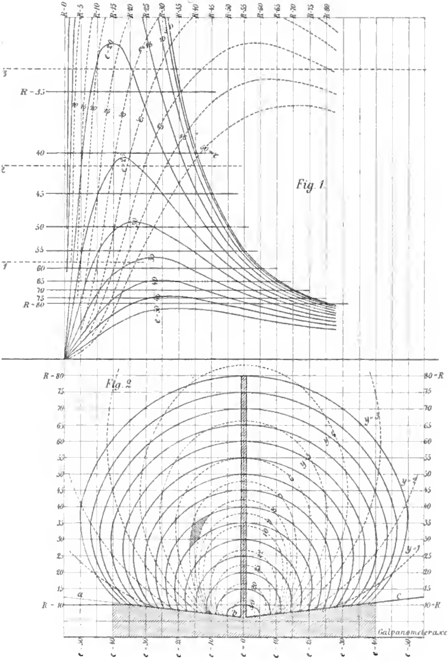
Es zeigte sich ferner, dass keinerlei einfacher Zusammenhang zwischen Absorption und Druck des angewandten Stoffes auffindbar sei, dass die Absorption selbst für die Strahlung einer Wärmequelle von 100° C. eine auswählende ist. Aus diesem Grunde ist der in vorliegender Abhandlung constatirten Beziehung zwischen Absorption und chemischer Zusammensetzung kein allzuhoher Werth beizulegen. Nachdem nämlich für die Dämpfe durch ein graphisches Verfahren die Absorptionen für gleichen Druck, d. i. für eine gleiche Anzahl von Molekülen ermittelt wurden, zeigte es sich, dass das Absorptionsvermögen der untersuchten Stoffe aus der Fettreihe für die Strahlung einer Wärmequelle von 100° C. sich etwa folgendermassen ordnet:

I. Methylalkohol, Ameisensäure, Kohlenoxyd, Kohlensäure, Chloroform.
II. Aethylalkohol (Essigsäure), Aethyläther, Aethylen.
III. Butylalkohol.
IV. Amylalkohol.

Während die Absorption in einer Reihe annähernd gleich ist, steigt dieselbe rapid mit wachsendem Kohlenstoffgehalte.

Anders scheint es jedoch bei Körpern aus anderen Gruppen zu sein; so hat z. B. Benzol trotz seiner 6 C-Atome ein ziemlich kleines Absorptionsvermögen. Ob das eine Folge der anderen Verkettung dieser C-Atome und der dadurch verursachten Modification der Schwingungsweise ist, das zu entscheiden wird nur eine spectrale Untersuchung der verschiedenen Absorptionsverhältnisse im Stande sein.

Zu Edelmann's Graphischer Methode zur Untersuchung von Galvanometerrollen.



XVI. Band. 12. Heft.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR. PH. CARL,
PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

SECHZEHNTER BAND.

Inhalt des 12. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG, 1880.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Bei Correspondenzen, Bestellungen etc. an die hier anzeigenden Firmen bitten wir das Repertorium für Experimental-Physik gefl. als Quelle zu nennen.

Experimentaluntersuchungen über magnetische Coërcitivkraft.

Von

Dr. Külp
in Darmstadt.

Dritte Abhandlung.

Weitere Beiträge zum remanenten Magnetismus von Stahl und Eisen.

17. In Artikel 6 und 13 meiner beiden vorhergehenden Abhandlungen[1]) habe ich den Satz aufgestellt, dass bei der Erscheinung des remanenten Magnetismus innere Kräfte Bedeutung erlangen, welche bei der Erscheinung des inducirten Magnetismus entweder zurücktreten oder einen anderen Einfluss ausüben. In Artikel 8 habe ich ferner darauf hingewiesen, dass dergleichen innere Kräfte bei schwacher Induction deutlicher auftreten als bei stärkerer Induction.

Von dieser Thatsache ausgehend lag die Frage nahe, welches Verhalten Stahl und Eisen bei verhältnissmässig sehr geringen inducirenden Kräften zeigten. In meinen bisher mitgetheilten Versuchen hatte ich immer Stäbe von gestreckterer Gestalt benutzt; diese waren dann durch die angewandte magnetisirende Kraft (welche, um überhaupt gut messbare Momente zu geben, nicht allzugering gewählt werden durfte) schon in ein vorgerückteres Stadium der Magnetisirung getreten. Um daher die eben berührte Frage zu erörtern, musste ich Stäbe von weniger gestreckter Gestalt einer Induction unterwerfen, so dass bei noch gut messbaren Momenten doch das Anfangsstadium der Magnetisirung noch nicht überschritten war. Ich stellte also mehrere Versuchsreihen mit solchen Stäben an, deren Längen bei einer Dicke von 8^{mm} nur zwischen 10 und 50 variirten. Dieselben näherten sich sonach einer mehr kubischen Gestalt und erhielten selbst bei einer an sich schon bedeutenderen magnetisirenden Kraft verhältnissmässig nur geringe Momente.

1) Repertorium, laufender Band S. 44 und 461.

18. Ich gebe hier die Resultate von drei Versuchsreihen in je einer der folgenden Tabellen. Zu jeder Versuchsreihe wurden acht Stäbe, vier Eisen- und vier Stahlcylinder, verwendet. Ein jeder Stab wurde nur ein einziges Mal einer Induction unterworfen und zwar bei der über der betreffenden Tabelle notirten in *H* ausgedrückten magnetisirenden Kraft. Die Induction geschah in einer Spirale von 110^{mm} Länge und acht Windungslagen à 73 Windungen.

Nach der Induction, welche durch einen in ein Quecksilbernäpfchen getauchten Draht plötzlich unterbrochen wurde, prüfte ich die Stäbe auf ihren remanenten Magnetismus, erschütterte dieselben dann in der früher beschriebenen Weise und bestimmte hierauf die noch vorhandenen remanenten Momente.

Die Stäbe der Tabelle I wurden in der Weise, wie es für weiches Eisen in 4. beschrieben ist, möglichst weich gemacht, während die Stäbe der Tabellen II und III nach 10. gehärtet wurden. In der letzten Spalte der Tabellen sind wieder die durch die Erschütterung veranlassten Verlustprocente wenigstens für die positiven Werthe berechnet. Die angeführten Momente sind übrigens nicht auf die Gewichtseinheit bezogen, sondern es sind die in *H* ausgedrückten Gesammtmomente der Stäbe.

Tabelle I.

Magnetisirende Kraft = 411.

Länge	Dicke	Inducirte Momente	Remanente Momente vor der Erschütterung	Remanente Momente nach der Erschütterung	Verlust-procente
			Weiche Eisenstäbe.		
10	8	4593	0	0	—
20	8	9110	862	0	100
35	8	26799	11043	1112	89
50	8	51615	26661	19332	27
			Weiche Stahlstäbe.		
10	8	4593	285	0	100
20	8	8559	6394	1210	81
35	8	22346	12285	8925	27
50	8	45596	38055	27674	27

Tabelle II.

Magnetisirende Kraft = 305.

Länge	Dicke	Inducirte Momente	Remanente Momente vor der Erschütterung	Remanente Momente nach der Erschütterung	Verlust-procente
			Harte Eisenstäbe.		
10	8	2578	— 172	— 82	—
20	8	8901	320	217	32
35	8	34956	715	715	0
50	8	81279	3563	3092	13
			Harte Stahlstäbe.		
10	8	2578	— 82	0	—
20	8	6340	753	536	28
35	8	22506	6036	5448	9
50	8	40000	9477	8751	7

Tabelle III.

Magnetisirende Kraft = 305.

Länge	Dicke	Inducirte Momente	Remanente Momente vor der Erschütterung	Remanente Momente nach der Frschütterung	Verlust-procente
			Harte Eisenstäbe.		
10	8	6382	— 344	— 82	—
20	8	12680	— 536	— 320	—
35	8	33639	715	425	40
50	8	72790	2724	908	66
			Harte Stahlstäbe.		
10	8	5115	— 82	0	—
20	8	10119	753	536	28
35	8	31244	3590	2861	20
50	8	83721	11842	10934	7

19. Bei der Betrachtung der beiden letzten der eben mitgetheilten drei Tabellen springt sofort eine eigenthümliche Thatsache in die Augen, nämlich das Auftreten negativer Werthe in der vierten Verticalspalte. Es kann hiernach also der Fall eintreten, dass, während bei vorausgegangener Magnetisirung das inducirte Moment positiv ist, das nach der Induction erscheinende remanente Moment negativ wird (eine Thatsache, zu welcher für weiches Eisen bereits Ruths gelangte,

vgl. S. 467 dieses Repertoriums, Bd. 12). Dieser Umstand tritt, wie wir aus jenen Tabellen ersehen, nur bei Stäben von der am wenigsten gestreckten Gestalt auf und ist bei Stahl entschieden weniger als bei Eisen wahrzunehmen. Es erscheint wahrscheinlich, dass diese negativen Momente für Stäbe von kubischer Gestalt und bei geringer magnetisirender Kraft das Resultat der Wirkungen jener Molekularkräfte sind. die wir in 17. ins Auge fassten. In diesem Falle existirten wahrscheinlich solche innere Kräfte, welche eine Tendenz zeigten, das inducirte Moment umzukehren.

Diese negativen Werthe zeigen sich nun in Tabelle I nicht; es ist indessen zu bemerken, dass dort eine grössere magnetisirende Kraft und weicheres Material als in den folgenden Versuchsreihen verwandt wurden, durch welche Umstände (die remanenten Momente in Tabelle I zeigen überhaupt auffallend grosse positive Werthe) vielleicht die Wirkung der vorerwähnten Kräfte weniger sichtbar gemacht wurde; möglicherweise mag aber auch der Nullwerth des ersten Eisenstabes in Verticalspalte 4 der Tabelle I darauf hindeuten, dass bei geringerer magnetisirender Kraft dieser Stab einen negativen Werth gezeigt hätte.

Leider muss ich die Frage unentschieden lassen, ob jene vorerwähnten negativen Werthe nicht allein bei mehr kubischen Stäben, sondern auch bei gestreckteren Formen stattfinden, wenn man für diese letzteren nur die entsprechenden geringen inducirenden Kräfte anwendet. Ich habe auf die Beantwortung dieser allgemeinen Frage verzichtet, weil bei gestreckteren Stäben die Untersuchung des Anfangsstadiums der Magnetisirung wegen der Schwierigkeit, gleichmässiges Material zu erhalten oder geringe Momente zu messen, nicht leicht zu einem entscheidenden Resultate führt.

20. Ich will die Resultate des vorigen Artikels noch etwas näher beleuchten. Tragen wir die Länge unserer Stäbe als Abscissen auf und dazu als Ordinaten die entsprechenden in Verticalspalte 4 verzeichneten nach der Induction noch remanenten Momente, so erhalten wir Curven, die anfangs auf der negativen Seite der Abscissenachse verlaufen, dann durch irgend einen Punkt $y = 0$ hindurchgehen und hierauf sich auf die positive Seite der Abscissenachse wenden. Demnach hängt das Auftreten der negativen remanenten Momente bei wenig gestreckter Gestalt der Stäbe mindestens von zwei Factoren ab, nämlich einmal von den Dimensionen und zum andern von dem Materiale,

wozu noch, wie ich in 19. bemerkte, der Einfluss grösserer oder geringerer magnetisirender Kräfte kommen mag. Wegen dieser dreifachen Abhängigkeit wird das Studium des Gegenstandes sehr schwierig, vielleicht ist aber folgende Bemerkung nicht überflüssig: Es ist beachtenswerth, dass nach den Verticalspalten 5 unserer beiden letzten Tabellen die remanenten Momente nach der Erschütterung noch in demselben Sinne sich zeigen wie vor derselben; die positiven remanenten Momente verlieren durch Erschütterung an positivem Werthe und die negativen Momente an negativem Werthe, eine Umkehr des Magnetismus, ähnlich wie wir sie in 6. constatirten, fand dabei nicht statt. Die Erschütterungen haben dabei die Tendenz, die Moleküle der magnetischen Gleichgewichtslage unter allen Umständen zu nähern. Wie stimmt aber hiermit jenes in 6. erörterte Auftreten von negativem Magnetismus nach der Erschütterung überein? Wie können, wenn Erschütterungen nur die Tendenz haben, die Moleküle dem Nullpunkte der Magnetisirung zu nähern, Thatsachen wie die in 6. sich zeigen? Nach der Molekulardrehungstheorie können wir uns das Auftreten negativer Werthe doch füglich nur als ein Ueberschwingen der in die Gleichgewichtslage zurückstrebenden Moleküle vorstellen. Die negativen Momente in 6. und 19. müssten also denselben Ursprung haben und auch dasselbe Verhalten zeigen. Dies Letztere ist aber nicht der Fall. Denn die negativen Momente in 6. treten regellos auf, die in 19. zeigen offenbar einen gesetzmässigen constanten Charakter. Dieser Unterschied scheint mir bedeutend genug, um es wenigstens als zweifelhaft hinzustellen, ob die negativen Werthe von 6. und 19. denselben Ursprung haben. Ist dieser Zweifel einmal anerkannt, so scheint mir damit auch die Unzulänglichkeit der Molekulardrehungstheorie ausgesprochen zu sein. Wenn sich auch die negativen Werthe von 6. wohl als ein Ueberschwingen der Moleküle über die Gleichgewichtslage deuten liessen, so scheint mir dies doch unwahrscheinlich für die negativen Werthe in 19. In den Tabellen sind nämlich die inducirten Momente von Stahl und Eisen ziemlich gleich, demnach müssen es auch die widerstehenden zurücktreibenden Kräfte sein, es müssten daher auch die remanenten Momente bei Stahl und Eisen ziemlich gleich sein, was nicht der Fall ist. Dies ist ein Widerspruch mit dem Zurückfallen der Moleküle oder der Molekulardrehungstheorie überhaupt, und ich zweifle daher sehr, ob die negativen Werthe von 19. sich als solches Ueberschwingen erklären lassen. Ich halte vielmehr

dafür, dass dieselben eine eigene Erscheinung sind, die in dem uns noch unbekannten Wesen der mehr erwähnten den remanenten Magnetismus bedingenden inneren Kräfte liegt.

21. Betrachten wir die letzte Verticalcolumne der drei Tabellen in 18. und sehen wir hierbei von den vorbesprochenen Fällen des negativen Magnetismus ab, so erkennen wir eine ausgesprochene Abnahme der verzeichneten Verlustprocente mit zunehmender Länge der Stäbe sowohl für Eisen als auch für Stahl. Hiernach nähme die Coërcitivkraft sowohl für Stahl als Eisen bei annähernd kubischer Gestalt oder bei sehr geringen inducirten Momenten mit der Länge der Stäbe zu. — Während wir in 16. gesehen haben, dass der Stahl bei vorgeschrittener Magnetisirung (denn dort habe ich Stäbe von gestreckterer Gestalt benutzt) ein entgegengesetztes Verhalten zeigt, indem nämlich der Erschütterungsverlust mit der Länge der Stäbe zunimmt, zeigt sich also hier, dass bei kubischer Gestalt der Stäbe und geringen magnetisirenden Kräften auch der Stahl das in 9. erörterte Verhalten des weichen Eisens befolgt. Es geht hieraus wieder zur Genüge hervor, dass die sog. Coërcitivkraft von mehreren Factoren: von Dimension, magnetisirender Kraft und Material, abhängig ist.

22. Durch diese eben erwähnte dreifache Abhängigkeit der Coërcitivkraft ist es auch erklärlich, dass die Resultate, welche wir bei derartigen Untersuchungen erhalten, häufig klare Gesetze nicht erkennen lassen. So habe ich beispielsweise mehrere grosse Versuchsreihen zu dem Zwecke angestellt, den Verlust zu bestimmen, welchen harte und weiche Eisen- und Stahlsorten an remanentem Magnetismus mit der Zeit erleiden. Die bezüglichen Stäbe wurden nach 2. magnetisirt, ihr remanenter Magnetismus sofort nach der Induction bestimmt; darauf wurden sie an einem ruhigen Orte in der Ostwestlage ohne Erschütterung niedergelegt und nach Ablauf von 24 Stunden ihr remanenter Magnetismus aufs neue geprüft. Der letztere zeigt sich alsdann geringer als der vor 24 Stunden, oder es hatte in dieser Zeit die bekannte Abnahme des Magnetismus stattgefunden. Ich drücke diese Abnahme als Verlustprocente des erstgenannten Magnetismus aus und gebe dieselbe in der folgenden Tabelle, welche letztere wohl an sich klar sein wird. Ein Theil der Stäbe war gehärtet, ein anderer Theil in der Weise weniger hart gemacht, dass man die betreffenden Stäbe zu 250 ° C. im Sandbade anliess. Die vorher inducirende Kraft unter Anwendung von Spirale I war = 73.

Tabelle IV.

Material der Stäbe	Länge = 160 mm				Länge = 80 mm			
	Dicke				Dicke			
	4 mm	2,5 mm	1 mm	0,5 mm	4 mm	2,5 mm	1 mm	0,5 mm
Hartes Eisen	0	2	19	91	17	6	10	64
Weiches Eisen	13	10	25	33	9	9	22	61
Harter Stahl	25	0	7	6	5	0,3	5	75
Weicher Stahl	5	8	25	61	10	4	33	38

Die Werthe dieser Tabelle, wenngleich dieselben auf den sorgfältigsten Versuchen beruhen, lassen gleichwohl doch so wenig Regelmässigkeit erkennen, dass ihr Werth nur ein negativer genannt werden kann. Es scheint allerdings, als ob die Verluste, welche magnetisirte Stäbe innerhalb der ersten 24 Stunden nach der Induction erleiden, bei dünneren Stäben um so grösser sind, je geringer ihre Dicke ist, auch zeigt sich bei dem Vergleiche von hartem und weichem Materiale, sowie von Stahl und Eisen ein Wechsel der Werthe, den wir nicht geradezu als unregelmässig bezeichnen dürfen; immerhin aber ist ein klares Gesetz wohl aus Gründen der vorhin erwähnten dreifachen Abhängigkeit der Coërcitivkraft nicht zu erkennen. Vielleicht gelingt es späterhin, den Einfluss jener drei Factoren isolirt festzustellen und dann auch die eben gegebene Tabelle besser zu deuten.

23. Zur besseren Uebersicht wollen wir die hauptsächlichsten Resultate der drei vorangegangenen Untersuchungen noch einmal hier kurz zusammenfassen.

Es wurde Folgendes festgestellt:

1. Inducirter und remanenter Magnetismus zeigen ein durchaus verschiedenes Verhalten, so dass wir auf Molekularkräfte schliessen müssen, welche bei beiden eine verschiedene Rolle spielen (6, 13 u. 19). Es folgt hieraus, dass wir keinesfalls berechtigt sind, wie man dies gewöhnlich thut, den remanenten Magnetismus nur als einen Theil des vorher inducirten Magnetismus aufzufassen; vielmehr enthält der remanente Magnetismus Elemente, die von dem inducirten Magnetismus direct nicht abhängen.

2. Oftmals wiederholte Magnetisirungen und Erschütterungen lehren, dass die magnetischen Moleküle des weichen Eisens bei geringeren remanenten Momenten leichter in ihrer zugehörigen Gleichgewichtslage schwanken als bei vorgeschrittener Magnetisirung (8), und dass die magnetischen Moleküle des Stahles eine stärkere Tendenz

haben in ihren zugehörigen Gleichgewichtslagen zu verharren als weiches Eisen (13).

3. Durch Erschütterung wird der vorhandene remanente Magnetismus niemals vermehrt. Er wird bei weichem Eisen und demselben Stabe um so mehr vermindert, je stärker die vorangegangene Induction war (9), bei hartem Stahl je geringer dieselbe war (13).

4. Durch blosse Erschütterung kann sich der remanente Magnetismus eines Eisenstabes umkehren (6).

5. Bei schwacher Induction und annähernd kubischer Gestalt ist der remanente Magnetismus bei Stahl und Eisen negativ (19).

6. Der Erschütterungsverlust ist von den Dimensionen der Stäbe abhängig, er nimmt (abgesehen von dem nicht ganz geklärten Verhalten des Stahles bei vorgeschrittener Magnetisirung) im Allgemeinen mit der Länge der Stäbe ab (9, 16 u. 21).

7. Nach allem dem ist das, was wir magnetische Coërcitivkraft, d. h. die Fähigkeit eines paramagnetischen Körpers, bleibenden Magnetismus nach einer Induction zu zeigen, wenigstens von drei Factoren, nämlich von der Stärke der Induction, von Dimension und Material, abhängig. Die offenbare Complicirtheit dieser Verhältnisse deutet darauf hin, dass es (wenigstens vor der Hand) gänzlich unmöglich ist, die Wirkung der Coërcitivkraft theoretisch in Rücksicht zu ziehen, mit anderen Worten, dass so leicht keine Theorie des Magnetismus (die doch auf die Coërcitivkraft Rücksicht nehmen muss) mit den Ergebnissen des Experimentes übereinstimmen wird.

Ueber Fluorescenz.

Von

E. Lommel.

(Aus den Sitzungsberichten der physikalisch-medicinischen Societät zu Erlangen vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

In einer vor kurzem veröffentlichten Abhandlung[1]): „Das Stokes-sche Gesetz" tritt Herr Hagenbach neuerdings für die Allgemeingültigkeit dieses Gesetzes in die Schranken. Der Mittheilung der vermeintlich „entscheidenden" Versuche, welche die Geltung dieses Gesetzes auch in den Fällen darthun sollen, die nach meinen von den Herren Brauner[2]) und Luharsch[3]) bestätigten Wahrnehmungen eine Ausnahme bilden, geht eine theoretische Erörterung voraus, in welcher Herr Hagenbach auch gegen einige in meiner Abhandlung[4]) „über die Intensität des Fluorescenzlichts" bezüglich des photometrischen Verhaltens dieses Lichtes aufgestellte Sätze Widerspruch erhebt. Auf den folgenden Seiten werde ich sowohl diese Einwendungen als auch die von Herrn Hagenbach aus seinen Versuchen über das Stokes'sche Gesetz gezogenen Schlussfolgerungen widerlegen. Was den ersteren Punkt anlangt, so hielt ich es für angemessen, in einem ersten Abschnitt die neuen photometrischen Principien, welche meiner Abhandlung „über die Intensität des Fluorescenzlichts" zu Grunde liegen, etwas näher zu beleuchten. Der zweite Abschnitt beschäftigt sich mit den photometrischen Eigenthümlichkeiten des Fluorescenzlichts insbesondere, weist die Unrichtigkeit der von Herrn Hagenbach aufgestellten Theorie nach und widerlegt die von ihm gegen einige meiner Sätze erhobenen Einwände. Der dritte Abschnitt endlich ist der Besprechung der das Stokes'sche Gesetz betreffenden Versuche gewidmet.

1) Wied. Ann. 1879 Bd. 8 S. 369.

2) Wiener Anzeiger 1877 Nr. 19 S. 178.

3) Wied. Ann. 1879 Bd. 6 S. 248.

4) Erlanger Sitzungsber. v. 13. Nov. 1876. Repertorium Bd. 13 S. 610. Pogg. Ann. 1877 Bd. 160 S. 75.

I. Ueber die Grundsätze der Photometrie.

1. Nach dem Vorgange Lambert's stützte sich der photometrische Calcul bisher auf die folgenden drei Grundsätze:

I. Die von einem leuchtenden Punkte auf ein Flächenelement senkrecht einfallende Lichtmenge ist dem Quadrate der Entfernung des Punktes und des Flächenelementes umgekehrt proportional.

II. Die von einem Flächenelemente senkrecht ausstrahlende und auf ein zweites Flächenelement fallende Lichtmenge ist dem Cosinus des Incidenzwinkels proportional.

III. Die von einem Flächenelemente ausstrahlende und auf ein zweites Flächenelement senkrecht fallende Lichtmenge ist dem Cosinus des Emanationswinkels proportional.

Bezeichnet man das lichtstrahlende Flächenelement mit $d\varphi$, das beleuchtete mit df, die Lichtmenge, welche von der Einheit der lichtstrahlenden Oberfläche senkrecht ausgesandt wird, mit J, ferner den Incidenz- und den Emanationswinkel resp. mit i und ε, endlich mit d den Abstand der beiden Flächenelemente, so hat man hiernach die von dem ersten auf das zweite fallende Lichtmenge

$$\frac{df\, d\varphi\, J \cos i \cos \varepsilon}{d^2}.$$

Von jenen drei Grundsätzen lassen sich die beiden ersten aus dem Wesen der Lichtausbreitung selbst leicht theoretisch begründen; der dritte dagegen ist rein empirischer Natur und stützt sich nur auf die Beobachtung, dass eine glühende Kugel dem Auge in jeder Lage als eine gleichmässig leuchtende Scheibe erscheint.

2. Eine von der bisherigen abweichende Behandlungsweise photometrischer Probleme habe ich in der Abhandlung „Ueber die Intensität des Fluorescenzlichts" eingeführt. In dieser Arbeit werden nicht die Flächenelemente einer leuchtenden Oberfläche, sondern die Volumenelemente des leuchtenden Körpers als lichtstrahlend betrachtet. Diese Betrachtungsweise ist die eigentlich naturgemässe, da ja das von einem leuchtenden Körper ausstrahlende Licht nicht nur von seiner Oberfläche, sondern auch aus seinem Innern kommt. Sie gewährt den Vortheil, dass von den drei obigen Grundgesetzen nur noch die beiden ersten bestehen bleiben, das dritte aber als Grundsatz entbehrlich wird; sie erheischt aber andrerseits, dass die Absorption berücksichtigt werde, welche das von jedem Volumenelemente

ausstrahlende Licht innerhalb des leuchtenden Körpers oder überhaupt auf seinem Wege bis zu dem beleuchteten Flächenelement erleidet.

Wir legen demnach der Photometrie die folgenden Sätze zu Grunde:

I. Die von einem Volumenelement auf ein Flächenelement senkrecht einfallende Lichtmenge ist dem Quadrate der Entfernung des Volumenelementes und des Flächenelementes umgekehrt proportional.

II. Die von einem Volumenelement ausstrahlende und auf ein Flächenelement fallende Lichtmenge ist dem Cosinus des Incidenzwinkels proportional.

III. Das von einem Volumenelement ausstrahlende Licht erleidet auf seinem Wege innerhalb des leuchtenden Körpers Absorption, nach Maassgabe des bekannten Absorptionsgesetzes.

Bezeichnet man also das lichtstrahlende Volumenelement mit dv, die von ihm nach irgend einer Richtung ausstrahlende Lichtmenge mit Edv, das beleuchtete Flächenelement mit df, den Incidenzwinkel mit i, den innerhalb des Körpers durchlaufenen Weg mit r, den ausserhalb bis zum Flächenelement durchlaufenen Weg mit r_0, so dass $d = r_0 + r$ ist, endlich den Exstinctionscoëfficienten des lichtstrahlenden Körpers für die betrachtete homogene Strahlengattung mit k, so ist die von dem Volumenelement dv dem Flächenelement df zugestrahlte Lichtmenge

$$\frac{df\,dv\,E\cos i\cdot e^{-kr}}{(r_0+r)^2}.$$

3. An die Stelle des Lambert'schen Cosinusgesetzes, welches wir aus der Reihe der Grundsätze gestrichen haben, setzen wir also unser obiges drittes, weit umfassenderes Grundgesetz, in welchem alle besonderen, je nach der Beschaffenheit des lichtstrahlenden Körpers verschiedenen Emanationsgesetze (und namentlich auch das Lambert-sche Cosinusgesetz) als specielle Fälle enthalten sind.

Um dies nachzuweisen, betrachten wir zuerst die Lichtstrahlung eines gleichmässig glühenden undurchsichtigen Körpers. Ich nenne einen Körper „undurchsichtig“, wenn sein Exstinctionscoëfficient so gross ist, dass ein in ihm sich fortpflanzender Lichtstrahl schon nach Durchlaufung einer bestimmten sehr kleinen Strecke ϱ ausgelöscht wird, so dass e^{-kr} für $r = \varrho$ und für jeden grösseren Werth von r als verschwindend klein angesehen werden kann. Ich bezeichne ihn als „gleichmässig glühend“, wenn seine Temperatur in seiner ganzen Ausdehnung

die gleiche und demnach auch die Leuchtkraft für gleiche Volumenelemente überall die nämliche ist.

Sei $d\varphi$ ein Element der Oberfläche des leuchtenden Körpers, so bilden alle in einer einzigen Richtung unter dem Emanationswinkel ε ausfahrenden und daher unter sich parallelen Strahlen einen zum Flächenelement $d\varphi$ schiefen Cylinder, der alle diejenigen Volumenelemente des leuchtenden Körpers in sich schliesst, welche Strahlen in der gegebenen Richtung durch das Flächenelement senden können. Durch Ebenen parallel zum Oberflächenelement theilen wir diesen Cylinder in Volumenelemente. Ein beliebiges derselben, welches von dem Flächenelement um die Strecke r entfernt ist und das Volumen $d\varphi\, dr \cos\varepsilon$ besitzt, sendet die Lichtmenge

$$dL = d\varphi\, dr\, E \cos\varepsilon\, e^{-kr}$$

durch das Flächenelement $d\varphi$; da nämlich sämmtliche Strahlen dieselbe Richtung haben und also eine Ausbreitung derselben nicht stattfindet, so kommt das Gesetz des umgekehrten Quadrats der Entfernung hier nicht zur Anwendung. Um die Lichtmenge L zu erhalten, welche sämmtliche in dem Cylinder enthaltenen Volumenelemente durch das Flächenelement in der gegebenen Richtung hindurchsenden, haben wir obigen Ausdruck von $r = 0$ bis $r = \varrho$ zu integriren, d. i. bis zu derjenigen Entfernung, aus welcher überhaupt noch Licht bis zur Oberfläche dringt.

Wir erhalten alsdann:

$$L = d\varphi\, E \cos\varepsilon \int_0^\varrho e^{-kr}\, dr = d\varphi \cdot \frac{E}{k} \cos\varepsilon \left(1 - e^{-k\varrho}\right),$$

oder, da $e^{-k\varrho}$ unserer Voraussetzung gemäss als verschwindend anzusehen ist:

$$L = d\varphi \cdot \frac{E}{k} \cdot \cos\varepsilon.$$

Bezeichnen wir die von dem Flächenelement senkrecht ausfahrende Lichtmenge $d\varphi \cdot \frac{E}{k}$ mit L_0, so haben wir

$$\frac{L}{L_0} = \cos\varepsilon,$$

d. h. die von einem Oberflächenelement eines glühenden undurchsichtigen Körpers nach irgend einer Richtung ausstrahlende Lichtmenge ist dem Cosinus des Emanationswinkels proportional.

Das Lambert'sche Cosinusgesetz hat hiermit seine auf allgemein anerkannte Principien gestützte theoretische Begründung gefunden[1]). Zugleich aber ist gezeigt, dass dasselbe nur für glühende undurchsichtige Körper Geltung hat.

4. Ist nämlich der glühende Körper durchsichtig, jedoch absorbirend, und betrachten wir eine von zwei parallelen Ebenen begrenzte Schicht von der Dicke R, so haben wir, um die durch das Flächenelement $d\varphi$ ausstrahlende Lichtmenge zu finden, das obige Differential dL von $r = 0$ bis $r = \frac{R}{\cos\varepsilon}$ zu integriren, und erhalten:

$$L = d\varphi \cdot \frac{E}{k} \cdot \cos\varepsilon \left(1 - e^{-k\frac{R}{\cos\varepsilon}}\right),$$

oder, da

$$L_0 = d\varphi \cdot \frac{E}{k} \cdot \left(1 - e^{-kR}\right) \text{ ist:}$$

$$\frac{L}{L_0} = \cos\varepsilon \cdot \frac{1 - e^{-k\frac{R}{\cos\varepsilon}}}{1 - e^{-kR}}.$$

Das Emanationsgesetz wird also für einen glühenden durchsichtigen, aber absorbirenden Körper nicht durch den Cosinus des Emanationswinkels, sondern durch eine Function dieses Cosinus

$$\cos\varepsilon \cdot \frac{1 - e^{-k\frac{R}{\cos\varepsilon}}}{1 - e^{-kr}}$$

ausgedrückt, welche zwar wie dieser selbst für $\varepsilon = 0$ den Werth 1 hat und für $\varepsilon = 90°$ verschwindet, auch mit wachsendem ε fortwährend abnimmt, jedoch für Werthe zwischen $\varepsilon = 0$ und $\varepsilon = 90°$ durchweg grösser ist als $\cos\varepsilon$. Erst für eine unendlich dicke Schicht des glühenden Körpers würde das reine Cosinusgesetz eintreten.

5. Bevor wir weiter schreiten, wollen wir die Grösse E, deren Product mit dem Inhalt dv eines Volumenclementes die Lichtmenge ausdrückt, welche dieses Volumenclement nach irgend einer Richtung aussendet, noch etwas näher betrachten. Die Lichtmenge, welche eine unendlich dünne Oberflächenschicht des Körpers von der Dicke δ

1) Bekanntlich hat bereits Fourier (Ann. de Chim. et Phys. Vol. 6 p. 259, Vol. 27. p. 286, Pogg. Ann. 1824 Bd. 2 S. 375) das Cosinusgesetz für strahlende Wärme aus der Annahme abgeleitet, dass die Strahlung nicht nur von der Oberfläche ausgehe, sondern auch bis zu einer gewissen Tiefe aus dem Innern dringe.

senkrecht zur Oberfläche durch die Flächeneinheit ausstrahlt, würde demnach sein $E\delta$. Das Verhältniss dieser emittirten Lichtmenge zur Dicke δ der Schicht, also die Grösse E selbst, nennen wir das Emissionsvermögen des Körpers.

Wenn bei senkrecht auf die Oberfläche eines Körpers einfallendem Licht durch die Flächeneinheit die Einheit der Lichtmenge in den Körper eindringt, so wird in der unendlich dünnen Oberflächenschicht von der Dicke δ die Lichtmenge $k\delta$ absorbirt; das Verhältniss dieser absorbirten Lichtmenge zur Dicke δ der Schicht, d. i. die Grösse k selbst, nennen wir das Absorptionsvermögen des Körpers. Das Absorptionsvermögen eines Körpers wird sonach durch seinen Exstinctionscoëfficienten gemessen.

6. Durch Versuche von Draper[1]), Becquerel[2]) u. A. ist bewiesen, dass die verschiedensten undurchsichtigen Körper, wenn man sie zum Glühen erhitzt, bei derselben Temperatur gleich hell erscheinen und Licht von derselben Zusammensetzung ausstrahlen. Die Lichtmenge, welche ein solcher Körper durch die Einheit seiner Oberfläche senkrecht ausstrahlt, ist aber nach dem Obigen

$$\frac{E}{k};$$

dieser Quotient muss sonach unter den genannten Umständen für alle jene Körper einen und denselben Werth c haben.

Wir gelangen demnach zu dem Kirchhoff'schen Satz:

$$\frac{E}{k} = c$$

oder

$$E = ck,$$

d. h. bei derselben Temperatur und für dieselbe Schwingungszahl ist das Verhältniss des Emissionsvermögens zum Absorptionsvermögen für alle Körper das nämliche; oder das Emissionsvermögen ist dem Absorptionsvermögen proportional. Die Grösse c stellt demnach für alle Körper die nämliche Function der Temperatur und Schwingungszahl dar.

7. Dieser Satz ist hiermit zwar zunächst nur für undurchsichtige Körper bewiesen. Da jedoch zwischen durchsichtigen und undurchsichtigen Körpern nur ein gradweiser Unterschied des Absorptions-

1) Philosophical Magazine 1847 Vol. 30.

2) La lumière, ses causes et ses effets (Paris 1867) p. 71—97.

vermögens besteht, so ist kein Grund vorhanden, ihn nur auf diese zu beschränken, und wir werden ihn auch für jene als bewiesen erachten, wenn seine Anwendung auch für die durchsichtigen Körper zu Resultaten führt, welche mit der Erfahrung übereinstimmen.

Mit Anwendung des Kirchhoff'schen Satzes ergibt sich nämlich die von einem Oberflächenelement eines undurchsichtigen Körpers unter dem Emanationswinkel ε ausgestrahlte Lichtmenge

$$L = d\varphi \cdot c \cos \varepsilon;$$

für einen durchsichtigen Körper dagegen hat man

$$L = d\varphi \cdot c \cos \varepsilon \cdot \left(1 - e^{-k\frac{R}{\cos \varepsilon}}\right).$$

Hieraus ergibt sich, wenn der Körper vollkommen durchsichtig, d. h. wenn $k = 0$ ist:

$$L = 0,$$

d. h. ein vollkommen durchsichtiger Körper strahlt, wie hoch auch seine Temperatur sein mag, gar kein Licht aus. Diese Folgerung wird bekanntlich durch die Erfahrung bestätigt[1]).

Ist das Absorptionsvermögen eines Körpers hinlänglich klein, so können wir $e^{-k\frac{R}{\cos \varepsilon}}$ nach Potenzen der Exponenten entwickeln und die höheren Potenzen vernachlässigen. Dann wird

$$L = d\varphi \cdot ck\, R.$$

In diesem Fall, welcher bei einem glühenden Gas (z. B. Bunsen'sche Flamme) eintritt, ist die durch die Oberfläche ausgestrahlte Lichtmenge von dem Emanationswinkel unabhängig und der Dicke der leuchtenden Schicht sowie dem Absorptionsvermögen proportional, d. h. das glühende Gas sendet diejenigen Strahlengattungen am stärksten aus, welche es am stärksten zu absorbiren vermag. Auch diese Folgerungen stimmen, wie bekannt, mit der Erfahrung vollkommen überein.

8. Wir betrachten jetzt die Lichtstrahlung eines glühenden Gases, in welchem feste glühende Körpertheilchen schweben (wie bei den gewöhnlichen Gas- und Kerzenflammen). Ist $E = ck$ das Emissionsvermögen der festen Substanz, $E' = ck'$ dasjenige des Gases, und erfüllt jene den Bruchtheil α, dieses also den Bruchtheil $1 - \alpha$ der Volumeneinheit, so ist $c\,[\alpha k + (1 - \alpha)\, k']$ das Emissionsvermögen und folglich $\alpha k + (1 - \alpha)\, k'$ das Absorptionsvermögen des Gemisches. Die

1) Kirchhoff, Pogg. Ann. 1860 Bd. 109 S. 293.

Lichtmenge, welche eine Schicht von der Dicke R durch ein Element $d\varphi$ der Oberfläche unter dem Winkel ε ausstrahlt, ist demnach:

$$L = d\varphi \cdot c \cos\varepsilon \cdot \left(1 - e^{-[\alpha k + (1-\alpha)k'] \frac{R}{\cos\varepsilon}}\right).$$

Sind α und k' so klein, dass die höheren Potenzen des Exponenten vernachlässigt werden können, so wird diese Lichtmenge

$$L = d\varphi \cdot c\,[\alpha k + (1-\alpha)k'] \cdot R$$

von dem Ausstrahlungswinkel unabhängig nnd der Dicke der Schicht proportional. Ist das Absorptionsvermögen des glühenden Gases $= 0$ oder doch verschwindend klein im Vergleich zu demjenigen der festen Snbstanz, so hat man noch einfacher

$$L = d\varphi \cdot \alpha\, c k R.$$

9. Wir gehen jetzt über zur Ermittelung der Menge des Fluorescenzlichts, welche durch ein Oberflächenelement eines fluorescirenden Körpers nach irgend einer Richtung ansgestrahlt wird.

Dringt durch die Einheit der Oberfläche die homogene Lichtmenge J senkrecht ein, so gelangt davon bis zur Schicht, welche in der Tiefe $r\cos\varepsilon$ liegt, der Antheil

$$Je^{-kr\cos\varepsilon},$$

wenn k das Absorptionsvermögen der Substanz für die einfallende Strahlengattung von der Wellenlänge λ vorstellt. Das in dieser Tiefe liegende Volumenelement $d\varphi\, dr \cos\varepsilon$ strahlt alsdann nach jeder Richtung die Menge

$$d\varphi\, dr\, J a \alpha k \cos\varepsilon\, e^{-kr\cos\varepsilon}$$

Fluorescenzlicht aus, wenn α einen von der Concentration abhängigen Factor und a den Brnchtheil der Gesammtmenge des Fluorescenzlichts ausdrückt, welcher der Wellenlänge λ' zugehört. Ist k' das Absorptionsvermögen des Körpers für diese letztere Strahlengattung, so sendet das betrachtete Volumenelement nach dem Element $d\varphi$ der Oberfläche die Lichtmenge

$$dL = d\varphi\, dr\, J a \alpha k \cos\varepsilon\, e^{-(k\cos\varepsilon + k')r}.$$

Um die Gesammtmenge des ans dem Oberflächenelement $d\varphi$ unter dem Winkel ε ansgestrahlten Fluorescenzlichts für eine Körperschicht von der Dicke R zu finden, hat man diesen Ausdruck von $r = 0$ bis $r = \frac{R}{\cos\varepsilon}$ zu integriren, und erhält die Lichtmenge

$$L = d\varphi \cdot J a \alpha \cdot \frac{k\cos\varepsilon}{k\cos\varepsilon + k'} \left(1 - e^{-(k\cos\varepsilon + k')\frac{R}{\cos\varepsilon}}\right).$$

Daraus folgt für senkrechte Ausstrahlung:

$$L_0 = d\varphi \cdot J a \alpha \frac{k}{k+k'} \cdot \left(1 - e^{-(k+k')R}\right).$$

Das **Emanationsgesetz für fluorescirende Körper** ergibt sich daher in folgender Gestalt:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{(k+k')\cos\varepsilon}{k\cos\varepsilon + k'} \cdot \frac{1 - e^{-(k\cos\varepsilon + k')\frac{R}{\cos\varepsilon}}}{1 - e^{-(k+k')R}},$$

woraus für eine unendliche dicke Schicht oder eine sehr concentrirte Lösung der einfachere Ausdruck

$$\frac{L}{L_0} = \frac{(k+k')\cos\varepsilon}{k\cos\varepsilon + k'}$$

hervorgeht. Das Emanationsgesetz für fluorescirende Substanzen wird also durch eine Function des Cosinus, welche zwar wie dieser $= 1$ ist für $\varepsilon = 0$ und $= 0$ für $\varepsilon = 90^0$, für dazwischenliegende Werthe von ε aber durchaus grösser ist als $\cos\varepsilon$, jedoch **niemals durch den Cosinus selbst** ausgedrückt.

10. Bisher wurde von der Brechung, welche die Strahlen beim Austritt oder Eintritt in den Körper erleiden, ganz abgesehen, oder vielmehr unter dem Winkel ε wurde der Winkel verstanden, welchen das betrachtete Strahlenbündel im Innern der Substanz mit der Normalen der Oberfläche bildet. Bezeichnen wir jetzt den letzteren Winkel mit ε', den dazugehörigen wirklichen Austrittswinkel mit ε, und nehmen wir ferner noch an, dass die einfallenden Strahlen mit dem Lothe ausserhalb den Winkel i, innerhalb den Winkel i' hilden, so findet man leicht durch dieselben Ueberlegungen wie vorher

$$L = d\varphi \cdot J a \alpha \cdot \frac{k\cos i'\cos\varepsilon'}{k\cos\varepsilon + k'\cos i'}\left(1 - e^{-\left(k\frac{\cos\varepsilon'}{\cos i'} + k'\right)\frac{R}{\cos\varepsilon'}}\right),$$

wo i' und ε' aus den Gleichungen

$$\sin i' = \frac{\sin i}{n} \text{ und } \sin\varepsilon' = \frac{\sin\varepsilon}{n'}$$

zu bestimmen sind, wenn n und n' resp. die Brechungscoëfficienten der einfallenden und der austretenden Strahlen bedeuten.

In vorstehender Formel ist übrigens noch der Umstand unberücksichtigt gehlieben, dass das austretende Srahlenbündel bei der Brechung einen Lichtverlust erleidet. Um auch diesem Umstand Rechnung zu tragen, hraucht man nur noch den Factor

$$\varkappa = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\sin^2(\varepsilon - \varepsilon')}{\sin^2(\varepsilon + \varepsilon')} + \frac{\text{tg}^2(\varepsilon - \varepsilon')}{\text{tg}^2(\varepsilon + \varepsilon')}\right)$$

hinzuzufügen, welcher sich aus der Fresnel'schen Reflexionstheorie ergibt. Für das einfallende Licht können wir uns den analogen von i und i' abhängigen Factor in der Grösse J, wenn wir unter J die durch die Flächeneinheit eindringende Lichtmenge verstehen, inbegriffen denken.

11. Aus den bisherigen Auseinandersetzungen erhellt zur Genüge, dass das Emanationsgesetz, wie es sich je nach der Beschaffenheit des lichtstrahlenden Körpers gestaltet, eine Folge der von dem Körper ausgeübten Absorption ist. Das jeweils gültige Emanationsgesetz ist daher in unserem dritten Grundsatz implicite bereits enthalten. Gerade durch diese umfassende Bedeutung ist dieser Grundsatz dem entsprechenden Lambert'schen (vom Cosinus des Emanationswinkels) weit überlegen. Ueberhaupt ist durch unser Verfahren für die theoretische Photometrie eine neue vertiefte Grundlage gewonnen und ihrer Anwendung ein bedeutend erweitertes Gebiet eröffnet.

Jedes photometrische Problem kann nach unserer Methode auf zweierlei Weise behandelt werden. Entweder direct, indem man, von den Volumenelementen als den wirklichen und ursprünglichen Sitzen des Leuchtprocesses ausgehend, unsere obige Grundformel (2) über das gesammte Volumen des lichtstrahlenden Körpers integrirt. Irgend ein Emanationsgesetz braucht man bei diesem directen Verfahren nicht zu berücksichtigen, da dieses Gesetz in der für jeden Fall gültigen Form in der Grundformel bereits involvirt ist. Oder man kann einen Umweg einschlagen, indem man (wie es in der bisherigen Photometrie üblich war) die Oberflächenelemente, durch welche das Licht ausstrahlt, als Lichtquellen auffasst und sonach die Integration über die Oberfläche des lichtstrahlenden Körpers erstreckt. Bei diesem indirecten Verfahren muss aber, wenn das Resultat richtig ausfallen soll, das für jeden speciellen Fall gültige Emanationsgesetz zuvor ermittelt und in Rechnung gezogen werden. Bei dem ersten Verfahren werden alle einwirkenden Umstände, wie sie bei verschiedenen leuchtenden Körpern eintreten mögen, mit einer Formel umfasst[1]), das zweite Verfahren dagegen erheischt für jeden speciellen Fall einen besonderen Gang der Untersuchung.

1) Vgl. hierzu Hagenbach a. a. O. S. 372 Z. 9—11 v. o., wozu ich nur bemerke, dass ich „die einwirkenden Umstände mit einer Formel zu umfassen" nicht nur gesucht, sondern dies wirklich und in vollkommen sachgemässer Weise auch gethan habe.

12. Dass diese beiden Verfahrungsweisen übrigens vollkommen äquivalent sind und zu dem nämlichen Resultat führen, möge an einem einfachen und bekannten Beispiele gezeigt werden, indem wir auf beiden Wegen die Lichtmenge bestimmen, welche ein undurchsichtiger glühender Körper nach einem gegebenen Flächenelemente df sendet. Ist $E = ck$ das Emissionsvermögen des Körpers, so schickt ein Volumenelement dv desselben nach dem Flächenelement df die Lichtmenge

$$\frac{df\, dv\, ck \cos i\, e^{-kr}}{(r_0 + r)^2},$$

wenn i den Einfallswinkel, r den innerhalb, r_0 den ausserhalb des Körpers bis zum Flächenelement durchlaufenen Weg des Strahlenbündels darstellt. Wählen wir die Normale des Flächenelements df zur Polarache eines sog. „geographischen" Coordinatensystems, so ist der Ort des Volumenelements dv durch die Polardistanz i, die geographische Länge ψ und den Radius vector $r_0 + r$ bestimmt, wobei noch bemerkt sein mag, dass r_0 als Function von i und ψ beliebig gegeben zu denken ist und sonach $r_0 = F(i, \psi)$ die Gleichung der Oberfläche des Körpers darstellt. Es ergibt sich alsdann das Volumenelement:

$$dv = d\psi\, di\, dr\, (r_0 + r)^2 \sin i$$

und die von ihm nach df gestrahlte Lichtmenge:

$$df\, d\psi\, di\, dr\, ck \sin i \cos i\, e^{-kr}.$$

Da nur bis zu einer gewissen Tiefe ϱ Licht aus dem Körper hervordringt, so hat man diesen Ausdruck nach r von $r = 0$ bis $r = \varrho$ zu integriren, und erhält zunächst:

$$df\, d\psi\, di\, c \sin i \cos i\, (1 - e^{-k\varrho}),$$

oder, da $e^{-k\varrho}$ der Voraussetzung gemäss als verschwindend anzusehen ist:

$$df\, d\psi\, di\, c \sin i \cos i.$$

Dieser Ausdruck muss nun noch, unter der Voraussetzung, dass der leuchtende Körper oder der zu berücksichtigende Theil desselben einen Kegel von der Oeffnung i_1 vollständig ausfülle, nach ψ von 0 bis 2π und nach i von 0 bis i_1 integrirt werden. Das Flächenelement df empfängt alsdann die Lichtmenge

$$L = df \cdot \pi c \sin^2 i_1.$$

Um dieselbe Grösse nach dem zweiten (bisher allein üblichen) Verfahren zu berechnen, haben wir zuerst die Lichtmenge zu ermitteln,

welche von einem Oberflächenelement $d\varphi$ eines glühenden Körpers nach irgend einer Richtung ausgestrahlt wird. Nun haben wir oben bereits gefunden, dass, wenn diese Richtung mit der Normalen des Flächenelementes den Winkel ε bildet, jene Lichtmenge

$$d\varphi \cdot c \cos \varepsilon$$

beträgt. Ist r_0 die Entfernung zwischen dem leuchtenden und dem beleuchteten Flächenelement, so empfängt das letztere die Lichtquantität:

$$\frac{df\,d\varphi \cdot c \cos \varepsilon \cos i}{r_0^2},$$

oder, da bei Anwendung des oben bereits gebrauchten Polarcoordinatensystems

$$d\varphi = \frac{d\psi\,di\,r_0^2 \sin i}{\cos \varepsilon}$$

ist, die Lichtmenge:

$$df\,d\psi\,di\,c \sin i \cos i.$$

Dieser Ausdruck, welcher mit dem entsprechenden nach der ersten Methode gefundenen identisch ist, gibt unter denselben Grenzbedingungen integrirt das nämliche Endresultat wie oben.

II. Ueber die Intensität des Fluorescenzlichts.

1. Die im vorhergehenden Abschnitt näher beleuchteten Principien sind es, welche meiner Arbeit „über die Intensität des Fluorescenzlichts" zu Grunde liegen. In seiner oben citirten Abhandlung hat nun Herr Hagenbach meiner Bearbeitung dieses Problems eine andere Theorie gegenübergestellt, aus welcher er Folgerungen zieht, die in einigen Punkten mit den von mir erhaltenen Resultaten im Widerspruch stehen. Während ich direct von den lichtstrahlenden Volumenelementen ausging, zieht Herr Hagenbach es vor, den bisher in der Photometrie üblichen Weg einzuschlagen, indem er die Oberflächenelemente als lichtstrahlend ansieht. Gegen diese Methode ist nichts einzuwenden, sobald nur für jeden Fall das richtige Emanationsgesetz in Rechnung gezogen wird. Um das für fluorescirende Körper gültige Emanationsgesetz zu ermitteln, legt sich Herr Hagenbach die Frage vor, ob eine durch Fluorescenz leuchtende Oberfläche sich verhalte wie ein glühendes Metallblech, für welches das Lambert'sche Cosinusgesetz gilt, oder wie eine brennende Gasflamme, für welche dieses Gesetz nicht gilt. Um diese Frage zu entscheiden, nimmt er zum Experimente seine Zuflucht, und findet, dass

eine stark fluorescirende Flüssigkeit, z. B. eine Lösung von Naphthalinroth, wenn man sie entweder senkrecht oder schief ansieht, so gut als ein glühendes Blech dem Auge gleich hell vorkommt und dass man in beiden Fällen zum Auslöschen des Lichtes eine gleiche Anzahl über einander gelegter grüner Gläser braucht[1]). Durch solche „Experimente" glaubt Herr Hagenbach den „bestimmten Entscheid" geliefert zu haben, dass eine durch Fluorescenz leuchtende Fläche sich verhalte wie ein glühendes Blech, und hält sich für berechtigt, das Lambert'sche Cosinusgesetz „ohne Bedenken" auch für fluorescirende Oberflächen anzuwenden.

2. Durch sehr einfache Versuche lässt sich aber schlagend nachweisen, dass das Lambert'sche Ausstrahlungsgesetz für fluorescirende Substanzen nicht gilt, sondern dass deren Verhalten mit dem oben (I. 9.) aufgestellten Emanationsgesetz übereinstimmt.

Wir haben nämlich oben unter der Voraussetzung senkrechter Beleuchtung die von dem Oberflächenelement $d\varphi$ eines fluorescirenden Körpers unter dem (inneren) Emanationswinkel ε ausstrahlende Lichtmenge

$$L = d\varphi \cdot J a \alpha \frac{k \cos \varepsilon}{k \cos \varepsilon + k'} \left(1 - e^{-(k \cos \varepsilon + k') \frac{R}{\cos \varepsilon}}\right)$$

gefunden. Ist die Dicke R der Schicht klein genug oder sind (bei sehr geringer Concentration) k und k' hinreichend klein, um die höheren Potenzen des Exponenten vernachlässigen zu können, so ergibt sich hieraus

$$L = d\varphi\, J a \alpha k R,$$

d. h. unter den vorausgesetzten Umständen ist die ausgestrahlte Lichtmenge der Dicke der Schicht proportional und von dem Emanationswinkel unabhängig.

Erster Versuch. Man bringe einen Tropfen einer stark fluorescirenden Flüssigkeit (Fluoresceïn, Eosin, Naphthalinroth) auf eine farblose Glasplatte und decke eine zweite solche Glasplatte darüber; man erhält so zwischen den beiden Platten eine sehr dünne Flüssigkeitsschicht. Solcher zwischen je zwei Glasplatten eingeschlossener Schichten stelle man sich noch mehrere her. Legt man nun auf die erste Schicht

1) Ueber diese Methode, Lichtstärken durch absorbirende Medien zu bestimmen, äussert sich Helmholtz (Handbuch der physiologischen Optik S. 329) folgendermassen: „Die Grenze der Empfindlichkeit des Auges für Licht ist doch zu unbestimmt, als dass bei solchen Messungen nicht Irrungen um das Dreifache oder mehr der gemessenen Grösse eintreten sollten."

eine zweite, so dass sie sich theilweise decken, und betrachtet sie vor einem dunkeln Hintergrund, so erscheint die doppelte Schicht bedeutend heller als die einfache, was um so sicherer constatirt werden kann, als die zu vergleichenden Helligkeiten sich unmittelbar neben einander befinden. Durch Hinzufügen einer dritten Schicht wird die Helligkeit noch grösser u. s. f., sie wächst jedoch bei grösserer Anzahl der Schichten immer langsamer, indem sie sich (entsprechend der obigen vollständigen Formel) einer oberen Grenze nähert.

Zweiter Versuch. Man fülle ein scharfwinkliges Hohlprisma, wie man es zur Beobachtung der anomalen Dispersion zu gebrauchen pflegt, mit einer sehr verdünnten Lösung einer fluorescirenden Substanz und betrachte dasselbe vor einem dunklen Hintergrund. Man wird wahrnehmen, dass die Helligkeit des Fluorescenzlichts von der Kante des Prismas an, wo sie Null ist, nach dem Rücken hin, also mit wachsender Dicke der Schicht, stetig zunimmt.

In diesen beiden besonderen Fällen verhält sich also ein fluorescirender Körper ähnlich wie eine Gasflamme.

3. Im Allgemeinen freilich verhält sich eine fluorescirende Substanz hinsichtlich ihrer Ausstrahlung weder wie eine Gasflamme noch wie ein glühendes Metall, sondern eben — wie eine fluorescirende Substanz, nach Maassgabe der obigen Formel. Aus dieser lässt sich leicht die Lichtmenge ableiten, welche unter irgend einem Emanationswinkel auf ein dem ausfahrenden Strahlenbündel senkrecht dargebotenes Flächenelement trifft. Ist nämlich df dieses Flächenelement (z. B. ein Element der Pupille des Auges oder diese selbst), so hat man in obige Formel nur

$$d\varphi = \frac{df}{\cos e}$$

einzusetzen, und erhält die gesuchte Lichtmenge

$$L_1 = df \cdot J a \alpha \cdot \frac{k}{k \cos \varepsilon + k'} \left(1 - e^{-(k \cos \varepsilon + k') \frac{R}{\cos \varepsilon}}\right).$$

Mit wachsendem Emanationswinkel nimmt hiernach die gesehene Helligkeit der durch Fluorescenz leuchtenden Oberfläche fortwährend zu, von dem Werthe

$$df \cdot J a \alpha \cdot \frac{k}{k + k'} \left(1 - e^{-(k + k') R}\right)$$

für $\varepsilon = 0$ bis zu dem Werthe

$$df \cdot J a \alpha \cdot \frac{k}{k'}$$

für $\varepsilon = 90°$. Dass eine solche Zunahme der Helligkeit mit wachsendem Ausstrahlungswinkel in der That stattfindet, zeigen die folgenden Versuche.

Dritter Versuch. Man stelle in die Mitte einer kreisrunden Glaswanne mit cylindrischer Wandung einen kleinen etwa mit Fluoresceïnlösung gefüllten Glastrog und giesse in die Wanne Wasser bis zur halben Höhe des Troges. Der Trog wird senkrecht zu seiner Vorderfläche durch ein Bündel paralleler Strahlen beleuchtet, welches durch die Glaswand der Wanne eindringt. Damit auch die durch das Wasser zur unteren Hälfte des Troges gelangenden Strahlen parallel bleiben, ist an die cylindrische Wand der Wanne von innen eine ebene zum Troge parallele Glasplatte wasserdicht angekittet, die zwischen sich und der Glaswand einen Hohlraum von der Gestalt einer planconvexen Cylinderlinse abschliesst, welcher mit Luft gefüllt bleibt. Man blicke nun durch die Glaswand der Wanne in schräger Richtung nach der durch Fluorescenz leuchtenden Vorderfläche des Troges, so dass die Pupille des Auges durch die Wasseroberfläche halbirt und sonach die untere Hälfte des Troges durch das Wasser, die obere Hälfte durch die Luft gesehen wird. Für die untere Fläche des Troges ist, da der Brechungscoëfficient der wässerigen Fluoresceïnlösung von demjenigen des Wassers kaum abweicht, der Winkel, welchen die Visirrichtung mit der Normalen der Trogwand bildet, zugleich der innere Emanationswinkel; für die obere Hälfte dagegen ist derselbe gleich dem Brechungswinkel beim Uebertritt von Luft in Wasser für jenen Winkel als Einfallswinkel. Man erblickt also bei dieser Anordnung zwei fluorescirende Flächen, von denen die untere bei grösserem, die obere bei kleinerem Emanationswinkel ausstrahlt, unmittelbar über einander und kann ihre Helligkeiten direct vergleichen. Man findet, dass die durch das Wasser gesehene untere Hälfte des Troges stets heller und bei grossem Emanationswinkel beträchtlich heller erscheint als die obere durch die Luft gesehene Hälfte. Dasselbe gilt natürlich nicht bloss für das Fluoresceïn, sondern für jede beliebige fluorescirende Substanz. Bei alkoholischen Lösungen wird man statt des Wassers Weingeist in die Glaswanne giessen.

Gegen diesen Versuch könnte man das Bedenken geltend machen, dass das von der oberen und unteren Hälfte des Troges ausgehende Licht durch die vorkommenden Reflexionen ungleiche Verluste erleidet, und zwar derart, dass sich ersteres gegenüber letzterem schon von

vorn herein im Nachtheil befindet. Durch einen einfachen Controlversuch lässt sich aber zeigen, dass dieser Umstand keinen wesentlichen Einfluss übt.

Man beklebe die Rückseite einer Glasplatte mit weissem oder irgendwie gefärbtem Papier, bringe diese Glasplatte an die Stelle des Troges und beobachte wie vorhin. Wäre im vorigen Fall die grössere Helligkeit der unteren Troghälfte eine Folge geringerer Reflexionsverluste, so müsste nun auch die durch das Wasser gesehene Hälfte der Papierfläche, deren diffus ausgestrahltes Licht nun ganz die gleichen Verluste erleidet, ebenfalls heller erscheinen als die durch die Luft gesehene Hälfte. Sie erscheint aber eher ein wenig dunkler, ohne Zweifel in Folge der Absorption des Wassers.

Vierter Versuch. Man stelle neben dem mit Fluoresceïnlösung gefüllten Trog, der wie vorhin im Wasser der Glaswanne steht, einen Silberspiegel so auf, dass seine Fläche mit der Vorderwand des Troges einen stumpfen Winkel bildet, und blicke durch das Wasser der Glaswanne nahe der Richtung der einfallenden Strahlen gegen den Trog und sein unmittelbar daneben liegendes Spiegelbild. Man sieht alsdann die durch Fluorescenz leuchtende Vorderfläche der Lösung gleichzeitig direct unter kleinem, und durch Spiegelung unter grossem Emanationswinkel. Im Spiegelbild erscheint nun das Fluorescenzlicht bedeutend heller als bei der direct gesehenen Lösung, obgleich es dort einen grösseren Reflexionsverlust erlitten hat als hier. Das Wasser in der Glaswanne hat wie bei dem vorigen Versuch den Zweck, grosse Emanationswinkel zu ermöglichen. Zu den Versuchen genügt gewöhnliches Tageslicht.

4. Die Helligkeit des ausgestrahlten Fluorescenzlichts nimmt demnach mit wachsendem Emanationswinkel zu, wie unsere obige Formel es verlangt. Das Lambert'sche Cosinusgesetz ist für fluorescirende Körper ungültig.

Man wird bemerken, dass in den obigen Versuchen dafür Sorge getragen ist, dass sich die hinsichtlich ihrer Lichtstärke zu vergleichenden Flächen unmittelbar neben einander befinden und gleichzeitig gesehen werden. Der Umstand, dass Herr Hagenbach diese erste Grundregel der praktischen Photometrie ausser Acht liess, trägt wohl die Hauptschuld an dem unrichtigen Resultat, zu dem er gelangte. Ausserdem konnten die Emanationswinkel, welche Herr Hagenbach benutzte, indem er eine Lösung von Naphthalinroth nach einander

senkrecht und schief ansah, den Grenzwinkel der Totalreflexion für Weingeist (d. i. 47°) nicht überschreiten und waren daher wahrscheinlich zu klein, um bei der unsicheren successiven Beobachtung einen noch in die Augen fallenden Helligkeitsunterschied wahrnehmen zu lassen. Bei der oben beschriebenen Versuchsmethode dagegen lässt sich auch bei solchen kleineren Emanationswinkeln der Helligkeitsunterschied deutlich wahrnehmen.

5. Da das Cosinusgesetz für fluorescirende Substanzen nicht gilt, so ist die ganze von Herrn Hagenbach auf dasselbe gegründete Theorie des Fluorescenzlichts hinfällig. Wenn Herr Hagenbach gleichwohl mehrere richtige Folgerungen zu ziehen vermochte, so ist dies dem Umstande zu verdanken, dass er den von ihm als „Leuchtkraft" bezeichneten Ausdruck

$$a\alpha \cdot \frac{k}{k+k'} \cdot \left(1 - e^{-(k+k')R}\right)$$

ohne Anwendung des Cosinusgesetzes direct aus den von mir aufgestellten Principien ableitete und nun diese Formel als Ausgangspunkt einer Reihe von Schlussfolgerungen benutzte, welche zum Theil, nämlich so weit sie richtig sind, mit den meinigen übereinstimmen. Dieser Ausdruck bedeutet nämlich nichts Anderes als die von der Flächeneinheit einer fluorescirenden Substanz bei der senkrechten Beleuchtung 1 in senkrechter Richtung ausgestrahlte Lichtmenge und ergibt sich aus unserer obigen Formel L, wenn darin 1 statt $d\varphi$, $J = 1$ und $\varepsilon = 0$ gesetzt wird. Aus dieser speciellen Formel folgt natürlich eben so wie aus unserer allgemeineren, dass bei geringer Dicke der Schicht oder bei schwacher Concentration die ausgestrahlte Lichtmenge

$$a\alpha k R$$

der Dicke der Schicht proportional ist. Während also die Hagenbach'sche Theorie von der Prämisse ausgeht, dass eine durch Fluorescenz leuchtende Substanz sich verhalte wie ein glühendes Blech, führt sie andrerseits zu der Folgerung, dass sie sich unter den oben genannten Umständen verhalte wie eine Gasflamme, und steht demnach mit sich selbst in directem Widerspruch.

6. Wir gehen nun über zur besonderen Besprechung der Einwendungen, welche Herr Hagenbach gegen einige in meiner Abhandlung „über die Intensität des Fluorescenzlichts" aufgestellte Sätze erhoben hat.

Herr Hagenbach unternimmt zuerst die Lichtmenge zu berechnen, welche eine durch Fluorescenz leuchtende Oberfläche nach einem Flächenelement sendet, und gelangt unter Anwendung des Lambert'schen Cosinusgesetzes zu dem bekannten oben (I. 12.) zur Erläuterung unserer neuen photometrischen Principien abgeleiteten Ausdruck, welcher für undurchsichtige glühende Körper, nicht aber für fluorescirende Substanzen gilt.

Wir wollen nun zeigen, wie sich diese Aufgabe für fluorescirende Körper wirklich gestaltet. Benutzen wir dieselben Bezeichnungen wie bisher, so ist

$$dL = df \cdot Jaak \cos i \cdot \frac{e^{-(kr' + k'r)}}{(r_0 + r)^2} dv$$

die Lichtmenge, welche das Volumenelement dv dem Flächenelement df unter dem Incidenzwinkel i zusendet, wenn r' der Weg ist, den das einfallende Licht bis zu dem Volumenelement, und r der Weg, den das von dem Volumenelement ausstrahlende Fluorescenzlicht innerhalb des Körpers zurückzulegen hat. Legen wir das bereits oben eingeführte Coordinatensystem zu Grunde, dessen Polarachse die Normale des Flächenelements df ist, und sehen wir von der Lichtbrechung ab, oder denken wir uns dieselbe durch eine Vorkehrung beseitigt, welche der oben in unserem dritten und vierten Versuch angewendeten analog ist, so haben wir

$$dv = d\psi \, di \, dr \, (r_0 + r)^2 \sin i$$

zu setzen, und erhalten:

$$dL = df \cdot Jaak \sin i \cos i \, e^{-(kr' + k'r)} \, dr \, di \, d\psi.$$

Da r' von der Gestalt des fluorescirenden Körpers abhängig ist und als Function von r, i und ψ gegeben sein muss, so lässt sich die Integration dieses Ausdrucks nicht allgemein durchführen. Um einen einfachen Fall herauszugreifen, nehmen wir daher an, dass die fluorescirende Substanz eine Schicht von der Dicke R bilde, welche von zwei mit dem Flächenelement df parallelen Ebenen begrenzt ist, dass dieselbe von parallelen zur Oberfläche senkrechten Strahlen beleuchtet werde und dass sämmtliche innerhalb eines geraden Kreiskegels, dessen Achse die Normale des Flächenelements und dessen halbe Oeffnung $= i_1$ ist, gelegenen Volumenelemente Licht nach df senden. Alsdann ist

$$r' = r \cos i$$

und wir erhalten

$$L = df \cdot Jaak \int_0^{i_1} di \sin i \cos i \int_0^{\frac{R}{\cos i}} e^{-(k \cos i + k')r} \cdot dr \int_0^{2\pi} d\psi$$

oder

$$L = df \cdot 2\pi J a \alpha k \int_0^{i_1} \left(1 - e^{-(k\cos i + k')\frac{R}{\cos i}}\right) \cdot \frac{\sin i \cos i}{k \cos i + k'} \cdot di.$$

Um die oben (I. 11.) besprochene Aequivalenz der beiden möglichen Behandlungsweisen photometrischer Probleme durch ein zweites Beispiel zu belegen, möge die nämliche Formel auch noch nach der zweiten Methode, indem man nämlich die Oberflächenelemente der fluorescirenden Schicht als lichtstrahlend betrachtet, abgeleitet werden. Ist $d\varphi$ ein solches Oberflächenelement und r_0 seine Entfernung von dem Flächenstückchen df, so erhält man unter Benutzung des oben (I. 9.) bereits ermittelten Emanationsgesetzes die von ersterem auf letzteres gestrahlte Lichtmenge

$$dL = df\, d\varphi \cdot \frac{J a \alpha \cos i}{r_0^2} \cdot \frac{k \cos i}{k \cos i + k'} \cdot \left(1 - e^{-(k\cos i + k')\frac{R}{\cos i}}\right),$$

da im vorliegenden Falle der Emanationswinkel ε dem Incidenzwinkel i gleich ist. Nun ist aber

$$d\varphi = \frac{d\psi\, di\, r_0^2 \sin i}{\cos i},$$

also

$$dL = df \cdot J a \alpha k \cdot \frac{\sin i \cos i}{k \cos i + k'} \left(1 - e^{-(k\cos i + k')\frac{R}{\cos i}}\right) \cdot di\, d\psi,$$

welcher Ausdruck, von $\psi = 0$ bis $\psi = 2\pi$ und von $i = 0$ bis $i = i_1$ integrirt, ebenfalls zu der obigen Formel führt.

7. Die Ausführung der angedeuteten Integration liefert einen ziemlich complicirten Ausdruck, in dessen Zusammensetzung Integrallogarithmen eingehen. Wir beschränken uns daher auf den Fall, dass die Exponentialgrösse unter dem Integralzeichen, etwa wegen sehr starker Concentration der fluorescirenden Lösung (k sehr gross), als verschwindend klein angesehen werden kann. Alsdann ist

$$L = df \cdot 2\pi J a \alpha k \int_0^{i_1} \frac{\sin i \cos i}{k \cos i + k'} di$$

oder

$$L = df \cdot 2\pi J a \alpha \left(1 - \cos i_1 + \frac{k'}{k} \log \frac{k \cos i_1 + k'}{k + k'}\right)$$

$$= df \cdot 2\pi J a \alpha \left[2 \sin^2 \tfrac{1}{2} i_1 + \frac{k'}{k} \log \left(1 - \frac{2k \sin^2 \frac{1}{2} i_1}{k + k'}\right)\right].$$

Denkt man sich die fluorescirende Schicht nach allen zur Normale des beleuchteten Flächenelements senkrechten Richtungen unbegrenzt, so hat man $i_1 = 90°$ zu setzen; alsdann ist die Erleuchtung des Flächenstückchens

$$L = df \cdot 2\pi J a \alpha \left(1 + \frac{k'}{k} \log \frac{k'}{k + k'}\right)$$

von seinem Abstand von der strahlenden Schicht ganz unabhängig. Betrachtet man die unbegrenzte Schicht durch ein Spectroskop, so stellt die Spaltöffnung desselben das auffangende Flächenelement vor. Von dem durch den Spalt eindringenden Licht geht aber nur derjenige Theil durch die Collimatorlinse weiter, welcher von dem Oeffnungskegel des Collimators begrenzt wird; ist α der halbe Oeffnungswinkel, so findet man die zum Prisma des Spectroskops gelangende Lichtmenge, wenn man in obigem Ausdruck $i_1 = \alpha$ setzt. Diese Lichtmenge ist also von der Entfernung des Spectroskops von der fluorescirenden Schicht unabhängig.

Anders verhält sich dagegen die Sache, wenn das fluorescirende Volumen, wie es thatsächlich immer der Fall sein wird, ein begrenztes ist. Die Art der Begrenzung ist in unserem Beispiel durch die gewählte Beleuchtungsart gegeben; da nämlich die einfallenden Strahlen senkrecht auf die Oberfläche der Schicht fallen, so ist das fluorescirende Volumen ein gerader Cylinder, welcher den auf der Oberfläche der Schicht entworfenen Lichtfleck zur Grundfläche hat. Für ein beliebiges der Strahlung frei dargebotenes Flächenelement gelten jetzt die obigen Formeln, welche das fluorescirende Volumen als von einem Kegel begrenzt voraussetzen, desse Spitze in dem beleuchteten Flächenelement liegt, überhaupt nicht mehr. Bei Anwendung des Spectroskops dagegen gelten sie noch, wenn der Spalt dem Lichtfleck so weit genähert ist, dass der Oeffnungskegel des Collimators von fluorescirender Substanz vollständig ausgefüllt wird. Ist b der Halbmesser des kreisförmig gedachten Lichtflecks, so ergibt sich die grösste Entfernung R_0, bei welcher dies noch stattfindet, aus der Gleichung

$$\frac{b}{\sqrt{b^2 + (R_0 + R)^2}} = \sin \alpha,$$

wenn R die Dicke der fluorescirenden Schicht und α den halben Oeffnungswinkel des Collimators bezeichnet. Nähert man den Spalt noch mehr, so kann sich, wie Herr Hagenbach richtig angibt, weder

die Helligkeit noch die Farbenmischung des durch das Spectroskop gesehenen Lichtes weiter ändern, weil in der obigen Formel der Winkel i_1 nun unveränderlich $= \alpha$ bleibt. Jene Entfernung R_0 ist aber um so kleiner, je kleiner der Halbmesser b des Lichtflecks ist, d. h. je stärker das einfallende Licht concentrirt wird. Für Entfernungen, die grösser als R_0 sind, gelten die obigen Formeln nicht mehr, sondern es treten nun auch hier die von mir für ein beliebiges freies Flächenelement aufgestellten und von Herrn Hagenbach mit Unrecht bestrittenen Sätze in Kraft, welche die Abhängigkeit der Lichtstärke und der Farbenmischung von der Entfernung zwischen fluorescirendem Körper und beleuchtetem Flächenelement ausdrücken.

8. Soll die Lichtmenge ermittelt werden, welche jenes cylindrische Volumen einem Flächenelemente zustrahlt, so ist das bisher benutzte dem kegelförmigen Volumen angepasste Polarcoordinatensystem unzweckmässig und würde zu sehr complicirten Ausdrücken führen. Wir gehen daher wieder von der obigen Grundformel

$$dL = df \cdot Jaak \cos i \cdot \frac{e^{-(kr' + k'r)}}{(r_0 + r)^2} dv$$

aus, indem wir dieselbe jetzt auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem beziehen, dessen z-Achse in der Normale des Flächenelementes df und dessen xy-Ebene in die Vorderfläche der fluorescirenden Schicht fällt. Alsdann ist $dv = dx\, dy\, dz$, $r' = z$, ferner

$$\cos i = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{(R_0 + z)^2}}}, \quad r = \frac{z}{\cos i}, \quad r_0 = \frac{R_0}{\cos i},$$

wenn R_0 die Entfernung des Flächenelementes df von der Vorderfläche der fluorescirenden Schicht bedeutet. Demnach ist

$$dL = df \cdot Jaak \cdot \cos^3 i \cdot \frac{e^{-\left(k + \frac{k'}{\cos i}\right) z}}{(R_0 + z)^2} dx\, dy\, dz;$$

ist nun das Verhältniss

$$\frac{x^2 + y^2}{(R_0 + z)^2}$$

klein genug, um statt $\cos i$ die Einheit setzen zu können, so haben wir

$$dL = df \cdot Jaak \cdot \frac{e^{-(k + k') z}}{(R_0 + z)^2} dx\, dy\, dz.$$

Setzen wir nun

$$\iint dx\,dy = \omega,$$

wo ω den Querschnitt des betrachteten Cylinders bedeutet, und schreiben r statt z und r_0 statt R_0, so gelangen wir zu der Formel

$$L = df \cdot \omega J a a k \int_0^R \frac{e^{-(k+k')r}}{(r_0 + r)^2} dr.$$

Dies ist der Ausdruck, welcher den Erörterungen in meiner Abhandlung „über die Intensität des Fluorescenzlichts" zu Grunde liegt; die Folgerungen, welche ich dort aus demselben gezogen habe, sind sämmtlich vollkommen richtig, sowohl diejenigen, welche Herr Hagenbach bestätigt findet, als diejenigen, welchen er „seine Zustimmung nicht zu ertheilen vermag".

Wie ich oben bereits bemerkt habe, lassen sich mehrere dieser Folgerungen, nämlich alle diejenigen, bei welchen Aenderungen der Entfernung des beleuchteten Flächenelements von der fluorescirenden Substanz nicht in Betracht kommen, auch aus dem Ausdruck

$$F = a a \frac{k}{k + k'} \left(1 - e^{-(k+k')R}\right)$$

ableiten, welcher die von der Flächeneinheit senkrecht ausstrahlende Menge des Fluorescenzlichts angibt und von Herrn Hagenbach als „Leuchtkraft" bezeichnet wird. Denn dieser Ausdruck ist ja in obiger Formel als besonderer Fall bereits enthalten, und ergibt sich aus ihr, wenn r_0 so gross angenommen wird, dass r dagegen vernachlässigt werden kann. Alle aus dem Ausdruck F gezogenen Ergebnisse müssen demnach mit den von mir aus der obigen Formel abgeleiteten übereinstimmen. Dies ist auch in der That durchweg der Fall, und die abweichenden Resultate des Herrn Hagenbach beruhen lediglich auf von ihm begangenen Versehen.

9. Vergleichen wir z. B. die Intensitäten, mit welchen zwei verschiedene Strahlengattungen, deren Attribute λ', k', a' und λ'', k'', a'' seien, im Fluorescenzlicht vertreten sind, so stehen dieselben zu einander in dem Verhältniss:

$$\frac{F'}{F''} = \frac{a'}{a''} \cdot \frac{k + k''}{k + k'} \cdot \frac{1 - e^{-(k+k')R}}{1 - e^{-(k+k'')R}}.$$

Aendert sich nun die Concentration, so ändern sich k, k' und k'' gleichzeitig in dem nämlichen Verhältniss und gehen über in νk, $\nu k'$

und $\nu k''$; der vorstehende Quotient nimmt alsdann die folgende Form an:

$$\frac{F'}{F''} = \frac{a'}{a''} \cdot \frac{k + k''}{k + k'} \cdot \frac{1 - e^{-\nu (k + k') R}}{1 - e^{-\nu (k + k'') R}},$$

und man siebt, dass derselhe, wenn $k' > k''$ ist, mit wacbsendem ν von dem Werthe $\frac{a'}{a''}$, welcher ihm für $\nu = 0$ zukommt, fortwährend abnimmt his zu dem Grenzwertb $\frac{a'}{a''} \cdot \frac{k + k''}{k + k'}$. Genau dasselhe Resultat habe icb aus meiner früheren Formel ahgeleitet[1]) und in folgendem Satze ausgesproeben: Die Farbenmischung des Fluorescenzlichtes ändert sieb mit waebsender Concentration derart, dass die stärker absorhirbaren Bestandtheile immer mehr gegen die minder absorhirharen zurücktreten.

Herr Hagenbach dagegen verfährt in folgender Weise: er setzt in obigem Ausdruck R unendlich, lässt die Exponentialgrössen ohne weiteres versehwinden und erklärt nun, jenes Verhältniss sei von der Concentration unabhängig. Ein solches Verfahren ist aber nicht zulässig. Denn man mag sieh R so gross vorstellen als man will, so nimmt jede der vorkommenden Exponentialgrössen für $\nu = 0$ den Werth 1 und mit waehsendem ν nach und nach alle Werthe zwischen 1 und 0 an.

Herr Hagenbach lässt sich durch den blossen Anblick zweier verscbieden eoneentrirten Lösungen zur Annahme einer anderen Farbennuanee niebt verleiten, sondern erklärt meine Wahrnehmung, dass die Fluoreseenzfarhe des Naphthalinroths hei concentrirteren Lösungen sich mehr ins Röthliehe und diejenige des Eosins sieh mehr ins Olivengrüne ziehe, für „Täusehung". Er vergleicht zwei Lösungen, eine stark concentrirte, welche schwächer, und eine weniger coneentrirte, welche stark fluorescirt, bringt beide Fluoreseenzen durch ungleiche Beleuchtung auf gleiche Liebtstärke und „überzeugt sich leicht, dass von einem Unterschiede der Farhennuance keine Rede ist". Bei dieser Beobaebtung sind aher die zu vergleiebenden Lösungen sehr ungünstig gewählt. Unsere Formel zeigt nämlich, das jenes Verhältniss, namentlieb hei erbehlieber Dicke der Sehieht, sich mit wachsender Concentration sehr raseh seinem Grenzwerthe nähert, so dass von einer gewissen Concentration an zwischen einer schwäeheren

1) Repertorium Bd. 13 S. 617. Pogg. Ann. 1877 Bd. 160 S. 82.

und einer concentrirteren Lösung ein merklicher Farbenunterschied nicht mehr besteht. Vergleicht man daher eine stark fluorescirende Lösung, welche schon ziemlich concentrirt sein muss, mit einer noch concentrirteren, welche schwächer fluorescirt, so kann der Farbenunterschied zwischen beiden allerdings bis zur Unmerklichkeit herabsinken. Um denselben möglichst deutlich hervortreten zu lassen, setzte ich eine sehr verdünnte schwach fluorescirende und eine concentrirtere stark fluorescirende Lösung von Naphthalinroth in zwei neben einander stehenden Glaströgen den horizontalen Sonnenstrahlen aus, welche auf die schwächere Lösung senkrecht, auf die stärkere schief einfielen, so dass beide Fluorescenzen gleich hell erschienen. Betrachtet man nun die fluorescirenden Vorderflächen in der Richtung der Halbirungslinie des stumpfen Winkels, welchen die Vorderwände der Tröge mit einander bilden (d. i. unter gleichen Emanationswinkeln), so zeigt übereinstimmend mit dem obigen Satz die schwächere Lösung einen mehr gelben, die concentrirtere einen rothen Farbenton.

10. Durch die Formel L oder durch den aus ihr hervorgehenden Ausdruck F wird, da k als Function der Schwingungszahl der erregenden Strahlen anzusehen ist, der Gang der Intensität im fluorescirenden Spectrum dargestellt. Ich habe nun in meiner früheren Arbeit das fluorescirende Spectrum mit dem Absorptionsspectrum verglichen[1]), indem ich annahm, dass der Gang der Intensität in letzterem durch die Function k, d. i. durch das Absorptionsvermögen der Substanz dargestellt werde. Dieser Grösse ist nämlich die in dünner Schicht (oder bei geringer Concentration) absorbirte Lichtmenge proportional. Man könnte das durch die Grösse k dargestellte Absorptionsspectrum passend das „typische" nennen, da es die Grenze darstellt, welcher sich das Absorptionsspectrum bei abnehmender Dicke der Schicht nähert. Vergleicht man nun das Verhältniss der Intensitäten an zwei Stellen des fluorescirenden Spectrums, welchen die Exstinctionscoëfficienten k_1 und k entsprechen, uämlich

$$\frac{F_1}{F} = \frac{k_1}{k} \cdot \frac{k + k'}{k_1 + k'} \cdot \frac{1 - e^{-(k_1 + k') K}}{1 - e^{-(k + k') K}}$$

mit dem Verhältniss der Absorptionsiutensitäten an denselben Stellen, nämlich mit

$$\frac{A_1}{A} = \frac{k_1}{k},$$

1) Repertorium Bd. 13 S. 613. Pogg. Ann. 1877 Bd. 160 S. 78.

so sieht man, dass, da für $k_1 > k$

$$\frac{k + k'}{k_1 + k'} \quad \text{und} \quad \frac{1 - e^{-(k_1 + k')R}}{1 - e^{-(k + k')R}}$$

echte Brüche sind, stets

$$\frac{A_1}{A} > \frac{F_1}{F}$$

ist. Daraus folgt, dass die Intensitätsunterschiede im fluorescirenden Spectrum weniger schroff sind als im (typischen) Absorptionsspectrum. Nehmen wir an, der Werth k_1 entspreche einem grösseren, der Werth k einem kleineren Maximum, so folgt aus vorstehender Ungleichheit, welche auch so geschrieben werden kann:

$$\frac{F}{F_1} > \frac{A}{A_1},$$

dass die kleineren Maxima verglichen mit den grösseren im fluorescirenden Spectrum verhältnissmässig stärker hervortreten als im Absorptionsspectrum.

Zu dem ersteren Satze gelangt auch Herr Hagenbach, jedoch nur in Folge einer Reihe von Irrthümern (s. weiter unten); was den letzteren betrifft, so findet er denselben, sowie die von mir daran geknüpfte Bemerkung, es erkläre sich daraus die Thatsache, dass das Dasein schwacher Absorptionsmaxima im fluorescirenden Spectrum manchmal leichter wahrgenommen werde als im Absorptionsspectrum, „unverständlich" und vermuthet, dass ein „Missverständniss" vorliege. Vielleicht genügen die folgenden Erläuterungen, um jeden Anlass zu einem Missverständniss zu beseitigen.

Denkt man sich den Gang der Intensität in beiden Fällen durch Curven dargestellt, so zeigt die Absorptionscurve nach dem obigen Satz schroffere Gipfel mit bedeutenderen Höhen unterschieden, die Fluorescenzcurve dagegen sanfter gewölbte Kuppen mit geringeren Höhenunterschieden. Bei Substanzen, welche neben einem sehr starken Absorptionsstreifen noch einen sehr schwachen besitzen, entgeht der letztere leicht der Beobachtung; denn wendet man eine dünne Schicht des absorbirenden Mittels an, welche den starken Streifen auf hellem Grunde scharf hervortreten lässt, so bleibt der schwache Streifen unsichtbar, weil seine Intensität hinter derjenigen des starken zu weit zurücksteht; bei dickerer Schicht oder grösserer Concentration dagegen verschwindet der schwache Streifen leicht in dem dunkeln Grund

(vgl. unten 11), welcher nun den grössten Theil des Spectrums überzieht. Im fluorescirenden Spectrum dagegen nähert sich der entsprechende schwache Fluorescenzstreifen mehr der Ebenbürtigkeit mit dem starken und wird gleichzeitig mit diesem, hell aus dunklerem Grunde hervortretend, deutlich wahrgenommen.

11. Wir vergleichen jetzt das fluorescirende Spectrum nicht mit dem typischen, sondern mit demjenigen Absorptionsspectrum, welches durch eine **gleich dicke** Schicht der Substanz hervorgebracht wird. Eine Schicht von der Dicke R, in welche die Lichtmenge 1 eindringt, absorhirt davon den Antheil

$$1 - e^{-kR};$$

dieser Ausdruck stellt demnach die Intensität der Absorption dar. Das Verhältniss der Intensitäten an zwei den Exstinctionscoëfficienten k_1 und k entsprechenden Stellen des Absorptionsspectrums ist demnach

$$\frac{A_1}{A} = \frac{1 - e^{-k_1 R}}{1 - e^{-kR}}$$

oder

$$\frac{A_1}{A} = \frac{k_1}{k} \cdot \frac{k}{k_1} \cdot \frac{1 - e^{-k_1 R}}{1 - e^{-kR}},$$

während das Intensitätsverhältniss an den nämlichen Stellen des fluorescirenden Spectrums wie oben

$$\frac{F_1}{F} = \frac{k_1}{k} \cdot \frac{k + k'}{k_1 + k'} \cdot \frac{1 - e^{-(k_1 + k')R}}{1 - e^{-(k + k')R}}$$

ist. Vergleichen wir nun den Gang der heiden Functionen

$$\frac{k}{k_1} \cdot \frac{1 - e^{-k_1 R}}{1 - e^{-kR}} \quad \text{und} \quad \frac{k + k'}{k_1 + k'} \cdot \frac{1 - e^{-(k_1 + k')R}}{1 - e^{-(k + k')R}},$$

indem wir R von 0 bis ∞ wachsen lassen, so ergiht sich, dass die erstere fortwährend abnimmt von dem Werth 1 (für $R = 0$) bis zu dem Grenzwerth $\frac{k}{k_1}$ (für $R = \infty$), die zweite eben so, aber langsamer, abnimmt von dem Werth 1 his zu dem Grenzwerth $\frac{k + k'}{k_1 + k'}$. Da nun

$$\frac{k}{k_1} < \frac{k + k'}{k_1 + k'},$$

so sehen wir, dass für denselben Werth von R die erstere Function immer kleiner ist als die letztere und dass demnach stets

$$\frac{A_1}{A} < \frac{F_1}{F}$$

ist. Daraus geht hervor: **Die Intensitätsübergänge im fluorescirenden Spectrum sind schroffer als in dem von einer gleich dicken Schicht hervorgebrachten Absorptionsspectrum.** Unsere obige ursprünglich aus der Erfahrung geschöpfte Bemerkung, dass bei dickerer Schicht oder grösserer Concentration ein schwacher Absorptionsstreifen in dem dunkeln Grunde des Spectrums leicht verschwimmt, während der entsprechende Fluorescenzstreif deutlich hervortritt, erscheint hiermit auch theoretisch gerechtfertigt[1]).

12. Das vollständige Spectrum des Fluorescenzlichts (Fluorescenzspectrum) ist bekanntlich ein continuirliches Spectrum, welches an beiden Enden stetig in Dunkelheit übergeht. Es versteht sich daher von selbst, dass, wenn die Intensität des Fluorescenzlichts geschwächt wird, sei es dass man minder intensives oder schwächer wirkendes Erregungslicht anwendet, das beobachtete Fluorescenzspectrum sich verkürzt, indem die schwächsten Strahlen von beiden Enden herein allmählich unter die Grenze der Wahrnehmbarkeit herabsinken. Ausserdem aber habe ich früher gezeigt[2]), dass das Intensitätsverhältniss der einzelnen Farben im Spectrum des Fluorescenzlichts sich, wenn man zu stärker erregenden Strahlen übergeht, derart ändert, dass die stärker absorbirbaren Bestandtheile einen verhältnissmässig grösseren Antheil an seiner Zusammensetzung gewinnen, oder, was dasselbe ist: **Beim Uebergang zu schwächer erregenden Strahlen treten die stärker absorbirbaren Bestandtheile des Fluorescenzspectrums immer mehr gegen die minder absorbirbaren zurück.** Da nun bei allen mir bekannten Fluorescenzen die brech-

1) Es ist möglich, dass die fehlerhafte Rechnung, welche Herr Hagenbach auf Seite 279 seiner Abhandlung veröffentlicht, sich auf den oben behandelten Fall beziehen soll. Nachdem Herr Hagenbach das Verhältniss $F_1 : F$ durch Entwickelung der Exponentialgrössen unrichtig ausgedrückt, indem er

$$\frac{k_1}{k} \cdot \frac{2 + (k_1 + k')\,R}{2 + (k + k')\,R} \quad \text{statt} \quad \frac{k_1}{k} \cdot \frac{2 - (k_1 + k')\,R}{2 - (k + k')\,R}$$

findet, fährt er fort: „Die Lichtintensität 1 wird in Folge der Absorption in zwei Schichten von der Dicke R und den Exstinctionscoëfficienten k und k_1 reducirt auf

$$A = 1 - e^{kR} \text{ und } A_1 = 1 - e^{k_1 R}."$$

Herr Hagenbach operirt also hier mit negativen Lichtintensitäten; indem er das Verhältniss derselben mit dem vorher bereits unrichtig ausgedrückten Verhältniss $F_1' : F'$ vergleicht, gelangt er zu einem Ergebniss, welches dem oben angegebenen richtigen entgegengesetzt ist, hält dasselbe aber fälschlich für eine Bestätigung meines oben (10.) nochmals besprochenen auf das typische Absorptionsspectrum sich beziehenden Satzes.

2) Repertorium Bd. 13 S. 617. Pogg. Ann. 1877 Bd. 160 S. 82.

bareren Strahlen des Fluorescenzlichts immer auch die absorbirbareren sind, so folgt, dass, wenn man zu schwächer erregenden Strahlen übergeht, sich das Fluorescenzspectrum vom brechbareren Ende her in stärkerem Maasse verkürzt als am weniger brechbaren Ende, indem jene brechbareren Strahlen rascher als die minder brechbaren unter die Grenze der Wahrnehmbarkeit herabsinken.

In dem obigen Satze ist, wie man sofort einsieht, der folgende implicite bereits enthalten: Beim Uebergang zu schwächer erregenden Strahlen erleidet jedes Maximum des Fluorescenzspectrums eine Verschiebung nach der weniger brechbaren Seite hin (nach abwärts). Dieser Satz lässt sich auch leicht direct beweisen. Betrachten wir a und k' als Functionen der Wellenlänge λ' oder der Schwingungszahl n' des Fluorescenzlichts, so stellt der Ausdruck

$$a \cdot \frac{k}{k+k'}\left(1 - e^{-(k+k')R}\right)$$

oder, wenn wir vorläufig der Einfachheit wegen R so gross annehmen, dass $e^{-(k+k')R}$ gegen 1 vernachlässigt werden kann, der Ausdruck

$$a \cdot \frac{k}{k+k'}$$

den Gang der Intensität im Spectrum des Fluorescenzlichts dar. Das Maximum der Intensität im typischen Fluorescenzspectrum (d. h. in dem durch Absorption nicht modificirten Fluorescenzspectrum, welches eine unendlich dünne Schicht der Substanz zeigen würde) entspricht einem Werthe der Schwingungszahl n', für welchen

$$\frac{da}{dn'} = 0$$

ist; für kleinere Werthe der Schwingungszahl ist dieser Differentialquotient positiv, für grössere negativ. Das Intensitätsmaximum im wirklich beobachteten Fluorescenzspectrum dagegen tritt ein, wenn der Differentialquotient des obigen Ausdrucks nach n', nämlich

$$\frac{k}{k+k'} \cdot \frac{da}{dn'} - a \cdot \frac{k}{(k+k')^2} \cdot \frac{dk'}{dn'}$$

verschwindet, oder wenn

$$\frac{da}{dn'} - \frac{a}{k+k'} \cdot \frac{dk'}{dn'} = 0$$

ist. Da das Absorptionsvermögen k' mit der Schwingungszahl zunimmt, so ist $\frac{dk'}{dn'}$ positiv; dieser Gleichung kann daher nur durch einen Werth von n' genügt werden, für welchen $\frac{da}{dn'}$ positiv ist, d. i. durch eine Schwingungszahl, welche kleiner ist als diejenige, bei welcher das Maximum im typischen Fluorescenzspectrum liegt. Und da

$$\frac{a}{k + k'}$$

mit abnehmendem k zunimmt, so wird der positive Werth von $\frac{da}{dn'}$ um so grösser, d. h. das Maximum rückt um so mehr nach der Seite der kleineren Schwingungszahlen, je kleiner das Erregungsvermögen der einfallenden Strahlen wird. Durch dieselbe Schlussweise kann der Beweis auch für einen beliebigen Werth von R geführt werden.

Beobachter, welche mit den photometrischen Eigenthümlichkeiten des Fluorescenzlichts nicht hinlänglich vertraut sind, können sich leicht verleiten lassen, diese Verkürzung des brechbareren Endes des Fluorescenzspectrums und die Hinabschiebung seines Maximums beim Uebergang zu schwächer erregenden Strahlen als eine Folge des Stokes'schen Gesetzes oder gar als einen Beweis für dasselbe anzusehen[1]). Dass eine solche Deutung der Erscheinungen unrichtig ist, geht aus dem Umstande hervor, dass die Verkürzung des brechbaren Endes und das Abwärtsrücken des Maximums auch dann eintritt, wenn man zu schwächer wirksamen aber brechbareren erregenden Strahlen übergeht, z. B. beim Naphthalinroth von den stark wirkenden gelbgrünen zu den schwächer wirkenden blauen Strahlen.

III. Das Stokes'sche Gesetz.

1. Ich gehe nun über zur Besprechung der Beobachtungen, welche das Stokes'sche Gesetz zum Gegenstand haben, indem ich mich zuerst zu den Versuchen wende, bei welchen die Erregung durch prismatisch zerlegtes Sonnenlicht bewirkt wird.

Es werde mittels Spalt, achromatischer Linse und Prisma ein scharfes Spectrum entworfen und aus demselben mit einem zweiten Spalte (welcher demnach zu dem ersten in Bezug auf die Linse conjugirt ist) ein bestimmter schmaler Theil herausgeschnitten. „Wurde in der angegebenen Weise,“ so fährt Herr Hagenbach nach Beschreibung dieser Anordnung fort, „homogenes Licht aus der Gegend

1) Vgl. Hagenbach a. a. O. S. 393.

der Linie *D* genommen, mit einer Linse auf eine weisse Thonplatte concentrirt, dann das von dieser zerstreute Licht mit Spiegel und Linse auf die Spalte des Spectralapparates geworfen, so sah man im Spectralapparate nur gelbes Licht; stellte man nun das Fadenkreuz auf das brechbarere Ende ein und träufelt eine Lösung von Naphthalinroth auf die Thonplatte, so zeigte sich sofort im Spectrum grünes Licht und das Spectrum ging sehr merklich über das Fadenkreuz nach der brechbareren Seite hinaus."

Herr Hagenbach hat also die Erscheinung, welche er früher in Abrede stellte, nunmehr wirklich gesehen. Er glaubt jedoch, dass hinsichtlich dieses grünen Lichtes eine Täuschung vorliege, in so fern nämlich als „das grüne Licht schon vorher in dem erregenden Licht vorhanden war". Dass in der That bei der beschriebenen Versuchsanordnung, d. i. bei Anwendung eines einzigen Prismas, in dem erregenden Licht nicht nur grünes, sondern sogar weisses Licht vorhanden ist, habe ich bereits früher[1]) gezeigt und zugleich die Herkunft desselben angegeben. Wird nämlich das durch den zweiten Spalt gegangene Licht durch eine Linse concentrirt, so sammeln sich in dem Lichtfleck, den man erhält, mag derselbe nun ein reelles Bild des Prismas oder des zweiten Spaltes sein, alle Strahlen, die von dem Prisma ausstrahlend durch diesen Spalt gehen, also sowohl das durch das Prisma gebrochene homogene Licht als durch das von dem Prisma nach allen Richtungen diffundirte weisse Licht sowie das von ihm ausgesandte Fluorescenzlicht. Betrachtet man daher den auf einer weissen Papierfläche oder einer weissen Thonplatte aufgefangenen Lichtfleck durch das Spectroskop, so gewahrt man ausser der sehr hellen dem homogenen Licht zugehörigen schmalen Lichtlinie noch ein schwaches continuirliches Spectrum, in welchem man deutlich Grün und Blau unterscheidet. Nach Abblendung des hellen Spaltbildes tritt dieses continuirliche Spectrum natürlich noch deutlicher hervor.

Es erhebt sich nun die Frage, ob jenes bei dem obigen Versuche wahrgenommene ziemlich helle grüne Fluorescenzlicht (es ist so hell, dass es im Spectroskop selbst neben dem homogenen Spaltbild, welches bei Anwendung einer weissen Thonplatte als Unterlage für die fluorescirende Lösung blendend hell ist, deutlich hervortritt) durch das vom Prisma ausgestrahlte diffuse Licht erregt worden sein kann. Diese Frage ist aber leicht zu entscheiden. Denn verschiebt man den zweiten

1) Repertorium Bd. 13 S. 598. Pogg. Ann 1876 Bd. 159 S 523.

Spalt in den rothen Theil des Spectrums, welcher die Fluorescenz des Naphthalinroths nicht erregt, so dringt das vom Prisma nach allen Seiten diffus ausgestrahlte Licht noch eben so gut wie vorher durch den Spalt und sammelt sich nebst dem homogenen rothen Licht in dem Lichtfleck. Wäre nun jenes helle grüne Fluorescenzlicht im vorigen Fall durch das mit eingedrungene diffuse weisse Licht erregt worden, so müsste es sich jetzt eben so gut zeigen wie vorher; man sieht dasselbe aber im Spectroskop jetzt nicht mehr, wohl aber, wenn der Lichtfleck auf einer weissen Papier- oder Thonfläche aufgefangen wird, das schwache continuirliche Spectrum des diffusen Lichtes. Dreht man ferner das Prisma ein wenig derart, dass die ultrarothe Partie des Spectrums auf den Spalt fällt und sonach nur das diffuse Licht durch den Spalt eindringt, und concentrirt dieses auf einer weissen Papier- oder Thonfläche, so sieht man mit blossem Auge ganz deutlich einen weisslichen Lichtfleck, welcher im Spectroskop das erwähnte schwache continuirliche Spectrum gibt. Es versteht sich von selbst, dass dieses weisse Licht eine seiner Lichtstärke entsprechende geringe Menge Fluorescenzlicht erregen wird; und in der That sieht man, wenn man den weissen Lichtfleck auf die Glaswand einer mit Naphthalinrothlösung gefüllten Flasche fallen lässt, mit nahe gehaltenem blossen Auge das entsprechende Fluorescenzlicht. Dasselbe ist aber zu schwach, um im Spectroskop wahrgenommen zu werden. Wir gelangen demnach zu dem Schluss, dass das grüne Fluorescenzlicht, welches man im Spectroskop wahrnimmt, wenn man die gelben Strahlen des Spectrums durch den Spalt eindringen lässt, nur durch diese letzteren erregt worden sein kann.

Um dieses immerhin störende vom Prisma diffundirte weisse Licht zu beseitigen, habe ich bereits bei meinen früheren Versuchen aus einem Spectrum, welches mittels zweier Spalten und Prisma oder mittels Spalt, achromatischer Linse und Prisma entworfen war, durch einen Spalt einen schmalen Theil abgesondert und diesen nochmals mittels achromatischer Linse und Prisma zerlegt. Aus dem so erhaltenen sehr reinen partiellen Spectrum wird durch den letzten Spalt, hinter welchem die concentrirende Linse steht, wiederum ein schmaler Theil herausgenommen. In dem Lichtbildchen, welches die Linse entwirft, vereinigt sich wiederum alles Licht, welches durch diesen Spalt dringt, also sowohl das gebrochene homogene als das vom zweiten Prisma diffundirte Licht; da dieses Prisma aber mit erheb-

licher Stärke nur von Strahlen getroffen wird, welche hinsichtlich ihrer Brechbarkeit den zur Verwendung kommenden homogenen Strahlen sehr nahe stehen, so gilt das Gleiche auch von diesem diffusen Licht.

Behufs Wiederholung der Versuche des Herrn Hagenbach wurde nun in der Ocularröhre des Spectroskops an der Stelle des Fadenkreuzes eine verschiebbare Blendung angebracht. Dieselbe besteht aus einem geschwärzten Schieber, dessen rechteckiger Ausschnitt in der Mitte durch ein schmales verticales Stäbchen getheilt ist. Durch Verschiebung dieser Blendung kann das Spectrum von dem einen oder dem anderen Ende her beliebig weit abgeblendet und durch das Stäbchen das homogene Spaltbild allein verdeckt werden.

Betrachtet man bei dieser Versuchsanordnung den auf einer weissen Papier- oder Thonfläche aufgefangenen Lichtfleck und blendet das Spaltbild von der weniger brechbaren Seite her ab, so dass es durch den entsprechenden Rand des Schieberausschnitts gerade verdeckt wird, so sieht man kein continuirliches Spectrum mehr. Zerstreutes weisses Licht kann jetzt in der That nur noch in unmerklicher Menge vorhanden sein, nämlich diejenige kleine Menge, welche von dem ersten Prisma auf das zweite gelangt und von diesem nochmals zerstreut wird.

Das Gesichtsfeld ist aber gleichwohl nicht dunkel, sondern von der Stelle des Schieberrandes, wo derselbe das Spaltbild gerade verdeckt, sieht man einen hellen Lichtschein ausgehen, welcher sich nach der brechbareren Seite hin ziemlich weit erstreckt. Verdeckt man das Spaltbild mittels des im Schieberausschnitt angebrachten Stäbchens, so erscheint eine solche Lichtaureole zu beiden Seiten des Stäbchens, jedoch stärker entwickelt auf der brechbareren Seite. Diese Aureole ist an das Spaltbild derart gefesselt, dass sie, wenn man letzteres vom rothen zum violetten Ende durch das Gesichtsfeld wandern lässt, stets mitwandert, indem sie immer dieselbe Farbe zeigt wie das Spaltbild selbst. Die Aureole ist um so lichtstärker und ausgedehnter, je intensiver das in das Spectroskop eindringende homogene Licht ist; wird der Lichtfleck auf einer reinen Glas- oder Quarzfläche aufgefangen, welche nur wenig Licht diffundirt, so ist die Aureole unmerklich; sie zeigt sich dagegen sehr entwickelt, wenn der Lichtfleck auf eine stark zerstreuende Papier- oder Thonfläche geworfen wird; sie erstreckt sich endlich in grosser Lichtstärke fast über das ganze Gesichtsfeld, wenn man das einfallende homogene Licht

direct oder durch Spiegelung an einer Glas- oder Metallfläche auf den Spectroskopspalt treffen lässt.

Die Entstehung dieser Aureole ist leicht zu erklären. Linsen und Prisma des Spectroskops sind niemals so glatt und rein, dass sie nicht mehr oder weniger Licht diffus zerstreuen. Das an der Collimatorlinse zerstreute Licht erfährt, wenn das Prisma des Spectroskops für das einfallende homogene Licht auf das Minimum der Ablenkung eingestellt ist, durch das Prisma eine stärkere Ablenkung als die direct durchgehenden Strahlen und wird daher im Gesichtsfeld auf der brechbareren Seite des Spaltbildes gesehen; dasselbe gilt von dem an der Eintrittsfläche des Prismas zerstreuten Licht. Das an der Austrittsfläche des Spectroskopprismas diffundirte Licht liefert dagegen Strahlen, welche theils nach der brechbareren, theils nach der weniger brechbaren Seite gelangen. Ist das Prisma nicht genau, sondern nur nahezu auf das Minimum der Ablenkung eingestellt, wie es ja für das ganze Spectrum mit Ausnahme einer einzigen Stelle immer der Fall ist, so gelangen auch von der Collimatorlinse und der Eintrittsfläche des Prismas Strahlen nach der minder brechbaren Seite; immerhin aber wird das meiste zerstreute Licht nach der brechbareren Seite gelenkt werden.

Ist die Zerstreuung an den Glasstücken des Spectroskops wirklich die Ursache der Lichtaureole, so muss dieselbe lichtstärker werden und weiter um sich greifen, wenn bei gleichbleibender Intensität des einfallenden Lichts das Zerstreuungsvermögen jener Stücke erhöht wird. Dies tritt auch wirklich ein, wenn man die Collimatorlinse oder das Prisma absichtlich trübt. Bestäubt man die Collimatorlinse mit Bärlappsamen, so werden die Lycopodiumringe abwechselnd hell und dunkel (nicht mehrfarbig) auf dem einfarbigen Grunde der erweiterten Aureole sichtbar, was darauf hinweist, dass, wie von vorn herein zu vermuthen war, nicht nur das zerstreute, sondern auch das an den Theilchen der Trübung gebeugte Licht zur Entstehung der Erscheinung beiträgt.

Bei Anwendung eines einzigen Prismas ist die Aureole natürlich ebenfalls vorhanden und wird nach Abblendung des Spaltbildes gleichzeitig mit dem continuirlichen Spectrum des vom Prisma diffundirten weissen Lichtes wahrgenommen.

3. Das „falsche Licht“ der Aureole entsteht demnach erst innerhalb des Spectralapparats durch Diffusion und Beugung

des einfallenden homogenen Lichtes an den Glasstücken des Spectroskops und hat daher mit der Erregung des Fluorescenzlichts gar nichts zu thun. Herr Hagenbach dagegen hält die obere Grenze der Aureole für die obere Grenze des erregenden Lichtes, indem er annimmt, dass selbst dem zweimal gesiebten Erregungslicht noch brechbarere Strahlen beigemischt seien, welche stark genug wären, sowohl die Aureole als das auf der brechbareren Seite des Spaltbildes wahrgenommene Fluorescenzlicht hervorzubringen. Es unterliegt keinem Zweifel, dass solche Strahlen in geringer Menge in der That vorhanden sind, und zwar können dieselben nur in dem von dem zweiten Prisma diffus ausgestrahlten Lichte bestehen. Durch einen einfachen Controlversuch kann man sich jedoch überzeugen, dass diese diffusen Strahlen nicht stark genug sind, um die genannten Erscheinungen hervorzubringen. Dreht man nämlich das Prisma ein wenig derart, dass das von ihm entworfene partielle Spectrum neben den Spalt fällt und somit die gebrochenen homogenen Strahlen nicht mehr, wohl aber noch die nach allen Seiten diffundirten Strahlen durch den Spalt dringen, so verschwinden sowohl Aureole als Fluorescenzlicht; dieselben können also nicht durch dieses diffuse brechbarere Licht verursacht worden sein.

Die Ansicht des Herrn Hagenbach, dass die obere Grenze des erregenden Lichts durch die obere Grenze der Aureole dargestellt werde, ist sonach eine irrige. Dass der Aureole eine solche Bedeutung nicht zugeschrieben werden kann, geht übrigens auch aus dem Umstande hervor, dass es ganz in der Willkür des Beobachters liegt, dieselbe sich mehr oder weniger weit erstrecken zu lassen. Bei unveränderter Lichtstärke des erregenden Lichts hängt nämlich diese Erstreckung (wie oben erwähnt) ausser von der individuellen Beschaffenheit des Spectralapparats wesentlich von der Intensität ab, mit welcher man das erregende Licht in das Spectroskop eindringen lässt. Die Aureole erstreckt sich daher um so weiter, je bedeutender das Zerstreuungsvermögen der Fläche ist, auf welcher der zu beobachtende Lichtfleck aufgefangen wird. Eine weisse Fläche (weisses Papier, eine weisse Thonplatte u. dgl.) gibt stets eine sehr entwickelte Aureole. Noch beträchtlich weiter erstreckt sie sich, wenn man das erregende Licht durch Spiegelung, z. B. an der Wand einer Glasflasche, dem Spectroskope zuführt. Herr Hagenbach hätte auf diese Weise Resultate finden können, welche bei seiner Auffassung der Aureole

anscheinend noch entschiedener für die Allgemeingültigkeit des Stokes-schen Gesetzes gesprochen hätten.

Durch das Verfahren des Herrn Hagenbach, Naphthalinroth auf eine weisse Thonplatte zu träufeln, lässt sich niemals ein reines Fluorescenzspectrum erzielen. Da nämlich das an der Thonplatte zerstreute erregende Licht mit sehr grosser Lichtstärke gleichzeitig in das Spectroskop fällt, so entsteht eine sehr starke Aureole, welche sich mit dem Spectrum des Fluorescenzlichtes mischt und dasselbe fälscht.

Wird dagegen der Lichtfleck auf der schwach diffundirenden Wand einer Glasflasche oder eines Bergkrystalltrogs aufgefangen, wie es bei meinen Untersuchungen stets geschehen ist, so ist das in das Spectroskop dringende homogene zerstreute Licht zwar noch stark genug, um als scharfbegrenztes Spaltbild gesehen zu werden, aber zu schwach, um eine merkliche Aureole zu erzeugen. Ist die Flasche leer, oder mit Wasser oder einer anderen nicht fluorescirenden Flüssigkeit gefüllt, oder mit einer fluorescirenden Flüssigkeit, welche durch die gerade benutzte homogene Lichtsorte nicht erregt wird, so erscheint das Gesichtsfeld nach Abblendung des Spaltbildes vollkommen dunkel.

Ich untersuchte auf diese Weise Lösungen von Naphthalinroth Eosin und Fluoresceïn, welche sich in drei ganz gleichen Flaschen von weissem Glase befanden.

Es wurde z. B. homogenes Orangeroth (etwa 47 der Bunsen'schen Scala) eingelassen und das schmale Spaltbild (indem man den Lichtfleck zuerst auf einem der Flasche aufgeklebten Papierstückchen auffing) durch den Rand des Schiebers verdeckt. Liess man nun durch eine kleine Drehung der Flasche um ihre verticale Achse das erregende Licht durch die Glaswand auf die Flüssigkeit fallen, so erschien bei Naphthalinroth der gelbgrüne Theil seines Fluorescenzspectrums auf der brechbareren Seite des Schieberrandes. Wurde dagegen die Flasche mit Eosin oder Fluoresceïn an dieselbe Stelle gebracht, so blieb das Gesichtsfeld völlig dunkel, weil der Strahl 47 das Fluorescenzlicht dieser beiden Körper nicht erregt. Das Eosin und das Fluoresceïn spielen hier die Rolle von Reagentien auf die von Herrn Hagenbach angenommenen brechbareren Strahlen. Wären diese nämlich in genügender Stärke vorhanden, um die beobachtete Fluorescenz des Naphthalinroths zu

verursachen, so müssten sie auch die Fluorescenz dieser beiden höchst empfindlichen Substanzen hervorrufen [1]).

5. Wir wenden uns nun zu den Versuchen mit rothem Kupferüberfangglas.

Das vom Heliostaten kommende dicke Strahlenbündel werde, nachdem es durch eine Schicht von drei dunkelrothen Gläsern gegangen ist, mittels einer Linse auf einer in weisser Glasflasche enthaltenen Lösung von Naphthalinroth concentrirt und der fluorescirende Lichtfleck durch das Spectroskop untersucht. Man sieht neben dem Spectrum des erregenden Lichts, welches durch die an der Glaswand stattfindende schwache Diffusion ins Spectroskop gelangt und etwa bis 49 reicht, den gelbgrünen Theil des Fluorescenzspectrums des Naphthalinroths; man sieht dieses gelbgrüne Fluorescenzlicht noch deutlicher, wenn man das Spectrum des erregenden Lichts durch den Schieberrand verdeckt. Schiebt man die Blendung so weit vor, bis auch das Fluorescenzlicht völlig verdeckt ist, und liest nun die Stellung des Schieberrandes ab, so ergibt sich, dass sich das auf diese Weise erregte Fluorescenzlicht bis 60 erstreckt.

Das zur Erregung verwendete durch drei rothe Gläser gegangene Licht habe ich auf einen etwaigen Gehalt an brechbareren Strahlen sorgfältig untersucht.

In dem Absorptionsspectrum eines rothen Glases erscheint das rothe Ende sehr hell und zeigt die Fraunhofer'schen Linien von *A* bis *D* sehr deutlich. Unmittelbar hinter *D* beginnt die Absorption, und ein ganz dunkler Absorptionsstreif erstreckt sich von 53 bis 65; von hier an ist schwaches Grün und Blau wieder sichtbar bis hinter *F*, wo die Absorption wieder vollständig wird.

Bei drei rothen Gläsern sieht man die Linie *D* nicht mehr, sondern von 49 an erscheint das übrige Spectrum vollständig absorbirt.

Concentrirt man das durch die drei Gläser gegangene Licht mittels der Linse auf dem Spectroskopspalt und verdeckt das nun blendend helle Spectrum mit dem Schieber, so zeigt sich das ganze Gesichtsfeld von einer hellen rothen Aureole eingenommen. Wird der Lichtfleck auf einer weissen Papier- oder Thonfläche aufgefangen,

1) Diese Versuche wurden bereits im October 1877 angestellt, nachdem mir Herr Hagenbach bei Gelegenheit der Münchener Naturforscherversammlung das Wesentliche seiner oben besprochenen Versuche mündlich mitgetheilt hatte.

so erstreckt sich die rothe Aureole noch sehr hell bis 70, und auch das übrige Gesichtsfeld ist mit einem röthlichen Schimmer erfüllt.

Enthielte das Licht der Aureole noch Strahlen, welche brechbarer wären als *D*, so müssten dies vorzugsweise die grünen und grünblauen Strahlen von 65 bis 90 sein, welche von einem einzelnen Kupferglas noch durchgelassen werden. Die gelbgrünen Strahlen hinter *D* bis 65, welche die Fluorescenz des Naphthalinroths am stärksten erregen, sind gerade diejenigen, welche von dem rothen Glas am kräftigsten absorbirt werden; sie müssten, wenn sie in dem Licht der Aureole enthalten wären, jedenfalls in geringerer Menge vorhanden sein als jene grünen und blaugrünen.

Würden von den drei rothen Gläsern noch grüngelbe und grüne Strahlen durchgelassen und zur Erzeugung der Aureole mitwirken, so müssten dieselben auch durch ein grünes Chromglas gehen, welches für diese Strahlengattungen sehr durchlässig ist. Fügt man aber zu den drei Gläsern ein solches grünes Glas hinzu, so verschwindet die Aureole. Sie verschwindet eben so, wenn man durch das grüne Glas in das Spectroskop blickt.

Wäre die Fluorescenz des Naphthalinroths durch etwa noch vorhandene grüne Strahlen verursacht, so müsste sie sich auch noch zeigen, wenn man zu den rothen Gläsern noch ein grünes hinzufügt. Sie verschwindet jedoch in diesem Falle vollständig.

Die genannten grünen Strahlen werden durch eine Lösung von doppeltchromsaurem Kali sehr energisch absorbirt. Wären sie bei dem obigen Versuch die Erreger der Fluorescenz des Naphthalinroths, so müsste diese nach Einschaltung jener Lösung verschwinden. Sie bleibt aber unverändert bestehen; ebenso die rothe Aureole.

Die vermutheten grünen Strahlen gehören zu denjenigen, welche die Fluorescenz des Eosins und Fluoresceïns kräftig erregen; sie müssten auf diese Körper wirken, wenn sie in dem durch drei rothe Gläser gesiebten Lichte noch vorhanden wären. Beide Substanzen aber zeigen in diesem rothen Lichte keine Spur von Fluorescenz.

Man entwerfe mittels Spalt, achromatischer Linse und Prisma ein scharfes Sonnenspectrum und schneide den brechbareren Theil von der Linie *D* an mittels eines dunklen Schirmes ab; nun werde die Oeffnung des Heliostaten durch eine Schicht von drei rothen Gläsern verschlossen und das jetzt allein noch sichtbar gebliebene rothe Ende des Spectrums mittels einer Linse auf der Naphthalin-

rothlösung concentrirt. Dieses rothe Licht kann jene verdächtigen grünen Strahlen, auch wenn sie vorhanden wären, nicht mehr enthalten, weil sie durch das Prisma nach dem brechbaren Theil des Spectrums gelenkt und demnach durch den Schirm aufgefangen sein müssten; es erregt aber den gelbgrünen Theil des Fluorescenzlichts bei Naphthalinroth, während es bei Eosin nnd Fluoresceïn unwirksam bleibt.

Nun werdo noch das rothe Ende des Sonnenspectrums bis zur Linie *D* durch den dunkeln Schirm abgeschnitten und die grüne Partie des Spectrums durch eine Linse auf dem Naphthalinroth concentrirt. Bedeckt man jetzt die Heliostatenöffnung mit den drei rothen Gläsern, so wird es in dem vorher blendend hellen Brennpunkt völlig dunkel und weder Naphthalinroth noch Eosin und Fluoresceïn zeigen daselbst die geringste Spur von Fluorescenz. Wären aber dio von Herrn Hagenbach angenommenen brechbareren Strahlen in dem durch die rothen Gläser gegangenen Lichte noch vorhanden, so müssten sie sich in diesem Brennpunkt auch jetzt noch sammeln und müssten, wenn sie in dem obigen Versuch die Ursache des gelbgrünen Fluorescenzlichts gewesen wären, dasselbe auch jetzt noch erregen.

Aus dieser ganzen Reihe von Versuchen geht aber unwiderleglich hervor, dass Strahlen brechbaror als *D* in einer zur Erregung der Fluorescenz des Naphthalinroths oder einer andern Substanz genügenden Menge in dem durch drei rothe Gläser gegangenen Sonnenlicht nicht vorhanden sind, und dass demnach der gelbgrüne Theil des Fluorescenzlichts, welches das Naphthalinroth unter dem Einflusse dieses rothen Lichtes ausstrahlt, durch Strahlen erregt sein muss, welche weniger brechbar sind als die Linie *D*.

6. Wir schliessen hieran gleich die Besprechung des Versuchs, welchen Herr Hagenbach mit complementär gefärbten Gläsern anstellte. Ich verwendete zur Wiederholung eine Combination von drei rothen Kupfergläsern einerseits und von zwei grünen Chromgläsern andrerseits, durch welche zusammen das im Brennpunkt einer Linse auf weissem Papier oder Thon concentrirte Sonnenlicht gar nicht und die Sonne selbst nur als eine sehr lichtschwache röthliche Scheibe gesehen wird. Das durch die grünen Gläser gegangene Licht enthält die Strahlen, welche die Fluorescenz des Naphthalinroths am stärksten erregen; das durch die rothen Gläser gegangene Licht dagegen vermag nur schwaches Fluorescenzlicht zu erregen, in welchem zudem

die stärker absorbirbaren gelbgrünen Strahlen (wie oben II. 12 gezeigt wurde) in geringerem Verhältniss enthalten sind. Es versteht sich daher von selbst, dass das mit der grünen Combination erregte starke Fluorescenzlicht, da es ja rothes und orangegelbes Licht in Fülle enthält, durch die rothen Gläser mit grosser Helligkeit und zwar mit rother Färbung gesehen wird, während das durch die rothe Gläsercombination hervorgerufene lichtschwache Fluorescenzlicht durch die grünen Gläser aus einiger Entfernung betrachtet unsichtbar bleibt. Mit nahe gebrachtem, in der Dunkelheit gut ausgeruhtem Auge aber sieht man es durch die grünen Gläser ganz deutlich mit grünlicher Farbe. Dieser Versuch ist also nicht, wie es Herrn Hagenbach scheint, „der augenscheinlichste Beweis für die Richtigkeit des Stokes'schen Gesetzes", sondern er beweist vielmehr im Gegentheil, dass das Stokes'sche Gesetz für das Naphthalinroth nicht gilt.

7. Am meisten Schwierigkeiten bieten die Versuche mit der Natriumflamme dar, und zwar hauptsächlich aus dem Grunde, weil diese Lichtquelle ausser der hellen D-Linie noch ein continuirliches Spectrum liefert, mag dieses nun, wie Herr Hagenbach meint, von in der Flamme schwebendem „glühenden festen Natron", oder, wie ich angenommen habe[1]), von dem Natriumdampf selbst herrühren. In diesem continuirlichen Spectrum sind die grünen und die blauen Strahlen so stark vertreten, dass das Licht der Natriumflamme, wie schon Herr Lubarsch[2]) bemerkt hat, die Fluorescenz des Eosins und des Fluoresceïns zu erregen vermag, welche Substanzen für die genannten Strahlen empfindlicher sind als das Naphthalinroth, das namentlich die blauen Strahlen vergleichsweise nur schwach absorbirt. Dass es diese brechbareren grünen und die blauen Strahlen der Natriumflamme sind, welche bei Eosin und Fluoresceïn diesen Effect hervorbringen, davon kann man sich durch Einschaltung einer Lösung von doppeltchromsaurem Kali überzeugen, welche die Fluorescenz dieser beiden Substanzen zum Verschwinden bringt, dagegen diejenige des Naphthalinroths ungeändert fortbestehen lässt. Da indessen das

1) Repertorium Bd. 13 S. 593. Pogg. Ann. 1876 Bd. 159 S. 517. Ich verweise auf den dort mitgetheilten Controlversuch, welcher darthut, dass das Licht dieses continuirlichen Spectrums nicht oder nur unmerklich zur Erregung der beobachteten Fluorescenz beiträgt

2) Wied. Ann. 1879 Bd. 6 S. 248.

doppeltchromsaure Kali die gelbgrünen Strahlen noch durchlässt, so müsste man auch diese noch durch ein geeignetes Absorbens beseitigen. Herr Hagenbach wählte hierzu eine Eosinlösung. Die Absorptionscurve des Eosins hat nun aber ihr Maximum erst ziemlich weit hinten im Grün bei der Linie *b* und fällt nach der weniger brechbaren Seite nicht steil genug ab; nimmt man daher die Eosinlösung so stark, dass sie die gelbgrünen Strahlen hinter *D* vollkommen auslöscht, so wird auch das gelbe Natriumlicht so bedeutend geschwächt, dass ein deutliches Fluorescenzspectrum überhaupt nicht mehr wahrzunehmen ist. Ich combinirte daher ein rothes Glas, dessen Absorptionsstreif unmittelbar hinter *D* beginnt, mit einer Lösung von doppeltchromsaurem Kali; das gelbe Natriumlicht war nun ebenfalls beträchtlich abgeschwächt, jedoch weniger als durch die Eosinlösung, während die brechbareren Strahlen vollständig ausgelöscht waren; das Gesichtsfeld des Spectroskops erschien nämlich, wenn man das Licht der Natriumflamme durch diese Combination gehen liess und die *D*-Linie mit dem Schieber bedeckte, vollkommen dunkel. Wurde dann dieses Licht auf Naphthalinroth concentrirt und der fluorescirende Lichtfleck durch das Spectroskop betrachtet, so erschien sofort schwaches Fluorescenzlicht auf der brechbareren Seite des Schiebers, und man musste diesen bis 57 vorschieben, um dasselbe völlig verschwinden zu machen.

8. Gehen wir nun zu den Versuchen mit dem derivirten Spectrum über, so muss zunächst die ungenaue Vorstellung, welche sich Herr Hagenbach von dem Aussehen eines solchen Spectrums macht und durch eine Zeichnung zum Ausdruck bringt, berichtigt werden. Das abgeleitete Spectrum hat keineswegs überall die gleiche Breite, sondern in Folge des oben (II. 12.) bereits dargelegten Verhaltens des Fluorescenzlichtes erscheint es am breitesten an der Stelle stärkster Fluorescenz und zeigt sich an beiden Enden abgerundet. Beim Naphthalinroth und den andern die Stokes'sche Regel nicht befolgenden Substanzen findet ein Uebergreifen des abgeleiteten Spectrums über das abgelenkte nach der brechbareren Seite hin allerdings statt, jedoch nicht in der von Herrn Hagenbach erwarteten auffallenden Form eines vorspringenden Ecks. Auch auf der weniger brechbaren Seite hat sicherlich weder Herr Hagenbach noch sonst Jemand ein solches vorspringendes Eck jemals gesehen, sondern auch hier erscheint das Spectrum abgerundet. Der Umstand, dass die Strahlen, welche den übergreifenden Theil des derivirten Spectrums bilden, die stärkst ab-

sorbirbaren des Fluorescenzlichtes sind, bewirkt aber (nach den oben II. 12. entwickelten Gründen), dass der entsprechende Vorsprung verhältnissmässig noch mehr zurückgedrängt wird und abgeplatteter erscheint als die auf der anderen Seite des abgelenkten Spectrums liegende aus minder absorbirbaren Strahlen gebildete Hervorragung. Trotz dieser die Wahrnehmung erschwerenden Umstände sieht man den übergreifenden Theil des derivirten Spectrums bei Naphthalinroth vollkommen deutlich in grünlicher Farbe. Eine naturgetreue Abbildung des abgeleiteten Spectrums bei Chlorophyll hat Herr Luharsch gegeben[1]), in welcher dieses Uebergreifen richtig dargestellt ist.

9. Alle mitgetheilten Versuche stimmen sonach in dem Ergebniss überein, dass die Fluorescenz des Naphthalinroths (sowie noch einer Reihe anderer Substanzen) dem Stokes'schen Gesetze nicht unterworfen ist. Die von Herrn Hagenbach in seiner Arbeit vorgeführten Versuche sind, wie ich gezeigt habe, keineswegs geeignet, dieses Ergebniss zu erschüttern. Eben so halte ich an der auf meine Wahrnehmungen gegründeten Eintheilung[2]) der fluorescirenden Körper fest, die sich übrigens schon dadurch als eine naturgemässe documentirt, dass die Substanzen, welche von der Stokes'schen Regel abweichen, auch in anderen Beziehungen optisch ausgezeichnet sind, indem sie nämlich sehr starke Absorptionsstreifen, lebhafte Färbung, anomale Dispersion und Oberflächenfarben zeigen. Gegenüber den Bemerkungen des Herrn Hagenbach hinsichtlich der von mir aufgestellten Theorie der Fluorescenz hebe ich nur hervor, dass das Stokes'sche Gesetz aus dieser Theorie folgt, so weit es nämlich überhaupt gültig ist.

Nach allen vorausgegangenen Erörterungen brauche ich wohl kaum noch ausdrücklich hinzuzufügen, dass ich die Bedeutung einer Entscheidungsinstanz, welche Herr Hagenbach in der vorliegenden Frage für sich in Anspruch zu nehmen scheint, meinerseits nicht anerkenne.

---

1) Wied. Ann. 1879 Bd. 6 Taf. 4 Fig. 5.

2) Repertorium Bd 13 S. 608; Bd. 14 S. 282; Bd. 15 S. 34. Pogg. Ann. 1876 Bd. 159 S. 536. Wied. Ann. 1878 Bd. 3 S. 113. 273.

Kleinere Mittheilungen.

Zur Demonstration fortschreitender longitudinaler und transversaler Wellen.

Von

Dr. A. Kurz

in Augsburg.

Anlässlich der Isenkrahe'schen „Pendelexperimente" S. 99 bis 118 möchte ich zu obigem (beschränktem) Betreff (s. II. S. 103 bis 108) die „Molekelreihe"[1] in Erinnerung bringen, welche Zech in Schlömilch's Zeitschrift Bd. 11 S. 366 zuerst angegeben und ich ebend. Bd. 14 S. 440 u. f. ausführlicher und mit Versuchsresultaten dargelegt habe.

Dieselbe besteht aus Bleikugeln zu etwa 300 gr Gewicht, welche an der Zimmerdecke in gerader Linie mit Drähten von etwa $^1/_2$ m Länge ein- für allemal aufgehängt sind; unter sich sind diese von einander je 0.5 oder 0,6 m abstehenden Kugeln durch elastischen Spiraldraht verbunden, der dadurch von der Länge 2 auf 3, oder von 3 auf 4 gespannt ist; auf gleiche Weise sind die beiden äussersten Kugeln mit den entsprechenden Fixpunkten (Mauerhaken) in den Seitenwänden verbunden, so dass die ganze Molekelreihe eine Zimmerlänge (oder -breite) ausmisst. Dieser Apparat ist billig, erfordert kein Hin- und Herräumen, nimmt so zu sagen keinen Raum weg; er leistet zwar nicht vielerlei, aber das Wenige und Wichtige in meisterhafter Beschränkung.

Wollte man bei dieser Molekelreihe auch die Wellenlänge der transversalen Vibration variiren, so müsste man der Zimmerdecke entlang eine eiserne Stange laufen lassen, auf welcher die Bleikugeln in veränderliche Abstände von einander gebracht werden könnten. Ich habe dagegen a. a. O. Messungen mit verschieden stark gespannten Spiraldrähten (2 : 3 und 3 : 4) mitgetheilt, wobei die Auswechslung

---

[1]) Ich folge in der Bildung des Wortes „Molekel" (◡ – ◡) statt „Molekül" (◡ ◡ –) Autoren wie O. E. Meyer und der Analogie „Partikel" etc.

der Drähte zu viel Zeit in Anspruch nimmt, als dass man sie innerhalb einer Unterrichtsstunde vornehmen möchte.

Bezüglich der Bemerkung von Isenkrahe (S. 106), dass die Wellenlänge „proportional der Schnelligkeit, mit welcher das elastische Medium die Impulse fortleitet (d. h. je grösser seine Elasticität)“, erinnere ich, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der longitudinalen Schwingungen proportional der Quadratwurzel aus dem Elasticitätsmodul, diejenige der transversalen Schwingungen aber proportional der Quadratwurzel aus der Spannung[1]) ist. Dieser Unterschied kommt bei der äusserlichen Anregung der lose neben einander hängenden Kugeln allerdings in Wegfall.

Ueber eine optische Eigenschaft der Cornea

Von

Professor E. v. Fleischl.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1880 Nr. 17.)

Es wurden frische Hornhäute im polarisirten Lichte untersucht, und hierbei zeigte es sich, dass die Hornhautfasern durch Spannung doppelbrechend werden und dann unter Umständen zu Erscheinungen Veranlassung geben, welche den an Amylumkörpern auftretenden, deren Theorie v. Lang gegeben hat, analog sind. Es wird nachgewiesen, dass auf diesen Verhältnissen auch das Undurchsichtigwerden der Hornhaut bei Steigerung des intraoculären Druckes beruht.

1) Den Streckungsverhältnissen $\frac{2}{1}$ und $\frac{3}{1}$ der Spiraldrähte entsprechen die Spannungen $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$; also wird beim Uebergang vom ersten zum zweiten Verhältnisse die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der transversalen Schwingungen im Verhältniss $\sqrt{\frac{3}{2}}$ oder 1,2 herabgemindert, während diejenige der longitudinalen Schwingungen unverändert bleibt. Die beobachteten Geschwindigkeiten, transversal, 1.4 und 1,2 liefern auch das Verhältniss 1,2 und longitudinal 1. Hiernach bitte ich den Leser meiner citirten Publication dieselbe zu corrigiren.

Register.

Die Zahlenangaben bedeuten Seitenzahlen.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK

etc.

SECHZEHNTER BAND.

MIT EINEM ATLAS VON XIII TAFELN.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR. PH. CARL,
PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

SECHZEHNTER BAND.

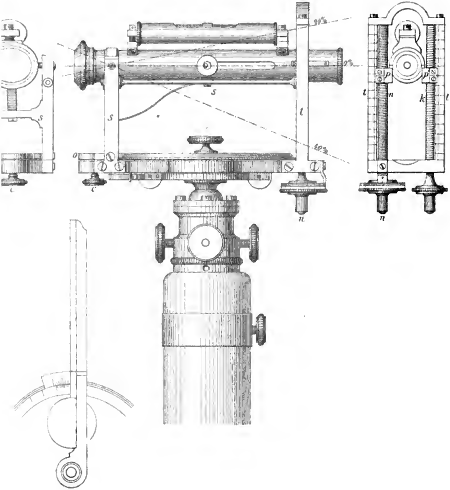
ATLAS.
(MIT TAFEL I—XIII.)

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1880.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

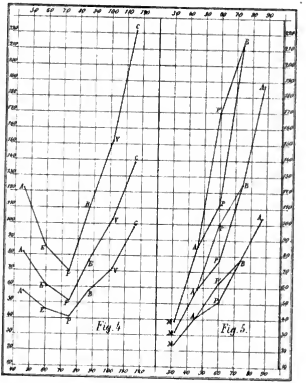
Verzeichniss der Figurentafeln.

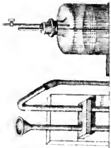
genwärtige Form des Geppert'schen Jnstrumentes.

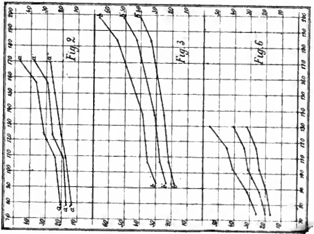
in halber Grösse



ıt der Flüssigkeiten





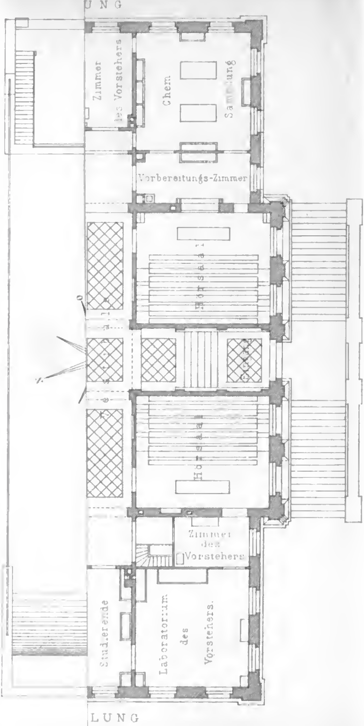


Ph Carls Re

Lith. Anst. v. Dr. C. Wolf & Sohn, München.

Taf. III.

BERNOULLIANUM IN BASEL

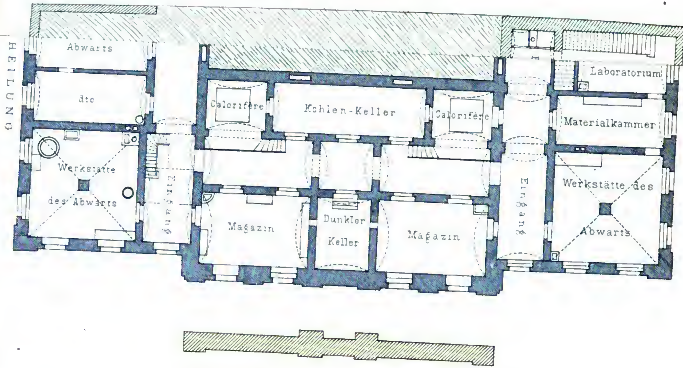


Grundplan des Erdgeschosses

Lith Anst v Dr C Wolf & Sohn, München

Taf. IV

BERNOULLIANUM IN BASEL



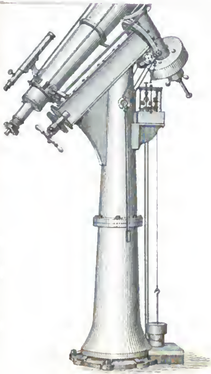
Grundplan des Souterrains

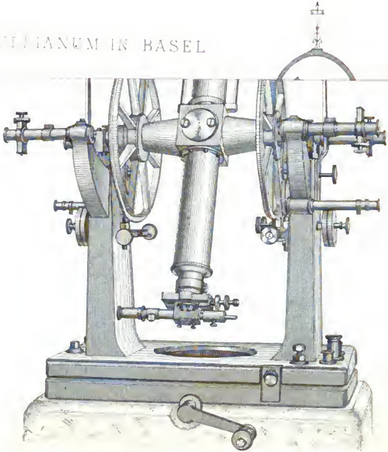
Ph. Carl's Repertorium

Ph. Carl's Repert.

BERNOULLIANUM IN BASEL

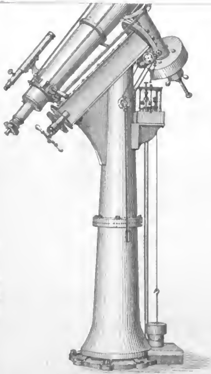
Taf. V.

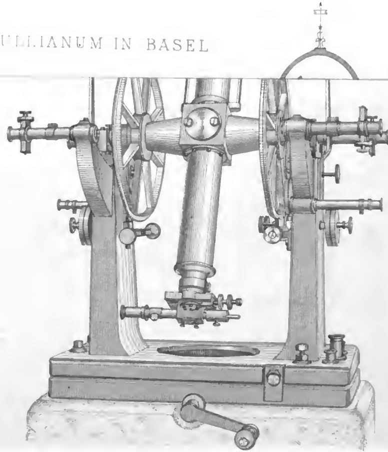




Lith. Anst. v. C. Wolf & Sohn, München.

BERNOULLIANUM IN BASEL



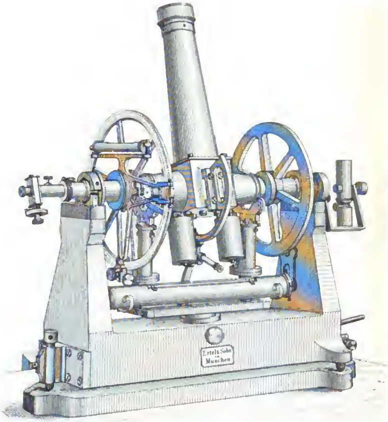


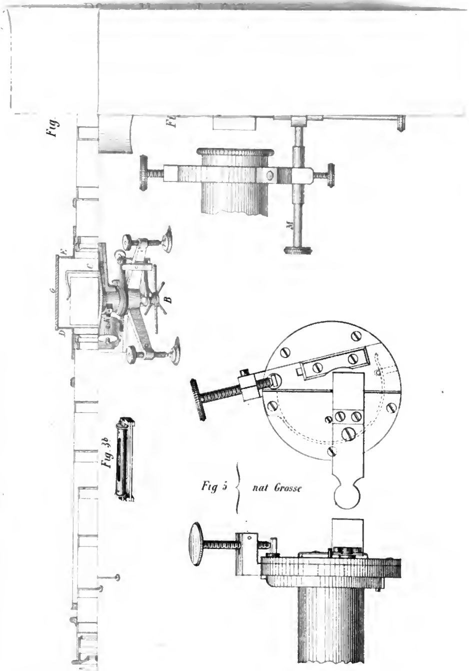
Taf. V.

Ph. Carl's Repert.

Lith. Anst. v. Dr. C. Wolf & Sohn, München

Passagen-Jnstrument
von Ertel & Sohn

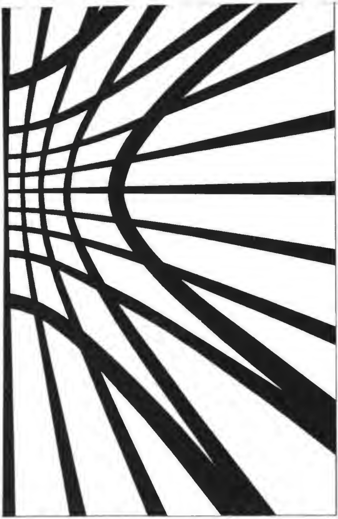




Ph Carls Repertorium,

Lith. Anst. v. Dr C. Wolf & Sohn München

Lith. Anst. v. Dr C. Wolf & Sohn München



Lith. Anst. v. Dr C. Wolf & Sohn. München.

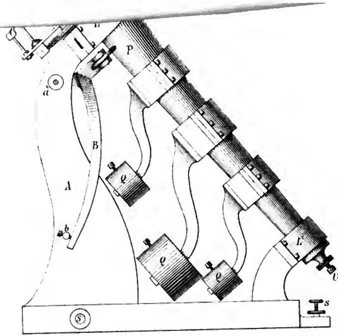

P
B
A
a
b
Q
Q
Q
Q
L
U
s
S

Fig. 2.

